

## FRAPET: uma proposta ao ensino de fração a partir de material manipulativo reutilizável

Carlos Augusto Messias de Campos<sup>1</sup>  
Sandra Magina<sup>2</sup>  
Vera Merlini<sup>3</sup>

**Resumo:** Este texto tem por objetivo descrever a elaboração e a utilização de um material manipulativo, cuja finalidade é realizar operações com frações. Trata-se de material manipulativo, denominado por FRAPET, que significa a junção do radical FRA (advindo do termo palavra fração) com o termo PET, utilizado para designar garrafa plástica reutilizável usada como recipiente de refrigerantes e de água. Esse material foi desenvolvido para ser apresentado numa oficina realizada na Semana da Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz. No tocante ao aporte teórico escolhido para sua confecção e utilização está apoiado na Teoria do Registro de Representação Semiótica. Espera-se que o uso do FRAPET seja atraente, tenha eficiência e eficácia para o ensino e a aprendizagem das operações aritméticas de frações, levando-se em consideração a facilidade de manipulação e o seu baixo custo.

**Palavras-chave:** Operações com Fração. Teoria de Registro de Representação Semiótica. Material Manipulativo. Material Reutilizável.

### FRAPET: a proposal for teaching of fraction from recyclable manipulative material

**Abstract:** This text aims to describe the preparation and use of a manipulative material, whose purpose is to perform operations with fractions. This material, called FRAPET, means the combination of the radical FRA (coming from the word fraction) with the term PET, used to designate a reusable plastic bottle used as a container for soft drinks and water. This material was developed to be presented in a workshop held during Mathematics Week at the State University of Santa Cruz. Regarding the theoretical contribution chosen for its creation and use, it is supported by the Theory of the Semiotic Representation Register. It is expected that the use of FRAPET will be attractive, efficient and effective for teaching and learning arithmetic operations of fractions, taking into account the ease of manipulation and its low cost.

**Keywords:** Fraction Operation. Theory of Register of Semiotic Representation. Manipulative Material. Reusable Material.

### FRAPET: una propuesta para la enseñanza de fracciones utilizando material manipulativo reutilizable

**Resumen:** Este texto tiene como objetivo describir la preparación y uso de material manipulativo, cuya finalidad es realizar operaciones con fracciones. Se trata de un material manipulable, denominado FRAPET, que significa la combinación del radical FRA (proveniente de la palabra fracción) con el término PET, utilizado para designar una botella de plástico reutilizable utilizada como envase para refrescos y agua. Este material fue desarrollado para ser presentado en un taller realizado durante la Semana de las Matemáticas en la Universidad Estatal de Santa Cruz. En cuanto al aporte teórico elegido para su creación y uso, se sustenta en la Teoría del Registro Semiótico de Representaciones. Se espera que el uso de FRAPET resulte atractivo, eficiente y eficaz para la enseñanza y el aprendizaje de

<sup>1</sup> Mestrado Acadêmico. Escola Municipal de Itaporanga, Bahia, Brasil. E-mail: [carlosaugustocampos90@gmail.com](mailto:carlosaugustocampos90@gmail.com) – Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2586-4134>

<sup>2</sup> PhD pela London University. Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC, Ilhéus, Bahia, Brasil. E-mail: [smpmagina@uesc.br](mailto:smpmagina@uesc.br) – Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0383-9744>

<sup>3</sup> Doutora. Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC, Ilhéus, Bahia, Brasil. E-mail: [vmerlini@uesc.br](mailto:vmerlini@uesc.br) – Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9784-3546>

operaciones aritméticas de fracciones, teniendo en cuenta la facilidad de manipulación y su bajo coste.

**Palabras clave:** Operaciones con Fracciones. Teoría del Registro de Representación Semiótica. Material Manipulativo. Material Reutilizable.

## 1 Introdução

Tendo em vista a importância de se fazer uso das mais diferentes estratégias de ensino e de recursos didáticos que possam ajudar no processo de aprendizagem, elaboramos um material que pode contribuir na realização das operações com fração. Compartilhamos da visão de Nunes *et al.* (2001) de que o ensino de fração não é algo simples por várias razões, dentre elas:

a) há um apego excessivo dos estudantes pelos números naturais e para trabalhar com fração é preciso raciocinar dentro do conjunto dos números racionais;

b) embora a fração costume ser apresentada por meio de números naturais (ou inteiros), na verdade, como dissemos acima, trata-se de um número racional em sua representação fracionária. De fato, o significado mais comum atribuído à fração pelos estudantes é a divisão entre dois números naturais, o que não é um significado errado. Porém, a fração  $\frac{1}{3}$ , por exemplo, pode também ser representada como a dízima periódica  $0,3333\dots$ , o que está longe de ser um número do conjunto dos naturais;

c) a fração tanto pode ser um valor absoluto como relativo. Por exemplo, se formos colocar na reta numérica a fração  $\frac{1}{2}$ , ela ficará em um espaço equidistante entre o zero e o um. No entanto, se estivermos falando de  $\frac{1}{2}$  de 30, a posição na reta será o 15. Com isso, estamos apresentando dois significados distintos, a fração enquanto número e a fração enquanto operador multiplicativo;

d) realiza uma operação com esses números nem sempre é óbvio. Por exemplo,  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$  é igual a  $\frac{7}{6}$ . Para o aprendiz, esse resultado pode parecer desconectado dos números das duas frações que foram somadas. De fato, não raro o estudante apresenta  $\frac{3}{5}$  como resultado de  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ . Em outras palavras, ele resolve a adição das frações somando os numeradores e os denominadores.

Nunes *et al.* (2009), Merlini (2005), Magina e Campos (2008, 2010), dentre outros, têm discutido a introdução do ensino de fração a partir de cinco significados, alguns deles já discutidos anteriormente, que são a fração enquanto: parte-todo; operador multiplicativo; medida; quociente e número. Para efeito desse material manipulativo, trabalhamos com o

significado parte-todo e apresentaremos, a seguir, uma situação para exemplificá-lo:

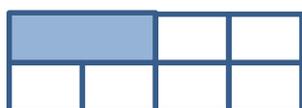
Qual fração representa as partes pintadas de cada figura?



Resp.: \_\_\_\_\_



Resp.: \_\_\_\_\_



Resp.: \_\_\_\_\_

Como estamos interessados na operação aditiva de fração é preciso levar em conta o conceito de fração, especificamente, como pode ser construído. Desse modo, apoiamos-nos na Teoria de Vergnaud (1983) ao afirmar que pode ser possível construir o conceito de fração coordenando a interação entre os três conjuntos da terna, as Situações, os Invariantes e as Representações. Nesse caso, a situação está relacionada ao significado parte-todo; os invariantes do conceito são a equivalência; e a ordem é a representação figural.

Ao nos reportarmos aos documentos oficiais referentes ao currículo brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) traz o ensino de fração inserido na Unidade Temática Números, que inicia no 4º ano, do Ensino Fundamental. Nesse momento, as frações unitárias mais utilizadas são  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{10}$  e  $\frac{1}{100}$ . Dentro da mesma Unidade Temática, a fração volta a ser tratada no 6º ano, levando em conta os “significados (parte-todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações” (Brasil, 2017, p. 298).

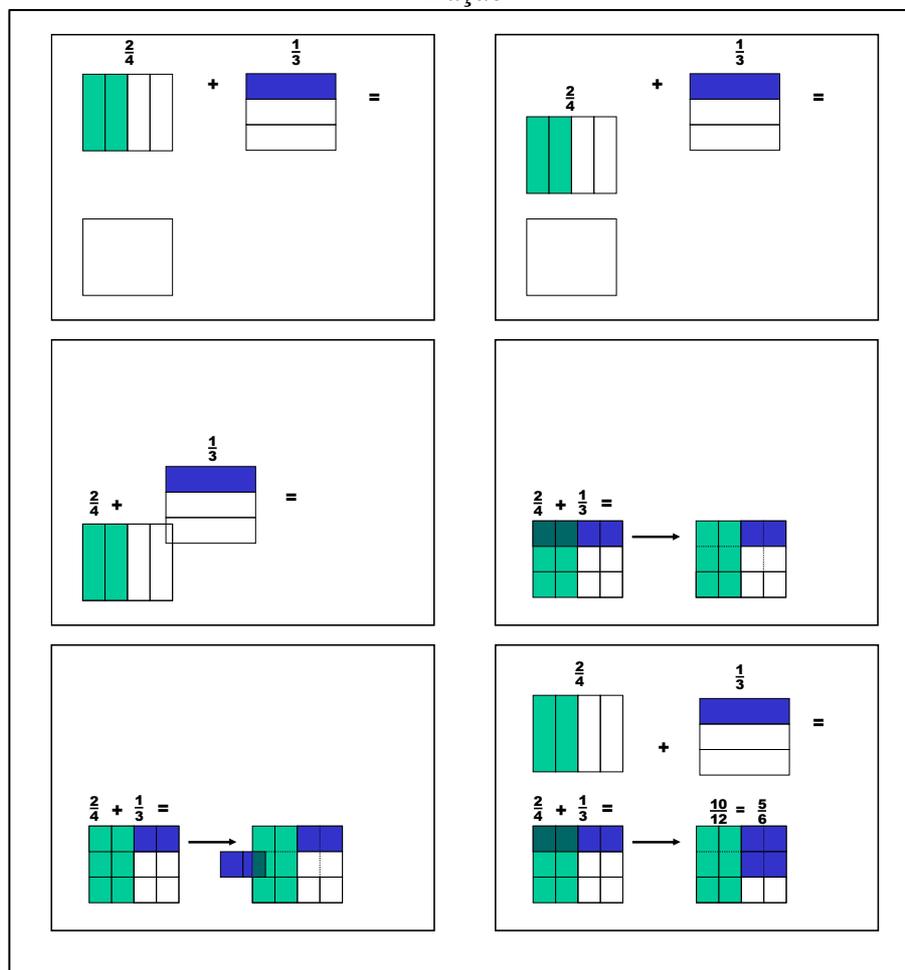
Como podemos observar, é a partir do 6º ano que o currículo brasileiro propõe o ensino das operações com frações. Foi a partir desse ensino que construímos o FRAPET - um material manipulativo - o qual será discutido na sequência. Desse modo, o objetivo deste artigo é descrever a elaboração e utilização do material manipulativo FRAPET, cuja finalidade é realizar operações aritméticas com frações.

## 2 A origem do FRAPET

O nosso interesse em produzir um material manipulativo para auxiliar os estudantes a entenderem e realizarem operações com fração surgiu de uma aula de Mestrado em Educação Matemática. Nessa aula, Magina (2017) apresentou uma proposta para ensinar adição de frações usando o *software PowerPoint*, a partir do qual foram evocados os conceitos de área e

movimento. A Figura 1, a seguir, descreve os *slides* apresentados por Magina.

**Figura 1** - Reprodução de algumas telas utilizadas por Magina para operações aditivas de fração



Fonte: Magina (2017), material elaborado para utilização em suas aulas no PPGEM/UESC.

É possível notar na Figura 1 como se dá a adição de duas frações a partir do movimento de duas áreas se sobrepondo a uma terceira. No ambiente, há três quadrados de mesma área, um de cada lado da parte superior da tela e um embaixo, à esquerda. O quadrado localizado na parte superior esquerda está dividido em quatro partes, sendo que duas delas estão pintadas verticalmente de verde, representando a fração  $\frac{2}{4}$ . O quadrado da direita está dividido em três partes, sendo que uma delas está pintado horizontalmente de azul, representando a fração  $\frac{1}{3}$ . O terceiro quadrado, de mesma área do que os outros dois, não está dividido em parte alguma. A seguir, há um movimento do quadrado pintado com partes verdes indo em direção do quadrado em branco, até se sobrepor a ele. Depois, o quadrado pintado de azul se move na direção do quadrado inferior até também se sobrepor a ele. A figura resultante dessas duas sobreposições mostra esse quadrado dividido em 12 partes, sendo que 10 delas estão pintadas

(seis verdes e quatro azuis). Em outras palavras, a Figura 1 representa a adição das frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$ , chegando ao resultado de  $\frac{10}{12}$ , que simplificado dá  $\frac{5}{6}$ .

Diante dessa proposta dinâmica para o ensino de operações com fração, mas conscientes de que poucas escolas públicas dispõem de projetor multimídia, de *notebook* e do aplicativo *PowerPoint*, pensamos em construir um material manipulativo de fácil manejo e baixo custo para sua produção e com características atrativas para os estudantes. A ideia era partir do mesmo princípio presente na Figura 1, mas atendendo a dois critérios: baratear o custo e usar material reutilizável. Pensamos no aproveitamento de garrafas pets (preferencialmente de 2 litros) e no uso de filme PVC. Assim, construímos várias áreas quadradas, à semelhança das desenhadas na Figura 1. Seria dentro delas que realizaríamos as operações de adição e subtração de fração. Durante o desenvolvimento do projeto, foi possível perceber que também poderíamos realizar as demais operações básicas (multiplicação e divisão) usando o mesmo material e, assim, surgiu o FRAPET (Campos, 2018).

Esse instrumento permite operação de frações utilizando a representação pictográfica. Seu nome surgiu a partir da junção da palavra FRAção acrescido do nome que, comumente, chamamos as garrafas de água ou refrigerante, PET<sup>4</sup>, uma vez que essas foram as matérias-primas utilizadas para a confecção do material manipulativo. Assim, o material foi usado em uma oficina realizada por ocasião de uma Semana da Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC. A seguir, esclareceremos a base teórica em que esteve alicerçada todo esse projeto.

### 3 Referencial Teórico

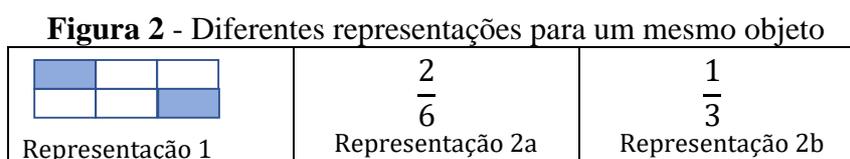
O referencial teórico está apoiado nas ideias de Duval (2011, 2012), no que se refere à Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS). Duval (2007) justifica a necessidade de estudar os registros das representações semióticas, porque qualquer objeto matemático deve estar ligado a sistemas de representação. Assim, é necessária uma gama de representações semióticas - sistema numérico, figuras geométricas, gráfica, língua natural etc., que permite dar acesso aos conceitos matemáticos, visto que são abstratos (Duval, 2011). Ele salienta que a apreensão de um dado objeto matemático não passa somente por sua definição, mas é preciso que haja a manipulação entre suas diferentes representações.

---

<sup>4</sup> PET é a sigla para Polietileno Tereftalato, utilizado na confecção de garrafas e embalagens para uso alimentício ou hospitalar.

De acordo com Duval (2011), o registro de representação traz a ideia do objeto, sendo que sua compreensão supõe que o estudante seja capaz de coordenar ao menos dois registros de representação semiótica. Essa teoria assume duas transformações de representações semióticas, são elas o tratamento e a conversão. Quanto ao tratamento, Duval (2012) afirma que esse ocorre dentro de um mesmo registro. Podemos citar como exemplo a adição entre duas frações  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ , cujo resultado pode ser simplificado,  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ . Nesse caso, a representação fracionária envolveu o tratamento do resultado da adição de duas frações, o qual foi apresentado por meio de duas frações equivalentes  $(\frac{2}{4} = \frac{1}{2})$ .

No que se refere à conversão das representações semióticas, ocorre quando uma transformação de um registro de representação semiótica para outro (Duval, 2011, 2015). Ele aponta que existem vários tipos de representação semiótica, entre os quais o numérico, a linguagem natural e o gráfico, o figural. A Figura 2 apresenta três diferentes tipos de representação, deixando claro que podemos identificar quando envolve um tratamento ou uma conversão.



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

A Figura 2 inicia por apresentar a representação icônica de uma fração (Representação 1). Logo, partindo de uma conversão, esse número passa para a sua forma fracionária (Representação 2a). Depois, por meio de um tratamento, é apresentada uma fração equivalente, a simplificação (Representação 2b). Assim, podemos observar que nessa Figura há dois tipos distintos de registros de representação (icônico e numérico), os quais envolvem sistemas distintos (desenho e número). Desse modo, é possível notar que, embora todas as representações se refiram a uma mesma quantidade, existe uma conversão entre a Representação 1, as Representações 2a e 2b; assim como um tratamento entre as Representações 2a e 2b.

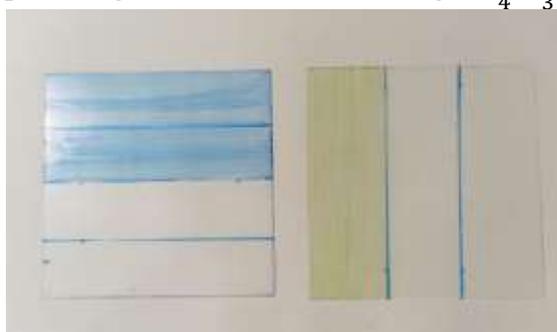
Diante do apresentado, exibiremos, na próxima seção, o FRAPET, acompanhado de três exemplos de como opera no âmbito das operações aritméticas com fração, adição, subtração, multiplicação e divisão.

#### 4 O FRAPET e seu funcionamento

Esta seção apresentará o FRAPET, enquanto material educativo, mostrando diferentes

frações que ele pode apresentar no âmbito da representação icônica. Na sequência, apresentaremos como se realizam operações fracionárias com ele e, para tanto, escolhemos para ilustrar as operações dois FRAPETs que representam as frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$  presentes na Figura 3. O primeiro FRAPET está dividido em quatro partes iguais, sendo que duas estão pintadas na cor azul, representando a fração  $\frac{2}{4}$ ; o segundo FRAPET, de mesmo tamanho do primeiro, está dividido em três partes iguais e uma delas está pintada de verde, o que representa a fração  $\frac{1}{3}$ .

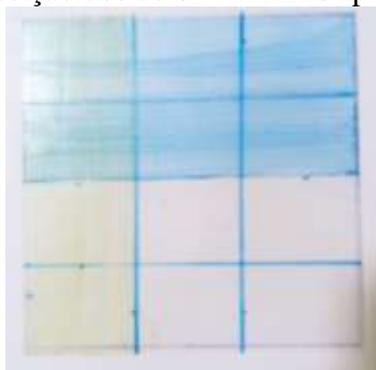
**Figura 3** - As representações do FRAPET das frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$ , respectivamente



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

Vamos realizar a operação de adição dessas duas frações,  $\frac{2}{4} + \frac{1}{3}$ , utilizando os dois FRAPETs. Ao colocarmos um dos FRAPET sobre o outro teremos uma representação como apresentado na Figura 4.

**Figura 4** - A sobreposição dos dois FRAPETs apresentados na Figura 3



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

Ora, notemos que a sobreposição dos FRAPETs criou um quadrado subdividido em 12 quadrados, formando, assim, uma grade. Oito desses quadrados estão preenchidos, quer seja pela cor azul, quer seja pela cor verde, sendo que dois deles se sobrepõem em cores. Em outras palavras, em duas das 12 partes da figura há uma sobreposição entre as cores. A Figura 5, a seguir, apresentará o deslocamento a parte da cor verde que está se sobrepondo parte da cor

azul, indo ocupar dois quadrados da grade que se encontram vazios.

**Figura 5** - Representação da soma das frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$  no FRAPET

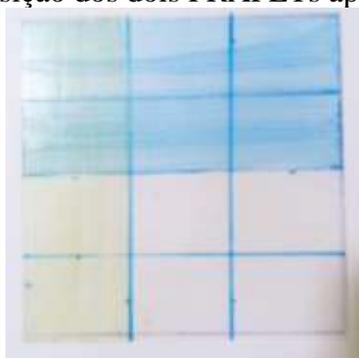


Fonte: Elaboração dos autores (2024).

Ao contarmos as partes (os quadrados) ocupadas vemos que são 10 e que a figura tem ao todo 12 partes. Assim, esse FRAPET está representando a fração  $\frac{10}{12}$  da figura, o resultado da adição entre  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$ .

A seguir, apresentaremos, também graficamente, por meio do FRAPET, como seria feito uma subtração de fração. A sobreposição dos FRAPETs é a mesma, o que altera é a interpretação que é feita.

**Figura 6** - A sobreposição dos dois FRAPETs apresentados na Figura 4



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

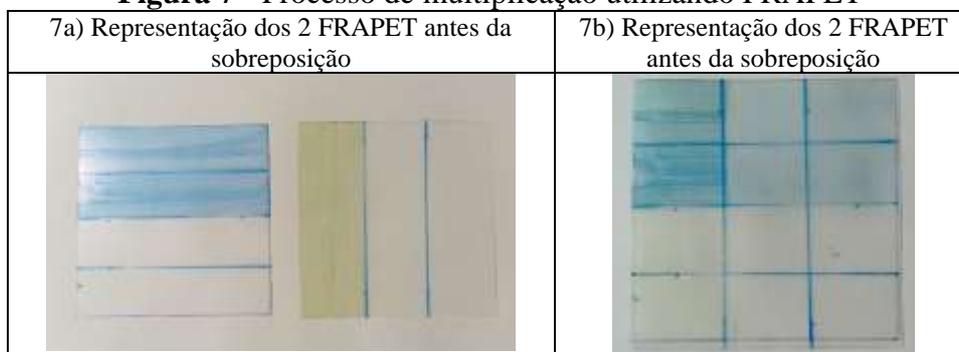
A partir dessa sobreposição dos FRAPETs, é possível perceber que o resultado da subtração entre as frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$  corresponde aos quadrados que são ocupados duas vezes (têm coloração distintas às duas cores originais). Então, as duas partes verdes representam o resultado da subtração, cuja solução é  $\frac{2}{12}$  ou aplicando nessa solução um tratamento (simplificando a fração), temos como resposta  $\frac{1}{6}$ . Em resumo, ao sobrepor os FRAPETs, as

mesmas da Figura 3, o resultado da subtração é representado pelas duas partes que são ocupadas duas vezes.

Por fim, apresentaremos, a seguir, o uso do FRAPET como material para auxiliar a operação de multiplicação de frações. Aproveitaremos os dois FRAPETs que já utilizamos para realizar as operações de adição e de subtração.

Para realizar essa multiplicação com auxílio do FRAPET, faremos as sobreposições entre os dois FRAPETs que representavam, cada um, as frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{1}{3}$  a serem multiplicadas. Após fazer a sobreposição, utilizamos a quantidade de partes da interseção como numerador e a quantidade total de partes como denominador.

**Figura 7 - Processo de multiplicação utilizando FRAPET**



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

Essa forma de calcular o produto é justificada da seguinte maneira: o numerador do produto é a multiplicação dos dois numeradores, que na sobreposição dos dois FRAPETs (Figura 7b) é a interseção das duas partes pintadas. O denominador do produto, por sua vez, é a quantidade de partes total da figura resultante na sobreposição dos FRAPETs. Assim, visualmente a multiplicação de  $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{12}$ .

Do ponto de vista do registro de representação semiótica (Duval, 2007) todos três exemplos (Figuras 4, 6 e 7b) têm os mesmos ícones, e as frações são as mesmas para as três operações. Porém, do ponto de vista do que cada um representa para o resultado das operações, temos que a Figura 4 representa a soma das frações  $\frac{2}{4}, \frac{1}{3} \left(\frac{10}{12}\right)$ ; a Figura 6, a subtração das frações  $\frac{2}{4}, \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6}\right)$ ; e a Figura 7b, o produto das duas frações  $\frac{2}{4}, \frac{1}{3} \left(\frac{2}{12}\right)$ .

Quanto à operação de divisão, justificamos a ausência de sua apresentação, uma vez que tal algoritmo está atrelado ao algoritmo da multiplicação, que já fora exposto. Assim, a partir da apresentação de uma possibilidade de ensinar as operações aritméticas com fração, a partir do uso de um material manipulativo barato e de fácil acesso, passaremos a discutir o FRAPET

enquanto uma ferramenta educacional.

## **5 O uso do FRAPET como ferramenta educacional**

A disciplina de Matemática nem sempre é bem vista pela maioria dos estudantes da Educação Básica. Isso se deve ao fato de que há muitos cálculos para serem feitos a partir de muitas leis, regras corolários para ser decoradas e muitas técnicas para serem usadas sem que o aprendiz entenda o seu significado (Nunes *et al.*, 2015). Assim, é importante que haja muita atenção e dedicação por parte dos docentes para que a disciplina se torne um pouco mais atraente, aproximando seus vários conceitos da compreensão do estudante, fazendo sentido para ele. Nessa perspectiva, a utilização de ferramentas educacionais pode ser uma estratégia pedagógica válida para despertar interesse por parte dos estudantes no processo de aprendizagem de Matemática. Nesse caso, estamos nos referindo, especificamente, ao ensino de operações com frações.

Nesse âmbito, uma estratégia de utilização do instrumento ora apresentado pode ocorrer no âmbito de uma Sequência de Ensino. Mesmo após ter sido usado no ensino de operação com frações, esse material pode também fazer parte do arsenal de ferramentas do professor para trabalhar outros conceitos. É o caso, por exemplo, de ajudar os estudantes a resolverem algumas equações, quando elas se apresentam no âmbito do conjunto dos racionais, em sua representação fracionária.

Assim, basta o docente planejar as etapas do ensino de fração, de acordo com o ano escolar em que esse conteúdo será ensinado. O primeiro passo pode ser, por exemplo, o ensino de adição e subtração de frações. Sugerimos que o professor inicie propondo uma situação-problema que faça parte da vida cotidiana de seus estudantes. Também que a(s) atividade(s) considerem o uso do FRAPET. O próximo passo é determinar os procedimentos necessários para encontrar a solução da situação-problema para, em seguida, aplicá-los segundo o desenrolar da realização da(s) atividade(s).

## **6 Considerações Finais**

De acordo com vários estudos realizados (Nunes; Bryant, 1996; Nunes *et al.*, 2001), é possível observar que as operações com números fracionários é um conteúdo difícil de ser abstraído e compreendido pelos estudantes. A partir dessa premissa, apoiamo-nos em Duval (2011, 2015), salientando que para que o estudante possa apreender um dado objeto matemático, esse não poderá passar somente por sua definição, mas é preciso que haja a

manipulação entre suas diferentes representações.

Por conta disso, propomos a utilização do material manipulativo, FRAPET, que pode facilitar essa compreensão e auxiliar no ensino de operações com frações. O FRAPET permite a visualização da representação pictográfica das frações e a resolução das quatro operações aritméticas com números fracionários.

Sugerimos que o uso do FRAPET faça parte do início do ensino de fração, quer seja no 6º ano ou, até mesmo, no 5º ano. Tal recomendação perpassa pelo caráter lúdico que pode ter a construção do FRAPET pelos alunos com a supervisão do professor. Estudos realizados por Lorenzato (2010) e Nunes (2015) apontam que a manipulação de materiais concretos favorece a aprendizagem de conteúdo. Nesse caso, propomos que os alunos não só manipulem como construam os próprios instrumentos.

Desse modo, defendemos que, por meio dos registros de representação icônico (FRAPET) e numérico, e de suas conversões entre uma e outra representação, o estudante possa compreender como se dá o processo das operações com frações, além da importância do uso das frações equivalentes. Sendo assim, enfatizamos que o ensino, a partir da utilização de diferentes de representação semiótica, se mostra um caminho eficaz para o ensino de operações com frações.

## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 05 jun. 2023.

CAMPOS, Carlos Augusto Messias. **Ensinando as operações com frações a partir de material reutilizável**: Um Relato de Experiência. 2018. 25 f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC, Ilhéus, Defesa em 2018.

DUVAL, Raymond. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara Machado. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. 3a. ed. Campinas: Papirus, 2007.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representação semióticas. 1a. ed. São Paulo: PROEM, 2011. V.1

\_\_\_\_\_. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Registes de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée (Trad. Méricles T.Moretti). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma. Introduzir Álgebra no ensino**: qual objetivo e como? 1a. ed. São Paulo: PROEM, 2015. V. 2

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3a. ed. rev. Campinas: Autores Associados,

---

2010. Coleção Formação de professores.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A Fração na Perspectiva do Professor e do Aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, Ano 21, n. 31, p. 23-40. 2008.

\_\_\_\_\_. **A Fração na Perspectiva do Professor e do Aluno das Séries Iniciais da Escolarização Brasileira**. 2010. Disponível em:

[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/artigo\\_magina\\_e\\_campos\\_fracao.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/artigo_magina_e_campos_fracao.pdf). Acesso em: 05 jun. 2023.

MAGINA, Sandra. Material sobre fração, produzido em *PowerPoint*, utilizado na disciplina. **Gestão Pedagógica na Educação Matemática**, PPGEM/UDESC, 2017.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental. 2005. 238f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul Ltda, 1996.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra.; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática**: Números e Operações. São Paulo: Ed. PROEM Ltda, 2001.

\_\_\_\_\_. **Educação matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009.

NUNES, Terezinha; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia. **Na vida dez, na escola zero**. 16a. ed. São Paulo: Cortez, 2015.

VERGNAUD, Gerard. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (ed.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983.