Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Ensino de área de triângulo via resolução de problemas: uma experiência baseada nas cinco ações do EAMvRP

Tereza Aparecida Rozario[1]
Marcelo Carlos de Proença[2]

Resumo: O artigo tem como objetivo apresentar uma experiência de ensino sobre a área de triângulo, sob o viés do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), pautada nas cinco ações de Proença (2018). O estudo foi desenvolvido no contexto da pandemia de Covid-19, no ano de 2021, por intermédio do modelo híbrido de ensino, com alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental de um Colégio público do Norte do Paraná. Para a coleta de dados, utilizamos os registros dos alunos, feitos no caderno, bem como as gravações audiovisuais da participação dos grupos de alunos cujas aulas foram ministradas via *Google Meet*. Já a análise dos dados se desenvolveu por meio das enunciações produzidas no processo de resolução de problemas. A implementação revelou que abordar em sala de aula as cinco ações e segui-las propondo uma situação de matemática que se torne um problema para os alunos, abrindo espaço para que eles criem estratégias de resolução, permite que o professor atue como observador, incentivador e direcionador da aprendizagem. Além disso, permite que, durante e ao final das cinco ações, os alunos relacionem seus conhecimentos prévios ao novo conteúdo.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem. Resolução de problemas. Geometria. Conceito de área.

Teaching triangle area via problem solving: an experience based on the five actions of the EAMvRP

Abstract: The article aims to present a teaching experience on the area of a triangle in the view of Teaching-Learning Mathematics through Problem Solving (EAMvRP), based on the five actions of Proença (2018). The study was developed in the context of COVID-19 in the year 2021 in hybrid form with 6th grade students from a public school in the north of Paraná. For data collection, we used the students' records made in the notebook, the audiovisual recordings of the groups of students who studied at their homes made on Google Meet. The data analysis was developed through the enunciations produced in the problem-solving process. The implementation revealed that approaching the five actions in the classroom and following them by proposing a mathematical situation that becomes a problem for students, opening space for them to create a resolution strategy, allows the teacher to act as an observer, motivator, and director of learning. However, it allows students, during and at the end of the five actions, to relate their prior knowledge to the new content.

Keywords: Teaching-learning. Problem solving. Geometry. Concept of area.

Enseñanza del área triangular a través de la resolución de problemas: una experiencia basada en las cinco acciones del EAMvRP

Resumen: El artículo tiene como objetivo presentar una experiencia de enseñanza sobre el área de triángulos en el sesgo de Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática a través de la Resolución de Problemas (EAMvRP), guiada por las cinco acciones de Proença (2018). El estudio se desarrolló en el contexto del COVID-19 en el año 2021 en la forma híbrida con alumnos del 6º año de Educación Primaria de una escuela pública del norte de Paraná. Para la recolección de datos se utilizaron los

[1] Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM-PR). Professora efetiva da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná – SEED/PR. E-mail: tere.matematica@hotmail.com - Orcid: https://orcid.org/0000-0003-1104-5469.
[2] Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade de Ciências da UNESP, *campus* de Bauru-SP. Professor Associado do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Líder do Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática – GERPEM. E-mail: mcproenca@uem.br - Orcid: https://orcid.org/0000-0002-6496-4912.

eISSN 2317-904X DOI: 10.37001/emr.v28i80.3311 Recebido • 01/02/2023 | Aprovado • 19/06/2023 | Publicado • 02/09/2023

registros de los alumnos realizados en el cuaderno, las grabaciones audiovisuales de los grupos de alumnos que estudiaban en sus casas realizadas en Google Meet. El análisis de los datos se desarrolló a través de las enunciaciones producidas en el proceso de resolución de problemas. La implementación reveló que abordar las cinco acciones en el aula y seguirlas proponiendo una situación matemática que se convierta en un problema para los alumnos, dando lugar a que ellos creen una estrategia de resolución, permite al docente actuar como observador, motivador y director del aprendizaje. Sin embargo, permite a los alumnos, durante y al final de las cinco acciones, relacionar sus conocimientos previos con los nuevos contenidos.

Palabras clave: Enseñanza-aprendizaje. Resolución de problemas. Geometría. Concepto de área.

1 Introdução

O presente artigo é um recorte da dissertação de mestrado da primeira autora, que corresponde a um estudo que envolveu o ensino de geometria a alunos de 6º ano do Ensino Fundamental, a partir da abordagem do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) e da teoria do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Nessa dissertação, respondemos ao seguinte problema de pesquisa: O que revelam as enunciações produzidas no processo de Ensino-Aprendizagem de Área de Triângulo via Resolução de Problemas à luz do Modelo dos Campos Semânticos?

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) prevê que o aluno do 6.º ano do Ensino Fundamental desenvolva habilidades, por exemplo, de resolver e elaborar problemas que envolvam área de triângulos e retângulos, sem uso de fórmulas, preferencialmente provenientes de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, Lester e Cai (2016), Schoenfeld (2020) e Liljedahl e Cai (2021) indicam que a resolução de problemas, bem como a proposição de problemas, deve ser considerada no currículo da matemática escolar.

Quanto às competências gerais da Educação Básica, consta na BNCC (BRASIL, 2018) que o aluno deve desenvolver a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação, a curiosidade e a criatividade, bem como resolver problemas e criar soluções com base nos conhecimentos das diversas áreas. Para desenvolver essas competências, Proença (2018, p. 76) indica que, se o professor "[...] elaborar aulas com base no ensino via resolução de problemas, será possível contribuir para a aprendizagem dos alunos justamente por buscar valorizar seus conhecimentos prévios e suas estratégias".

Nos últimos anos, o EAMvRP de Proença (2018) vem sendo desenvolvido em sala de aula, conforme se verifica nos estudos de Sousa e Proença (2019), Rozario, Oliveira e Proença (2021), Rozario (2022), Akamine e Proença (2022) e Rozario e Proença (2022). Tais estudos foram desenvolvidos com alunos da Educação Básica, nos mais variados conteúdos matemáticos, o que possibilitou verificar que os alunos puderam discutir ideias, relembrar conceitos, bem como fazer a verificação e validação de suas estratégias e das respostas obtidas e, consequentemente, obter maior clareza de seus conhecimentos matemáticos. Com isso, esses estudos indicam a construção do conhecimento matemático, interação ativa e participação, demonstrando autonomia dos alunos e vontade de resolver o problema.

Assim sendo, o objetivo deste artigo é apresentar uma experiência de ensino sobre a área de triângulo, com alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, sob o viés do EAMvRP, com base nas suas enunciações durante a resolução de problemas. Consideramos que os triângulos são figuras de grande importância para os estudos da geometria, sobretudo os estudos a respeito de área, relacionados à temática de grandezas e medidas, o que justifica sua abordagem no ensino de Matemática.

Quanto à estrutura, organizamos o texto do artigo da seguinte maneira: apresentamos a teoria sobre a resolução de problemas e sobre o EAMvRP; em seguida, delineamos os encaminhamentos metodológicos da experiência de ensino, apresentando resultados das aprendizagens dos alunos; por fim, tecemos as considerações finais.

2 Resolução de Problemas: caracterização e condução no EAMvRP

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1998) indicam o que caracteriza um problema, no sentido de que é algo difícil para o aluno o qual deve mobilizar conhecimentos matemáticos. Em seu livro, Proença (2018) define que uma situação se torna um problema quando, ao tentar resolvê-la, a pessoa apresenta ou demonstra dificuldades. O autor ressalta que isso pode ocorrer pelo fato de a pessoa não possuir um artifício imediato para obter uma resposta e que isso depende da elaboração de uma estratégia criada pela pessoa, a qual precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos, a partir do que já sabe, para chegar a uma resposta.

Proença (2018) adota quatro etapas de resolução de problemas, a saber: *representação, planejamento, execução, monitoramento*. O Quadro 1 descreve cada uma dessas etapas.

Quadro 1: Etapas de resolução de problemas

Representação	Envolve a compreensão ou interpretação do problema na tentativa de solucioná-lo. Momento em que se realiza e se constrói uma representação de uma situação problema, podendo ocorrer de maneira mental. Para tal, a pessoa ativa o seu *conhecimento linguístico* quando há reconhecimento das palavras que aparecem no problema. O *conhecimento semântico* é ativado quando a pessoa compreende determinados termos/expressões matemáticos no enunciado do problema, por exemplo, o termo metro sendo compreendido como equivalendo a 100

	centímetros. O *conhecimento esquemático* versa o reconhecimento sobre qual conteúdo o problema se refere, de área, de função, de probabilidade etc. Se a pessoa desenvolver esses três tipos de conhecimento, ela terá condições de observar quando um problema contém informações completas ou não, caso contrário, poderá apresentar dificuldades para estabelecer uma representação adequada do problema.
Planejamento	Momento que se estabelecem as estratégias de solução para o problema, de modo que a pessoa se organiza e apresenta caminhos, a fim de obter uma solução. Essa estratégia pode ser um desenho, um gráfico, uma tabela, uma expressão, sendo que o uso deles pode ajudar a revelar habilidades que a pessoa tem para demonstrar seu raciocínio matemático.
Execução	Momento em que a pessoa executa sua estratégia, ou seja, apresenta seus cálculos, desenhos, construção de tabelas, apresentando sua habilidade e o conhecimento procedimental em relação ao pensamento lógico.
Monitoramento	Envolve dois aspectos: a verificação da resposta apresentada (avalia-se se a solução está de acordo com a pergunta e com o contexto do problema); e o ato de rever a resolução seguida (revisar o processo de resolução), o que ajuda a avaliar a habilidade da pessoa de reconstruir/refazer o que foi proposto como resolução e identificar se houve algum equívoco no processo de resolução.

Fonte: elaborado pelos autores

Uma vez entendido o que é a resolução de problemas (ser um problema e como se resolver um problema), apresentaremos a proposta de ensino escrita por Proença (2018), que indica como podemos conduzir aulas que envolvam os alunos na resolução de problemas, para que compreendam a ideia do novo conteúdo matemático a ser estudado. Trata-se da abordagem do EAMvRP, estruturado em cinco ações de ensino, que são: *escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.*

Nessa primeira ação, *escolha do problema*, o professor pode escolher ou elaborar uma situação de matemática com o intuito de introduzir um novo conteúdo, que possa se tornar um problema para o aluno. Com isso, o aluno pode apresentar uma resolução, por meio de um ou mais caminhos (desenhos/figuras, diagramas, gráficos, uma expressão etc.), a partir de conhecimentos já apreendidos, de maneira que não seja possível traçar respostas imediatas. Dessa forma, o professor deve prever possíveis estratégias de resolução, que possam partir dos conhecimentos anteriores do aluno, o que ajudará a entender o caminho escolhido pelos alunos em suas resoluções. A ideia principal dessa ação é que a situação de matemática (possível problema) permita que o professor leve seus alunos a construírem o conceito matemático que será introduzido, no sentido de estabelecer relações entre os conhecimentos matemáticos já aprendidos e o novo conhecimento.

A segunda ação, *introdução do problema*, ocorre em sala de aula, sendo que o professor apresenta a situação de matemática aos alunos, como ponto de partida, com o intuito de ensinar um novo conteúdo matemático. Preferencialmente, organiza a turma em grupos para que possam criar e discutir suas estratégias, compartilhar experiências já aprendidas, de modo que o professor tenha condições de auxiliá-los, bem como analisar e discutir as estratégias. Logo após, o professor deve entregar a situação de matemática e solicitar aos alunos que tentem resolvê-la como acharem mais conveniente, a partir de seus conhecimentos matemáticos prévios. Nesse momento, a situação de matemática pode se tornar um problema para eles.

A terceira ação, *auxílio aos alunos durante a resolução*, é decorrente da anterior e demanda o auxílio do professor, bem como o direcionamento durante a resolução da situação de matemática (agora, possivelmente, um problema), de maneira que o ele possa lidar com as dúvidas, termos desconhecidos e até mesmo com as interpretações equivocadas dos alunos. Nessa ação, o professor tem papel de observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, levando os alunos a seguirem um caminho/estratégia, proporcionando autonomia diante do processo de resolução, bem como o desenvolvimento de atitudes de motivação enquanto buscam uma solução (uma resposta) para o problema.

A quarta ação, *discussão das estratégias dos alunos*, corresponde à socialização e à exposição das estratégias utilizadas pelos grupos de alunos, no quadro de giz. O professor deve discutir com a turma as resoluções e fazer esclarecimentos e orientações a respeito de possíveis conceitos matemáticos equivocados na resolução. Nesse processo de resolução de problemas, deve-se levar os alunos a avaliarem se a estratégia de resolução adotada está de acordo com os dados mostrados na situação de matemática, como se relaciona com as estratégias dos outros grupos, levando-os a sintetizarem o que aprenderam.

Por fim, a quinta ação é a *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*. O professor, nessa ação, deve articular as estratégias dos alunos ao conteúdo a ser trabalhado. Para tal, o professor deve buscar e utilizar pontos centrais apresentados nas estratégias feitas pelos alunos para articulá-las e relacioná-las com o novo conteúdo (conceito, algoritmos ou fórmulas matemáticas). Se não for possível realizar essa articulação, o professor pode fazer a resolução do problema de maneira direta com os alunos.

3 Encaminhamento metodológico da experiência de ensino

A nossa proposta de EAMvRP para área de triângulo faz parte da dissertação de mestrado da primeira autora, sob orientação do autor deste artigo. Uma sequência didática, denominada Ensino-Aprendizagem de Área de Triângulo via Resolução de Problemas, foi elaborada e implementada pela professora-pesquisadora, em sala de aula, com duração de seis horas-aula (50 minutos cada). O estudo foi desenvolvido no contexto da pandemia de Covid-19, no ano de 2021, por meio do ensino híbrido, com 33 alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, sendo que parte deles esteve em sala de aula e outra parte acompanhou as aulas via *Google Meet* e realizou as discussões em grupos do *WhatsApp*. Ressaltamos que a escolha da referida turma se baseou no fato de que a professora-pesquisadora era a regente, e o conteúdo referente a área de triângulo faz parte do currículo, conforme estabelecem a Base Nacional Comum Curricular BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo da Rede Estadual Paranaense CREPE (PARANÁ, 2021) para o 6.º ano do Ensino Fundamental.

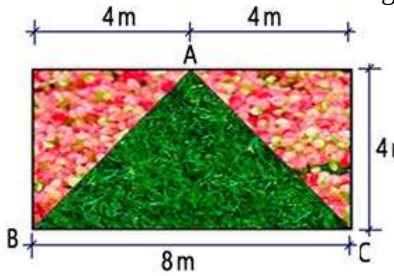
Para a coleta de dados da pesquisa de mestrado, utilizamos os registros dos alunos feitos no caderno e as gravações audiovisuais das aulas dos grupos de alunos que estudaram via *Google Meet*. Já a análise dos dados se desenvolveu por meio das enunciações produzidas no processo de resolução de problemas. Contudo, neste artigo, foram analisadas apenas as enunciações dos grupos de alunos que estiveram presentes em sala de aula. Deste modo, vamos apresentar a organização do trabalho pedagógico realizado, segundo cada ação de ensino de Proença (2018).

3.1 Escolha do problema

O Quadro 2, a seguir, mostra a situação de matemática utilizada na pesquisa, a qual foi elaborada com o intuito de ser relevante para os alunos e, portanto, contextualiza e informa-os sobre as mudanças ocorridas no colégio. Devido ao ensino remoto, consultar a internet em busca de respostas tornou-se uma prática por parte dos alunos, assim, vimos ser importante elaborarmos uma situação de matemática tendo como contexto a colocação de grama sintética em parte do canteiro do colégio, e que serviu para introduzir o conteúdo de área de triângulo. O enunciado ficou tal como está apresentado no Quadro 2, após reescritas necessárias. Na pergunta, constava o termo *área*, porém ele foi retirado e substituído pela ideia de colocar grama sintética no espaço indicado. A alteração do termo baseou-se na pesquisa de Proença (2018), com vistas a auxiliar os alunos na proposição de estratégias e evitar trazer esse termo logo no início da intervenção didática.

Quadro 1: Situação de matemática (Elaborada)

Desde 2016, o diretor do Colégio deu início à reforma de alguns ambientes, implementando o cultivo de árvores e outras plantas menores, para deixar o ambiente ainda mais agradável. Mesmo com o período pandêmico que estamos vivendo, as melhorias dos espaços comuns não pararam, então o diretor quer transformar um canteiro próximo da secretaria, sem retirar as árvores já existentes, apenas realizando uma mudança no terreno de formato retangular, visando facilitar a manutenção e o cuidado diário. O diretor pretende utilizar grama sintética e algumas floreiras e, para isso, foram tomadas as medidas do canteiro, em metros ao solicitar um projeto de paisagismo. No projeto, os pontos A, B e C representam as árvores que formam um triângulo. O paisagista sugeriu que a grama ficasse entre o triângulo e fora dele fossem colocadas as floreiras de medidas iguais, como mostra a figura abaixo.



Para a execução do serviço, primeiramente o diretor precisa fazer o orçamento da grama e da mão de obra. Sabendo que o metro quadrado de grama, já com a mão de obra inclusa, é de R$ 70,00, qual será o custo para a colocação de grama sintética no espaço indicado na figura?

Fonte: Rozario (2022, p. 52)

Com base em Proença (2018), a obtenção dessa situação acima implica apresentar uma previsão de possíveis estratégias de resolução, as quais podem ser apresentadas pelos alunos em sala de aula ou incentivadas pelo professor. Isso ajuda o professor a ter clareza sobre as formas de resolução, o que se constitui como saber docente importante, já conhecido na literatura como conhecimento do assunto da matéria (SHULMAN, 1986). Uma vez que uma estratégia corresponde ao caminho a ser seguido, os Quadros 3 e 4 mostram, respectivamente, a previsão de estratégias que podem aparecer na etapa de planejamento, as quais mobilizam o conhecimento estratégico, bem como a efetivação dessas estratégias, que mobilizam o conhecimento procedimental, na etapa de execução.

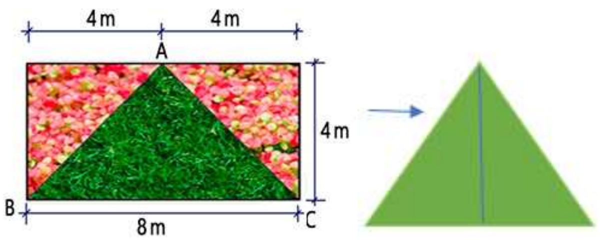
Quadro 2: Previsão de estratégias da etapa de planejamento

Conhecimento Estratégico
Estratégia 1: Por sobreposição, os alunos conseguem conferir que a soma das áreas dos dois triângulos que representam a floreira coincide com a área do triângulo que representa a grama sintética, podendo concluir que a área do triângulo do gramado é a metade da área do retângulo que representa o canteiro, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: verificar que os dois triângulos menores podem ser do mesmo tamanho do maior. 2.º passo: recortar os dois triângulos menores e sobrepor no maior para fazer a comparação dos tamanhos. 3.º passo: observar que os dois triângulos menores são do mesmo tamanho do triângulo maior, fazer os cálculos multiplicando as duas dimensões, dividir por 2 e depois multiplicar por 70,00 chegando ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética. *Estratégia 2*: Por rotação, os alunos podem visualizar e mentalmente rotacionar os triângulos representados pela floreira e verificar que os dois triângulos cobrem o triângulo representado pela grama sintética, logo é a metade da área do retângulo que representa o canteiro, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: verificar mentalmente que os dois triângulos menores podem ser do mesmo tamanho do triângulo maior. 2.º passo: visualizar que os dois triângulos menores cobrem o triângulo maior, comparando que são do mesmo tamanho. 3.º passo: observar que os dois triângulos menores têm o mesmo tamanho do triângulo maior, e fazer os cálculos multiplicando as duas dimensões, dividir por 2 e depois multiplicar por 70,00 e chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética. *Estratégia 3*: Pela malha quadriculada, como um ladrilhamento, os alunos podem utilizar a medida de uma unidade de cada quadradinho formado, de modo a concluir que a área do gramado é a metade da área do retângulo que representa o canteiro a partir da contagem das quadrículas formadas no desenho, seguindo os seguintes passos. 1.º passo: visualizar que as dimensões do retângulo são 8 cm de comprimento e 4 cm de altura/largura. 2.º passo: traçar 8 linhas na vertical, 4 linhas na horizontal formando uma malha quadriculada. 3.º passo: observar por meio das quadrículas, fazer a contagem delas bem como as partes verificando que os dois triângulos menores têm a mesma quantidade de quadrículas que o triângulo maior, ou seja, verificando que há 16 quadrículas no triângulo maior, podendo multiplicar por 70,00 e chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.

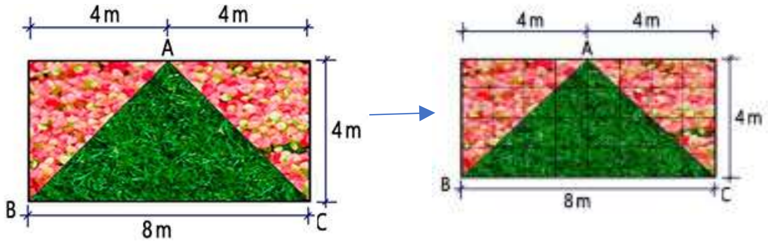
Fonte: Rozario (2022, p. 53)

Tendo as três possíveis estratégias que os alunos podem utilizar, o Quadro 4 a seguir mostra como executá-las. O conhecimento procedimental exigido é o de saber efetuar os cálculos e realizar os desenhos, tal como traçar uma malha quadriculada.

Quadro 3: Procedimentos efetuados na etapa da execução

<table>
<tr><th>Conhecimento Procedimental</th></tr>
<tr><td>
Estratégia 1: Recortando os triângulos menores e sobrepondo-os ao triângulo maior, a figura transformada pode ficar conforme a figura a seguir:


Pode multiplicar as dimensões do retângulo 8 x 4 = 32, dividir 32 : 2 = 16, multiplicar 16 x 70 = 1120,00. Chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.
Estratégia 2: Visualizando mentalmente, a figura pode se transformar assim:


Pode multiplicar as dimensões do retângulo 8 x 4 = 32, dividir 32: 2 = 16, somar 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 +70,00 + 70,00 + 70,00 + ... + 70,00 = 1120,00, e chegar ao valor a ser pago pela colocação da grama sintética.
Estratégia 3: Construindo a malha quadriculada sobre o retângulo, a figura pode se transformar da seguinte forma:


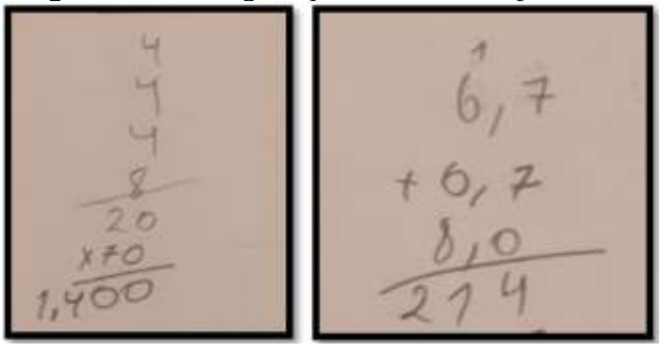
Verificando que a malha é 8 por 4, pode contar as quadrículas juntando suas partes e concluir que o triângulo maior tem 16 quadrículas e assim somar 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 + 70,00 +70,00 + 70,00 + 70,00 + ... + 70,00 = 1120,00. Logo, o valor do custo pelo serviço é R$ 1120,00.
</td></tr>
</table>

Fonte: Rozario (2022, p. 54)

3.2 Introdução do problema

No dia da aula, a professora-pesquisadora projetou, em aparelho multimídia, o arquivo em formato *Word* contendo a situação de Matemática. Cada um dos alunos presentes recebeu uma folha impressa com a referida situação. Os alunos que participaram remotamente foram incentivados a reproduzir o desenho da figura em uma folha, caso achassem conveniente. Após formarem cinco grupos, e munidos de tesoura, cola e régua (previamente solicitadas a eles), foi feita a leitura coletiva da situação de Matemática por um dos alunos. Em seguida, foi explicado que eles poderiam resolvê-la como quisessem e que deixassem registrado tudo que fizessem. Após um tempo, as seguintes dificuldades já foram identificadas: um grupo utilizou a malha quadriculada e calculou parte do custo do serviço utilizando, primeiramente, os quadrados completos e, depois, a outra parte utilizando os quadrados incompletos, porém o grupo perdeu-se nas contas e obteve o custo final incorreto; os outros quatro grupos fizeram a adição dos lados do retângulo (canteiro) e do triângulo (gramado sintético a ser colocado), não se atentando para o fato de que estavam a tratar de cobrir uma superfície, conforme ilustra a Figura 1:

Figura 1: Estratégias que utilizaram o perímetro



Fonte: Extraído de Rozario (2022, p. 69)

No primeiro cálculo, à esquerda, foram adicionadas as medidas dos lados do retângulo (canteiro), mas os alunos não consideraram a medida de um dos seus lados, a qual não estava indicada na situação de Matemática (Quadro 2). Já no segundo cálculo, à direita, foram adicionadas as medidas dos lados do triângulo correspondente ao espaço disponível para a grama sintética, contudo o valor 6,7 foi deduzido incorretamente pelo grupo, segundo uma possível medida que fizeram. Portanto, devido às dificuldades dos grupos em propor uma estratégia e o fato de não terem conseguido obter uma solução correta, identificamos que a situação de Matemática se tornou um *problema* para os alunos.

3.3 Auxílio aos alunos durante a resolução

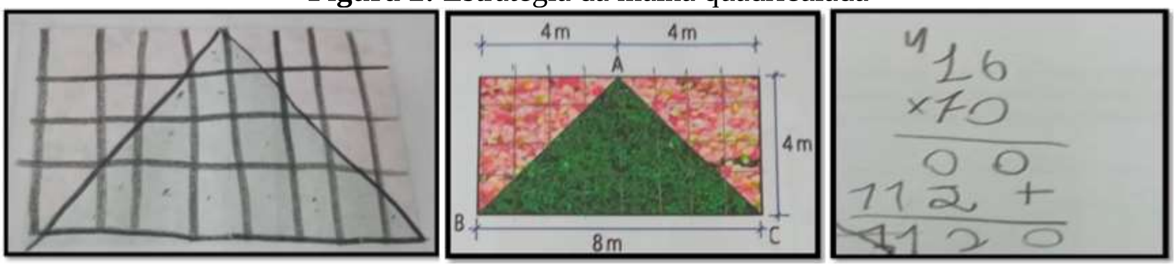
Na sequência, após *observar* essa dificuldade da maioria dos grupos, a professora-pesquisadora sugeriu que os materiais (tesoura, cola e régua) poderiam ser utilizados para ajudar a resolver o problema (*incentivadora*). Depois de um tempo, alguns questionamentos foram feitos para suscitar o debate em cada grupo, a saber: O que é a metade? O que foi dividido por 2? O que representam as medidas do canteiro? Passado mais um tempo, alguns grupos sugeriram dividir em quadrados o desenho do canteiro, relembrando o uso de ladrilhamento que haviam feito em momento escolar anterior. Diante disso, a professora-pesquisadora sugeriu-lhes seguir essa ideia e pensar em fazer uma malha quadriculada (*direcionadora*).

Do ponto de vista das etapas de resolução de problemas de Proença (2018), o nosso estudo identificou os seguintes resultados:

- *Representação*: Foi identificado que os grupos compreenderam as informações contidas no problema e a pergunta a ser respondida, exceto dois grupos que, por basearem-se no perímetro, revelaram não compreender a ideia de superfície (área) a ser coberta pela grama sintética.
- *Planejamento*: Três grupos construíram uma malha quadriculada como estratégia de resolução. Dois grupos utilizaram o perímetro do retângulo como estratégia (e nada relacionaram ao triângulo), o que se mostrou um caminho inadequado para obter a superfície do espaço a ser preenchido pelo gramado sintético.
- *Execução*: Três grupos fizeram a contagem dos quadrados obtidos pela construção da malha quadriculada e obtiveram o valor 16. Dois grupos utilizaram as medidas do canteiro que foram fornecidas (Quadro 2 e as adicionaram, obtendo o valor do perímetro do retângulo (e não do triângulo) e o multiplicaram pelo número 70,00 (valor por metro quadrado), para obter o custo da colocação do gramado sintético, o que gerou uma resposta incorreta.
- *Monitoramento*: Três grupos verificaram o valor a ser pago pela colocação da grama sintética, o que exigiu rever se a solução estava de acordo com o contexto do problema. Dois grupos verificaram se a resolução estava coerente, ou seja, a segunda parte do monitoramento que é rever a resolução seguida.

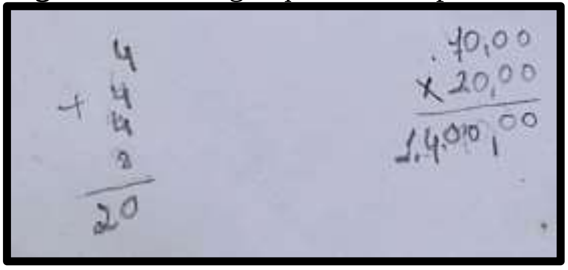
As Figuras 2 e 3 mostram, respectivamente, um exemplo de um grupo que utilizou a malha quadriculada adequadamente e outro que utilizou o perímetro como estratégia inadequada.

Figura 2: Estratégia da malha quadriculada



Fonte: Extraído de Rozario (2022, p. 78-80)

Figura 3: Estratégia que utilizou perímetro



Fonte: Extraído de Rozario (2022, p. 86)

A Figura 2 mostra que o grupo fez um rascunho da malha quadriculada, em papel, depois a fez no desenho do canteiro e, em seguida, realizou o cálculo do custo. Já a Figura 3 mostra que o grupo utilizou as medidas fornecidas para apenas adicioná-las e depois calcular o custo. Destacamos que, além desse erro, os alunos do segundo exemplo não utilizaram a medida de um dos lados do canteiro, a qual não havia sido mostrada no desenho (Quadro 2).

3.4 Discussão das estratégias dos alunos

Na aula seguinte, as resoluções dos grupos foram projetadas para a turma, pelo uso do recurso multimídia. De início, os alunos ficaram envergonhados por terem que explicar aos demais colegas como resolveram o problema, porém acabaram superando esse desafio. As explicações revelaram justamente os resultados em cada etapa de resolução de problemas, conforme descrito na ação de auxílio aos alunos. De forma específica, esses resultados confirmaram o uso de estratégias adequadas por três grupos, a partir de seus conhecimentos, estratégico (malha quadriculada) e procedimental (contar os quadrados). Por outro lado, os resultados também mostraram que dois grupos utilizaram, erroneamente, o perímetro como estratégia. Para Proença (2018), quando os alunos apresentam um caminho equivocado na resolução, é porque os conceitos matemáticos ainda não foram compreendidos por eles. Durante as discussões, estes dois grupos revelaram, de início, dificuldades para entender essa maneira de contar os quadrados e obter o total que cobriria a superfície do triângulo, mas as explicações estabelecidas os levaram à compreensão.

3.5 Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

Na sequência da aula anterior, o foco foi realizar a articulação das estratégias dos alunos ao novo conteúdo (área de triângulo), tendo em vista adotar como referência algum ponto central da estratégia da malha quadriculada. Como um ponto central dessa estratégia é a ideia de que a área do triângulo (local do gramado sintético) é metade da área do retângulo (canteiro), foi feito o seguinte questionamento: “As 16 quadrículas que compõem o triângulo, que é o espaço reservado para a grama, é quanto das 32 quadrículas?” (Rozario, 2022, p. 107). Os alunos disseram corretamente que correspondia à metade. Em seguida, questionamentos sobre a quantidade de linhas e colunas foram feitos, os quais também envolveram outro ponto central, que podemos resumir na seguinte pergunta: Quantas linhas e colunas há na figura? Também se obteve a resposta adequada: tem 4 linhas e 8 colunas.

Diante disso, foi dito aos alunos que a obtenção da área do triângulo pode ser escrita assim: (número de colunas x número de linhas) / 2 = área do gramado. Indagando-os sobre os valores e substituindo-os nessa escrita, verificaram que: Gramado = 8x4/2 = 32/2 = 16. Em seguida, foi perguntado aos alunos se no lugar dessa escrita poderiam colocar letras. A resposta foi dita diretamente que a letra *c* seria para o comprimento e a letra *l* para a largura. A expressão foi “Gramado = c.l / 2”, de modo que houve a substituição dos valores para mostrar o resultado da área do triângulo. Para concluir a resolução, foi calculado o valor do custo da colocação da grama sintética: 70,00 x 16 = 1120,00, que revela que o custo foi de R$ 1.120,00.

Para finalizar essa articulação, foi perguntado aos alunos o que aconteceria se toda a região delimitada pelo triângulo fosse preenchida com grama sintética. A resposta de alguns deles foi que a grama cobriria todo o espaço do triângulo. Com isso, foi-lhes explicado que cobrir essa região com a grama corresponderia a obter a área dessa região. Dessa forma, concluímos que o cálculo da área desse triângulo e de qualquer triângulo pode ser escrito na seguinte expressão: A = c.l/2. Nesse momento, também foi explicado aos alunos que os grupos que se basearam na adição dos lados do triângulo calcularam apenas o perímetro, portanto a área, por envolver a região delimitada pelo triângulo, deve ser encontrada por meio da expressão obtida.

Diante disso, destacamos que a realização das cinco ações de ensino de Proença (2018) sugere que o uso do problema como ponto de partida para introduzir o novo conteúdo finaliza-se nesse tipo de articulação. Assim, o prosseguimento do trabalho sobre o conteúdo área de triângulo, ou seja, a nomenclatura adotada, a definição, os exercícios e as novas situações de Matemática, fica sob organização do professor. Nesse caso, sugerimos seguir as quatro etapas de organização do ensino, propostas por Proença (2021), para abordar a resolução de problemas com foco na formação de conceitos matemáticos, a saber: Uso do problema como ponto de partida, Formação do Conceito, Definição do conteúdo e Aplicação em novos problemas.

Considerações finais

O nosso objetivo foi apresentar uma experiência de ensino sobre o conteúdo área de triângulo, pelo viés do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), pautado nas cinco ações de Proença (2018). Enfatizamos que seguir as cinco ações de ensino pode auxiliar o professor na organização e condução das aulas, o que ajuda a envolver os alunos no processo de resolução de problemas. As aulas implementadas no EAMvRP revelaram aspectos importantes, desde elaborar o problema, prever estratégias, sugerir aos alunos o uso de materiais e da estratégia da malha quadriculada, fazer questões norteadoras, discutir suas ideias e o erro no uso de perímetro, bem como mostrar a relação entre a estratégia da malha quadriculada e uma expressão para obter a área de triângulo. Entendemos que isso favoreceu a compreensão dos alunos sobre a ideia matemática de área de triângulo e, por sua vez, ajudou-os a diferenciar área e perímetro, estratégia esta que havia sido utilizada no início das aulas, mas que foi entendida como inadequada na ação de discussão.

Contudo, as indicações dadas por Proença (2018), principalmente na primeira ação (escolha do problema), revelam a importância de levar aos alunos uma situação de matemática (possível problema) que lhes dê condições para propor suas estratégias de resolução. Assim, após a introdução do problema, o auxílio do professor (como observador, incentivador e direcionador), as discussões (socialização das resoluções) e a articulação ao novo conteúdo (por meio de pontos centrais de uma estratégia) são importantes. Portanto, seguir o EAMvRP torna-se uma possibilidade frutífera para levar os alunos a relacionarem seus conhecimentos prévios ao novo conteúdo, favorecendo sua compreensão da estrutura matemática presente.

Referências

AKAMINE, Caio Shindi; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Ensino-aprendizagem de adição de frações via resolução de problemas. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED** - Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología, v. 52, p. 303-322, 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília/DF: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – 3.º e 4.º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

LESTER, Frank K; CAI, Jinfa. Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In: Felmer, P.; Pehkonen, E.; Kilpatrick, J. (Eds.). **Posing and solving mathematical problems**, pp. 117-135. Springer: Cham, 2016.

LILJEDAHL, Peter; CAI, Jinfa. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM* - **Mathematics Education**, Karlsruhe, v. 53, n. 4, pp. 723-735, 2021.

https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-021-01291-w

PARANÁ. SEED **Currículo da Rede Estadual Paranaense de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental**. Curitiba: SEED, 2021.

PARANÁ. **Resolução nº 98/2021-SESA/PR**. Ementa: Regulamenta o Decreto Estadual n.º 6.637, de 20 de janeiro de 2021 e dispõe sobre as medidas de prevenção, monitoramento e controle da COVID19 nas instituições de ensino públicas e privadas do Estado do Paraná para o retorno das atividades curriculares e extracurriculares.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, *18*, e021008, 2021. https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/359.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

ROZARIO, Tereza Aparecida; OLIVEIRA, Ana Beatriz; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Equação de 1.º grau via Resolução de Problemas: Uma experiência no ensino remoto emergencial. **Anais** da VII Escola de Inverno de Educação Matemática (EIEMAT) e I Escola de Inverno de Ensino de Física (IEIEF), Campus Santa Maria (SC), v. 5. n. 2.1, p. 907-916, 2021. Anais_RE_Educacao-Matematica-2021.pdf (ufsm.br)

ROZARIO, Tereza Aparecida. **Ensino-Aprendizagem de Área de Triângulo Via Resolução de Problemas**: Análise Sob o Enfoque do Modelo dos Campos Semânticos. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022. http://www.pcm.uem.br/dissertacao-tese/366

ROZARIO, Tereza Aparecida; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de problemas e área de triângulo: análise dos conhecimentos de alunos do 6º ano o ensino fundamental. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v. 11, n. 26, p. 492–517, 2022. https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/issue/current

SCHOENFELD, Alan H. Mathematical practices, in theory and practice. ZDM: **The International Journal on Mathematics Education**, v. 52, n. 4, mai. 2020. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01162-w

SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, pp. 4-14, 1986. https://doi.org/10.2307/1175860

SOUSA, Amanda Cristina de; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Uma proposta de ensino de equação de 1.º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. *4*, n. 2, 431-451, 2019. https://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2019.v4.n2.p431-451.id511