

Relato de Experiência



Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

Valmir Roberto Moretti⁶

Resumo: Neste artigo descrevemos e analisamos uma atividade que foi elaborada com o intuito de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolver problemas, objetivos centrais do ensino de matemática, e de introduzir um trabalho com demonstração de fatos matemáticos com alunos de Ensino Médio. Em sua aplicação, em uma turma de segundo ano da escola Centro Municipal de Ensino Médio e Profissionalizante Osmar Passarelli Silveira da cidade de Paulínia (SP), no 1º semestre de 2011, os alunos foram divididos em duplas e receberam a atividade cujo objetivo era encontrar e expressar em linguagem matemática a relação entre o número de diagonais e lados de um polígono convexo. Os dados foram analisados a partir da observação etnográfica, registrado em um diário de bordo, e do registro das respostas dos alunos às questões propostas na atividade. **Palavras-chave:** raciocínio lógico, resolução de problemas, prática pedagógica, demonstração matemática.

Introdução

Todo professor de matemática concorda que o desenvolvimento do raciocínio lógico é uma das principais metas dessa disciplina. Mas, em que medida nossa prática pedagógica pode contribuir ou não para sua aquisição? O desenvolvimento do raciocínio lógico

requer estratégias que propiciem o desenvolvimento das capacidades de observar, classificar, comparar, levantar hipóteses, conjecturar, tomar decisões, enfrentar e resolver problemas.

Todavia, sabemos que grande parte das aulas de matemática é destinada ao ensino de fórmulas, à resolução de

⁶Rede Municipal de Paulínia - SP

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

exercícios e modelos de problemas e à proposição de exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, cuja resolução requer do aluno apenas a busca na memória de um exercício semelhante. Tal prática pedagógica nos revela que as relações entre professor, aluno e conhecimento seguem a orientação tradicional, pautada na transmissão de conteúdos, sem interação entre o aluno e o objeto do conhecimento.

Uma alternativa a esse paradigma é a introdução, nas aulas de matemática, de um trabalho sistemático com Resolução de Problemas, que segundo Onuchic (1999) representa uma reação a uma visão do conhecimento matemático como um conjunto de fatos e domínio de procedimentos algorítmicos, que pode ser obtido por rotina ou por exercício mental.

Um problema é uma situação que contém algo de novo e cuja solução não é imediata, uma vez que não se dispõe de um algoritmo que relacione os dados e a incógnita ou de um processo que identifique os dados com a conclusão. Segundo Brito (2006), sua solução apresenta quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, posto que depende do conhecimento prévio do indivíduo.

No planejamento de uma atividade que vise à resolução de problemas, devemos ter o cuidado de selecionar problemas que:

Sejam acessíveis aos alunos, que não acarretem frustração, que pelo menos admitam um tratamento parcial mais simples, mas que ao mesmo tempo suponham um desafio; valorizando-se a exposição de ideias, argumentação e o espírito crítico; fomentando-se o trabalho em grupo, a comunicação de ideias, o contraste e o diálogo; envolvendo os estudantes em processos geradores de conhecimento, como definir, fazer-se perguntas e perguntar, observar, classificar, particularizar, generalizar, conjecturar, demonstrar e aplicar (VILA e CALLEJO, 2006, p.29-30).

Após o fracasso da Matemática Moderna, que utilizava um enfoque excessivamente estruturalista e nada natural para os alunos da escola básica, notamos que a preocupação em desenvolver o raciocínio dedutivo e a demonstrar de propriedades e fórmulas matemáticas deixou de fazer parte das aulas de matemática, embora o desenvolvimento do raciocínio lógico apareça entre os objetivos incluídos nos planejamentos de praticamente todos os professores dessa disciplina. A preocupação com este fato, que não acontece apenas no Brasil, pode ser constatada com a presença de pesquisas sobre argumentação e provas no ensino de matemática em congressos e publicações de Educação Matemática.

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

Este artigo tem por objetivo apresentar e analisar os resultados de uma atividade que foi aplicada em uma turma de segundo ano, do Ensino Médio, de uma escola pública da cidade de Paulínia, com o intuito de contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolver problemas e de iniciar o trabalho com demonstrações nas aulas de matemática.

Desenvolvimento da atividade

A atividade foi desenvolvida em dupla pelos 28 alunos de uma turma do segundo ano da escola Centro Municipal de Ensino Médio e Profissionalizante Osmar Passarelli Silveira, da cidade de Paulínia (SP), durante duas aulas.

A questão central da atividade era encontrar uma fórmula matemática que relacionasse o número de diagonais com o número de lados de um polígono. A escolha dessa questão justifica-se ao fato de que iríamos iniciar o estudo de Análise Combinatória e a dedução dessa fórmula seria feita posteriormente, utilizando o conceito de Combinação Simples. No entanto, antes de fazer essa dedução, pretendíamos que os alunos a descobrissem por meio do raciocínio indutivo. Acreditávamos que, com essa atividade, poderíamos abordar essas duas formas de raciocínio, fazer a

demonstração de um fato matemático, poderíamos desenvolver um trabalho com resolução de problemas com os alunos dessa turma.

A atividade foi planejada tendo Brito (2006) e Vila e Callejo (2006) como referenciais teóricos. Desse modo, procuramos elaborar uma atividade cognitiva, processual, dirigida a um objetivo, e que representasse para os alunos um desafio, de tal modo que, durante sua execução, eles tivessem a oportunidade de expor suas ideias, de fazer perguntas, de observar, de conjecturar, de generalizar e de utilizar a linguagem matemática para comunicar suas conclusões.

Iniciamos a atividade apresentando a definição de diagonal de um polígono convexo como um segmento de reta que une dois vértices não consecutivos. Mesmo tendo consciência de que a maioria dos alunos dessa turma não teve a oportunidade de aprender de forma significativa os conteúdos de geometria no Ensino Fundamental, ficamos surpresos com o fato de que alguns alunos apresentaram dificuldade na compreensão dessa definição, pois não sabiam o que era vértice e vértices consecutivos, tendo sido necessária nossa intervenção para que pudessem compreendê-la e iniciar o

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

desenvolvimento da atividade. Em seguida foram propostas as questões de 1 a 4:

Questão 1: Considere o quadrilátero ABCD desenhado a seguir:

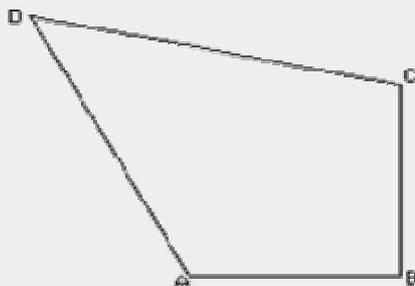


Figura 1

a) *Quantas diagonais desse quadrilátero partem dos vértices:*

A ? ____ B ? ____ C ? ____ D ? ____

b) *Quantas diagonais tem esse quadrilátero?*

Questão 2: Considere o pentágono ABCDE representado a seguir:

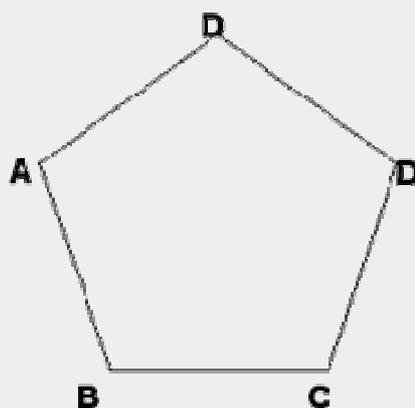


Figura 2

a) *Quantas diagonais desse pentágono partem dos vértices:*

A ? ____ B ? ____ C ? ____ D ? ____ E ? ____

b) *Quantas diagonais tem esse pentágono?*

Questão 3: Considere o hexágono ABCDEF:

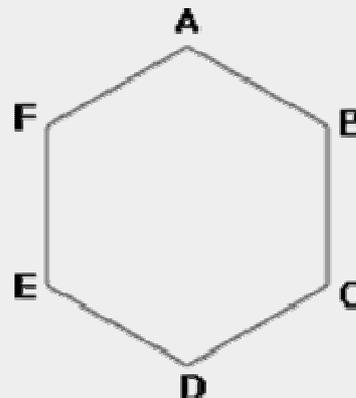


Figura 3

a) *Quantas diagonais desse hexágono partem dos vértices:*

A ? ____ B ? ____ C ? ____ D ? ____ E ? ____ F ? ____

b) *Quantas diagonais tem esse hexágono?*

Questão 4: Considere o octógono ABCDEFGH:

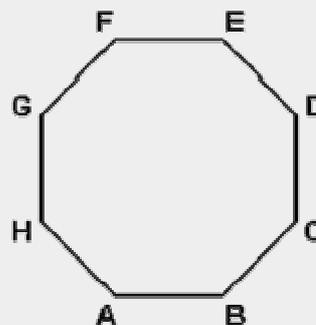


Figura 4

a) *Quantas diagonais desse octógono partem dos vértices:*

A ? ____ B ? ____ C ? ____ D ? ____ E ? ____ F ? ____ G ? ____ H ? ____

b) *Quantas diagonais tem esse octógono?*

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

Propusemos essas questões com o objetivo de possibilitar aos alunos uma exploração inicial com o objeto central de nossa atividade, de tal modo a levá-los a perceber que há uma relação entre o número de diagonais de um polígono e o número de lados e a elaborar uma hipótese sobre qual é essa relação. Surpreendeu-nos o fato de que algumas duplas não observaram as diagonais traçadas e encontraram o número de diagonais de um polígono somando o número de diagonais que partia de cada vértice. Assim, por exemplo, afirmavam que o pentágono tinha 10 diagonais, pois de cada vértice partiam duas diagonais, mesmo tendo traçado apenas cinco. Intervimos solicitando que nos mostrassem onde estavam essas 10 diagonais. Com essa intervenção, percebiam o erro cometido.

Após essa fase exploratória propusemos a questão cinco, que consistia em calcular quantas diagonais tinha um polígono de 20 lados. Ao analisar o material coletado, percebemos que cinco duplas não responderam adequadamente a essa questão e, conseqüentemente, não atingiram o objetivo proposto pela atividade.

Para finalizar a atividade foram propostas as questões de 6 a 8:

Questão 6: Escreva como você faria para

calcular o número de diagonais de um polígono de 30 lados.

Questão 7: Escreva o que temos que fazer para encontrar o número de diagonais de um polígono de n lados.

Questão 8: Escreva uma expressão matemática que forneça o número d de diagonais de um polígono de n lados.

Ao propor as questões 6 e 7 tínhamos por objetivo que os alunos utilizassem a linguagem natural para a comunicação de uma ideia matemática, para que, em seguida, comunicassem esta mesma ideia em linguagem matemática. Com exceção das cinco duplas que não responderam corretamente a questão 5, todas as duplas conseguiram encontrar uma fórmula que relacionasse o número de diagonais de um polígono com o número de lados.

Chamou-nos a atenção o fato de que algumas duplas, ao responder a questão 8, fizeram uso da mesma estrutura utilizada para redigir a resposta da questão 7 e, desse modo, necessitaram de mais do que uma expressão algébrica para a apresentar a fórmula que relaciona o número de diagonais com o número de lados. Além disso, várias duplas utilizaram o número de vértices e não o número de lados do polígono na construção da referida fórmula, conforme

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

podemos ver pelas respostas apresentadas pelas alunas Bheatriz e Tayná:

Questão 7: Pega o número de vértices e multiplica pelo número de vértices menos três. O resultado divide por dois, assim encontrará o número de diagonais.

Questão 8:

$$v \cdot (v-3) = R ; \quad \frac{R}{2} = d$$

Concluimos, então, que para alguns alunos a questão 7, proposta com o objetivo de auxiliar na resolução da questão 8, trouxe como consequência a falta de simplicidade no uso da linguagem matemática.

Após a análise da atividade desenvolvida, fizemos a correção coletiva, na qual apresentamos as diversas respostas obtidas para a questão 8 e destacamos a importância da clareza e da simplicidade na comunicação de um fato pela linguagem matemática e que, desse modo, embora todas as respostas apresentadas estivessem corretas, a expressão matemática mais adequada para relacionar o número d de diagonais de um polígono de n lados é $d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$.

No decorrer do estudo da Análise Combinatória, retomamos essa situação problema quando propusemos a seguinte questão: mostre que o número d de

diagonais de um polígono de n lados é

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

Ao se depararem com essa questão, alguns alunos disseram que já haviam feito isso anteriormente. Ponderamos que já tinham descoberto essa relação por meio do raciocínio indutivo, mas que para se ter certeza de que um fato matemático vale em qualquer situação é necessário que ele seja demonstrado.

A demonstração dessa relação faz-se de modo simples ao se perceber que para se encontrar o número de diagonais de um polígono de n lados, tem-se que calcular de quantas maneiras pode-se escolher dois vértices desse polígono, sem levar em consideração a ordem em que esses vértices são escolhidos, e em seguida subtrair o número de lados, já que a diagonal de um polígono une dois vértices não consecutivos. Desse modo:

$$\begin{aligned} d &= C_{n,2} - n \Rightarrow d = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - n \Rightarrow \\ d &= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)! \cdot 2} - n \Rightarrow d = \frac{n \cdot (n-1)}{2} - n \Rightarrow \\ d &= \frac{n^2 - n}{2} - \frac{2n}{2} \Rightarrow d = \frac{n^2 - 3n}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow d = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \end{aligned}$$

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

Análise

Estávamos finalizando o estudo de Progressão Geométrica quando comunicamos aos alunos que na aula seguinte seria aplicada uma atividade de resolução de problema. Assim que a atividade foi entregue, alguns alunos questionaram-nos sobre como poderíamos propor aquela questão se ela não tinha relação com o que estávamos estudando. Procuramos acalmá-los, afirmando que tínhamos certeza de que seriam capazes de solucioná-la. Tal fato apenas sinaliza que esses alunos ainda não haviam tido experiência com resolução de problemas nas aulas de matemática e que, portanto, para eles a resolução de um problema dá-se por meio da aplicação de uma fórmula ou de um algoritmo, previamente estudado.

À medida que começaram a desenvolver a atividade, percebemos que os alunos foram ficando mais calmos e sentindo-se instigados a encontrar a resposta para a questão proposta, já que ela continha algo que lhes era desafiador. Cerca de dois terços dos alunos conseguiram encontrar adequadamente uma fórmula que relacionasse o número de diagonais de um polígono com o número de lados. Consideramos um resultado satisfatório, sobretudo pelo fato

de que, no desenvolvimento dessa atividade, os alunos tiveram a oportunidade de realizar uma atividade cognitiva que lhes possibilitasse observar, levantar hipóteses e testá-las, conjecturar, trabalhar em grupo para a consecução de um objetivo e, portanto, desenvolver o raciocínio lógico. Acrescentamos ainda que a realização desta atividade contribuiu para que houvesse uma compreensão da importância da demonstração matemática como instrumento para se validar um resultado.

Considerações finais

Consideramos que o objetivo da atividade foi atingido e que a forma como foi planejada foi adequada, visto que o índice de alunos que foram bem sucedidos em sua realização foi significativo. Além disso, avaliamos que representou uma boa oportunidade para se realizar um trabalho com resolução de problemas e demonstração matemática, além de estabelecer conexões entre matemática discreta e geometria.

Acreditamos que essa atividade tem potencial para ser aplicada em diversos momentos do processo de ensino e aprendizagem de matemática, tais como na introdução ao estudo da álgebra e no estudo de equação de 2º grau e função nas

Uma Experiência Com Resolução de Problemas e Demonstração de Um Fato Matemático no Ensino Médio

séries finais do Ensino Fundamental, e em cursos de formação de professores, nos quais a demonstração da fórmula que relaciona o número de diagonais com o número de lados de um polígono poderá ser feita pelo método dedutivo e por indução matemática.

Os bons resultados alcançados com esta experiência motivam-nos a continuar o trabalho com resolução de problemas, visando o desenvolvimento do raciocínio lógico de nossos alunos, e fornece indícios de que é uma alternativa para o desenvolvimento de um trabalho com demonstração matemática na escola básica.

Sugerimos a nossos colegas professores de matemática que comecem a trabalhar a demonstração de propriedades matemáticas com os alunos a partir do oitavo ano do Ensino Fundamental,

propondo-lhes atividades com estrutura similar à apresentada e, desse modo, possam contribuir de forma efetiva para o desenvolvimento do raciocínio lógico de seus alunos, objetivo central do ensino de matemática.

Bibliografia

BRITO, Márcia R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, Márcia R. F. (org.). **Solução de problemas e matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006.

ONUCHIC, Lourdes R. Ensino aprendizagem através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria L. **Matemática para aprender a pensar – o papel das crenças na resolução de problemas** Porto Alegre: Artmed, 2006

Professor(a):



O site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática está repleto de novidades!!

