Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Maneiras convencionais e maneiras idiossincráticas de lidar com uma tarefa exploratório-investigativa de Matemática

Luciana de Souza[1]
Andréia Büttner Ciani[2]

Resumo: O presente artigo aborda a avaliação da aprendizagem em Matemática, com foco na investigação da maneira de lidar com uma tarefa exploratório-investigativa, relacionada aos conceitos de área e perímetro, com alunos de um 4º ano do Ensino Fundamental. Desenvolveu-se uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, fundamentada na análise de conteúdo. Observou-se que os alunos não forneceram uma resposta final correta. Porém, ao avaliar a aprendizagem por meio da análise de suas produções escritas, foram colhidas evidências que eles compreenderam o conceito de área e a noção da unidade de medida do perímetro. A análise orientou a realização de intervenções para a aprendizagem dos discentes e, durante as ações, emergiram questões não previstas, as quais reorientaram a prática docente. Conclui-se que a combinação de tarefas exploratório-investigativas com a análise da produção escrita possibilitou a avaliação da aprendizagem e para a aprendizagem, aliada ao respeito à maneira peculiar de cada aluno lidar com os enunciados.

Palavras-chave: Tarefas exploratório-investigativas. Análise da produção escrita. Avaliação como prática de investigação. Avaliação da aprendizagem em Matemática. Área e perímetro.

Conventional and idiosyncratic ways of dealing with an exploratory-investigative task

Abstract: This article addresses the assessment of learning in Mathematics, focusing on investigating how to deal with an exploratory-investigative task, related to the concepts of area and perimeter, with students in the 4th year of Elementary School. Qualitative research was developed, with an interpretative nature, based on content analysis. It was observed that the students did not provide a correct final answer. However, when assessing learning through the analysis of their written productions, evidence was collected that they understood the concept of area and the notion of the unit of perimeter measurement. The analysis guided the implementation of interventions for student learning, and, during the actions, unforeseen issues emerged, which reoriented teaching practice. It is concluded that the combination of exploratory-investigative tasks with the analysis of written production made it enabled the assessment of learning and for learning, combined with respect for the peculiar way of each student dealing with statements.

Keywords: Exploratory-investigative tasks. Analysis of written production. Assessment as a research practice. Assessment of learning in Mathematics. Area and perimeter.

Formas convencionales y formas idiosincrásicas de abordar una tarea de investigación-exploración en Matemáticas

Resumen: Este artículo aborda la evaluación del aprendizaje en Matemática, enfocándose en investigar como afrontar una tarea exploratoria-investigativa, relacionada con los conceptos de área y perímetro, con estudiantes de 4to año de Educación Primaria. Se desarrolló una investigación cualitativa, interpretativa, basada en el análisis de contenido. Se observó que los estudiantes no dieron una respuesta final correcta. Sin embargo, al evaluar el aprendizaje a través del análisis de sus producciones escritas, se recogió evidencia de que comprendían el concepto de área y la noción de unidad de medida perimetral. El análisis guió la implementación de intervenciones para el aprendizaje de los estudiantes y, durante las acciones, surgieron imprevistos que reorientaron la práctica docente. Se concluye que la

[1] Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Unioeste, Cascavel, PR, Brasil. E-mail: luciana.ds95@hotmail.com - Orcid: https://orcid.org/000k-000w-000k-000w.
[2] Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual do Oeste do Paraná/Unioeste, Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail: andbciani@gmail.com - Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9735-6705.

eISSN 2317-904X DOI: 10.37001/emr.v28i80.3171 Recebido • 30/06/2022 | Aprovado • 24/07/2023 | Publicado • 24/09/2023

combinación de tareas exploratorias-investigativas con el análisis de la producción escrita posibilitó la evaluación del aprendizaje y del aprendizaje, combinado con el respeto a la manera peculiar de cada estudiante de abordar los enunciados.

Palabras clave: Tareas exploratorias-investigativas. Análisis de la producción escrita. La evaluación como práctica de investigación. Evaluación del aprendizaje en Matemáticas. Área y perímetro.

1 Introdução

A motivação para o desenvolvimento deste trabalho se deu a partir de inquietações no que diz respeito ao ensino de Matemática na Educação Infantil[3] e nos Anos Iniciais[4]. Nessas etapas da escolarização, é importante estimular a autonomia das crianças e promover situações que possibilitem e favoreçam a construção de seu conhecimento, sobretudo, na aprendizagem de Matemática.

Para que isso ocorra, não se deve simplesmente explanar todo o assunto a ser aprendido, deixando para os alunos apenas o papel de espectadores, reprodutores de conteúdos e resolvedores de exercícios, mas, sim, criar um ambiente propício à interação que os envolvam. Isso favorecerá que eles trilhem os caminhos que julgarem pertinentes e alcancem a aprendizagem, respeitando o tempo e a limitação de cada um.

Assim, a Investigação Matemática em sala de aula pode ser uma ferramenta adequada para a criação de um ambiente interativo, haja vista que, de acordo com essa perspectiva, deve-se enfatizar e valorizar o pensamento matemático expresso pelo estudante, estimulando a sua imaginação e autonomia, sem classificações e/ou ênfase em certo ou errado. Nesse viés, tal como indicam Viola dos Santos, Buriasco e Ciani (2008), a análise da produção escrita em Matemática revela-se como um recurso para se trilhar um caminho para conhecer múltiplos aspectos da atividade matemática dos alunos, manifestando-se como uma estratégia para implementação da avaliação como prática de investigação.

Estudos e pesquisas já desenvolvidos no interior do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) e dedicados à avaliação da aprendizagem escolar, como os realizados por Ferreira (2009); Buriasco, Ferreira e Ciani (2009) e Ferreira (2013), dentre outros, abordam a avaliação como prática de investigação da aprendizagem. Ademais, a concebem como um processo que, a partir de informações a respeito do pensamento dos estudantes, além dos resultados e do observável, a interpretação das produções e do não observável pode favorecer tomadas de decisões, gerar oportunidades para intervenções, visando

[3] Educação Infantil: Pré I e Pré II.
[4] Anos Iniciais: 1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos.

contribuir para o ensino e a aprendizagem.

O fato de as produções dos estudantes – nessa perspectiva de avaliação – não serem finalísticas (terem fim em si mesmas) pode favorecer um ambiente no qual o aluno tem liberdade para se expressar de forma responsável, assumindo suas resoluções, o que gera autonomia, fazendo-o ter confiança em suas respostas, se arriscar, argumentar, refletir e dizer o que pensa para além do que acha que o professor deseja ouvir. Busca-se, assim, o desenvolvimento de uma atitude autônoma de pensamento, valorizando a multiplicidade e originalidade das ações (Ferreira, 2013).

A análise da produção escrita de alunos é considerada um dos recursos para que a avaliação escolar seja tomada como prática de investigação. Diante das formas de comunicação e organização das ideias matemáticas em sala de aula, a escrita é o principal recurso que os professores utilizam para que os estudantes possam expressar o que sabem, necessária para mostrar uma resolução, uma forma de raciocinar, ou seja, uma maneira de lidar com os enunciados das questões.

Ferreira (2013) aponta que, assim como na alfabetização, aprender a escrever fornece suporte para aprender a ler e, na Matemática, as tarefas escritas deveriam servir de apoio para que os estudantes aprendam a ler matematicamente. A autora acrescenta que, talvez, seja pela falta de estímulo à escrita que os discentes tenham tanta dificuldade em traduzir contextos do seu dia a dia – ou de situações por eles imaginadas – para linguagem matemática, bem como utilizá-la para se expressar em outros âmbitos.

No entanto, Ferreira (2013) ressalta que, no processo de traduzir o pensamento matemático em linguagem escrita, há algumas perdas que tornam o trabalho do professor, de leitura da produção escrita, tão complexo quanto a ação de escrever do aluno. Assim, “a escrita é tão importante para a aprendizagem do aluno quanto, a leitura e análise das produções escritas são para o trabalho do professor em sua contínua formação e prática pedagógica” (Ferreira, 2013, p. 23).

A avaliação como prática de investigação não tem como finalidade classificar e excluir os alunos, mas busca a inclusão ao trazer à tona os conhecimentos de todos, ao interpretá-los, sem julgamento, de modo a regular e mediar o ensino e aprendizagem, proporcionando indicativos para a reorientação da prática pedagógica dos professores.

Considera-se, tal como Ferreira (2013), que o fato de as produções dos estudantes, nessa perspectiva de avaliação, não serem finalísticas (terem fim em si mesmas) pode favorecer um ambiente no qual o aluno tem liberdade para se expressar, assumindo suas resoluções como de sua responsabilidade, o que pode gerar autonomia, fazendo-o ter confiança em suas respostas, arriscar, argumentar, refletir, dizer o que pensa para além do que acha que o professor deseja saber. Busca-se, assim, o desenvolvimento de uma atitude autônoma de pensamento, valorizando a multiplicidade e originalidade das ações.

Dentre as formas possíveis de comunicação em sala de aula, na disciplina de Matemática, a escrita parece ser a forma mais comum, constituindo-se, quase sempre, como principal recurso que os docentes utilizam para que os alunos expressem o que sabem. Ao lidar com uma situação matemática, o registro não é apenas importante, mas necessário, dependendo da complexidade, das variáveis envolvidas, dos objetivos traçados pelo professor. Necessário como meio de organização e manutenção das ideias desenvolvidas e relevante para veicular e comunicar uma solução, uma forma de pensamento, uma maneira de lidar.

Não existe um momento específico para realizar a análise da produção escrita. É uma prática que permeia, praticamente, todo o processo de avaliação de aprendizagem, desde a seleção/elaboração dos instrumentos de avaliação, das tarefas matemáticas que comporão as provas escritas, relatórios, trabalhos. Realizar uma previsão da produção que é almejada dos estudantes também é um trabalho que cabe à análise da produção escrita. Contudo, para que a informação desejada seja provocada, é necessário que o estudante se envolva em tarefas que despertem seu interesse.

Nesse sentido, o termo “maneiras de lidar”, apresentado por Viola dos Santos (2007), caracteriza uma forma de se levar em consideração os conhecimentos revelados por meio das produções escritas dos alunos, retirando-se o foco no certo ou errado, mas focando em uma busca pelos conhecimentos de cada discente, investigando a lógica peculiar de se expressar matematicamente. Diante disso, é possível constatar maneiras convencionais, aquelas que são estratégias e procedimentos previsíveis, de uso ou de praxe, mas, por outro lado, considerar que existem as maneiras idiossincráticas, que são caracterizadas por estratégias e procedimentos diferentes, não esperados, de antemão, pelo professor.

Com o intuito de realizar investigações matemáticas em sala de aula, este estudo foi idealizado utilizando-se da análise da produção escrita como ferramenta para a avaliação como prática de investigação. A primeira autora recebeu um convite da direção e da coordenação da Escola Municipal Luiz Vianey Pereira, da rede pública municipal de Cascavel/PR, na qual trabalhava, para ministrar aulas de Matemática todas as sextas-feiras em um 4º ano do Ensino Fundamental, composto por 20 alunos, para a professora regente frequentar as aulas do mestrado. Diante dessa oportunidade, Souza (2021) aproveitou para desenvolver a sua pesquisa de mestrado, na qual elaborou seis tarefas exploratório-investigativas e analisou a produção escrita de seus alunos. Este artigo trás os resultados da análise das produções escritas de três estudantes na resolução da primeira tarefa.

Com base em experiências em sala de aula, é possível constatar que alguns alunos constroem uma falsa relação entre área e perímetro. Almejando um ensino de Matemática que contribua para os discentes não estabelecerem essa falsa relação, essa tarefa exploratório-investigativa foi idealizada. A análise da produção escrita foi realizada com base em uma avaliação da aprendizagem e para a aprendizagem, evidenciando e respeitando as maneiras idiossincráticas dos alunos lidarem com a tarefa.

2 Investigação Matemática e a análise da produção escrita

Em uma aula investigativa, o interesse parte de uma situação motivadora, a partir da qual os alunos devem justificar suas afirmações, levantando e verificando hipóteses e conjecturas, em um trabalho não necessariamente linear, até, por fim, socializar os resultados com o grupo da sala de aula. Dessa maneira, a ênfase deve ser dada no processo e não no produto final, o que vai ao encontro da perspectiva da avaliação da aprendizagem. Souza (2021) destaca que não se espera "medir" o conhecimento do estudante, mas compreender a maneira que este aborda uma determinada tarefa; quais conhecimentos ele mobiliza na sua resolução; quais associações faz do conhecimento prévio com o enunciado, evitando as adjetivações e classificações.

Nessa perspectiva, Prestes (2015) afirma que deve ser dada ênfase à trajetória percorrida pelo aluno ao resolver uma tarefa e não apenas ao resultado obtido, o que corrobora a Investigação Matemática em sala de aula. Desse modo, a avaliação deixa de ser realizada apenas ao final de um ciclo, para ser realizada em todo o processo de ensino e de aprendizagem. Diante do exposto, é evidente que a perspectiva da Investigação Matemática converge para a realização de uma avaliação como prática de investigação, cujo intuito é efetivar uma avaliação para a aprendizagem. Vale ressaltar que o objetivo é realizar uma "uma avaliação que contribua efetivamente para o desenvolvimento dos alunos, bem como para a reflexão do professor sobre sua prática pedagógica" (Silva; Buriasco, 2005, p. 500).

Mas, diante de tudo que foi explanado, como saber quando a postura do aluno nas aulas de Matemática está relacionada ao enfoque investigativo? Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), o emprego de tarefas de Investigação Matemática no desenvolvimento de conceitos matemáticos requer o envolvimento do aluno como condição fundamental de aprendizagem.

Para os autores, “o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019, p. 23).

Segundo Ponte (2003), existem dois tipos de tarefas de Investigação Matemática: exploratórias e investigativas. As exploratórias, geralmente, têm uma sequência de questões conectadas, elas servem como encaminhamentos para a investigação que, de certo modo, induzem os alunos a perceberem regularidades.

Por outro lado, segundo o autor supramencionado, as tarefas de caráter investigativo normalmente não apresentam, em seu enunciado, uma questão a responder, mas sim uma situação aberta que permite a quem se propõe realizá-la explorar, propor questões, buscar respostas, levantar conjecturas, justificar, registrar, argumentar e socializar os resultados.

Fiorentini (2006) descreve as tarefas investigativas como “aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação” (Fiorentini, 2006, p. 29).

Portanto, em uma atividade investigativa:

> [...] a exploração inicial leva à proposição de questões que não estão dadas a priori. Então, tendo em vista as questões propostas por quem investiga, desencadeia-se nova etapa para a elaboração de conjecturas e seus refinamentos pela busca das validações, levando à justificação dos resultados obtidos e à consequente socialização e debate (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 63-64).

Lamonato (2011) trabalha com a Investigação Matemática e a formação de professores da Educação Infantil, fazendo uso da expressão “exploração-Investigação Matemática”, em decorrência de Fiorentini (2006), referir-se às aulas exploratório-investigativas, aquelas

> [...] que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Essas aulas, servem, geralmente, para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático. Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de exploração e problematizações. Porém, se ocorrer durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de Investigação Matemática (FIORENTINI, 2006, p. 29).

Corroborando os autores supramencionados, nesta pesquisa, utiliza-se a expressão “exploração-Investigação Matemática”, bem como tarefas “exploratório-investigativas” pelo fato de o professor não ter controle sobre o desencadeamento das aulas. Ao elaborar as tarefas, almeja-se que seja vivenciada em sala de aula uma situação de Investigação Matemática, mas pode ser que fique restrita apenas à fase de exploração e problematização.

A fim de proporcionar um ambiente exploratório-investigativo para os alunos, foram organizados estudos e levantamentos bibliográficos para eleger um conteúdo matemático relevante para a adaptação e elaboração de tarefas. Assim, com base em vivências em sala de aula com o ensino de Matemática, é possível identificar indícios sobre uma falsa relação de proporcionalidade entre as medidas de área e perímetro de uma mesma figura geométrica.

Chappell e Thompson (1999), Baltar (1996), Baldini (2004), Barros (2006), Henriques e Silva (2009) e Silva (2009) constatam que muitos discentes do Ensino Fundamental e Médio relatam uma associação inexistente entre área e perímetro. Mais especificamente, French (2004) observou que a dificuldade em dissociar área e perímetro induz os estudantes a pensarem que essas grandezas estão ligadas, o que pode levá-los a estabelecer uma falsa relação entre elas, na qual o aumento de uma implicaria no aumento da outra.

Logo, para a adaptação e elaboração das tarefas de exploração-investigação, Souza (2021) embasou-se no estudo de Baltar (1996), que categorizou, perante quatro perspectivas distintas, a diferença entre área e perímetro, as quais são classificadas como: Topológica, enfatiza que os conceitos de área e de perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área sendo associada à superfície e, o perímetro, ao contorno; Dimensional, destaca que uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, o que traz consequências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área (bidimensional) e perímetro (unidimensional); Computacional, corresponde à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais; e Variacional, que consiste na aceitação de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, de que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

Na próxima seção, são descritos os procedimentos metodológicos utilizados para a adaptação da tarefa, sua aplicação e, posteriormente, a análise da produção escrita de três alunos, de como resolveram a tarefa exploratório-investigativa.

3 Procedimentos metodológicos

De acordo com Creswell (2014), a pesquisa qualitativa presume que o significado dado ao fenômeno é mais importante que sua quantificação. Além disso, destina-se a explicar somente o fenômeno ou o contexto em que a investigação foi realizada, sendo incapaz de generalizar os resultados para uma população ou para contextos diferentes. Neste caso, foi analisada a maneira como três alunos de um 4º ano do Ensino Fundamental lidam com uma tarefa exploratório-investigativa, durante o período que a primeira autora atuou como professora substituta.

A fim de contribuir para que os alunos desse 4º ano – vinte crianças – não estabelecessem essa falsa relação, foram criadas tarefas exploratório-investigativas baseadas nos conceitos de *área* e *perímetro*, pautadas nas quatro perspectivas descritas por Baltar (1996), com o intuito de preparar os estudantes para a perspectiva Computacional, ou seja, estarem aptos para deduzirem e compreenderem as fórmulas para o cálculo da área e do perímetro de figuras geométricas planas.

Seguindo essa linha de pensamento, a ideia foi proporcionar aos alunos a oportunidade de terem o contato com tarefas nas quais, ao fixar a medida de um perímetro para a construção de uma figura, a medida da área fosse alterada e, ao fixar a medida da área, a medida do perímetro fosse modificada. Logo, seria uma forma de vivenciarem situações em que a independência do perímetro e da área estivessem explícitas, favorecendo a discussão da inexistência de uma suposta dependência entre essas propriedades das figuras geométricas.

Schmitt (2015) apresenta uma tarefa investigativa na qual o perímetro de figuras geométricas planas era fixado e as áreas eram alteradas, indo ao encontro da ideia inicial, por isso foi adaptada, originando a primeira tarefa[5], apresentada na sequência, contendo um enunciado geral que descreve a situação a ser lidada, descrição do material, dos procedimentos e as questões que serviriam de mote para desencadear a Investigação Matemática.

Situação: Um pedreiro quer construir uma casa e tem material suficiente para as paredes do contorno da casa. Investigue o formato da casa para que ela tenha a maior área possível.

Material necessário: Barbante e papel quadriculado.

Procedimento: Cole no papel quadriculado cada pedaço de barbante de 32 cm, fazendo o contorno das figuras: 1 quadrado; 2 retângulos com formatos diferentes; 1 círculo; 1 triângulo; 1 figura diferente das anteriores. Calcule o perímetro e a área de cada figura construída e complete a tabela seguinte.

[5] Dentre seis tarefas, essa trata-se da primeira e foi trabalhada presencialmente. Após a resolução, foram recolhidas e realizadas as análises das produções escritas dos vinte alunos participantes. No entanto, Souza (2021) apresenta, aqui, apenas a análise da produção escrita de três alunos, pois somente esses devolveram o Termo de Assentimento e Consentimento Livre e Esclarecido assinado pelos responsáveis.

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Quadrado		
Retângulo 1		
Retângulo 2		
Círculo		
Triângulo		
Figura qualquer		

1) Que figura tem a maior área? 2) Que figura tem a menor área? 3) Qual retângulo tem a maior área? 4) Observando as figuras e suas áreas, que outras conclusões você pode tirar em relação ao formato da figura necessário para se obter a maior área? 5) Que figura você escolheria para a base de sua casa? Por quê? 6) O que você aprendeu sobre a área hoje? Imagine que você está explicando para um aluno do terceiro ano.

Este estudo, de cunho interpretativo, inspirou-se nas premissas da Análise de Conteúdo, a qual se caracteriza como "uma técnica de investigação que através de uma descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto das comunicações tem por finalidade a interpretação destas comunicações" (Bardin, 2016, p. 42). Visou, conforme sugerem Freitas e Janissek (2000), a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção, com a ajuda de indicadores que irão permitir tirar conclusões, obter novas informações ou completar conhecimentos por meio do exame detalhado dos dados.

As produções escritas dos alunos foram analisadas considerando tudo o que foi escrito, desenhado e representado por eles no papel, buscando ir muito além do certo ou errado, sendo que, neste artigo, são trazidas as resoluções de três alunos.

Logo, na análise, houve um olhar rigoroso para as mensagens expressas por meio de palavras ou símbolos, pois buscou-se identificar o que poderia estar por trás delas, de modo implícito, desejando explicitar de maneira sistematizada o conteúdo que pode ficar subtendido na diversidade das mensagens escritas. Segundo Bardin (2016), é um exercício de identificação do escondido, do implícito, do não aparente, com o potencial de inédito (do não dito), retido por qualquer mensagem.

4 Algumas maneiras de lidar

Neste tópico, é apresentado o modo que três alunos lidaram com a tarefa, ou seja, como eles utilizaram os seis barbantes de medida 32 cm para construir seis figuras geométricas; qual a leitura matemática que fizeram de suas construções; e como a registraram. A malha quadriculada entregue para cada um dos alunos tinha quadradinhos de lados – ou catetos – que mediam, aproximadamente, 0,65 cm, e cada diagonal – ou hipotenusa – tinha cerca de 0,92 cm[6].

A Figura 1 traz os valores nos quais foram feitas as descrições, aproximações, interpretações e inferências.

Figura 1 – Tabela da Karoline

Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	Perímetro	ÁREA
Quadrado	54	158
Retângulo 1	55	162
Retângulo 2	52	141
Círculo	32	177
Triângulo	32	146
Figura qualquer	32	165

Fonte: Acervo das autoras.

A aluna Karoline registrou valores não esperados de antemão para o perímetro do Quadrado, Retângulo 1 e Retângulo 2, sendo esses valores 54, 55 e 52, respectivamente, como pode ser observado na tabela da Figura 1. O valor esperado para o perímetro, pelas pesquisadoras, era de 32, porque cada um dos barbantes entregues para composição do contorno das figuras geométricas media 32 cm.

Analisadas as construções de Karoline, Quadrado, Retângulo 1 e Retângulo 2, foi possível constatar que fez risquinhos seguindo os quadradinhos do quadriculado no contorno dessas figuras geométricas, conforme ilustrado pelas fotos de suas produções na Figuras 2.

Figura 2 – Quadrado, Retângulo 1 e Retângulo 2 da Karoline

Fonte: Acervo das autoras.

No Quadrado da Karoline, retratado pela Figura 2, a representação e a escrita da aluna

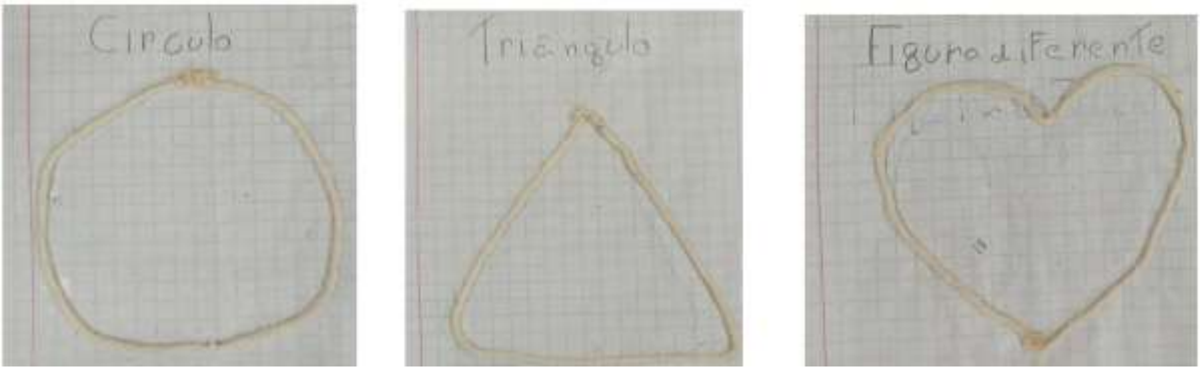
[6] Os termos *cateto* e *hipotenusa* são utilizados em toda descrição, interpretação e inferências pelas autoras. Mas cabe ressaltar que, em nenhum momento, foram mencionados pelos alunos, o que era de se esperar, uma vez que esse conteúdo é abordado somente no Ensino Fundamental II.

indicam que ela contabilizou 46 catetos (lados de quadradinhos) e 2 hipotenusas (diagonais de cada quadradinho). Assim, infere-se que a aluna desenvolveu um raciocínio similar a considerar $P_q = (46 * 0{,}65) + (2 * 0{,}92)$ cm $\Rightarrow P_q = 29{,}9 + 1{,}84$ cm $\Rightarrow P_q = 31{,}74$ cm, valor muito próximo de 32, o estimado para o perímetro desse retângulo. No Retângulo 1 da Figura 2, há 48 catetos e 1 hipotenusas, logo, a partir de sua produção, é possível inferir que $P_{r_1} = 48 * 0{,}65 + 0{,}92 \Rightarrow P_{r_1} = 32{,}12$ cm, muito próximo do valor correto do perímetro.

No contorno do Retângulo 2 da Karoline, Figura 2, é possível interpretar que ela contabilizou 48 lados (catetos) e uma diagonal (hipotenusa), logo, é possível inferir que ela realizou $P_{r_2} = 48 * 0{,}65 + 0{,}92 \Rightarrow P_{r_2} = 32{,}12$ cm sendo, também, um valor próximo ao estimado para o perímetro. Karoline, para "calcular" o perímetro dessas figuras, utilizou a estratégia de contabilizar os lados retilíneos horizontais, verticais e diagonais, por meio de tracinhos. Até esse momento, havia desconsiderado a medida de 32 cm de todos os barbantes entregues a ela.

A seguir, A Figura 3 traz fotos das construções de contorno da Karoline para o Círculo, Triângulo e a Figura Diferente.

Figura 3 – Círculo, Triângulo e Figura Qualquer da Karoline



Fonte: Acervo das autoras.

É possível observar que ela optou por nomear a Figura Qualquer como "Figura diferente" e construiu algo que parece um coração, e o que mais chama a atenção é a ausência de risquinhos como os identificados nas representações anteriores. Assim, infere-se que, para essas três últimas construções – Círculo, Triângulo e Figura Qualquer –, Karoline utilizou a medida esperada de antemão: 32 cm para todos os contornos, ou seja, perímetros.

As duas estratégias utilizadas pela Karoline evidenciam que ela utilizou, primeiramente, o lado – ou diagonal – dos quadradinhos como a mesma unidade de medida, que foi representada por tracinhos, visíveis na Figura 2. Mas quando o contorno das figuras não era mais constituído apenas por lados retilíneos, ela se viu obrigada a utilizar outra estratégia e abandonar a primeira. Assim, lançou mão da "generalização" da medida do perímetro, valendo-se da medida fornecida, 32 cm. Pode ser que, ao tentar repetir a "contagem", esforçando-se para reproduzir a estratégia anteriormente adotada e não obter êxito, teve um *insight*[7] e conseguiu compreender que o perímetro de todas eram 32 cm, pois os barbantes tinham essa medida.

Pode, ainda, ter se esquecido de trocar os valores das três primeiras figuras para os cálculos dos perímetros que utilizou a estratégia de contabilizar os lados dos quadradinhos, ou até mesmo optou em não trocar, pelo fato de compreender que, das duas maneiras, havia conseguido determinar a medida dos perímetros de todas as figuras geométricas.

Os registros de Karoline mostraram que, desde o início, mesmo não respondendo ao valor considerado correto para o perímetro das figuras geométricas, ela se valeu de uma estratégia condizente com o conceito de perímetro, pois contabilizou as unidades de comprimento do contorno das três primeiras figuras. Em seguida, modificou a estratégia e justificativa para resolver os três casos posteriores de cálculo de perímetro, pois a anterior, dos risquinhos, não era mais suficiente. Por fim, o seu conjunto de construções e resoluções forneceu indícios de que, ao construir figuras diferentes, com o mesmo comprimento de barbante, ela associou ao perímetro e percebeu que este era invariável, independente da forma da figura.

Na sequência, são apresentadas imagens produzidas por Leandro, para mostrar sua maneira peculiar de lidar com a tarefa. A Figura 4 retrata como o estudante completou a sua tabela.

Figura 4 – Tabela do Leandro

Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Quadrado	33	140
Retângulo 1	58	[illegible]
Retângulo 2	62	110
Círculo	35	221
Triângulo	43	110
Figura qualquer	52	113

Fonte: Acervo das autoras.

[7] De acordo com o dicionário eletrônico Houaiss (2009) da Língua Portuguesa, significa "clareza súbita na mente, no intelecto de um indivíduo; iluminação, estalo, luz". O dicionário ainda traz que, de acordo com a psicologia, é a "compreensão ou solução de um problema pela súbita captação mental dos elementos e relações adequados" (Houaiss, 2009).

No campo destinado para o registro do perímetro, ele não registrou nenhuma vez o número 32. Seguem suas primeiras construções, na Figura 5.

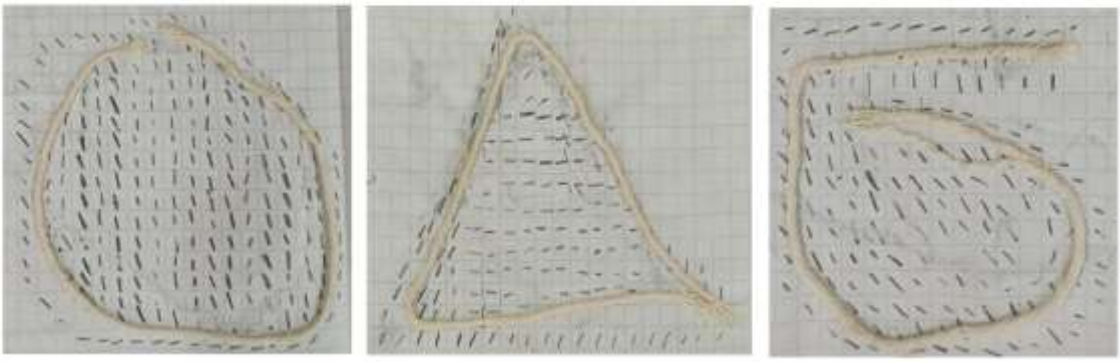
Figura 5 – Quadrado, Retângulo 1 e Retângulo 2 do Leandro

Fonte: Acervo das autoras.

Na análise do Quadrado do Leandro, Figura 5, pode-se interpretar que foram contabilizados 47 catetos e uma hipotenusa. Assim, é possível inferir que $P_q = (47 * 0{,}65) + 0{,}92 \Rightarrow P_q = 31{,}47\ \mathrm{cm}$. No Retângulo 1, Figura 5, foram identificados 44 catetos e 4 hipotenusas, logo $P_{r_1} = (44 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \Rightarrow P_{r_1} = 32{,}28$ cm. No Retângulo 2, foram contabilizados 43 catetos e 4 hipotenusas em seu contorno, assim $P_{r_2} = (43 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \Rightarrow P_{r_2} = 31{,}63$ cm.

No contorno do Círculo, foram identificados 30 catetos e 15 hipotenusas, então: $P_c = (30 * 0{,}65) + (15 * 0{,}92) \Rightarrow P_c = 33{,}3$ cm.

Figura 6 – Círculo, Triângulo e Figura Qualquer do Leandro



Fonte: Acervo das autoras.

Foram constatados 22 catetos e 20 hipotenusas no contorno do Triângulo, Figura 6. Assim, pode-se inferir que foi considerado $P_t = (22 * 0{,}65) + (20 * 0{,}92) \Rightarrow P_t = 32{,}7$ cm. No contorno da Figura Qualquer, foram contabilizados 33 catetos e 12 hipotenusas, segue que $P_{fq} = (33 * 0{,}65) + (12 * 0{,}92) \Rightarrow P_{fq} = 32{,}49$ cm.

Essa estratégia evidencia a maneira peculiar escolhida por Leandro para lidar com a tarefa, demonstrando saber como calcular o perímetro e permanecendo com a mesma estratégia para o cálculo do perímetro de todas as figuras. Além disso, fica explícito, em seus registros, que o perímetro é unidimensional (contorno), e a área é bidimensional (superfície).

A seguir, é descrita a maneira peculiar de Maria lidar com a Tarefa 1. Na figura 7, podemos observar e analisar como completou a sua tabela.

Figura 7 – Tabela da Maria

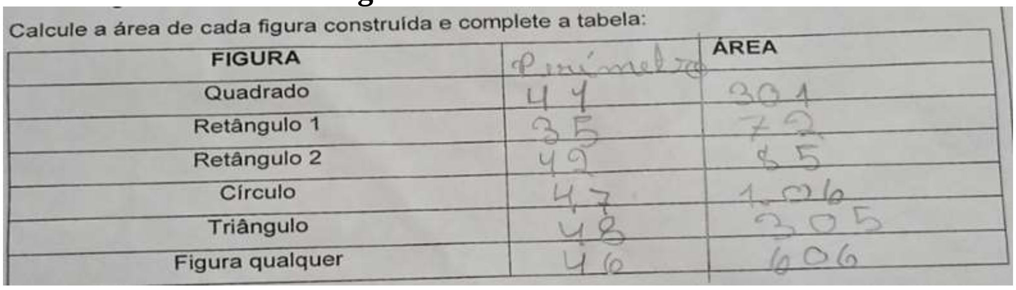
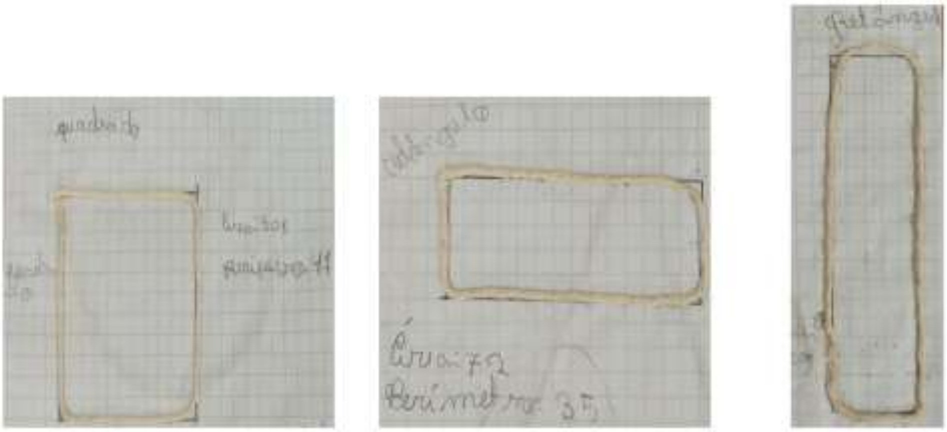

Calcule a área de cada figura construída e complete a tabela:

FIGURA	Perímetro	ÁREA
Quadrado	44	301
Retângulo 1	35	72
Retângulo 2	49	85
Círculo	47	1.016
Triângulo	48	305
Figura qualquer	46	606

Fonte: Acervo das autoras.

Ao analisar os valores dos perímetros, constata-se que todos eram diferentes de 32, ou seja, contabilizou os catetos e hipotenusas que compõem o contorno das figuras. No entanto, o perímetro do Quadrado e dos retângulos apresentavam valores inferiores. Ao analisar essas figuras, foi constatado que o Quadrado e o Retângulo 1 eram menores e coincidiam com as figuras que ela construiu usando régua, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Quadrado, Retângulo 1 e Retângulo 2 da Maria

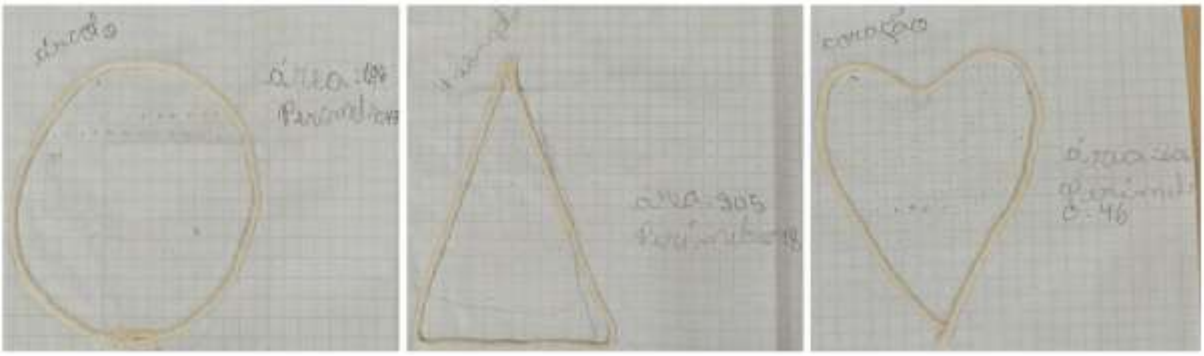


Fonte: Acervo das autoras.

Os barbantes usados para a construção desses dois retângulos estão menores daqueles que foram entregues. Uma vez que as medidas foram conferidas pela professora e pela pesquisadora, anteriormente à entrega do material, pode-se afirmar que Maria cortou os barbantes para coincidir com o desenho que fez no papel. Durante a análise, a professora e a pesquisadora mediram com régua esse barbante e verificaram que o valor do perímetro era de, aproximadamente, 27 cm. No contorno do Quadrado, foram verificados 39 catetos e três hipotenusas, logo $P_q = (39 * 0{,}65) + (3 * 0{,}92) \Rightarrow P_q = 28{,}11$ cm e pode-se observar que os valores são aproximados. Por sua vez, no contorno do Retângulo 1 da Maria, foram identificados 36 catetos e uma hipotenusa. Assim, $P_{r_1} = (36 * 0{,}65) + 0{,}92 \Rightarrow P_{r_1} = 24{,}32$ cm, ao medir com a régua o barbante, foi verificado que o valor do perímetro era de, aproximadamente, 24 cm. Mesmo não seguindo as instruções, ela demonstrou, com sua maneira peculiar de lidar com a tarefa, compreender que o perímetro é unidimensional e que sabe calculá-lo.

Apesar do perímetro do Retângulo 2 (Figura 8), registrado na tabela, Figura 7, ser menor, ao analisar a construção é possível perceber que Maria não cortou o seu barbante. As construções do Retângulo 2, Círculo e Triângulo indicam que Maria também não cortou o barbante e, durante a análise, foi identificado que a medida resultante da soma das medidas dos catetos e das hipotenusas, que compõem os seus respectivos contornos, é próxima ao valor de 32 cm.

Figura 9 – Círculo, Triângulo e Figura Qualquer da Maria



Fonte: Acervo das autoras.

O Retângulo 2 tem 46 catetos e 1 hipotenusa, ou seja, $P_{r_2} = (46 * 0{,}65) + 0{,}92 \rightarrow P_{r_2} = 30{,}82$ cm.; já o Círculo tem 23 catetos e 19 hipotenusas, todavia, $P_c = (23 * 0{,}65) + (19 * 0{,}92) \rightarrow P_c = 32{,}43$ cm ; não obstante, no Triângulo há 43 catetos e 4 hipotenusas, portanto, $P_t = (43 * 0{,}65) + (4 * 0{,}92) \rightarrow P_t = 31{,}63$ cm e, por fim, sua Figura Qualquer, um coração, possui 31 catetos e 13 hipotenusas em seu contorno: $P_{fq} = (31 * 0{,}65) + (13 * 0{,}92) \Rightarrow P_{fq} = 32{,}11$ cm.

Descritas as maneiras idiossincráticas desses três alunos lidarem com a tarefa, na próxima seção são apresentados os resultados deste estudo e, consequentemente, são feitas algumas discussões referentes a essa análise da produção escrita e apresentada a intervenção que foi realizada em sala de aula.

5 Discussão: apontamentos sobre os resultados

Essa análise contribuiu para a elaboração da segunda tarefa, também aplicada presencialmente, que depois de analisada originou a terceira tarefa e, assim, sucessivamente, até à sexta. No entanto, devido à pandemia do novo Coronavírus – Covid-19 –, a partir da segunda tarefa, elas foram enviadas de maneira remota.

Ao entregar para os alunos a tarefa, solicitando que socializassem como chegaram ao valor do perímetro das figuras construídas, imediatamente, a maioria disse que todas as figuras possuíam o mesmo perímetro porque todos os barbantes mediam 32 cm. Ao indagar se alguém pensara de forma diferente, ninguém se manifestou. Para a professora e pesquisadora ficou parecendo que não acreditavam na possibilidade de haver outras estratégias e procedimentos possíveis para tratar a situação.

Os alunos Karoline, Leandro e Maria foram questionados pela professora a respeito de como procederam para lidar com a questão. Leandro disse que havia contado os lados dos quadradinhos; os outros dois balançaram a cabeça confirmando que também haviam feito isso. Infere-se que, para chegarem a um valor de medida dos perímetros, fizeram a contagem dos quadradinhos que compõem o contorno das figuras geométricas construídas, dispostos nos lados das figuras, catetos e hipotenusas, da folha quadriculada.

Levando-se em consideração o nível de escolaridade no qual se encontravam, vale ressaltar que ainda desconheciam os termos *catetos* e *hipotenusas*, uma vez que esse conteúdo é abordado no Ensino Fundamental II [8]. Logo, essas expressões foram utilizadas, exclusivamente, pelas pesquisadoras durante as descrições, interpretações e inferências dessa pesquisa.

Durante a análise da produção escrita, foi verificado que, de fato, a estratégia da contagem dos lados dos quadradinhos leva a um valor aproximado do perímetro a 32 cm, levando-se em consideração a soma da medida de cada lado e das diagonais dos quadradinhos. É importante destacar que cada um deles fez registros diferentes, mas coerentes com as quantidades de suas construções. Isso fez com que as pesquisadoras concluíssem que não houve cópia, pois cada um contabilizou à sua maneira, constatando que o perímetro é unidimensional.

[8] Ensino Fundamental II: 6º, 7º, 8º e 9º anos.

A partir da fala do Leandro, alguns alunos se manifestaram afirmando que estavam errados. Imediatamente foram indagados pela professora: *Será? Vamos investigar?* Então, foram desafiados a usar uma régua para medir os lados dos quadradinhos do papel quadriculado, havendo muita divergência em relação aos valores. Nesse momento, constatou-se que muitos alunos não sabiam fazer uso da régua, aproveitando a circunstância para ajudá-los na utilização, além de explicar como poderiam fazê-lo.

Depois da explicação, ainda ocorreram divergências em relação aos valores por não ser um número inteiro. Com isso, houve um diálogo chegando ao consenso de que, aproximadamente, cada lado do quadradinho media 0,65 cm. Foi chamada a atenção da turma para o fato de que 0,65 é um número menor do que 1. Segue parte da conversa:

> *Professora: Quantos lados de quadradinhos você contou para determinar o perímetro do quadrado?*
>
> *Karoline: Contei 54.*
>
> *Professora: Você pode vir até aqui na frente para contarmos todos juntos?*
>
> *Karoline: Sim!*
>
> *Todos: 1, 2, 3 ... 48.*
>
> *Professora: São 48 lados de quadradinhos. Todos os lados são iguais?*
>
> *Karoline: Não, dois são maiores (estava se referindo à hipotenusa do triângulo retângulo ao dividir o quadradinho ao meio, mas ainda não conhece esse termo, pois é ensinado nos Anos Finais do Ensino Fundamental).*
>
> *Professora: Como podemos descobrir quanto medem esses dois lados?*

Alguns alunos e começaram a medir com a régua; outros, vendo os colegas manusearem o objeto, fizeram a mesma coisa. Foi difícil chegar a um consenso por envolver números decimais, mas, em diálogo, foi estabelecido que cada lado maior (hipotenusa) media, aproximadamente, 0,92 cm.

> *Professora: Sabendo a medida dos lados e diagonais dos quadradinhos que compõem o quadrado, vocês sabem determinar o perímetro do quadrado?*

Ficaram em silêncio, pensando alguns minutos, então, Leandro disse:

> *Leandro: Podemos somar.*
>
> *Alguns alunos: É verdade! Isso mesmo!*
>
> *Professora: É uma alternativa, mas é um trabalho interessante somar 48 parcelas?*
>
> *Alguns alunos: Não.*

Eduardo: Não, isso dá muito trabalho.

Professora: Como devemos proceder para essa tarefa ser menos trabalhosa?

Demorou um pouco, mas Eduardo se pronunciou:

Eduardo: Podemos multiplicar.

Professora: Multiplicar o quê?

Eduardo: 0,65 por 48.

Professora: Então todos têm o mesmo tamanho?

Todos: Não (em coro).

Professora: Então como podemos fazer?

Eduardo: Podemos multiplicar 0,65 por 46 e 0,92 por 2 e somar.

Professora: Vamos fazer isso.

No quadro, efetuou-se primeiro a multiplicação de 0,65 por 46, resultando em 29,90. Na sequência, foi explicado que o número depois da vírgula representa uma parte menor que um inteiro. No entanto, foi informado que operações com números decimais é um conteúdo que ainda aprenderão, mas que, basicamente, é efetuada a multiplicação como se os dois números fossem inteiros. Resolvida a multiplicação, foram contados quantos algarismos têm depois da vírgula (casas decimais) nos dois números multiplicados (fatores), assim, foi colocada essa quantidade de números depois da vírgula, no resultado (produto). Como o número 0,65 tem dois números depois da vírgula e, o 46, nenhum, segue que 2 + 0 = 2, por isso o resultado 29,90 tem dois números depois da vírgula (casas decimais).

Na sequência, efetuou-se, no quadro, a multiplicação de 0,92 por 2, obtendo como resultado 1,84. Aproveitando a ocasião, foi reiterado o processo descrito na multiplicação anterior. Concluídas as duas multiplicações, indagou-se aos alunos o que deveria ser feito com os valores obtidos, e alguns disseram para somar. Armada a adição no quadro, ressaltou-se que, nessa operação, o procedimento é diferente, pois é necessário colocar vírgula embaixo de vírgula para que seja adicionado inteiros com inteiros e decimais com decimais. Dessa maneira, concluiu-se que $P = (0{,}65 * 46) + (0{,}92 * 2) = 29{,}9 + 1{,}84 = 31{,}74$ cm, valor próximo ao estimado para cada barbante.

As estratégias apresentadas foram surpreendentes, não esperadas de antemão, trazendo à tona a maneira peculiar escolhida por eles para lidar com a tarefa, demonstrando saber como calcular o perímetro, generalizando em função do comprimento dos barbantes ou sem generalizar.

Aproveitou-se a oportunidade para conversar com os alunos sobre as aproximações, pois, na Matemática, nem tudo é exato e, às vezes, é necessário trabalhar com valores aproximados, fazendo-se estimativas. No entanto, na escola, geralmente, os professores priorizam situações que produzem valores exatos, com simplificações perfeitas, todavia, no cotidiano, são frequentes valores não exatos. É essencial que os indivíduos aprendam no ambiente escolar a fazer estimativas, bem como cálculo mental, para orientar e facilitar a resolução de problemas no dia a dia.

Ao analisar a descrição da explicação, depreende-se que a utilização do material dourado poderia enriquecer a abordagem das operações com números decimais, para atribuir significado a décimos e centésimos. No entanto, diante da reflexão de experiências com crianças, pode ser que o uso, sem o devido cuidado e preparo, pode confundir algumas crianças, uma vez que, para elas, é frequente fixar a ideia de que um cubinho, do material dourado, representa uma unidade, um inteiro. Talvez, uma outra forma de os introduzir à compreensão dos números decimais seria conduzi-los com a ideia de que os algarismos, à direita da vírgula, representam algo menor do que um inteiro, ou seja, pedaços de um inteiro.

Cabe ainda destacar que esta discussão com os alunos, a qual trouxe à tona a multiplicação de números decimais, envolvendo décimos e centésimos, emergiu da maneira idiossincrática dos próprios estudantes ao resolverem a tarefa, não sendo a intenção das pesquisadoras abordar tais conceitos. Todavia, constata-se que, em tarefas de exploração-investigação em sala de aula, podem emergir conceitos e conteúdos não previstos, mas decorrentes das maneiras idiossincráticas dos alunos em lidar com as tarefas.

Descritas as maneiras de lidar desses três alunos, com a tarefa exploratório-investigativa, além das intervenções em sala de aula durante a socialização dos resultados, percebe-se que essa ação contribuiu para a reorientação da prática docente, haja vista que tarefas com a perspectiva investigativa e a análise da produção escrita retiram os docentes da zona de conforto, podendo deixá-los diante de situações não esperadas.

6 Algumas considerações

A realização da análise da produção escrita dos alunos, buscando superar a tradição de se olhar pela falta e pela dicotomia do certo ou errado, não foi uma tarefa fácil. Portanto, para ser implementada em sala de aula, é necessário esforço e atenção por parte do professor, para não recair em análise pela falta, na dicotomia certo ou errado e até mesmo na comparação entre as produções escritas.

Para quem está em sala de aula, avaliar a aprendizagem dos alunos se torna uma tarefa complexa. Contudo, a avaliação da aprendizagem não deve ficar restrita a uma prova escrita, com algumas questões sobre o conteúdo abordado. Uma avaliação da aprendizagem – e para a aprendizagem – deve ser um processo contínuo, o qual se inicia no momento em que a professora aceita a sala para ministrar aulas; na escolha e preparação das tarefas; ao longo da execução das aulas; podendo se estender até a confecção de um artigo como este, uma vez que a reflexão sobre a aprendizagem daqueles alunos continua. Além disso, ela é muito subjetiva, porque cada aluno é um indivíduo singular, submerso em seu mundo particular. Portanto, até a forma de avaliar cada estudante deve ser condizente com a sua realidade.

Contudo, por vezes, alguns alunos têm defasagem em conteúdos que servem como pré-requisito para a aprendizagem dos conteúdos que estão sendo trabalhados. Desse modo, fazendo uma avaliação para a aprendizagem ou da aprendizagem como prática de investigação, é possível que o professor constate as dificuldades e seja capaz de mediá-las na construção do seu conhecimento, dentro do que estiver ao seu alcance, pois isso significa reorientar a sua prática pedagógica.

No caso desta tarefa, os alunos que lidaram de maneira peculiar, possivelmente, se a tarefa fosse corrigida de acordo com a dualidade certo ou errado, teriam errado ao fazer uso de uma maneira idiossincrática de lidar, determinando o perímetro pela contagem, uma vez que não registraram na tabela os valores esperados. Como foi realizada a análise da produção escrita como alternativa para a avaliação da aprendizagem e para a aprendizagem, foi constatado (prática de investigação) que esses discentes, apesar de não terem escrito os valores que se esperava, aparentemente compreenderam a unidade unidimensional de medida do perímetro.

Com relação à Investigação Matemática em sala de aula, esta manifesta-se como uma oportunidade para a realização da avaliação para a aprendizagem, evidenciando os caminhos trilhados pelos estudantes, revelando a eles que existem vários trajetos que podem ser percorridos, que levam à aprendizagem, e que cabe a cada um deles ter a autonomia de decidir qual mais lhe agrada.

Logo, a articulação da Investigação Matemática em sala de aula com a análise da produção escrita mostrou-se uma ferramenta para a realização da avaliação da aprendizagem e para a aprendizagem, tornando possível a avaliação como prática de investigação. Fato que ficou evidente ao valorizar e respeitar a maneira particular dos três alunos resolverem a tarefa, superando a tradição de olhar as resoluções dos estudantes pela falta, bem como a dicotomia certo ou errado.

Referências

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro:** uma sequência didática com o auxílio do software de Geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2004.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement et apprentissage de la nation d'aire de surfaces planes:** une etude de l'dissociation aire/perimetre pour dês rectangles. Tese (Doutorado) – Grenoble, França: Universidade Joseph Fourier, 1996.

BARDIN, Laurence**. Análise de conteúdo.** Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2016.

BARROS, Alexandre Luís de Souza. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos de 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. 2006. 213 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2006.

CASCAVEL (PR), Secretaria Municipal de Educação. **Currículo para Rede Pública Municipal de Ensino de Cascavel.** Cascavel: Progressiva, 2008. v. II. 391 p.

CHAPPELL, Michaele; THOMPSON Denisse. Perimeter or Area? Which measure is it? **Teaching Mathematics in the Middle School,** Reston, v. 1, n. 5, p. 20-23, Sept. 1999.

CRESWELL, John W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa:** escolhendo entre cinco abordagens. São Paulo: Editora Penso. 2014. 342 p.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves. **Enunciados de Tarefas de Matemática**: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. 2013. 121f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2013. Disponível em: http://bit.ly/teseferreira2013. Acesso em: 22 jun. 2022.

FIORENTINI, Dario. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, Dario, CRISTÓVÃO, E. M. (Org.). **Histórias e investigação de/em aulas de matemática.** Campinas: Alínea, 2006. p. 13-36.

FRENCH, Doug. **Teaching and learning geometry.** London: Continuum, 2004.

HENRIQUES, Marcílio Dias; SILVA, Amarido Melchiades de. Significados producidos por estudiantes secundarios brasileños para área de figuras planas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA, 6., 2009, Puerto Montt. **Actas**... Puerto Montt, Chile: FISEM, v.1, 2009. p. 580-585. CD-ROM.

HOUAISS, Antônio. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. CD-ROM.

LAMONATO, Maiza. **A exploração-investigação matemática:** potencialidades na formação contínua de professores. 2011. 250 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.

PONTE, João Pedro da. **Investigar, ensinar e aprender.** In: Actas do ProfMat, 2003. Lisboa: APM. CD-ROM, p. 25-39.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na**

Sala de Aula. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. 160 p.

PRESTES, Diego Barboza. **Prova em fases em Matemática:** Uma experiência no 5º ano do Ensino Fundamental. 2015. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

SILVA, Marcia Cristina Nagy. BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. **Ciência e Educação**, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 499-512, out. 2005

SILVA, João Alberto. As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 81-104, dez. 2009.

SOUZA, Luciana de. **Análise da produção escrita em tarefas de exploração-investigação matemática em um 4º ano do Ensino Fundamental.** 2021. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; BURIASCO, Regina Luzia Corio de; CIANI, Andréia Büttner. A avaliação como prática de investigação e a análise da produção escrita em matemática. **Revista de Educação Puc-Campinas**, Campinas, n. 25, p. 35-45, nov. 2008.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. **O que alunos da Escola Básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática.** 2007. 114 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2007.