

Ensinando Critérios de Divisibilidade Visualmente – Uma Experiência Didática

Visually Teaching Divisibility Rules – A Didactic Experience

Augusto Mendes Duarte¹

Resumo

Motivado pela carência de aulas que transcendam a metodologia expositiva ao abordar o tópico de Divisibilidade e seus Critérios, construiu-se um projeto didático focado em articular diversas metodologias de ensino de Matemática para apresentar o tema. Escolhidas as abordagens de História da Matemática e Resolução de Problemas, uma contextualização junto da Doutrina Pitagórica foi feita, na qual apresentou-se sua relevância histórica bem como sua conexão com a Ciência e a Matemática. A metodologia de aplicação dos problemas e discussão dos conceitos teve como guia os “números figurados”, uma representação numérica pitagórica. Para tanto, utilizou-se de fichas coloridas como material manipulável, disponíveis aos alunos durante a resolução dos problemas que orientaram a discussão. O recurso digital das animações em *slides* foi usado para complementar o aporte visual em representações difíceis de construir fisicamente. Percebeu-se boa aceitação dos alunos em relação a aplicação conjunta destas metodologias.

Palavras-chave: História da Matemática. Materiais Manipuláveis. Resolução de Problemas. Critérios de Divisibilidade. Números Figurados.

Abstract

Motivated by the lack of classes that transcend the expository methodology when approaching Divisibility and Divisibility Rules, a didactic project was applied to articulate different Math teaching methods in order to present the concepts. Through the approaches of History of Mathematics and Problem Solving, students were contextualized in regards to the historical situation of the Pythagoreans, in which their historical relevance, as well as their connection with Science and Mathematics, were presented. "Figurate numbers", as a Pythagorean numerical representation, were used to guide problems and discuss different ideas. Colored chips were made available as manipulative material, being used by students to solve the leading problems. In cases where physical representations were difficult to build, such as during the discussion of the Divisibility Rules, slideshow animations were presented to ease the visual input. Student acceptance and comprehension of concepts were generally perceived to be satisfying.

Keywords: History of Mathematics. Manipulative Materials. Problem Solving. Divisibility Rules. Figurate Numbers.

Introdução

Conforme a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), é de conhecimento comum a dificuldade de alunos do Ensino Básico com a aquisição de conceitos matemáticos. Enquanto são diversas as sugestões e tendências em Educação Matemática orientadas para evitar adversidades, é recorrente que professores, independente

¹ Licenciado em Matemática e Bacharel em Ciência e Tecnologia; Universidade Federal do ABC (UFABC), São Paulo, SP, Brasil. E-mail: augusto-md@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4952-6073>

da escola ou do motivo, acabem reproduzindo aulas meramente expositivas restritas a cada tópico.

Com objetivo de articular diversas das sugestões metodológicas contidas na BNCC, este projeto didático foi construído para transformar o conteúdo do 6º Ano de Divisibilidade e o ensino dos Critérios de Divisibilidade em uma sequência contextualizada e interativa, distanciando-se da corriqueira exposição de algoritmos e regras. Para tanto, escolheu-se associar os recursos: História da Matemática; Resolução de Problemas; Materiais Manipuláveis e Animações Digitais.

Fundamentação Teórica

Bazzo (2003) argumenta que é comum que as ciências, incluindo a Matemática, se mostrem disciplinas distantes e dissociadas de usos diretos na vida em sociedade. Tal autor enuncia diversas construções deturpadas da ciência que são apresentadas aos alunos. Entre elas, destaca-se a visão aproblemática e ahistórica, que trazem a ciência como certa e acabada, ocultando os processos de descobrimento e reformulações que são inerentes à sua construção. Uma forma de se combater esta sensação de distância e hermetismo é a interdisciplinaridade, através suas diversas ferramentas de contextualização.

Específico em relação à Matemática, Miguel (1997) reúne diversos argumentos, alguns utilizados há vários séculos, a favor do ensino da disciplina através de seu passado. A História é considerada um instrumento que possibilita a “desmistificação da Matemática e desalienação de seu ensino”, sendo que as explicações tradicionais dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos, as frustrações e o longo caminho do desenvolvimento matemático, tendendo a apresentar um conhecimento formal acabado. Neste sentido, a História da Matemática evidencia o esforço das pessoas ao longo do tempo para superar problemas, incentivando nos discentes seu próprio pensamento independente e crítico.

Mais atualmente, Saito (2012), sugere uma interface entre História e Matemática, relacionando de forma interdisciplinar historiadores e matemáticos. No processo de ensino, incidiria uma análise lógico-histórica da Matemática, sob cuja perspectiva é possível recriar os processos pelos quais passaram conceitos em seu desenvolvimento, em contraste com a simples apresentação do conhecimento em seu estágio atual ou de biografias de matemáticos, comuns em livros didáticos. Tal empreendimento permitiria conhecer a

História mais de perto, uma vez que, conforme mostra Roque (2012), foram os muitos esforços para a resolução de problemas que moldaram o conhecimento matemático.

Devido a esta importância histórica, uma metodologia que se baseie em problemas emerge naturalmente do processo de contextualização na História da Matemática. Tendo sua proeminência como método didático desde George Poyla (1945), a Resolução de Problemas é reconhecida mundialmente, tendo sido resgatada como processo heurístico. Algumas décadas depois o autor espanhol Pozo (1989) apontou a diferença entre problemas e exercícios, colocando que os primeiros exigem reflexões e tomadas de decisão, enquanto os segundos não passariam de aplicações rotineiras de habilidades internalizadas pela repetição.

Conforme Onuchic e Allevato (2011), em 1980 nos EUA já se publicava um documento através do *National Council of Teachers of Mathematics* recomendando o método, tendo sua importância cada vez mais evidenciada após os anos 2000. No Brasil, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (2000) a Resolução de Problemas se encontra elencada entre as metodologias sugeridas, com a recomendação de que problemas sejam um eixo organizador do ensino: desenvolve-se conteúdo a partir deles, em vez de torna-los aplicações do conteúdo estudado. Onuchic e Allevato (2011) argumentam ainda que a metodologia tem a capacidade de melhorar a confiança e a autoestima dos alunos no fazer matemático, uma vez que por conta própria chegam a soluções e concluem que o raciocínio faz sentido.

Tendo estas diversas recomendações do método como base, decidiu-se utilizar da Resolução de Problemas encadeada à História da Matemática, almejando assim que os alunos resolvessem problemas contextualizados historicamente através das metodologias condizentes. Para tanto, a proposta foi organizada tendo problemas como guia do itinerário dos alunos pelos conceitos, sendo que suas conclusões e a discussão em plenária fechariam o conteúdo. Procurou-se fazer com que a História da Matemática, por sua vez, fosse ressaltada tornando evidente sua interação com o saber científico, de maneira a não deixar a impressão de que a História é mera “nota de rodapé”, extra ou curiosidade em relação ao principal, que seria a Matemática. As dúvidas e especulações inerentes ao saber histórico foram também expressas, almejando romper com a imagem estática que tende a permear tanto a visão científica quanto a histórica.

Procedimentos Metodológicos

Objetivando colher os benefícios da contextualização dentro da História da Matemática, as duas aulas iniciais foram tematizadas em torno da conjuntura Pitagórica. Para o caminhar da aula, procurou-se considerar e discutir o conhecimento prévio dos integrantes da turma, visando estabelecer um clima de conversa aberta e cordial. Tal método que visa mitigar a dicotomia entre professor e aluno, evitando que a aula se torne uma mera palestra do “docente que tudo sabe”, é conhecido como “exposição dialogada” (ANASTASIOU E ALVES, 2009). Um de seus objetivos é permitir que o aluno se sinta confortável em fazer suas colocações, melhorando a interação da turma com o professor.

Com efeito, ainda, a consideração das percepções e reflexões prévias do estudante é entendida como um fator importante para a aprendizagem significativa, conforme a teoria cognitiva de Ausubel (2003). Portanto, este momento inicial foi idealizado como uma conversa em que, além de contextualizar os alunos na atividade, também os professores se situariam em seus conhecimentos prévios, articulando-os para fomentar a discussão.

Para a segunda parte, utilizou-se a resolução de problemas como alicerce organizador da atividade. Segundo argumentam Onuchic e Allevato (2011), conquanto não exista padrão rígido para se trabalhar com resolução de problemas, existem procedimentos que são recomendados. A entrega de atividade a grupos; o registro dos resultados; a discussão em plenária e a análise com formalização são sugestões metodológicas que foram acatadas nesta experiência didática.

Os problemas, ainda, foram construídos de maneira a não requisitar diretamente um raciocínio abstrato, privilegiando o pensamento concreto através de materiais manipuláveis. Lorenzato (2006) argumenta que o uso de tais objetos carrega um aspecto lúdico que é capaz de auxiliar na comunicação e no desenvolvimento social do aluno, incentivando seu interesse. A visualidade ostenta ainda, conforme Roque (2012), um lugar de destaque no pensamento matemático antigo, em especial no pitagórico – se adequando bem à premissa de contextualização histórica vislumbrada pela atividade.

Na terceira aula da sequência, apoiou-se novamente sobre a representação visual para esboçar, desta vez, representações difíceis de se reproduzir somente com o material físico. Com este objetivo, foram empregadas animações digitais – recurso também atualmente relevante dado sua possibilidade de expressar aquilo que não é tão visível em imagens estáticas (SANDERSON, 2021).

Por último, foi aplicada uma coletânea de exercícios a ser resolvida individualmente pelos alunos, almejando incentivar a compreensão do conteúdo através de diferentes aplicações e representações, entre elas do conceito abstrato. Tal expansão da compreensão do aluno como um procedimento geral aplicável a diversas práticas faz parte também, segundo Coll e Valls (1998), da aprendizagem efetiva de um procedimento, neste caso relativo à divisibilidade.

Relato de Experiência

O projeto foi realizado em uma escola privada de São Paulo com o auxílio da professora titular das turmas. Cada uma das cinco salas do 6º Ano do Ensino Fundamental possuía em torno de 20 alunos de aproximadamente 11 anos. Quatro aulas semanais de 45 minutos cada foram aproveitadas integralmente para a aplicação da sequência didática. Separamos as aulas conforme as etapas anteriormente descritas: (a) Conversa sobre História da Matemática; (b) Atividade com Material Manipulável; (c) Critérios de Divisibilidade e (d) Exercícios. O itinerário se encontra apresentado no quadro a seguir:

Atividades	Objetivo	Metodologia e Recursos
1.Introdução: História da Matemática – os Pitagóricos	Fornecer uma contextualização histórica da Matemática Grega, compreendendo suas peculiaridades metodológicas e inserção cultural	Exposição dialogada e animações digitais
2. Divisibilidade com Números Figurados	Levar os alunos a compreenderem visualmente a divisibilidade através de um raciocínio análogo ao dos pitagóricos	Uso de fichas de diferentes cores como material manipulável; animações digitais
3. Critérios de Divisibilidade com Números Figurados	Expandir o raciocínio figurado para projeções figuradas abstratas, delineando os critérios de divisibilidade	Exposição dialogada e animações digitais
4.Fechamento: Exercícios	Exercitar os conteúdos e procedimentos aprendidos em situações diversas	Trabalho individual

Quadro 1 – Sumário da Sequência Didática

Exatamente como orientado pela BNCC (BRASIL, 2018), as turmas do 6º Ano do Ensino Fundamental às quais o projeto foi direcionado já haviam no início do ano exercitado a habilidade EF06MA02, que se refere à capacidade de compreender o sistema de numeração decimal em contraste com demais sistemas já experimentados pela humanidade.

Norteando-se pelos referenciais expostos, decidimos apresentar a aula sob o formato de *slides*, com a intenção de capturar a atenção dos discentes através de imagens e representações animadas. Guiamos a comunicação dialogando com o aspecto da História.

“Agora é aula de Matemática, não Geografia” – argumentou uma aluna imediatamente, diante do mapa do segundo *slide*. De fato, a ideia principal foi tornar a primeira aula uma grande conversa sobre o que se lembravam de História Antiga. “Quais civilizações antigas inventaram formas de escrita e contagem próprias?”. Através de perguntas e dicas do professor, foram relembando, e em alguns casos construindo, conhecimentos tácitos sobre a escrita e práticas das civilizações ancestrais. A Figura 1 lista alguns exemplos de slides de imagens e animações.



Figura 1 – Exemplos de telas do início da apresentação. A versão completa está em domínio público e pode ser acessada pelo link que consta na seção Anexo, retendo suas animações e funcionalidades originais.

Fonte: elaboração do autor.

Em sintonia com a proposta de interface entre História e Matemática, faço um pequeno círculo em torno da Grécia e inquiri: qual civilização lá habitou? Apesar de serem questões inesperadas, interações com perguntas que forçaram a memória foram benéficas para a aceitação da aula, formando um diálogo ao demandar a voz do estudante. A seguir, sem carecer de imagens e requisitando dos estudantes suas próprias conjecturas e ideias, apresento brevemente a vida de Pitágoras.

Principalmente acompanhando Roque (2012) e Heath (1921), me preocupei em trazer discussões historiográficas, elencando uma análise do discurso. Por exemplo, ao apresentar-lhes um trecho de *A Vida Pitagórica* de Jâmblico (245 – 325 EC), questiono: será que um homem que viveu 700 anos depois de Pitágoras poderia descrever sua vida com tanta precisão, apesar de seus antecessores não o terem feito? Tal noção é parte do argumento trazido por Roque de que, conforme estudos atuais, Pitágoras pode nem sequer ter existido.

Assim como a Ciência e a Matemática, a História mantém-se em perene descobrimento, em contraste com a visão tradicional de lonjura e imutabilidade. Almejei

expor aos alunos tais disciplinas mesmo em suas facetas fluidas e erráticas. Tendo em vista Pitágoras, do pouco consenso que temos, concorda-se apenas em relação a existência do grupo “Pitagóricos”, seita bem descrita também por famosas obras da arte. Aos alunos foram apresentadas obras como *A Escola de Atenas* (1511) do renascentista Rafael, *Os Pitagóricos Celebram o Alvorecer* (1869) do realista Fyodor Bronnikov, e uma ilustração do livro *Theorica musicae* (1492) do músico Franchinus Gaffurius para ilustrar, respectivamente, aspectos educacionais, filosóficos e matemáticos da doutrina, explicáveis comparando-a à religião e aos costumes gregos.

De maneira coerente, para introduzir o sistema planetário pitagórico, uma indagação destacada foi: “na Idade Média, acreditavam que a Terra girava em torno do Sol ou o Sol em torno da Terra?”. Embora tendo a maioria acertado a pergunta, a seguinte foi de resposta mais difícil - “a Idade Média veio antes ou depois da Grécia Antiga?”. Mesmo que inserido em um contexto de História da Matemática, tal dificuldade exprime uma deficiência comum na disciplina de História que, a este exemplo, pode ser combatida e atenuada pela ação conjunta e interdisciplinar de professores, formando a referida interface entre as disciplinas.

Posteriormente, a partir de análises de aspectos musicais, astronômicos e filosóficos da realidade, mostro como se coloca a grande questão pitagórica, conforme lembrada por Aristóteles: “O que existe em comum entre todas as coisas do Universo?”. Ao direcionar este questionamento aos estudantes, fui surpreendido por uma profícua discussão acerca de tópicos atuais da ciência: átomo, massa, *Big Bang*... em uma única sala somente, um aluno expressou a máxima da doutrina: “tudo pode ser contado”.

Diante deste momento, principiando pela teogonia pitagórica, introduzi a forma como resumiam o Universo ao estudo da Matemática. Estudo o qual, segundo Heath (1921) e Roque (2012), era no geral feito através da aritmética de números figurados (Figura 2).



Figura 2 – Exemplos de números figurados, objetos de contagem dispostos conforme figuras geométricas.

Fonte: elaboração do autor.

Utilizando pedrinhas, os pitagóricos estudaram desde propriedades aritméticas até sequências numéricas. Concentrei-me no conceito de divisibilidade, que figuradamente pode ser expresso pela capacidade de se formar retângulos a partir de carreiras de pedrinhas.

Segundo Heath (1921), arranjos como o da Figura 3 eram conhecidos como *números alongados*, em contraste com os números primos, chamados de *lineares* devido a não formarem retângulos. Com a intenção de que os alunos alcançassem uma compreensão visual similar a dos pitagóricos, a segunda aula contou com o uso do material manipulável, cujo objetivo era recriar a maneira pitagórica de explorar a aritmética e estudar divisores.

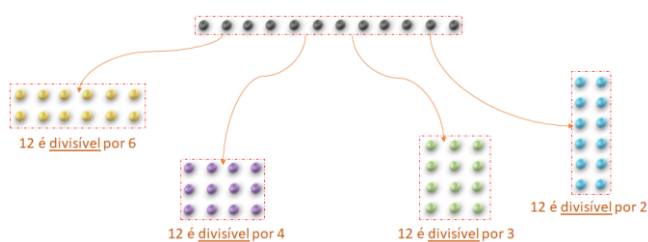


Figura 3 – Exemplo presente nos *slides*: os divisores de 12 como entendidos pelos pitagóricos.

Fonte: elaboração do autor.

A história da doutrina, em sua qualidade inseparável da Matemática, se relaciona com seus aspectos conceituais. Dividir em partes iguais, por exemplo, era descrito como uma forma de Justiça, já que confere a cada parte o que lhe é devido; o quociente de um número por 1 resultar no próprio número era relacionado à ideia pitagórica do Um como ser primitivo, que em vez de ser considerado número, era dito a medida de todas as coisas; a ideia primordial de paridade poderia ser vista pela disposição em números alongados compostos por duas fileiras. Cada conceito foi explicado utilizando imagens ou animações, de forma que visualizassem bolinhas formando, por exemplo, figuras a partir de linhas.

Mas para além de visualizar, na aula seguinte muni-os de conjuntos de fichas de diferentes cores, os separei em grupos de cinco e orientei que cada um mostrasse à moda pitagórica (i) os divisores de um número fornecido pelo professor, seguindo o exemplo da Figura 3; (ii) os não divisores de outro número dado (retângulos incompletos) e (iii) a resolução de problemas acerca de resto. A atividade transcorreu com grande animação, já que tradicionalmente são raras as ocasiões que permitem interagir com materiais diferentes. A Figura 4 ilustra resultados da atividade de acordo com os números da questão.

Nas atividades (i) e (ii) foram oferecidos números diferentes para cada grupo. Em cada sala, um dos grupos sempre recebia um número primo e outro um número quadrado

perfeito, com a intenção de suscitar reflexões de antemão sobre o que seria discutido logo após em plenária. Conforme representado na foto superior da Figura 4, a atividade (iii) requisitava a montagem de cinco números dados como retângulos figurados, divididos em partes de 4. A seguir, os alunos deveriam investigar visualmente quais números somados resultavam em um múltiplo de 4, e por qual motivo. A resposta é que, figuradamente, eles “encaixam” como na parte direita da Figura 4. Pedia-se aos alunos que relacionassem o fato com o conhecido conceito de resto e, para finalizar, tentassem explicar com suas palavras o que dois números quaisquer precisam ter de especial para que ao serem somados resultem em um número divisível por 4. Dado a proficiência anteriormente adquirida com números representados visualmente, a grande maioria dos grupos conseguiu inferir ser devido ao “encaixe” do 15 com o 9. Para que se fizesse a relação com a soma dos restos foi necessário, em alguns grupos, lembrá-los da definição do conceito em si, dado que a pergunta soou um pouco críptica a alguns, não ficando claro se tratar da “sobra de uma divisão”.



Figura 4 – Resultados diversos das atividades com as fichas coloridas.

Fonte: trabalhos em sala de aula.

Ao final da segunda aula e ao início da terceira, procurou-se discutir o descoberto por cada grupo em plenária, enfatizando a relação com as ideias de divisor e resto, essenciais para a continuação do conteúdo, bem como revisar a ideia de numeração decimal.

O debatido na terceira aula se tratou de aplicações da visualidade a conceitos anteriormente desenvolvidos com a representação decimal. Sendo os critérios de

divisibilidade normalmente expostos apenas como “regras”, vislumbrei no pictórico uma maneira de não apenas transmitir, mas também de explicar visualmente seus fundamentos.

Por exemplo: como nosso sistema de numeração é decimal, dado um número qualquer, todos os algarismos de sua representação exceto a unidade consistem de partes de 10. A partir da já trabalhada habilidade de discernir o significado de cada algarismo pela posição, fez-se a inferência de que para ser divisível por 10 deve possuir zero na unidade, pois do contrário teríamos unidades sozinhas além das partes de 10, o que caracteriza resto.

Explicar as regras do 2 e do 5 se torna análogo por serem divisores da base do sistema. Utilizando o auxílio da decomposição em ordens, mostra-se que estes dois critérios igualmente só se ocupam das unidades, já que as demais ordens serão sempre divisíveis.

Como na Figura 5, juntamente das animações, requisitou-se a participação dos alunos com suas observações e deduções, guiando a aula pela forma que os alunos relacionavam seu conhecimento prévio com o estudo figurado das aulas anteriores.

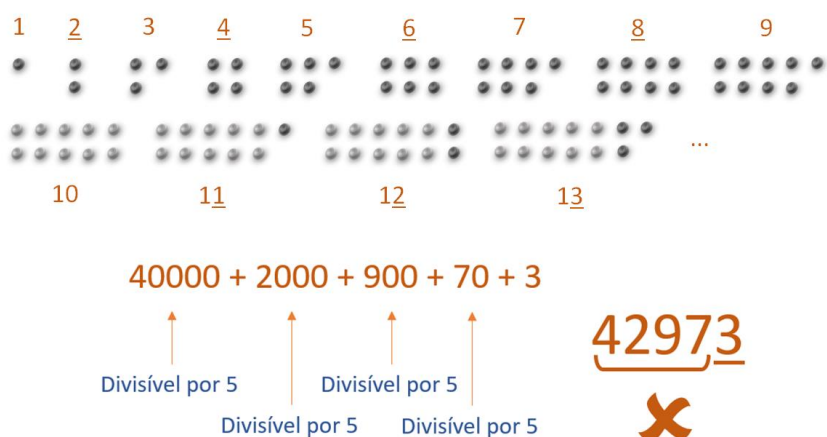


Figura 5 – Representação pictórica da divisibilidade por 2 através da visualização de pares e ímpares em números alongados (acima); uso da decomposição em ordens para explicar a divisibilidade por 5 (abaixo).

Fonte: elaborado pelo autor.

As regras por 4 e 8 são bem similares, já que basta mostrar que, no primeiro caso, apenas as ordens acima da dezena são divisíveis por 4 (100, 1000, 10000...) e apenas as acima da centena são divisíveis por 8 (1000, 10000, 100000...). Figuradamente, tais números podem ser divididos em partes de 4 ou 8. O desafio, contudo, consistia em explicar as regras do 3 e do 9, normalmente expressas em livros de aritmética superior somente com o uso de álgebra formal (por exemplo, em *Números, uma Introdução à Matemática* de Milies (2006)).

A Figura 6 ilustra uma possível representação. As bolinhas pretas indicam que o resto de 10 por 3 é 1: portanto podemos contar quantos restos 1 temos no total apenas contando o

número de dezenas. Por exemplo: em 30, temos 3 restos 1, pois há 3 dezenas. Em 60, temos 6 restos 1. Em 90, 9 restos 1. Por isso, para sabermos se 57 é divisível por 3, basta ver o número de unidades e somar com o número de restos 1 que temos da dezena: $7 + 5 = 12$. Logo, é divisível por 3, pois mesmo todas estas unidades soltas, ao se juntarem, formam 12: um número divisível por três. Notando que o restante de cada dezena eram partes de 9, divisíveis por 3, concluímos que a união de tudo também vem em partes de 3, logo $3|57$.

Um raciocínio similar descreve a centena, já que cada centena tem resto 1 por 3. Por conseguinte, o algarismo das centenas representa também um número de unidades sozinhas. Juntando o da centena, o das dezenas e o das unidades, basta ver se o resultado é ou não divisível por 3. É simples explicar porque todas as ordens seguintes têm resto 1, visualizando quadrados figurados como o do 100 na Figura 6. Isto posto, o critério por 9 é de visualização ainda mais elementar dado seu imediato resto 1 por 10.

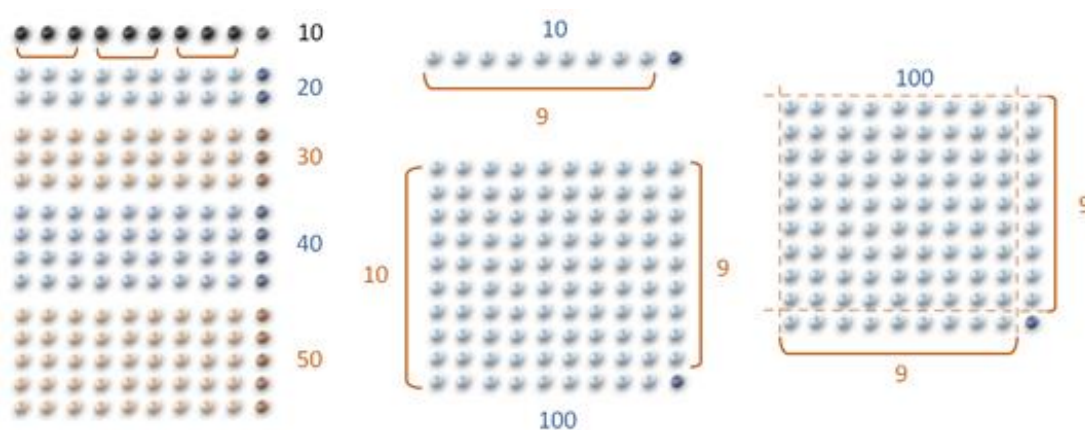


Figura 6 – Números figurados representando o critério de divisibilidade por 3 e por 9.

Fonte: elaborado pelo autor.

Estas e todas as demais regras foram elucidadas usando animações, antes ainda sempre requisitando aos alunos que compartilhassem suas ideias e pensamentos. Uma vez que entenderam critérios como o do 2 se tornava simples imaginar o do 5, assim como o do 9 em relação ao do 3. Seguido à apresentação de cada critério, apresentei diversos números à sala para que de imediato treinassem sua aplicação prática.

A última aula consistiu em um questionário desafio de oito questões: três exercitando o raciocínio pictórico, três para o raciocínio aritmético e duas conceituais. Os problemas eram um tanto desafiadores, almejando exercitar a argúcia dos estudantes. Com o objetivo de diversificação em relação ao contexto histórico das primeiras aulas, os desafios trouxeram situações mais sortidas baseadas em objetos do dia-a-dia. Não era esperado deles um

resultado excepcional, e sim um bom empenho e trabalho mental. Todo o necessário para resolvê-las foi abordado durante a atividade com as fichas e nas animações nos *slides*.

As questões que resultaram em mais erros foram, conforme esperado, aquelas que exigiam algum raciocínio abstrato. Tal resultado que enfatiza o pensamento concreto, no entanto, é esperado de crianças desta idade, conforme argumentam pensadores como Piaget (La Taille, de Oliveira, Dantas, 2019).

Uma pesquisa de opinião bem simples ainda foi feita ao final da aula, em que questionei se os alunos se preferiam que (i) o professor explicasse origem dos conceitos ou apenas regras práticas; (ii) o professor use imagens e animações ou apenas números; (iii) outros materiais além de lousa e exercícios sejam utilizados ou não. As respostas superaram 90% no sentido da primeira opção em todos os casos. O Quadro 2 traz algumas questões do desafio como exemplo.

(1) Uma pessoa, ao olhar para fora da janela do carro, viu a base de dois prédios:   Prédio A Prédio B Ela não conseguiu ver até o topo para saber quantas janelas tinha cada um. No entanto, o que ela viu basta para afirmar que: a) O número total de janelas do prédio A é divisível por 9, e o do B é divisível por 8. b) O número total de janelas do prédio A é divisível por 2, e o do B divisível por 6. c) O número total de janelas do prédio A é divisível por 4, e o do B divisível por 3. d) O número total de janelas do prédio A é divisível por 12, e o do B divisível por 8. e) O número total de janelas do prédio A é divisível por 6, e o do B divisível por 4. (7) O número 11212212111121212 é: a) Divisível por 2, 3, 4 e 6. b) Divisível por 2, 3, 5 e 6. c) Divisível por 3, 4, 8 e 9. d) Divisível por 2, 3, 4 e 9. e) Divisível por 2, 3, 6 e 9.	(2) Uma empresa que vende ovos de galinha recebe <i>containers</i> de dois fornecedores. O primeiro fornecedor envia sempre 4 <i>containers</i> com uma quantidade fixa de ovos e o segundo 6 <i>containers</i> com a mesma quantidade fixa de ovos. A empresa quer organizar os ovos em caixas como as que vemos no supermercado: vários ovos enfileirados formando um retângulo.  A partir destas informações, podemos dizer com certeza que nas caixas os ovos podem vir enfileirados em fileiras de: a) 24 b) 6 c) 10 d) 12 e) 4 (4) Considere o número de minutos que temos em cada hora. Se dividirmos tais minutos em 5 partes iguais, obtemos qual quantidade de minutos em cada parte? Em vez disso, se os dividirmos em partes de 5, obtemos quantas partes de 5? As respostas são, respectivamente: a) 12 e 10. b) 10 e 10. d) 12 e 12. e) 10 e 6. 
--	---

Quadro 2 – Exemplos de questões do desafio. Assim como os *slides*, todas podem ser acessadas no Anexo.

Fonte: elaborado pelo autor. Imagens em domínio público sob licença *Creative Commons*.

Conclusão

A recepção por parte dos alunos foi um tanto calorosa, confirmando o êxito dos objetivos inicialmente propostos dentro das abordagens escolhidas. Foram muitos os que elogiaram as animações, curiosos sobre como haviam sido feitas. A atividade com o material também foi um grande sucesso, apesar das intercorrências e dispersões de atenção comuns em alunos desta idade. As dispersões pareceram decorrentes da própria raridade do uso de materiais manipuláveis, que por serem cada vez mais incomuns conforme os estudantes se

aproximam do Ensino Médio, incentivam certo nível de euforia e brincadeiras. No entanto, a agitação foi mais benéfica do que deletéria, já que não impactou a conclusão da atividade.

Este projeto possuiu como objetivo, além de fornecer algo especial aos alunos, incentivar através do relato que o professor leitor experimente em suas próprias aulas recursos visuais, históricos, tecnológicos e materiais – especialmente quando é possível articula-los todos. O maior incentivo à ideia de explicar a origem dos critérios foi, por exemplo, minha própria curiosidade quando criança, jamais satisfeita pelos docentes da época. Acredito que os números figurados são um recurso poderoso para fixar conceitos como o de divisibilidade, além de uma porta aberta para uma interface com a disciplina da História. Enfatizo ainda, para que o professor de Matemática possa apresentar uma boa contextualização, a necessidade de um estudo mais aprofundado da História em si, dado que a interdisciplinaridade é um ponto de carência na grande maioria das formações de educadores matemáticos.

Referências

- AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.
- BAZZO, W. A. Introdução aos Estudos CTS. OEI, 2003.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: Matemática, 5a a 8a séries. Brasília: MEC/SEF, 2000.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC. 2018. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 05 ago. 2021.
- COLL, C.; VALLS, E. Aprendizagem e o Ensino de Procedimentos. In: COLL, C.; POZO, J. I; SARABIA, B.; VALLS, E. Os Conteúdos na Reforma. Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médica, p.70-118. 1998.
- DE LA TAILLE, Y.; OLIVERIA, M.K.; DANTAS, H. Piaget, Vigotski, Wallon: Teorias psicogenéticas em discussão. 28ª Edição. São Paulo: Summus Editorial, 2019
- HEATH, T., History of Greek Mathmatics. Oxford: Dover Publications, 1921.
- KUHN, T. S. The Structure of Scientific Revolutions. 50th Anniversary Edition. London: University of Chicago Press, 1962

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Orgs.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. São Paulo: Autores Associados, 2006.

MIGUEL, A. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: Argumentos Reforçadores e Questionadores. Zeteiké, Campinas, v. 5, n. 8, 1997

MILIES, C.P.; COELHO, S.P. Números: uma Introdução à Matemática. 3ª Edição. São Paulo: Edusp, 2006

ONUICHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41. 2011

POYLA, G. A Arte de Resolver Problemas. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Interciência, 1977

POZO, J. I. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. 1ª Edição. Porto Alegre: Artmed, 1998

ROQUE, T. História da Matemática. 3ª Reimpressão. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012

SAITO, F. Interface entre História da Matemática e Ensino: uma Atividade Desenvolvida com Base num Documento do Século XVI. Ciência & Educação, v. 19, n.1, p.89-111. 2013

SANDERSON, G. What Makes People Engage With Math | Grant Sanderson | TEDxBerkeley. TEDxBerkeley. Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=s_L-fp8gDzY>. Acesso em: 15 ago. 2021.

Anexo

Materiais utilizados nas aulas disponíveis em:

<https://www.dropbox.com/s/kvnyo4z8ztv4l48/Anexo%20-%20Artigo%20Crit%C3%A9rios%20de%20Divisibilidade.zip?dl=0>

Note que para a correta execução das animações e funcionalidades, é necessário baixar e abrir a apresentação utilizando o *Microsoft Power Point*.

Recebido em: 16 de agosto de 2022.

Aprovado em: 23 de setembro de 2022.