

“Quero um Triângulo do Tipo...”: aprendizagens de professores de matemática em um estudo de aula com o GeoGebra

Carolina Cordeiro Batista¹
Rosa Monteiro Paulo²

Resumo: Este texto explicita aprendizagens de professores de matemática que se dispuseram a analisar aulas nas quais trabalharam conteúdos de triângulos com o *software* GeoGebra. Os dados discutidos são um recorte de uma pesquisa de doutorado e foram produzidos em um grupo de três professores de matemática de uma escola pública. Esse grupo foi constituído para a pesquisa, e as ações foram realizadas seguindo as etapas do estudo de aula, que prevê a definição de temas, o planejamento, a realização e a discussão de aulas. Neste recorte, expõe-se o que se mostrou na discussão de aulas sobre classificação de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo. A condução da pesquisa e a análise dos dados se deu em uma postura fenomenológica. Os resultados apontam que a participação no processo formativo levou os professores a aprenderem aspectos relativos à comunicação em sala de aula, à própria prática e ao raciocínio dos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Fenomenologia. Formação de Professores. Tecnologias Digitais.

“I want a triangle of type...”: mathematics teachers' learning in a lesson study with GeoGebra

Abstract: This text explains the learning of mathematics teachers who were willing to analyze classes in which they worked on triangle content with the GeoGebra software. The data discussed are an excerpt from a doctoral research and were produced in a group of three mathematics teachers from a public school. This group was constituted for the research, and the actions were carried out following the stages of the lesson study, which provides for the definition of themes, planning, implementation and discussion of classes. This clipping, it is exposed what was shown in the discussion of classes on classification of triangles and metric relations in the right triangle. The conduction of the research and the analysis of the data took place in a phenomenological posture. The results indicate that participation in the formation process led teachers to learn aspects related to communication in the classroom, their own practice and students' reasoning.

Keywords: Mathematics Education. Phenomenology. Teacher Formation. Digital Technologies.

“Quiero un Triángulo del Tipo...”: Aprendizaje de profesores de matemáticas en un estudio de clase con GeoGebra

Resumen: Este texto explica el aprendizaje de profesores de matemáticas que se dispusieron a analizar clases en las que trabajaban contenidos de triángulos con el *software* GeoGebra. Los datos discutidos son un extracto de una investigación doctoral y fueron producidos en un grupo de tres profesores de matemáticas de una escuela pública. Este grupo fue constituido para la investigación, y las acciones fueron realizadas siguiendo las etapas del estudio de clases, que contempla la definición de temas, planificación, implementación y discusión de las clases. En este extracto se expone lo mostrado en la discusión de clases sobre clasificación de triángulos y relaciones métricas en el triángulo rectángulo. La conducción de la investigación y el análisis de los datos se dieron en una postura fenomenológica. Los resultados indican que la participación en el proceso de formación llevó a los docentes a aprender aspectos relacionados con la comunicación en el aula, su propia práctica y el razonamiento de los

¹ Doutora em Educação Matemática. Pós-doutoranda na Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: carolina.batista@unesp.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0923-647X>.

² Doutora em Educação Matemática. Professora do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia e Ciências da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: rosa.paulo@unesp.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>.

estudantes.

Palabras clave: Educación Matemática. Fenomenología. Formación de Profesores. Tecnologías Digitales.

1 Introdução

O ensino de matemática com tecnologias – como o *software* GeoGebra – tornou-se popular nos últimos anos e, atualmente, é praticado nos mais diversos níveis de ensino, dos Anos Iniciais da Educação Básica ao Ensino Superior. Nesse cenário, diversas ações com foco na formação do professor são mobilizadas com a intenção de compreender modos de favorecer a constituição de conhecimento³ dos alunos por meio das estratégias que recorrem às tecnologias (BATISTA, 2021; LIMA; BANDEIRA, 2022; SILVA, 2022).

Neste texto, dentre as práticas de formação possíveis, destacaremos a que ficou conhecida como estudo de aula⁴, eleita para orientar a condução das ações junto a um grupo de professores de matemática da Educação Básica, constituído para a produção de dados de uma pesquisa de doutorado (BATISTA, 2021). No estudo de aula, os docentes se reúnem para realizar um trabalho que envolve a escolha de temas, o planejamento, a condução e a discussão de aulas, em um contexto colaborativo no qual as ações têm a aprendizagem do aluno como foco (CURI, 2018). Nesse grupo, os professores aprendem sobre a própria prática e os processos de constituição de conhecimento dos estudantes.

O recorte da pesquisa que elegemos para este texto coloca em destaque um dos encontros no qual os professores se reuniram para discutir a vivência em aulas nas quais tratava-se da classificação de triângulos e as relações métricas no triângulo retângulo. O objetivo é explicitar a seguinte questão: *o que se mostra, relativamente à aprendizagem do professor, nas discussões de aulas em que conteúdos de triângulos são explorados com o GeoGebra?*

Para que esse recorte faça sentido ao leitor, nas próximas seções serão trazidos alguns aspectos referentes ao estudo de aula, à metodologia da pesquisa, com ênfase para as ações que se desenrolaram no encontro que será discutido e, por último, trechos do que foi compreendido pelos professores enquanto discutiam sobre a aula.

³ Assumimos a constituição de conhecimento como um movimento complexo do sujeito que conhece: aluno ou professor. Sendo movimento, é dinâmico, e o sujeito que conhece vivencia situações, estabelece conexões com o conhecimento prévio, percebe sentidos e atribui significados.

⁴ Optamos por assumir esse termo em português, conforme utilizado por Ponte *et al.* (2016). No entanto, ele possui traduções em diversos idiomas, por exemplo: *jugyokenkyuu* (em japonês) ou *lesson study* (em inglês).

2 O estudo de aula: conhecendo essa prática formativa

Originado no Japão há mais de cem anos, o estudo de aula vem sendo trabalhado nesse país como a principal prática de desenvolvimento profissional de professores (LEWIS; PERRY, 2015). Devido aos resultados positivos alcançados, no final da década de 1990 tornou-se popular nos Estados Unidos e, nos anos seguintes, disseminou-se pelo mundo, sendo atualmente uma prática presente em diversos países. No Brasil, experiências com estudo de aula são relatadas, por exemplo, nos trabalhos de Batista (2021) e Curi (2018).

Um aspecto importante acerca do estudo de aula é que as ações nele desenvolvidas “gira[m] em torno da observação da aprendizagem dos alunos” (CURI, 2018, p. 23), isto é, o processo formativo que se desenvolve no grupo é orientado pelas dificuldades dos estudantes, identificadas pelos professores a partir de temas que, segundo os docentes, merecem maior atenção no planejamento das aulas para favorecer a compreensão e o raciocínio construído pelos alunos.

Para realizar um estudo de aula é preciso constituir um grupo de professores que se disponham a discutir e conduzir aulas com seus alunos sobre assuntos de interesse comum ao grupo (LEWIS; PERRY, 2014). Os encontros são organizados segundo quatro etapas ou momentos principais que constituem os ciclos de trabalho. No primeiro momento, os professores estudam os conteúdos, definem os temas e discutem questões ou objetivos que vão direcionar as demais ações do grupo (PONTE *et al.*, 2016; CURI, 2018). Segue-se, na segunda etapa, o planejamento das aulas. Elabora-se um plano com a descrição detalhada de como será encaminhado o tema escolhido (FUJII, 2016), ou seja, descrevem-se as tarefas que serão realizadas com os estudantes, articulando os conceitos e habilidades que serão desenvolvidos. Ainda, estimam-se as possíveis dificuldades dos discentes, as expectativas de aprendizagem, sempre considerando os objetivos elencados. Relativamente às tarefas, destaca-se que é dada prioridade à resolução de problemas (SOUZA; WROBEL; BALDIN, 2018) ou às atividades de exploração e investigação (RICHIT; PONTE, 2020).

No terceiro momento, põe-se em prática a aula, elegendo uma turma de alunos e um professor, membro do grupo, para ministrá-la. As ações, no decorrer da aula, são gravadas em vídeo para auxiliar no registro das informações. Os demais professores acompanham o trabalho, observando os estudantes para auxiliar na compreensão da experiência vivida, embora não interfiram na maneira que a aula é conduzida pelo docente eleito. Concluída essa etapa, o grupo se reúne para discutir a aula. Essa discussão é subsidiada pelas gravações e pelos registros escritos (anotações) ou mesmo pelas “lembranças” dos demais professores que estavam

presentes na aula (BATISTA, 2021). Com isso, busca-se destacar o que os docentes aprenderam no ciclo e se esse aprendizado é articulado aos conhecimentos sobre a própria prática (LEWIS *et al.*, 2019), podendo subsidiar o planejamento de outra aula. Nesse caso, antes da conclusão do ciclo, essa aula reorganizada pode ser realizada com outros alunos e ser novamente discutida (RICHIT; PONTE, 2020).

As pesquisas têm apontado que a participação em ciclos de estudo de aula possibilita aos professores aprofundar seus conhecimentos matemáticos, pois enquanto planejam a aula, eles revisitam os conteúdos, exploram suas especificidades e investigam propriedades que, por diversas vezes, não costumam ser trabalhadas em outros contextos (RICHIT; PONTE, 2020). Também indicam que essa prática favorece a aprendizagem, promovendo a comunicação, o envolvimento com as tarefas propostas e o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, oportunizando, ao professor, planejar novas tarefas que apresentem maior desafio (UTIMURA, 2018).

O trabalho colaborativo que se estabelece no contexto do grupo também é apontado como uma característica favorável para a promoção do “crescimento profissional a partir do diálogo, do apoio mútuo, incentivo pessoal e da troca de experiências entre pares” (RICHIT; PONTE, 2020, p. 25).

Outro aspecto positivo indicado na literatura diz respeito às mudanças nas crenças dos professores em relação ao desempenho dos alunos. Para Lewis e Perry (2015), as discussões realizadas no contexto da formação podem favorecer essas mudanças – que influenciam a prática dos docentes –, haja vista que, ao se voltar para as suas ações na aula e identificar situações importantes para a constituição de conhecimento dos estudantes, o professor passa a se empenhar mais na análise de suas aulas.

Porém, no contexto de nosso país, uma dificuldade sentida para essa prática é a disponibilidade que tem o professor, ou seja, o estudo de aula é um processo que se desenvolve a longo prazo e deve, preferencialmente, ser realizado no ambiente de trabalho do docente, em sua escola, no seu horário de trabalho. Ainda, cabe ao grupo a decisão pelo “o que” irá reger as ações formativas (quais temas e objetivos).

Infelizmente, no Brasil, embora

[...] as/os professores sintam necessidade de constante qualificação, de procurar novos saberes que permitam melhorar sua prática docente [...] a falta de aplicabilidade na prática, os baixos salários, a carga horária de trabalho elevada e a ausência de benefício salarial e de carreira levam os professores a perder a motivação de participar de novos projetos e ações de formação

continuada (RIBEIRO, 2020).

Além disso, as ações de formação continuada, na maioria dos casos, não acontecem no local nem no horário de trabalho do professor, demandando um esforço maior de sua parte, tanto para deslocamento quanto para horário livre. Uma alternativa para resolver tais questões tem sido a escola de tempo integral, sendo, também, o espaço no qual conduzimos as ações formativas para a pesquisa de doutorado que subsidia a escrita deste texto.

Na experiência vivida com o grupo de professores, afirmamos que o estudo de aula pode ser compreendido como um contexto formativo favorável para a discussão de práticas para ensinar matemática com tecnologias, além de permitir que o docente se sinta sendo professor com esses recursos (BATISTA, 2021).

Vivenciar o ensino com tecnologias passou a ter sentido para o professor, pois as reflexões acerca de *como* fazer e de *por que* fazer *com* a tecnologia (BICUDO, 2018) tornaram-se o centro das discussões do estudo de aula. Na expressão do docente, revelaram-se aprendizagens acerca dos modos de ensinar e da própria aprendizagem dos alunos, conforme destacaremos nas próximas seções.

3 Metodologia e procedimentos

Os dados apresentados neste texto foram produzidos no âmbito de um estudo de aula realizado com um grupo de três professores de matemática de uma escola pública de tempo integral de uma cidade do interior paulista. O estudo de aula foi conduzido na pesquisa de doutorado (BATISTA, 2021) em que se investigou: *como o professor de matemática se percebe sendo professor com tecnologia?*

Na pesquisa, tanto a condução do estudo de aula quanto a análise dos dados partiram da postura fenomenológica que visa explicitar compreensões e interpretações do fenômeno investigado, sempre contextualizado (BICUDO, 2011), pois diz respeito a certa região de inquérito ou a um grupo de pessoas. Nessa abordagem de pesquisa, a manifestação do fenômeno se dá a partir da descrição “dos atos vivenciais aos quais se está atento, percebendo-os em ação. Sempre é uma descrição daquele que percebe e para quem o mundo faz sentido” (BICUDO, 2020, p. 117). No estudo de aula discutido neste texto, são descritas as falas dos professores do grupo que, ao se envolverem com as ações de formação, expressaram o modo pelo qual a experiência de ensinar com o *software* GeoGebra faz sentido para eles.

Os professores foram chamados de Euclides, Leonardo e Luciana, nomes fictícios para preservar suas identidades. Os encontros do grupo ocorreram semanalmente, com cerca de 1

hora e 40 minutos de duração, durante um ano e meio, com início no 2º semestre de 2018. Nesse período, foram realizados seis ciclos de estudo de aula. O recorte apresentado neste texto explicita as aprendizagens destacadas pelos professores no encontro de discussão da aula do 6º e último ciclo, realizado entre os meses de outubro e novembro de 2019.

Nessa aula, a intenção era trabalhar com as “Razões trigonométricas nos triângulos retângulos”, previsto no cronograma do 4º bimestre e direcionado para os alunos do 1º ano do Ensino Médio. Entretanto, antes de iniciar esse tema, os professores optaram por acrescentar tarefas envolvendo a classificação de triângulos, pois julgaram importante para a compreensão dos discentes. As tarefas foram realizadas com duas turmas de 1º ano da professora Luciana – 1º A e 1º C –, em duas aulas de 50 minutos para cada uma delas.

As aulas realizadas no 1º A ocorreram em 6 de novembro de 2019. As tarefas foram organizadas, de modo geral, em quatro partes. Inicialmente, foi proposto aos alunos que construíssem um triângulo qualquer no GeoGebra, dando-lhes liberdade para escolher os passos e as ferramentas que utilizariam para a construção. Também foi solicitado que eles medissem os lados e os ângulos para classificarem o triângulo. Enquanto os estudantes realizavam a tarefa, a professora pediu para que eles somassem a medida dos ângulos internos do triângulo⁵. Sua intenção era que os alunos concluíssem que, mesmo quando os vértices dos triângulos eram movidos, a soma se manteria 180°.

Na segunda parte da tarefa, os alunos deveriam mover os vértices do triângulo construído para transformá-lo em “tipos” específicos solicitados pela professora. Esse momento da aula motivou a escolha do nome da tarefa de: “Quero um triângulo do tipo...”. Os “tipos” de triângulos foram: escaleno obtusângulo, equilátero obtusângulo (impossível de ser construído) e isósceles retângulo.

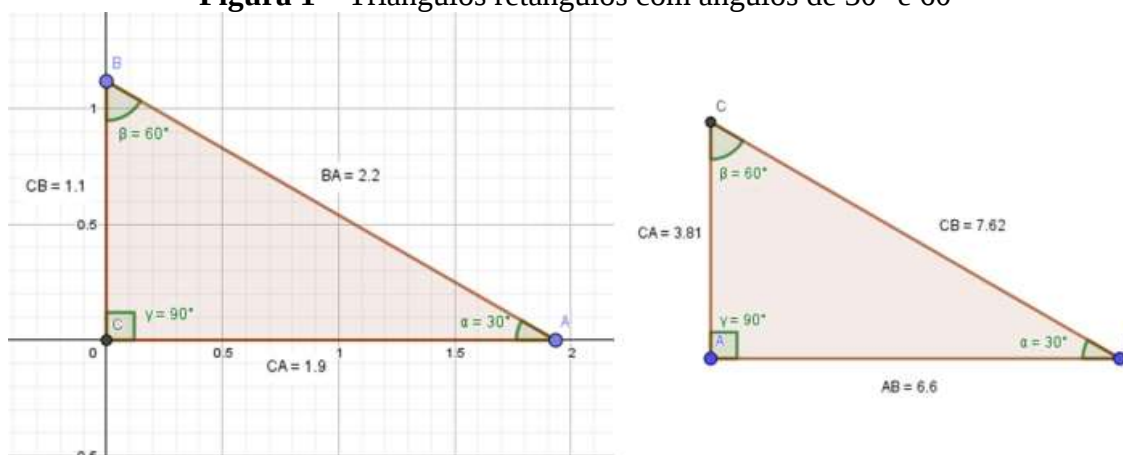
Após a exploração do triângulo retângulo isósceles, a professora pediu que os alunos movessem os vértices do triângulo para ver se ele se mantinha retângulo com o movimento. Considerando a forma pela qual os triângulos haviam sido construídos, nem sempre houve a manutenção do ângulo reto. Sendo assim, a professora lançou o desafio para os estudantes: como construir um triângulo retângulo isósceles que, mesmo com o movimento, mantivesse o ângulo reto?

Esse desafio deu início à terceira parte da tarefa. Com o auxílio da professora, a

⁵ Ao realizarem a medida dos ângulos no *software*, por padrão, os ângulos internos do triângulo foram nomeados de α , β e γ . Portanto, para realizar tal soma, os alunos digitaram $\alpha+\beta+\gamma$ na caixa de entrada do *software*, de modo que a soma seria feita, independentemente das medidas atribuídas aos ângulos.

construção foi feita por meio de retas perpendiculares. Outras possibilidades surgiram: marcar os vértices sobre os eixos coordenados ou construir um ângulo com amplitude fixa de 90° , conforme a Figura 1. A intenção da professora era explorar propriedades da construção e chamar a atenção dos alunos para o fato de que, além do ângulo reto, o triângulo possuía os outros dois ângulos notáveis: 30° e 60° .

Figura 1 – Triângulos retângulos com ângulos de 30° e 60°



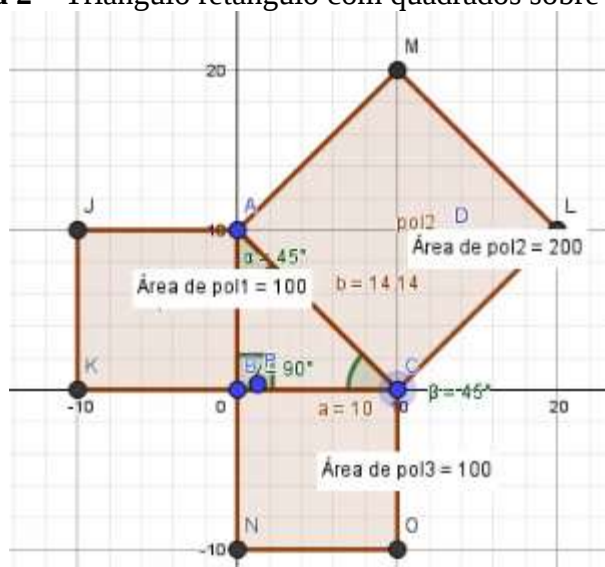
Fonte: Dados da pesquisa.

Na última parte da tarefa, visando a exploração das relações trigonométricas no triângulo retângulo, a professora pediu aos alunos para identificarem a hipotenusa e os lados adjacentes e opostos a cada ângulo notável, determinando a razão entre os lados⁶ e mover os vértices do triângulo, observando o que acontecia com essas relações durante e após o movimento.

Para a aula do 1º C, desenvolvida em 7 de novembro de 2019, foi feita uma pequena alteração. Após moverem os vértices do triângulo qualquer para “transformá-lo” em um triângulo retângulo, os alunos foram orientados a construir quadrados sobre os lados do triângulo (Figura 2), medir suas áreas e encontrar a relação entre essas áreas – visando a exploração do Teorema de Pitágoras.

⁶ Assim como foi feito para a soma dos ângulos, os alunos fizeram essa divisão referindo-se aos segmentos, por exemplo, AB, e não diretamente às suas medidas.

Figura 2 – Triângulo retângulo com quadrados sobre os lados



Fonte: Dados da pesquisa.

Na etapa de discussão das aulas, ocorrida no encontro de 14 de novembro de 2019, a pesquisadora elaborou um vídeo com recortes de situações em que os alunos realizavam as explorações, conversavam com seus colegas, questionavam a professora, demonstravam dúvidas, etc. O vídeo foi assistido pelos professores e, juntamente com os registros do plano de aula, das anotações feitas durante a aula e dos relatórios dos alunos, subsidiaram a análise da experiência vivida.

Na próxima seção, procura-se trazer aspectos da aprendizagem dos professores, evidenciados nas discussões.

4 O que os professores aprenderam?

Na segunda parte da tarefa – exploração de “tipos” específicos de triângulos –, destacou-se a surpresa dos professores ao observarem que vários alunos ficaram por quase 10 minutos persistindo nas tentativas de realizar construções que não eram possíveis, como o triângulo equilátero obtusângulo e um triângulo isósceles com dois ângulos de 90° . Nos dois casos, os estudantes demonstraram dificuldade em elaborar justificativas para a impossibilidade da construção. Apenas uma aluna considerou que, como a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180° , seria impossível construir triângulos com dois ângulos de 90° ou três ângulos iguais maiores que 90° .

Situações como essas permitem diferentes tipos de interpretação. Por um lado, pode-se considerar que a dificuldade dos alunos ocorre por não estarem acostumados a argumentar e justificar sua resolução, sobretudo, nas aulas de matemática. Além disso, frequentemente o

professor de matemática solicita tarefas que são possíveis de serem realizadas e, com o *software*, visam enfatizar os conteúdos abordados na aula, o que não requer a mobilização de habilidades de argumentação dos discentes. No entanto, considerando que a construção de justificativas é parte dos processos envolvidos no desenvolvimento do raciocínio matemático (PONTE *et al.*, 2015), entendemos que tarefas como as que foram propostas pelo grupo são importantes para fazer com que o aluno avance no desenvolvimento do raciocínio matemático, possibilitando-o construir conhecimentos.

Por outro lado, o empenho dos discentes nas tentativas de fazer as construções pode indicar aspectos positivos para o professor. Luciana considerou importante não ter notado essas explorações enquanto elas eram realizadas, destacando que, se tivesse visto, teria dito prontamente aos alunos que se tratava de construções impossíveis, o que lhes negaria a oportunidade de investigação. Ao ouvir a afirmação da colega, Euclides argumenta:

Às vezes ele [aluno] está explorando, explorando, explorando, explorando, para chegar numa conclusão. Chegar em algum resultado. E se você for lá e já destruir tudo dele, ele para. Então é até bom que ele vá fazendo ali, vai mexendo, mexendo [...]. Deixar fazer para depois fazer uma intervenção (BATISTA, 2021, p. 180).

Interpretamos que, para Euclides, as explorações que o aluno realiza com o *software* não são aleatórias. Elas têm um objetivo, e as tentativas caminham na direção de buscar um resultado que o discente deseja alcançar. Sendo assim, Euclides reconhece a importância de dar tempo ao aluno para que ele possa fazer suas explorações, deixando-o aprender com o *software*.

Deixar aprender, conforme entendemos com Gama e Lima (2019, p. 13), é um modo de ensinar no qual é dada uma “indicação ao aluno para que [ele] próprio possa vivenciar o seu ‘tomar conhecimento’” sobre aquilo que o professor já conhece. Nesse sentido, ensinar com o *software* não é descrever procedimentos para a realização de construções, mas conduzir a aula orientando os estudantes para que os objetos construídos tenham significado ao serem articulados aos conteúdos matemáticos.

Quando o estudante move os vértices de um triângulo qualquer, suas características são alteradas: ora ele é um triângulo escaleno obtusângulo, ora é equilátero, ora é isósceles retângulo. O movimento requer que o aluno organize seu olhar para identificar as novas características que se tornam presentes e, mediante novas compreensões, possa dizer o que, para ele se mostra. Deixá-lo aprender significa dar-lhe a oportunidade para se envolver nas ações que visam o movimento do fazer matemática que, ao mover os triângulos, abre a

possibilidade de constituição de conhecimento (DETONI, 2000). O raciocínio se organiza, pois o que se mostra lhe faz sentido.

Euclides, voltando-se para o fazer do aluno, reconhece a postura que deve ser assumida pelo professor para favorecer a aprendizagem do aluno: “Na aula [com o GeoGebra] a gente não pode cortar ele [aluno]. Tem que deixar fazer” (BATISTA, 2021, p. 180).

Ao deixar o aluno aprender, ele se volta para o que a ele se apresenta ao estar com o *software*, construindo, errando, apagando, refazendo, etc., abrindo possibilidades de compreensão. Para o professor, esse movimento de o discente aprender, dá a conhecer os diferentes tipos de raciocínio e formas de explorar e se envolver com a tarefa. Possibilita, ainda, a retomada durante a aula do que foi visto na tela do computador, procurando sistematizar os conteúdos estudados, como reconhece Luciana.

Vou começar a explorar isso na sala, tipo assim, no que vocês chegaram naquela atividade [no GeoGebra]? [...]. Ali [no GeoGebra] [...] [eles] estão olhando, estão fazendo, estão construindo, estão apagando, estão fazendo de novo. Quer dizer, para a aprendizagem deles é muito bom [...]. Estão errando. Estão vendo o que não dá certo. Apaga. Faz de novo (BATISTA, 2021, p. 177).

Nota-se que Luciana vê o erro cometido pelo aluno como parte do processo de aprender. Segundo Moreira e David (2007), essa é uma atitude importante, haja vista que o erro pode dar ao professor elementos para um novo planejamento e a realização de estratégias diversas, uma vez que traz implícito quais conhecimentos são ou não mobilizados pelos alunos. A atenção ao erro e essa forma de compreendê-lo – que não o assume como uma expressão de fracasso ou algo que deve ser imediatamente corrigido – oportuniza a comunicação em sala de aula, contribuindo para a diminuição do distanciamento entre o que é planejado para a aula, isto é, as expectativas de aprendizagem, e o que o aluno de fato aprendeu e poderá aprender.

Nas discussões dos professores ao assistirem o vídeo, as aprendizagens ficam explícitas. Entendemos que reconhecer a relevância das tarefas de argumentação e justificativa nas aulas de matemática para “deixar” o aluno aprender com o *software* é uma aprendizagem que se destaca. É, também, aquela que se volta para o erro, entendendo-o como parte importante do processo de aprender.

Essas aprendizagens do professor apontam contribuições do estudo de aula para a ressignificação do sentido de ensinar. No processo formativo, a preocupação em levar os alunos a aprender os conteúdos matemáticos, que é própria do ser-professor (BICUDO, 1987), foi articulada aos conhecimentos sobre o *software* e passou a fazer sentido nesse movimento de

aprender-ensinar com tecnologias. As gravações da aula permitem que os professores vejam de modo diferente a experiência vivida com os alunos. Ver-se sendo professor com tecnologias dá a abertura para a constituição de novas formas de ensinar, visando a aprendizagem do estudante.

Dentre essas novas formas de ensinar, os professores identificaram que poderiam assumir uma postura interrogativa nas aulas, levando o aluno a se mobilizar mediante questionamentos ao invés de lhes dar as respostas.

Por que não é? De onde você tirou isso? Mas por quê? O que é isósceles? No GeoGebra a gente pode perguntar para ele, para ele ir investigando [...] a gente ir dando essa oportunidade para o aluno construir. Não entregar pronto (BATISTA, 2021, p. 182).

Assumir uma postura diferenciada em sala de aula não é uma tarefa fácil, requer tempo e compreensão. Os professores consideram a importância de escutar o seu aluno; um escutar “que requer sensibilidade, empatia, paciência, envolvimento, acolhimento e silenciamento dos pensamentos para sentir e compreender o que não foi dito” (CARVALHO, 2017, p. 47). Abrir-se à escuta permite que as ações do professor, na aula, possam ser mobilizadas não mais a partir de um roteiro previamente planejado por ele (BATISTA, 2021), mas considerando aquilo que o aluno faz, seus gestos, suas falas ou mesmo seu silêncio, atos que vão sendo compreendidos como dúvidas, dificuldades, construção de raciocínio, etc.

Enquanto assistiam à realização da quarta parte da tarefa – determinação da razão entre os lados –, a importância da atividade do aluno é explicitada na fala de Luciana.

Essa parte de você entregar assim pronto, eu tenho meio que contestado bastante, porque, por exemplo, [...] mesmo essa aula de relações trigonométricas, o que era o usual? Você já tacar lá [no quadro] todas as relações, as razões, pá, pá, pá, pá [...]. Então, por exemplo, no GeoGebra eu já estou fazendo umas intervenções em que eles estão investigando mais, então eu estou tentando fazer essa investigação. Não só entregar pronto ali, que nem a gente fazia. A gente vai melhorando, com certeza (BATISTA, 2021, p. 181).

Para ela, levar os alunos a compreenderem o significado das relações trigonométricas por meio da investigação de características que se mantêm invariantes no movimento da construção feita no GeoGebra indica um avanço para a sua aprendizagem. Interpretamos que essa afirmação mostra uma mudança de atitude favorecida pela investigação com o *software*, que permitiu ao professor refletir sobre o *como* fazer e *por que* fazer (BICUDO, 2018). Os professores entenderam que os conteúdos ensinados em aulas expositivas e verificados por exercícios no GeoGebra podem ser trabalhados e aprendidos com o *software*.

Tal compreensão sobre ensinar e aprender com o *software* também foi explicitada pela professora enquanto o grupo analisava a tarefa do Teorema de Pitágoras, realizada com os alunos do 1º C. Luciana, ao ver o vídeo, destacou que: “No caderno, ele [aluno] conseguiria até desenhar o quadrado nos lados do triângulo, mas ele não consegue fazer essas variações [dos lados do triângulo]” (BATISTA, 2021, p. 179). A professora identifica que o movimento favorecido pelo *software* faz o aluno avançar, podendo aprender com essa ferramenta.

Relativamente às explorações que os alunos fizeram das relações trigonométricas, embora a professora ainda não as tenha nomeado (seno, cosseno e tangente), os docentes viram que os estudantes foram capazes de identificar que o seno de um ângulo é igual ao cosseno de seu complemento. Além disso, de modo geral, também apontaram perguntas que não foram ouvidas e respondidas durante a aula, como: “por que as medidas dos ângulos não se alteram quando as medidas dos lados são alteradas?” e o uso da linguagem matemática pelos alunos para se referir ao que estavam vendo na tela do computador. Por exemplo, nomearam os lados dos triângulos de segmentos de reta. Essas situações foram tomadas pelo grupo como indicativo de caminhos para continuar o trabalho com o tema nas aulas seguintes.

5 Considerações finais

A experiência vivida junto aos professores durante a discussão da aula “Quero um triângulo do tipo...” mostrou que eles se envolveram com as ações de ensinar os conteúdos de triângulos com o *software* GeoGebra, dispostos a compreender o que se mostrava para a constituição de conhecimento dos alunos. Diante do que analisamos, visando responder ao questionamento: *o que se mostra, relativamente à aprendizagem do professor, nas discussões de aulas em que conteúdos de triângulos são explorados com o GeoGebra?*, a partir do que foi expresso, recorremos a diversas situações que evidenciam aprendizagens sobre a própria prática, a comunicação e os processos de raciocínio dos alunos (UTIMURA, 2018).

Sobre a comunicação em sala de aula, mostra-se que os professores entendem que, para realizar explorações com o *software*, é importante assumir uma postura interrogativa que instigue os discentes a refletirem sobre o que é feito e a buscar respostas a partir da própria construção explorada. Entendemos que essa postura, além de valorizar a autonomia dos alunos, poderá incentivá-los a ter uma atitude semelhante, o que é relevante para a aprendizagem, haja vista que, no movimento de busca por respostas para suas perguntas, poderão avançar em seu processo de constituição de conhecimento. Entretanto, para que o docente possa identificar quais perguntas pode fazer, deve haver a escuta, cujo objetivo é de que o fazer do aluno possa

mobilizar e encaminhar o fazer do professor e vice-versa.

Ademais, em relação aos conhecimentos da própria prática, também se mostra que a valorização da autonomia do aluno requer “dar tempo” para que ele se envolva com as explorações, persistindo na busca por respostas. Fazer intervenções sem dar o tempo necessário para que o discente compreenda a tarefa e construa estratégias para sua solução pode impossibilitar a construção de raciocínio e desmotivá-lo a concluir a tarefa. É importante deixar e, sobretudo, levar o aluno a se lançar ao movimento com a tecnologia para construir certa forma de raciocínio que lhe permita articular os conteúdos matemáticos. Nesse âmbito, que é compreensivo, o erro assume novo significado, pois é entendido como parte do processo de aprendizagem.

Compreende-se, ainda, que os professores entenderam que essa abertura ao movimento, isto é, a possibilidade de ver características que se mantêm nos triângulos ou se modificam durante o movimento dos seus vértices, é o que oportuniza avançar para além do que pode ser feito no papel. A potencialidade para o movimento – favorecida pelo *software* – mostrou-se como uma oportunidade para a criação de tarefas que visem o desenvolvimento da argumentação e a elaboração de justificativas – por exemplo, acerca da impossibilidade da realização de certas construções – fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio matemático (PONTE *et al.*, 2015).

Por fim, destacamos que, na pesquisa de doutorado que subsidia a escrita deste texto, algumas dessas aprendizagens – articuladas a outros relatos explicitados no decorrer dos ciclos de estudo de aula – apontaram para uma mudança de postura do professor. Essa mudança revela um dos modos pelos quais o fenômeno *perceber-se sendo professor com tecnologia* mostrou-se na pesquisa.

Salientamos que, “apesar de desejar a mudança, pelos mais variados motivos, o professor não altera a sua prática. Ele só muda a sua prática por uma decisão pessoal, decisão esta que o impulsionará na direção deste seu objetivo, apesar de todas as dificuldades que vai enfrentar” (HIRATSUKA, 2003 *apud* HIRATSUKA, 2006, p. 188). Nesse sentido, o estudo de aula como possibilidade de formação continuada e desenvolvimento profissional do professor é uma prática na qual se tem a possibilidade de estar com o docente, dando-lhe o apoio necessário para, caso deseje, mudar a sua prática.

Referências

BATISTA, C. C. **Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimento de**

forma/ação. 2021. 258f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro. 2021. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/215834>. Acesso em: 10 ago. 2023.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020, p. 107-119.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, R. S. R. (Org.). **Processos formativos em educação matemática: perspectivas filosóficas e pragmáticas**. Porto Alegre: Fi, 2018, p. 29-45. Disponível em: <https://www.editorafi.org/310processosformativos>. Acesso em: 10 ago. 2023.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. p. 11-28.

BICUDO, M. A. V. O Professor de matemática nas escolas de 1º e 2º graus. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1987, p. 45-57.

CARVALHO, M. O. G. **Escuta Sensível: protagonismo na educação**. 2017. 183f. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade de Sorocaba. Sorocaba. 2017. Disponível em: http://educacao.uniso.br/producao-discente/teses/Teses_2017/margly-genofre.pdf. Acesso em: 10 ago. 2023.

CURI, E. Grupo de Pesquisa Colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. (Org.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores**. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 17-33.

DETONI, A. R. **Investigações acerca do Espaço como modo da Existência e da Geometria que ocorre no Pré-Reflexivo**. 2000. 276 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. 2000.

FUJII, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 4, p. 411-423, 2016. Disponível em: <https://core.ac.uk/reader/191462546>. Acesso em: 10 ago. 2023.

GAMA, A. E.; LIMA, W. M. O aprender e o ensinar a partir da obra Que é uma coisa?, de Martin Heidegger. **Educação (UFSM)**, Santa Maria, v. 44, p. 1-17. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/37922/html>. Acesso em: 10 ago. 2023.

HIRATSUKA, P. I. A mudança da prática do professor e a construção do conhecimento matemático. In: PINHO, S. Z.; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). **Cadernos dos Núcleos de Ensino**. São Paulo: Unesp, 2006. p. 182-189.

LEWIS *et al.*, C. How Does Lesson Study Work? Toward a Theory of Lesson Study Process and Impact. In: HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. (Eds.). **Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics**. Suíça: Springer, 2019. p. 13-38.

LEWIS, C.; PERRY R. R. A Randomized trial of Lesson Study with Mathematical Resource Kits: Analysis of Impact on Teachers’ Beliefs and learning Community. **Research in Mathematics Education**, p. 133-158, 2015. Disponível em:

<https://www.researchgate.net/profile/Catherine-Lewis-8>. Acesso em: 10 ago. 2023.

LEWIS, C.; PERRY, R. R. Lesson Study with Mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 16, n. 1, p. 22-42, 2014. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1046670>. Acesso em: 10 ago. 2023.

LIMA, E. A.; BANDEIRA, S. M. C. Aprendizagem virtual durante a pandemia: aprendendo a ensinar geometria com o GeoGebra. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 27, n. 75, p. 85-98, 2022. Disponível em: <http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/emr/article/view/3078/2146>. Acesso em: 10 ago. 2023.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação Matemática do Professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

PONTE, J. P. *et al.* O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/KDpjQXZsJz8DyHhd9CCLq9R/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 ago. 2023.

PONTE, J. P. *et al.* Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024\(2\)%202015.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/22628/1/Ponte,%20MQ,%20JMP,%20MB%20Quadrante%2024(2)%202015.pdf). Acesso em: 10 ago. 2023.

RIBEIRO, R. S. Políticas públicas educacionais: o papel da formação continuada no desenvolvimento da Educação Básica. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro, v. 20, n. 23, jun. 2020. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/23/politicas-publicas-educacionais-o-papel-da-formacao-continuada-no-desenvolvimento-da-educacao-basica>. Acesso em 10 ago. 2023.

RICHT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29. 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbeped/a/YR6KZj98VjKR9VmWPtWFjXr/?lang=pt>. Acesso em 10 ago. 2023.

SILVA, A. P. GeoGebra, Meet e Classroom: experiências com docentes que ensinam geometria nos Anos Iniciais. **Educação Matemática em Revista**. Brasília, v. 27, n. 75, p.99-111, 2022. Disponível em: <http://www.sbemrevista.com.br/revista/index.php/emr/article/view/3050/2147>. Acesso em 10 ago. 2023.

SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim Gepem**, Seropédica, n. 73, p. 115-130, 2018. Disponível em: <https://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2018.020>. Acesso em: 10 ago. 2023.

UTIMURA, G. Z. Um Panorama Teórico sobre Lesson Study (Estudo de Aula). In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. (Org.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study**: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 49-65.