



Elementos valorizados por professores quando implementam tarefas em aulas de Matemática

Elements valued by teachers when implementing tasks in mathematics classes

Anna Flávia Magnoni Vieira¹

André Luis Trevisan²

Loreni Aparecida Ferreira Baldini³

Resumo

Este artigo tem como foco evidenciar elementos valorizados pelos professores de Matemática quando implementam tarefas em suas salas de aula. Foram analisados dados oriundos de grupo de estudos constituído por professores de Matemática da Educação Básica. Foram utilizados, como instrumentos para coleta de informações: o diário de campo, as gravações de áudio dos encontros do grupo e os registros escritos realizados pelos professores envolvidos. A análise realizada foi qualitativa de cunho interpretativo e teve como pressupostos teóricos aspectos relacionados ao trabalho com tarefas em aulas de Matemática. A análise apresenta duas dimensões que emergiram dos dados no que tange aos elementos valorizados pelos professores: a constituição de um ambiente oportuno para aprendizagem matemática e a manutenção do nível de demanda cognitiva das tarefas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Tarefas matemáticas, Demanda cognitiva.

Abstract

This article focuses on highlighting elements valued by mathematics teachers when implementing tasks in their classrooms. Data from a study group made up of Basic Education Mathematics teachers were analyzed. The following instruments were used to collect information: the field diary, the audio recordings of the group meetings and the written records made by the teachers involved. The analysis carried out was qualitative of an interpretative nature and had as theoretical assumptions aspects related to work with tasks in Mathematics classes. The analysis presents two dimensions that emerged from the data with respect to the elements valued by the teachers: the constitution of a timely environment for mathematical learning and the maintenance of the level of cognitive demand of the tasks.

Keywords: Mathematics teaching. Mathematical tasks. Cognitive demand.

¹ Mestre pelo PPGMAT-UTFPR-LD e doutoranda do PECEM-UEL. Professora da Rede Particular de Ensino. E-mail: anna_flavia_magnoni@hotmail.com

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor do Departamento de Matemática e do PPGMAT-UTFPR/LD. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br.

³ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professora da Rede Estadual de Ensino do Estado do Paraná. E-mail: loreni.baldini@gmail.com.

Introdução

No âmbito da Matemática, o termo *tarefa* usualmente refere-se aos exercícios, problemas, investigações e explorações aos projetos, aos problemas, às questões, às construções, às aplicações e aos exercícios em que os estudantes se envolvem e que podem fornecer os contextos necessários para o desenvolvimento do raciocínio matemático (PONTE, 2005; MATA-PEREIRA; PONTE, 2018). De modo geral, esse raciocínio está diretamente ligado à atividade que os estudantes realizam e da reflexão que efetuam sobre essa atividade (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986), cabendo ao professor o planejamento e a condução de situações em sala no que se refere à seleção, elaboração/criação e implementação de tarefas que contribuam nesse sentido (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2011). Assim, mostra-se de fundamental importância reconhecer as características na prática do professor ⁴ no momento de elaboração/construção de tarefas, assim como em sua implementação⁵ em sala de aula (PONTE; CHAPMAN, 2006).

No intuito de reconhecer essas características, objetivamos neste trabalho *evidenciar elementos valorizados pelos professores de Matemática quando implementam tarefas em suas salas de aula*. Mais especificamente, procuramos *reconhecer quais ações do professor possibilitam a constituição de um ambiente oportuno para a aprendizagem matemática e em que medida essas ações contribuem para a manutenção da demanda cognitiva das tarefas propostas*. Para tal, foram analisados dados oriundos de grupo de estudos que contou com a participação de professores de Matemática de escolas públicas, uma estudante de pós-graduação e professora da Educação Básica (primeira autora), e professor formador (segundo autor), que se dedicou à elaboração de tarefas para o trabalho com expectativas de aprendizagem relacionado às operações algébricas (PARANÁ, 2012) em anos finais do Ensino Fundamental.

Para alcançar o objetivo proposto, o artigo é organizado do seguinte modo: além desta introdução, é apresentada uma discussão teórica acerca do trabalho com tarefas em aulas de Matemática. Em seguida, os procedimentos metodológicos da pesquisa, com detalhamento do contexto na qual se deu a coleta de dados. A descrição e análise apresenta

⁴ Entende-se a expressão práticas do professor como “as atividades que eles realizam regularmente, tomando em consideração o seu contexto de trabalho e as suas interpretações e intenções” (PONTE; CHAPMAN, 2006, p. 481).

⁵ Utiliza-se o termo implementação nesta pesquisa para representar a fase em que o professor propõe a tarefa ao aluno, que passa a desenvolvê-la.

duas dimensões que emergiram dos dados no que tange aos elementos valorizados pelos professores, a constar: a constituição de um ambiente oportuno para aprendizagem matemática e a manutenção do nível de demanda cognitiva das tarefas. Por fim, são tecidas algumas considerações finais.

Aportes teóricos

Stein e Smith (2009, p. 105) caracterizam uma tarefa “como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”, podendo envolver um trabalho prolongado a respeito de somente um problema, ou vários problemas relacionados. Para Ponte (2014, p. 16-17), essa tarefa “pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos, que pode ajudar a mobilizar”, dando “lugar a *atividades* diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos estudantes, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior”.

Nessa mesma direção, Simon e Tzur (2004) defendem que, orientado por uma perspectiva construtivista e objetivos de aprendizagem específicos, os professores devem pensar no design e no uso de tarefas matemáticas que promovam uma aprendizagem matemática conceitual. Ao lado das (i) conjecturas de ensino e de aprendizagem e (ii) das tarefas que propõem aos estudantes, os (iii) modos de trabalho, estilos de comunicação e papéis do professor e dos estudantes, constituem três elementos fundamentais para essa aprendizagem (PONTE et al., 2013).

Para os autores supracitados, esses papéis do professor incluem a proposição das tarefas, o estabelecimento dos modos de trabalho na sala de aula e a condução do discurso, podendo assumir exclusivamente um papel de autoridade matemática ou partilhá-lo com os estudantes, estimulando a sua capacidade de raciocínio e argumentação. Para Thompson (2009) cabe ao professor: (i) criar um ambiente de sala de aula onde os estudantes se sintam à vontade para falar das suas estratégias; (ii) escutar atentamente as suas explicações acerca das estratégias e procedimentos pessoais adotados no desenvolvimento das tarefas; (iii) ser capaz de identificar estratégias particulares dos estudantes e reforçar positivamente o seu uso; (iv) valorizar o conhecimento matemático e a capacidade dos estudantes para elaborarem estratégias eficientes; (v) assegurar que os estudantes passem por experiências suficientes que lhes permitam desenvolver progressivamente estratégias cada vez mais sofisticadas.

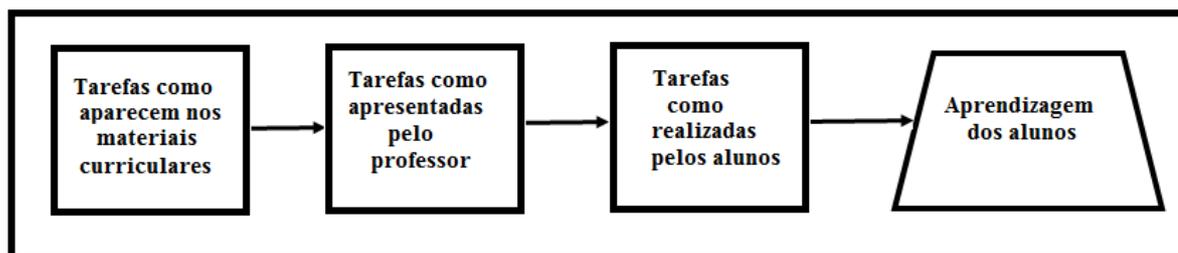
Muitas vezes, na escolha das tarefas propostas aos estudantes, o professor acaba baseando-se apenas nos livros didáticos e outros mediadores curriculares acessíveis (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2011), selecionando somente tarefas similares às aquelas já propostas em sala de aula, tendo como ponto de partida um modelo explicado anteriormente, a ser reproduzido pelo estudante (CYRINO; JESUS, 2014). Para Stein e Smith (2009), tarefas que recorrem a reprodução, memorização e elaboração de procedimentos, sem estabelecimento de conexão com as ideias matemáticas, são consideradas tarefas com baixo nível de demanda cognitiva⁶. As tarefas que exigem o estabelecimento de conjecturas, comparações, relações e justificações matemáticas, por outro lado, são consideradas de alto nível de demanda cognitiva.

Além de selecionar boas tarefas, é de fundamental importância o modo como elas serão propostas e realizadas em sala de aula (PONTE, 2014), uma vez que, se não forem bem exploradas, suas “potencialidades podem ser diminuídas e traduzir-se em experiências matemáticas pouco ricas para os estudantes” (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2014, p. 354).

Stein e Smith (2009) distinguem três fases pelas quais passam as tarefas (Figura 1), podendo mudar sua natureza ao passar de uma fase para outra: inicialmente, como são apresentadas em materiais de ensino; em seguida, como propostas pelo professor e finalmente, a maneira como cada aluno realmente trabalha sobre a tarefa. As autoras destacam, ainda, que essas fases, em especial a da implementação da tarefa, são consideradas como importantes influências no modo como os estudantes realmente aprendem. Desse modo, muitas vezes tarefas de nível elevado são implementadas de modo que os estudantes, ao raciocinarem sobre elas, levam em consideração a sua complexidade e significado. No entanto, outras vezes, tarefas apresentadas para estimular o pensamento dos estudantes em níveis elevados de exigência cognitiva mudam de forma decisiva sua natureza quando os estudantes trabalham realmente sobre elas.

⁶ Segundo Stein e Smith (2009), as demandas cognitivas das tarefas de ensino de matemática estão relacionadas com o nível e o tipo de aprendizagem dos alunos.

Figura 1 - Quadro das Quadro das fases pelas quais passam tarefas matemáticas.



Fonte: Stein e Smith (2009, p. 24).

Stein e Smith (2009) elaboraram um quadro para ilustrar os fatores que contribuem para a manutenção ou o declínio do nível de demanda cognitiva. No primeiro caso, incluem-se: oferecer ao estudante tempo suficiente para explorar as tarefas; fornecer ao estudante apoio ao seu raciocínio e meios para avaliar o seu próprio progresso; ilustrar desempenhos de nível elevado; estimular justificações, explicações e significados por meio de questões, comentários e feedback; selecionar tarefas levando em conta o conhecimento prévio dos estudantes; estabelecer frequentes conexões conceituais. Já os fatores associados ao declínio de exigências cognitivas incluem: selecionar uma tarefa inadequada para sua turma; não dispor tempo suficiente para lidar com aspectos exigentes da tarefa, ou dar tempo demais; deixar que problemas de gestão da sala de aula impeçam o envolvimento em atividades cognitivas de nível elevado; direcionar o raciocínio e dizer aos estudantes como resolver a tarefa; deslocar a ênfase dos significados, conceitos ou compreensão para a correção ou perfeição das respostas.

Sendo assim, as opções que o professor fizer para trabalhar com a tarefa, os recursos que proporcionar, a gestão do tempo e das interações na sala de aula, o papel que se reservar a si mesmo e aos estudantes, limitarão ou potencializarão as oportunidades de aprendizagem criadas a partir das tarefas (STEIN; SMITH, 2009).

Procedimentos metodológicos

Caracterização e contexto da pesquisa

Este é um estudo de natureza qualitativa e de cunho interpretativo, na qual os episódios que se sucederam no grupo de estudos (e que serão detalhados na continuidade deste texto) permitiram recolher um conjunto de dados ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas “[...] em função de um contacto aprofundado com indivíduos, nos seus contextos ecológicos naturais” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.

16). Em paralelo e posteriormente à coleta de dados, foi realizada revisão de literatura fornecendo elementos que permitiram a compreensão das ações dos professores envolvidos.

Participaram dos encontros que compõem a pesquisa cinco professores da rede Estadual de Ensino do Paraná (P-Alice, P-Andrea, P-Gustavo, P-Marcela e P-Marlene) que, junto com os dois primeiros autores deste artigo (estudante de pós-graduação e professor formador) compõe um grupo de estudos. Trata-se de uma ação decorrente de uma parceria consolidada entre escola pública e universidade por meio de projetos de extensão com participação de professores de Matemática interessados em investigar a própria prática profissional (TREVISAN, 2017). Tais professores ministram aulas nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio em escolas da rede estadual do município de Rolândia-PR. Os encontros ocorrem desde 2013 em umas dessas escolas, em horário de hora-atividade comum entre os participantes.

No primeiro semestre de 2017 (nosso foco de análise), o grupo dedicou-se à elaboração de tarefas diferentes daquelas rotineiramente encontradas nos livros didáticos, que pudessem contribuir para o trabalho com expectativas de aprendizagem (PARANÁ, 2012) relacionado às operações algébricas, em diferentes anos de escolaridade. Para tal, organizou um material manipulativo (Figura 2), constituído por representações em formas retangulares (incluindo algumas quadradas) construídas com cartolina de diversas cores, designando com as letras x , y e z as medidas dos seus lados, e a partir dele o grupo dedicou-se à elaboração de uma tarefa.

Figura 2 - O material manipulativo que embasou a elaboração da tarefa.



Fonte: Vieira (2018, p. 37).

Após a pré-testagem dessa versão preliminar da tarefa em uma turma de P-Alice, uma versão ampliada foi consolidada (Figura 3), que foi implementada por P-Alice (7º e 8º anos), P-Andrea (6º e 7º anos) e P-Gustavo (8º anos). Cada um deles realizou adaptações

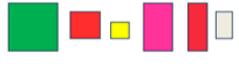
na tarefa de acordo com os conteúdos próprios do ano de escolaridade em que atuava e com suas próprias concepções, encaminhando o trabalho em sala da forma que julgava coerente para cada uma de suas turmas⁷. A implementação da tarefa foi acompanhada pela pesquisadora (primeira autora) em 19 aulas de cinquenta minutos cada uma, distribuídas em sete turmas dos três professores.

Figura 3 - Versão final da tarefa elaborada pelo grupo⁸.

1) Complete as tabelas.

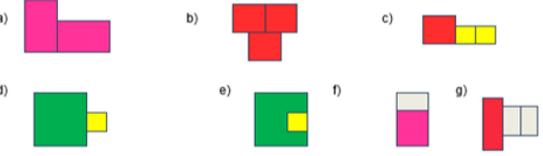
Nome	Polígono	Cor	Dimensões		Área
			comprimento	Largura	
					
					
					
					
					
					

2) Utilizando as peças do material entregue pelo professor, represente a área de cada item a seguir:



a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 + 2y^2$ c) $xy + z^2$
d) $3xy + y^2$ e) $2x^2 - z^2$ f) $2xy + 3xz$
g) $x^2 - y^2$ h) $2xy - y^2$ i) $2xz + 2xy$

3) Utilizando a linguagem algébrica, represente as seguintes áreas.



4) Complete as lacunas em branco da tabela a seguir:

Polígono	comprimento	Largura	Área
			____ ou ____
			$2xy + xz$ ou ____
	$3z + y$	Y	____ ou ____
			____ ou ____
	$y - z$	X	____ ou ____

Fonte: Vieira (2018, p. 86).

Organização e processo de análise dos dados

Para recolha de informações, foram utilizados as (i) gravações de áudio dos encontros do grupo, (ii) o diário de campo da pesquisadora (FIORENTINI; LORENZATO, 2009) e (iii) os registros escritos realizados pelos professores envolvidos (anotações em seus cadernos pessoais, fotografadas pela pesquisadora). Um primeiro passo, na direção de sistematizar os dados obtidos a partir desses diferentes instrumentos, foi a descrição detalhada do processo de elaboração e implementação das tarefas, buscando explicitar cada

⁷ A P-Andrea, que atuava com turmas do 6º ano, disponibiliza aos estudantes como instrumento e unidade de medida palitos de fósforo e de sorvete para representar as medidas dos lados da figura, em lugar de utilizar letras.

⁸ Para uma melhor visualização da tarefa, consultar Vieira (2018).

uma de suas etapas (detalhados em Vieira (2018)). Nessa fase de construção da narrativa descritiva dos processos de elaboração das tarefas, emergiram alguns elementos, que forneceram indicativos que serviram como *rastros* para elaboração das questões de investigação e posterior organização de unidades de análise.

Na sequência, exploraram-se, de modo sistemático, as informações obtidas a partir de novas leituras dos diários referentes à etapa de implementação das tarefas (nosso foco, neste artigo), assim como transcrições de partes das gravações em áudio coletadas nessa fase (tanto em sala de aula, na interação do professor com os estudantes, quanto em conversas dos professores com a pesquisadora no intervalo das aulas e horas-atividade, nos dias em que ocorreram essas implementações).

A partir daí os dados foram organizados buscando evidenciar aquelas que constituíram as unidades de análise, referentes aos aspectos que os professores valorizaram, no processo de implementação dessas tarefas. Tais aspectos foram organizados em dois grandes grupos. Um deles, que diz respeito aos aspectos mais gerais da prática do professor, foco deste artigo, envolvem: (a) as ações para a constituição de um ambiente oportuno para a aprendizagem matemática e (b) as ações para a manutenção da demanda cognitiva das tarefas propostas. Um segundo grupo, procurou evidenciar as ações potencializadoras especificamente à produção de significados a conceitos algébricos (detalhadas em Vieira, Trevisan e Baldini (2019)).

Análise e discussão dos dados

A descrição e análise dos elementos valorizados pelos professores serão apresentadas a partir das duas unidades de análise que dizem respeito aos aspectos mais gerais da prática dos três professores.

Constituição de um ambiente oportuno para aprendizagem matemática

Assumindo o modo como o encaminhamento das tarefas influencia o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos estudantes e como os professores podem proporcionar um ambiente de aprendizagem durante as aulas de Matemática, procuram-se evidenciar elementos revelados por meio das ações dos professores que contribuíram para a formação de um *ambiente oportuno para a aprendizagem do estudante*,

Nesse sentido, destaca-se a fala da P-Andrea com a pesquisadora, durante uma conversa:

Fiquei surpresa com o envolvimento dos estudantes com a tarefa e o manuseio do material, acreditava que eles ficariam mais agitados (P-Andrea, 06/07/17, 6º ano B).

Por meio da fala da P-Andrea, constata-se que, ao propor tarefas que levem os estudantes a construir uma ideia matemática, é possível que isso potencialize o seu envolvimento e, ainda, resulte em uma mudança de atitude dos estudantes, passando de sujeitos passivos a sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem. Nessa direção, como é destacado por Stein e Smith (2009) e Thompson (2009), o preparo de uma aula envolve toda a complexidade de uma sala de aula, portanto o professor deve procurar realizar suas escolhas na tentativa de sempre trazer o estudante para o centro da aprendizagem.

Outro relato que se salienta é o da P-Alice, no qual a professora expõe que foi surpreendida ao perceber como os estudantes com necessidades educacionais especiais que faziam parte da turma envolveram-se com a tarefa. Ressalta, ainda, que esses estudantes começaram a tarefa com toda a turma, mas, por conta do tempo, não conseguiram terminar. Relata que existe um combinado entre a professora e eles de que, quando isso acontecesse, eles poderiam dar sequência ao trabalho com a professora responsável por atividades do contra turno. Assim, essa professora repassa para P-Alice suas observações, para que ela possa avaliá-los. Em relação ao desenvolvimento da tarefa, ficou retratado que esses estudantes demonstraram mudança em sua atitude, uma vez que evidenciaram total interesse e engajamento com sua resolução.

Tanto na fala da P-Andrea como no relato de P-Alice, observou-se que os professores *perceberam que as tarefas propostas são capazes de influenciar o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos estudantes*. Após a implementação da tarefa na turma da P-Andrea, em conversa com a pesquisadora e P-Alice, ela faz a seguinte observação:

Eu penso que quando chegar num momento da tarefa e você não interferir na resolução do estudante, ou aceita a resposta do jeito que eles estavam apresentando, que não estava errada, ou eu interfiro de modo a encaminhar para o jeito que eu quero. Mesmo que eu não esteja esperando que eles cheguem no S^2 , até porque eles ainda não têm esse pensamento algébrico, mas eu acho legal eles já terem contato com isso para ficar em algum lugar da memória, para quando for discutir sobre isso eles já terem uma ideia construída (P-Andrea, 06-07-17).

Observa-se, na fala da professora, sua percepção da importância de conduzir o desenvolvimento da tarefa de modo a explorar todo o seu potencial. Essa ação da professora vai ao encontro do que Ponte (2005) e Rodrigues, Menezes e Ponte (2014) apontam, se uma tarefa não for bem explorada pelo professor, isso poderá trazer experiências matemáticas pouco ricas para os estudantes.

Um exemplo dessa situação ocorreu nas turmas da P-Andrea. Alguns estudantes, ao responderem ao item 1 da tarefa sobre a medida da superfície (Figura 4), adotaram estratégias diferentes, como, por exemplo, preencher as figuras utilizando os palitos de sorvete e de fósforo que tinham à sua disposição. Já outros pensaram na sobreposição de peças, conforme a Figura 5.

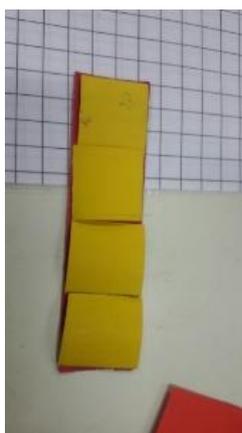
Figura 4 - Item 1 da tarefa adaptada por P-Andrea para o 6º ano.

1- Complete corretamente a tabela:

Figura	Comprimento	Largura	Perímetro (Contorno)	Superfície (Área)
				
				
				

Fonte: Vieira (2018, p. 56).

Figura 5 - Sobreposição de peças feita por alguns estudantes.



Fonte: Vieira (2018, p. 56).

P-Andrea, ao observar as estratégias adotadas pelos estudantes, inicialmente não interfere em suas resoluções, deixando que explorem o material por mais um tempo. Porém, decorrido algum tempo da aula, a professora percebe que os estudantes, ao não conseguirem uma quantidade exata de palitos para preencher as figuras solicitadas na

tarefa, começam a quebrá-los na tentativa de preencher toda a figura, e aqueles que tentaram sobrepor as peças percebem que não é possível com todas as figuras, uma vez que o material não foi construído com esse objetivo.

Desse modo, P-Andrea sente a necessidade de ir até o quadro, e expõe que gostaria que eles escrevessem a área de cada figura, utilizando apenas a medida dos lados das figuras, e não o preenchimento com os palitos ou a sobreposição das peças. Assim ela encaminha uma resolução desenhando o quadrado vermelho e colocando suas dimensões, a fim de ilustrar tal situação, como destacado na transcrição do diálogo a seguir.

P-Andrea: Pessoal, vou ajudar vocês um pouquinho na parte da área. Prestem atenção aqui. Eu não quero que vocês apaguem o que escreveram, pode deixar aí, pois não está errado, mas quero colocar outras coisas para a gente pensar. Todo mundo entendeu o perímetro, onde vamos procurar o perímetro do quadrado vermelho, alguém pode me explicar?

Estudante A: Com os palitos professora, fui colocando o palito em volta.

P- Andrea: E como que eu posso representar a área do quadrado vermelho?

Estudante B: Colocando os palitos dentro.

P- Andrea: Não está errado o que fizeram, mas eu quero que vocês pensem na medida do lado do quadrado, qual a medida do lado do quadrado?

Estudante C: Um palito de sorvete.

P- Andrea: Isso, um palito de sorvete de comprimento e um de largura [Nesse momento, a professora desenha no quadrado o quadrado de lado com (?) um palito de sorvete].

P- Andrea: Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem? Ele é o quadrado de qual medida?

Estudante D: Do palito de sorvete.

P- Andrea: Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem? [Ela repete a pergunta, buscando obter a resposta da área do quadrado e não do lado]. Como a gente poderia escrever o quadrado do palito de sorvete? Alguém tem alguma ideia? Pode falar pessoal, estamos aqui para errar e acertar, não tem problema. [Nenhum estudante sugere ideia]

P- Andrea: Como ninguém tem nenhuma ideia, vou deixar vocês pensarem.

Por meio da discussão promovida por P-Andrea, podem-se apontar alguns elementos que são revelados. Em “Eu não quero que vocês apaguem o que escreveram, pode deixar aí, pois não está errado, mas quero colocar outras coisas para a gente pensar”, é possível constatar que ela valoriza o conhecimento matemático e a capacidade de seus estudantes, permitindo que eles exponham suas estratégias e, ainda, oportuniza que desenvolvam progressivamente suas estratégias por meio de tentativas e erros, a fim que atinjam o objetivo idealizado

Após a discussão, a professora circula pela sala, observando as respostas dos estudantes, e percebe que uma dupla escreveu por extenso “um palito de sorvete ao quadrado”. Nota-se que o estudante não utilizou a linguagem simbólica, mas fez uso da linguagem retórica, por extenso na linguagem natural em sua tarefa, no entanto, apresentou a ideia de modo correto. Assim, passado algum tempo, no final da aula, a P-Andrea retoma a discussão no quadro.

P- Andrea: Pessoal, já aprendemos que, para calcular a área de uma figura, devemos fazer o que com as medidas dos lados?

Estudante E: Vezes.

P- Andrea: Então, como podemos escrever 1 Sorvete vezes 1 Sorvete?

Estudante E: Uma vez um.

P- Andrea: Como posso escrever 3 vezes 3?

Estudante F: Nove.

P- Andrea: Mas usando uma outra “continha” que a gente estudou, como posso escrever 3 vezes 3?

Estudante G: Potência, né professora?

P- Andrea: Isso, então como é 3 vezes 3 em potência?

Estudante H: Três elevado ao quadrado.

P- Andrea: Porque é ao quadrado?

Estudante H: Porque a figura é um quadrado.

P- Andrea: Não queremos escrever o quadrado do sorvete, como vamos escrever isso?

Estudante I: Sorvete ao quadrado.

P- Andrea: Isso. Então, a partir dessa ideia, quero que vocês escrevam as áreas das figuras em forma de potência quando possível, mas não apaguem o que fizeram antes.

A P-Andrea direciona a aula, nesse momento, de forma mais expositiva, no entanto, levanta questionamentos para os estudantes na tentativa de entender suas explicações acerca das estratégias e procedimentos adotados. Cabe ressaltar que ela busca direcioná-los a fim de explorar toda a potencialidade da tarefa, ao invés de fornecer diretamente as respostas. Dessa forma, inferimos que houve *percepção da professora em relação às suas ações no processo de ensino e de aprendizagem por meio da tarefa*, uma vez que reconhece que suas intervenções são necessárias, porém devem ser bem conduzidas no sentido de atingir seus objetivos de ensino e não limitar as ideias matemáticas dos estudantes. Para sintetizar os elementos evidenciados nessa unidade de análise, construiu-se o Quadro 1, que apresenta tais elementos.

Quadro 1 - Elementos que colaboraram para a constituição de um ambiente oportuno para a aprendizagem matemática.

Ações	Rastros que evidenciam os elementos
<i>Influenciar o ensino e a aprendizagem por meio das tarefas</i>	Percepção pelos professores observados de que as tarefas propostas são capazes de influenciar o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos, levando-os a elaborarem uma ideia matemática.
<i>Favorecer um ambiente que oportunize a exploração de ideias matemáticas</i>	Proposição de um ambiente no qual os alunos são convidados a explorar ideias matemáticas de forma intuitiva, sendo suas estratégias tomadas como ponto de partida para a sistematização de conceitos.
<i>Incentivar o papel ativo do aluno</i>	Valorização da participação do aluno, reconhecendo seu conhecimento matemático prévio e sua capacidade de resolver problemas, permitindo que eles exponham suas estratégias.
<i>Oportunizar o desenvolvimento progressivo de estratégias</i>	Oportunidades para que os alunos desenvolvam progressivamente suas estratégias a fim de que atinjam o objetivo idealizado.
<i>Propor questionamentos aos alunos</i>	Levantamento de questionamentos para os alunos na tentativa de entender suas explicações acerca das estratégias e procedimentos adotados por eles.
<i>Explorar toda a potencialidade da tarefa</i>	Busca direcioná-los a fim de explorar toda a potencialidade da tarefa, sem validar suas respostas apenas como certas ou erradas, e ainda, não se limitando apenas nas resoluções dos alunos.

Fonte: Vieira (2018, p. 59).

Manutenção da demanda cognitiva das tarefas implementadas

Dos dados, destacamos episódios dos diálogos entre professor e estudante por meio do qual foi possível constatar atitudes que demonstram fatores ligados à manutenção da demanda cognitiva da tarefa proposta. Procurou-se identificar, respaldado em Stein e Smith (2009), os fatores associados à manutenção ou ao declínio de exigências cognitivas, uma vez que tais fatores estão relacionados diretamente às atitudes do professor durante a implementação da tarefa.

Nesse contexto, notam-se atitudes distintas entre os professores observados. Por exemplo, P-Alice e P-Gustavo determinaram os estudantes que compuseram cada grupo e entregaram a tarefa juntamente com o material manipulável. Na sequência, apresentaram a tarefa para os estudantes, fazendo a leitura de cada item. Esse procedimento foi adotado por esses professores em todas as suas turmas nas quais a tarefa foi implementada (P-Alice no 7º e 8º anos, e P-Gustavo no 8º ano).

Por outro lado, P-Andrea dividiu os estudantes em duplas, no entanto deixou livre a escolha. Nos 6º anos, entregou primeiramente o material manipulável para que eles

pudessem explorá-lo antes de iniciar a tarefa (aproximadamente quinze minutos). A professora relatou à pesquisadora que julgou importante que eles “brincassem” um pouco com o material, já que isso pode contribuir para a interação com a tarefa.

Desse modo, durante a implementação da tarefa, observou-se que os três professores procuraram apoiar todos os estudantes, circulando por toda sala, esclarecendo as dúvidas de cada grupo. Como destaca Ponte (2005), o professor, ao propor tarefas adequadas aos estudantes, poderá provocar ou não a atividade deles, cabendo a ele explorar toda sua potencialidade. Assim, a gestão do tempo, nas interações em sala de aula, servirá como limitador ou potencializador das oportunidades de aprendizagens criadas por meio das tarefas (SMITH; STEIN, 2009).

Portanto, entende-se que tais ações dos professores uma busca pela manutenção de exigência cognitiva de nível elevado, *dando apoio ao pensamento e raciocínio do estudante* (STEIN; SMITH, 2009). Assim, a fim de ilustrar tais situações, a seguir destacam-se diálogos ocorridos durante a implementação da tarefa:

Estudante A: Posso colocar a medida que quiser? Temos que usar a régua? [referindo-se às peças do material]

P-Alice: Não podem usar a régua. Eu não me preocupei com a medida real, eu utilizei letras para representar as dimensões. Procurem no material, que estão indicadas todas informações que precisam para a tarefa. Leiam primeiro a tarefa e troquem ideia com seus colegas do grupo.

Estudante B: Professora, mas o comprimento e a largura posso medir com a régua?

P-Alice: Procure nas peças que elas estão mostrando as dimensões.

Estudante C: Professora, mas tem peça que não tem medida.

P-Alice: Pessoal medir não é comparar? Então, comparem as peças, não são todas que têm a medida, vocês quem devem descobrir.

No trecho acima transcrito, evidencia-se a preocupação da P-Alice em orquestrar a discussão de modo que seus estudantes conseguissem estabelecer conexões acerca da medição das dimensões da figura, não perdendo de vista um de seus objetivos com a proposição da tarefa, ou seja, que os estudantes pudessem comparar as medidas das dimensões das formas retangulares com as medidas já indicadas nas formas quadradas.

Estudante A: Professor, posso escrever, no perímetro do quadrado verde, $4x$ ao invés de $x + x + x + x$?

P-Gustavo: Você acha que representa a mesma coisa?

Aluna A: Sim, porque são quatro lados iguais, né?

P-Gustavo: Sim, você pode representar dessa forma, representam a mesma coisa.

[...]

Estudante B: Professor, como essa figura... é quadrado ou um retângulo?

[Professor pega duas peças do material e mostra ao grupo do Estudante B]

P-Gustavo: O que uma figura geométrica precisa apresentar para ser um quadrado?

Estudante B: Ter quatro pontas?

P- Gustavo: Mas as duas têm quatro pontas. Por que esse é um retângulo e não um quadrado? Como fazemos para diferenciá-los?

Estudante C: No retângulo um lado é mais largo que o outro, e no quadrado todos têm a mesma largura.

P-Gustavo: Isso. No quadrado, os quatro lados possuem a mesma medida, e no retângulo não necessariamente.

As questões levantadas por P-Gustavo levam o estudante a refletir sobre os elementos que definem um retângulo. Assim, ao afirmar que em um retângulo “um lado é mais largo que o outro” (*Estudante C*), esse estudante levantou uma conjectura que o permitiu distinguir o retângulo do quadrado. P-Gustavo não contrapôs sua hipótese, mas reformulou a fala de modo que estivesse coerente com as propriedades matemáticas das figuras (em especial com o termo “não necessariamente”).

Nessa direção, evidencia-se que os professores não forneceram a resposta imediata, mediante as dúvidas dos estudantes, mas procuraram instigá-los de modo a proporcionar o desenvolvimento do seu raciocínio acerca do que havia sido solicitado em cada item da tarefa. Essa ação praticada pelos professores pode fazer com que os estudantes se sintam à vontade para expor suas estratégias, a fim de que fossem capazes de levantar suas próprias conjecturas e formular ideias quanto aos conceitos matemáticos. Tais ações são apontadas por Thompson (2009) como um papel que deve ser exercido pelo professor no momento da implementação da tarefa.

Apesar de os três professores estimularem seus estudantes por meio de seus questionamentos, como já apresentado nos diálogos anteriores, somente P-Gustavo promoveu uma discussão coletiva de cada item da tarefa, no sentido de sistematizar as soluções dadas pelos estudantes. As demais professoras optaram por corrigir a tarefa de cada grupo e depois entregar aos grupos as tarefas já corrigidas, uma vez que houve um combinado de atribuição de uma “nota” para essas tarefas. P-Gustavo, por sua vez, estabeleceu desde o início que não iria atribuir nota para a tarefa realizada. Vale ressaltar que essa atitude do professor apresentou como um possível fator para manter a exigência cognitiva de nível elevado da tarefa, no sentido de não deixar os estudantes preocupados em acertar ou errar no momento de suas resoluções.

O professor encaminha a sistematização a partir das diferentes soluções apresentadas pelos estudantes. Por exemplo, para representar o perímetro e área da peça

em forma quadrada, algumas expressões surgiram durante a discussão e o professor procurou explorar as diversas formas de representação algébrica para o perímetro ($x + x + x + x, 4x, x \cdot 4, 2x + 2x, x + 3x$) e a área ($x \cdot x, 2x, 4x \cdot x, 4 \cdot x$) da forma quadrada verde.

Ao perceber que os estudantes apresentaram dificuldade para representar a área, o professor levantou a seguinte questão:

P-Gustavo: Como que calculamos a área deste quadrado?

Estudante A: Fazendo comprimento vezes largura, é isso, né?

P- Gustavo: Sim. Então qual das respostas aqui representa a área do quadrado?

Dessa forma, os estudantes entraram em um consenso de que, entre as respostas fornecidas, somente $x \cdot x$ poderia representar a área do quadrado, mas o professor ainda pergunta se existe outra maneira de escrever essa resposta, e os estudantes não se lembram da potenciação, ou seja, que $x \cdot x = x^2$. Desse modo, a discussão é conduzida pelo professor na direção de relembrar o conceito de potenciação, que pergunta qual é o produto entre 3 e 3. Um estudante responde que é 9, e outro que é 3^2 . Nesse momento, alguns estudantes rapidamente entendem a intenção do professor, e já falam que $x \cdot x = x^2$. Assim, item a item a tarefa foi discutida e sistematizada no quadro pelo professor, na busca de reforçar os procedimentos que envolvem as operações algébricas, já que esse era o objetivo pretendido com a tarefa. Conclui-se que a ação realizada por esse professor promoveu, ao final de cada item da tarefa, uma discussão para sistematizar as soluções apresentadas pelos grupos com outro fator destacado no Quadro 2, no sentido de manter o nível de exigência cognitiva da tarefa, *o professor estimula justificações, explicações e significados através de questões, comentários e feedback*.

O Quadro 2 apresenta os elementos evidenciados nesta unidade de análise, pelos quais foi possível perceber a presença de fatores nas ações dos professores envolvidos para que houvesse a manutenção do nível cognitivo da tarefa.

Quadro 2 - Elementos que evidenciam a manutenção do nível de demanda cognitiva da tarefa.

Ações	Rastros que evidenciam os elementos
<i>Permitir a exploração do material manipulável.</i>	Permissão para que os alunos manipulem o material antes da entrega da tarefa.
<i>Dar apoio à realização da tarefa</i>	Incentiva todos os alunos a desenvolverem a tarefa, circulando por toda a sala, esclarecendo as dúvidas de cada grupo por meio de questionamentos, buscando compreender suas estratégias e apoiando ideias matemáticas.
<i>Estabelecer conexões entre unidades temáticas</i>	Condução de discussões de modo que seus alunos consigam estabelecer conexões entre diferentes unidades temáticas da Matemática escolar (no caso, Álgebra e Geometria).
<i>Não direcionar respostas</i>	Os professores não forneceram a resposta imediata, diante das dúvidas dos alunos, mas procuraram instigá-los de modo a proporcionar o desenvolvimento do seu raciocínio.
<i>Incentivar os alunos na formulação de ideias</i>	Incentivo aos alunos a levantar suas próprias conjecturas e formular ideias acerca das propriedades envolvidas nas operações algébricas.
<i>Valorizar várias soluções, com foco no objetivo de ensino</i>	Sistematização a partir das diferentes soluções apresentadas pelos alunos, na busca de focar os procedimentos que envolvem as operações algébricas, já que esse era o objetivo pretendido com a tarefa.
<i>Estimular à comunicação de ideias matemáticas</i>	Estímulo à comunicação de ideias matemáticas, por meio da elaboração de argumentações e intervenções que possibilitassem ao aluno validar ou reformular suas resoluções.

Fonte:Vieira (2018, p. 63).

Considerações finais

No intuito de evidenciar elementos valorizados por professores de Matemática em momentos de implementação de tarefas matemáticas, foram descritas e analisadas ações dos professores participantes do grupo de estudos, com destaque a dois aspectos: constituição de um ambiente oportuno para a aprendizagem matemática e manutenção da demanda cognitiva das tarefas.

No que tange ao primeiro aspecto, foram destacados os seguintes elementos: reconhecimento da influência das tarefas nos processos de aprendizagem dos estudantes; favorecimento a um ambiente que oportunize a exploração de ideias matemáticas; incentivo ao papel ativo do estudante; criação de oportunidades para o desenvolvimento progressivo de estratégias; proposição de questionamentos aos estudantes; exploração das potencialidades das tarefas.

Já no que diz respeito ao segundo aspecto, a manutenção da demanda cognitiva das tarefas, destacam-se: *permissão* para, em um primeiro momento, explorar livremente o

material e a tarefa; fornecimento de apoio à realização da tarefa; estabelecimento de conexões entre unidades temáticas; não direcionamento de respostas; incentivo à formulação de ideias; valorização de diferentes soluções; estímulo à comunicação de ideias matemáticas.

Vale salientar que, apesar de os três professores estimularem seus estudantes por meio de seus questionamentos, apoio, sem dar respostas prontas, sem validar as resoluções tanto as erradas como as corretas, somente um deles conseguiu promover uma discussão coletiva acerca de cada item da tarefa, no sentido de sistematizar os conceitos matemáticos, levando em conta as diferentes resoluções apresentadas pelos estudantes. Além disso, embora a identificação de regularidades, de padrões, de regras, a realização de generalizações são aspectos importantes na aprendizagem da Álgebra, os professores não solicitaram, diretamente na tarefa, esses aspectos.

Entende-se que é possível, a partir deste estudo, avançar para outros, tal como investigar em que medida o trabalho realizado de forma coletiva e desenvolvido em longo prazo oportuniza aos professores o uso efetivo de abordagem em perspectivas investigativas e exploratórias, ou ainda aspectos das práticas didáticas de professores que ensinam Matemática a respeito do trabalho especificamente com tarefas.

Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução às teorias e aos métodos. Porto: Ed. Porto, 1994.

CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. (1986). Task and activity. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on Mathematics Education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986, p. 243-307.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v.20, n. 3, p. 751-764, 2014.

FIorentini, D; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

GAFANHOTO, A., CANAVARRO, A. P. Utilização e conciliação de diversas representações das funções em sala de aula. In: NUNES, C.*et al.* (Eds.). **Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: APM, 2011, p. 1-15.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promoting Students' Mathematical Reasoning: a design-based research. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Paraná** (DCE de Matemática). 2008.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13 – 27.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Mathematics teachers' knowledge and practices. In: GUTIÉRREZ, A.; BOENO, P (Ed.). **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future**. Rotertham: Sense, 2006, p. 461-494.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; QUARESMA, M.; AZEVEDO, A. Investigações e explorações como parte do trabalho quotidiano na sala de aula. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v.9, n. 18, p.05-22, 2013.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Tarefas matemáticas no ensino da álgebra. In Encontro de Investigação em Educação Matemática. **Anais...** Sesimbra, 2014, p. 353-367.

SIMON, M. A.; TZUR, R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 6, n. 2, p. 91-104, 2004.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, p. 22-28, 2009.

TREVISAN, A. L. A avaliação escolar como deflagradora de um processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. (Org.). **Educação Matemática e Pesquisa: algumas perspectivas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 35-61.

THOMPSON, I. Mental Calculation. **Mathematics Teaching**. v.213, p. 40-42, 2009.

VIEIRA, A. F. M. **Elementos valorizados por professores de Matemática na elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

VIEIRA, A. F. M.; TREVISAN, A. L.; BALDINI, L. A. F. Ações de professores na elaboração e implementação de tarefas envolvendo conceitos algébricos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 296-321, 2019.

Recebido em: 09 de setembro de 2020.

Aprovado em: 29 de novembro de 2020.