

Recurso Didático Virtual Dinâmico e Interativo sobre Seções Cônicas

Leonardo Antonio Borgo¹
Nara Bobko²

Resumo: Este trabalho apresenta a elaboração do livro didático virtual “Aprendendo Seções Cônicas e Suas Propriedades de Reflexão”, projetado como uma ferramenta dinâmica e interativa. Voltado para estudantes do Ensino Médio, concentra-se nos conteúdos matemáticos relacionados às seções cônicas, destacando sua importância prática. O material foi desenvolvido na plataforma GeoGebra, um recurso acessível e gratuito, adotando uma abordagem interativa para facilitar a compreensão e aplicação prática dos conceitos, visando a proporcionar uma experiência de aprendizado ativa. Em sintonia com as demandas contemporâneas de uma educação dinâmica e tecnológica, o trabalho detalha a relevância de materiais dinâmicos e interativos, além de explicar a motivação por trás da escolha da estrutura e elementos utilizados na criação do material.

Palavras-chave: Seções Cônicas. GeoGebra. Material Didático. Livro Dinâmico.

Dynamic and Interactive Virtual Teaching Resource on Conic Sections

Abstract: This work details the creation of the virtual textbook “Learning Conic Sections and Their Reflection Properties”, designed as a dynamic and interactive tool. Aimed at high school students, it focuses on mathematical content related to conic sections, emphasizing their practical importance. Developed on the GeoGebra platform, an accessible and free resource, the material adopts an interactive approach to facilitate the understanding and practical application of the concepts, aiming to provide an active learning experience. In line with contemporary demands for a dynamic and technological education, the work details the relevance of dynamic and interactive materials, as well as explaining the motivation behind the chosen structure and elements used in creating the material.

Keywords: Conic Sections. GeoGebra. Teaching Material. Dynamic Book.

Recurso Didático Virtual Dinâmico e Interativo sobre Secciones Cónicas

Resumen: Este trabajo detalla la elaboración del libro de texto virtual “Aprendiendo Secciones Cónicas y Sus Propiedades de Reflexión”, diseñado como una herramienta dinámica e interactiva. Dirigido a estudiantes de secundaria, se centra en contenidos matemáticos relacionados con las secciones cónicas, destacando su importancia práctica. Desarrollado en la plataforma GeoGebra, un recurso accesible y gratuito, el material adopta un enfoque interactivo para facilitar la comprensión y la aplicación práctica de los conceptos, con el objetivo de proporcionar una experiencia de aprendizaje activa. En sintonía con las demandas contemporáneas de una educación dinámica y tecnológica, el artículo describe la relevancia de los materiales dinámicos e interactivos, además de explicar la motivación detrás de la elección de la estructura y los elementos utilizados en la creación del material.

Palabras clave: Secciones Cónicas. GeoGebra. Material Didático. Libro Dinámico.

1 Introdução

As Seções Cônicas ou, simplesmente, Cônicas, possuem relevância matemática e prática, sendo utilizadas para modelar uma variedade de fenômenos naturais e artificiais.

¹Mestre em Matemática. Secretaria Estadual de Educação. Curitiba, PR, Brasil. E-mail: borgo@alunos.utfpr.edu.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3892-8512>

²Doutora em Ciências. Professora adjunta da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, PR, Brasil. E-mail: narabobko@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2534-7572>

Elipses, parábolas e hipérboles, que compõem essas curvas³, encontram aplicação em diversos contextos, como órbitas planetárias, trajetórias de projéteis e construções arquitetônicas. Além disso, essas curvas possuem propriedades de reflexão relevantes, permitindo aplicações em itens do nosso cotidiano, como espelhos em cadeiras de dentista, lentes de telescópio, faróis de automóveis, antenas de comunicação e sistemas de GPS (*Global Positioning System*). Apesar de integradas ao cotidiano da maioria das pessoas, muitos indivíduos ainda têm conhecimento limitado sobre essas curvas ou mesmo desconhecem suas aplicações práticas.

No contexto educacional, as Cônicas, geralmente, fazem parte do currículo do Ensino Médio. A abordagem desse conteúdo, todavia, pode variar, apresentando diferentes enfoques: alguns mais voltados para a geometria, enquanto outros adotam uma perspectiva mais analítica. É possível explorar as propriedades que definem os pontos de cada curva, descrevendo-as como lugares geométricos, ou ainda investigar suas propriedades de reflexão. Todas essas abordagens são pertinentes, não apenas aprimorando a habilidade dos alunos em resolver problemas práticos, mas também fomentando o desenvolvimento da capacidade de visualização geométrica e do pensamento analítico.

Apesar da relevância tanto para aplicações práticas quanto para o desenvolvimento acadêmico, as Seções Cônicas continuam sendo um desafio para muitos alunos. Um levantamento realizado por Borgo (2023) avaliou como os materiais didáticos destinados ao Ensino Médio abordam esse tema. O autor observou que muitos livros do Programa Nacional do Livro Didático compartilham estruturas similares, começando com a definição dos pontos da cônica, seguida pela apresentação da equação reduzida (sem, necessariamente, explicar sua obtenção) e encerrando com exercícios. Embora alguns materiais mencionem aplicações, há uma limitada exploração das propriedades de reflexão das Seções Cônicas, dificultando a conexão do estudante entre o conteúdo teórico e as aplicações práticas apresentadas.

Embora tais abordagens tenham seus méritos, isso leva a questionar se a forma tradicional de abordar o assunto é, realmente, suficiente para o aprendizado dos estudantes. Duval e Thadeu (2012), por exemplo, frisam a importância das diversas representações semióticas de um objeto matemático e da clareza na diferenciação entre o objeto e suas representações para uma compreensão mais profunda do próprio objeto. Paralelamente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) enfatiza a relevância de integrar a

³Existem outras curvas também classificadas como Seções Cônicas. Todavia, neste texto, consideramos apenas as três mencionadas.

tecnologia de maneira significativa no ambiente educacional. O documento destaca que os jovens estão imersos em um ambiente digital, circundados por computadores, *tablets* e *smartphones*, e reconhece as potencialidades desses recursos no processo de ensino e aprendizagem. O documento enfatiza, do mesmo modo, o protagonismo juvenil como um elemento importante para o desenvolvimento profissional, pessoal, intelectual e social, com vistas à promoção da autonomia dos estudantes.

Considerando esses aspectos, propomos um material didático diferenciado sobre Seções Cônicas, conforme descrito a seguir. Trata-se de um Livro Dinâmico Interativo (LDI), que oferece representações dinâmicas das Cônicas, bem como de suas propriedades, utilizando o recurso computacional GeoGebra. Essas representações dinâmicas possibilitam que o estudante visualize o objeto matemático em diferentes posições e variações, em vez de um caso específico, como ocorre em uma figura estática. Além disso, essas representações são interativas, incentivando a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem. O LDI proposto, similar a alguns materiais tradicionais, apresenta aplicações das Seções Cônicas, mas se destaca por buscar proporcionar uma conexão mais clara entre essas aplicações e o tema em foco por meio de atividades interativas propostas que integram estes elementos, conforme será detalhado adiante. Na elaboração deste material, levou-se em conta sua conformidade com o Novo Ensino Médio (NEM), bem como a aderência do mesmo às potencialidades enumeradas pela BNCC.

2 Recursos Didáticos Dinâmicos e Interativos

É importante ter em mente, à partida, que os recursos tecnológicos são uma parte integrante do cotidiano da grande maioria das pessoas, o que impulsiona novas perspectivas sobre métodos de ensino, processos de aprendizagem e o significado da educação.

Nesse contexto, Brum e Pereira (2018, p. 84), ao discutirem sobre a implementação de espaços de aprendizados dotados de recursos interativos, postulam a necessidade premente de “explorar as ferramentas e as potencialidades que as tecnologias proporcionam, criando estratégias de ensino e de aprendizagem que ajudem os alunos na experimentação, na visualização e na construção dos conhecimentos matemáticos”.

De fato, numerosos são os recursos educacionais tecnológicos que estão hoje acessíveis em diversas áreas. No caso específico da Matemática, destaca-se o *software* GeoGebra. Muitos desses recursos são dinâmicos, ou seja, não se limitam a uma apresentação estática de

determinado conteúdo, na medida em que proporcionam uma abordagem mutável, permitindo explorar inúmeras perspectivas de um mesmo conceito matemático. Na verdade, a dinamicidade desses recursos educacionais torna o processo de aprendizagem mais envolvente, contribuindo, assim, para uma melhor compreensão e retenção de informações.

Outra característica relevante em diversos recursos educacionais tecnológicos é a possibilidade de interatividade. De acordo com González *et al.* (2013), ferramentas interativas vêm ganhando proeminência como suporte educacional nos últimos anos, sendo reconhecidas como um estímulo significativo para aprimorar a capacidade dos alunos e sua intuição. Essa interatividade proporciona um ambiente de aprendizagem mais participativo, permitindo aos alunos explorarem ativamente os conceitos matemáticos, e, destarte, assumindo o papel de protagonista no processo de aprendizagem.

Em linhas gerais, recursos tecnológicos dinâmicos e interativos apresentam um considerável potencial como materiais didáticos impulsionadores do processo de ensino e aprendizagem, favorecendo um aprendizado mais eficaz e personalizado (GONZÁLEZ *et al.*, 2013).

O material proposto neste trabalho é um livro que incorpora essas características, sendo denominado *Livro Dinâmico e Interativo*. Este tipo de material visa a aprimorar o processo educacional ao integrar diversas representações semióticas, atendendo à recomendação da BNCC para a integração de tecnologias em sala de aula.

Segundo Nobriga e Siple (2020), um “livro dinâmico” se distingue pela integração dinâmica de múltiplas formas de representações semióticas e pela inclusão de exercícios que capacitam os estudantes a manipularem e explorarem essas representações. Embora a descrição de “livro dinâmico” já incorpore a ideia de interatividade, optamos por manter a palavra “interativo” na nomenclatura para evidenciar essa característica, especialmente, considerando que a palavra “dinâmico” pode ser interpretada de forma mais restrita, restringindo-se à observação e não necessariamente associada à interatividade.

É importante realçar que o material proposto é um livro virtual (e-book). Embora os livros virtuais, geralmente, sejam versões digitais de livros tradicionais que combinam texto e imagens, o LDI vai além. Entendemos que um LDI deve ser um recurso educacional que mescla as características de um livro tradicional com as funcionalidades interativas e dinâmicas de um aplicativo ou software, facilitando e potencializando o processo de aprendizagem do conteúdo abordado. Da Silva *et al.* (2023) defendem que um livro virtual interativo, enquanto objeto de

aprendizagem, representa uma oportunidade para os profissionais abordarem assuntos relacionados à Matemática de maneira mais dinâmica.

Em síntese, um LDI consiste em um recurso educacional que possibilita o aprendizado ativo do estudante, tornando o processo educacional mais atrativo, interativo e acessível, proporcionando uma experiência de aprendizado enriquecedora e personalizada.

Para a elaboração deste material, optamos pela plataforma GeoGebra (2022), na medida em que ela permite a criação de livros virtuais com a inserção de construções dinâmicas e interativas, elementos essenciais para a produção do LDI. Além disso, a plataforma oferece diversos recursos, como inserção de textos, arquivos, links, imagens, vídeos e questionários com *feedback* automático. Vale ressaltar que o GeoGebra é um recurso computacional gratuito, livre, compatível com diferentes plataformas e que permite acesso *online*.

3 Detalhamento do Material Proposto

O LDI intitulado *Aprendendo Seções Cônicas e Suas Propriedades de Reflexão* foi desenvolvido com o objetivo de atender estudantes do Ensino Médio. Ele emprega diversas representações semióticas para proporcionar uma apresentação interativa e investigativa do conteúdo, além de servir como um recurso matemático de apoio para os professores. A construção do livro incorpora as metodologias de investigação matemática, jogos e história da ciência. De maneira interdisciplinar, o LDI abrange temas como o Sistema Solar, o Universo, as seções cônicas e suas propriedades de reflexão, e ainda propõe a criação de um projeto de telescópio utilizando o GeoGebra.

O livro está disponível de forma gratuita na plataforma GeoGebra e pode ser acessado pelo link <<https://www.geogebra.org/m/yngd3hxa>>, ou pelo código QR disponível na Figura 1. Este material foi elaborado por Leonardo Borge como parte do desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, orientado por Nara Bobko (BORGO, 2023).

Figura 1 – Código QR para acesso ao LDI: *Aprendendo seções cônicas e suas propriedades de reflexão*

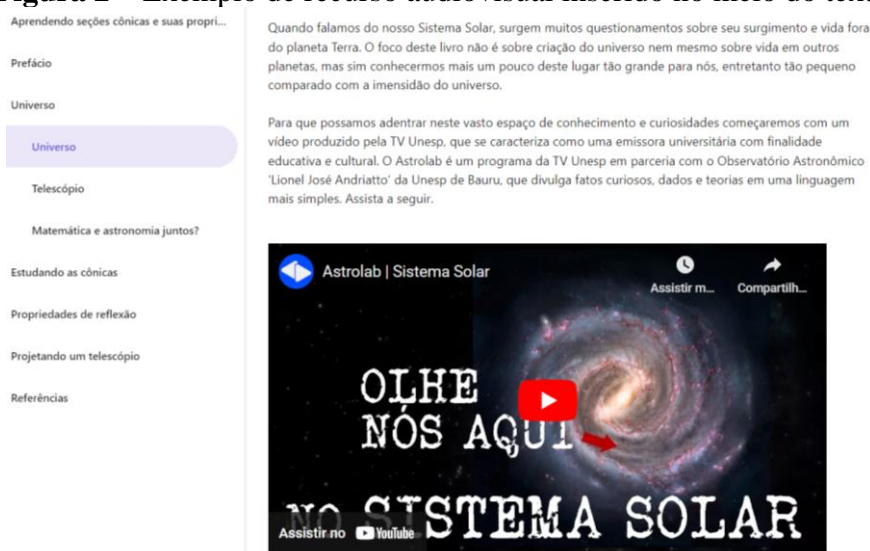


Fonte: Acervo próprio.

Além do capítulo inicial denominado *Prefácio*, e do capítulo final *Referências*, o LDI *Aprendendo Seções Cônicas e Suas Propriedades de Reflexão* está estruturado em quatro capítulos centrais: *Universo*; *Estudando as cônicas*; *Propriedades de reflexão*; e *Projetando um telescópio*. A estrutura foi planejada para iniciar com uma contextualização interdisciplinar do conteúdo matemático, seguida da introdução aos conceitos matemáticos relacionados às cônicas e suas propriedades de reflexão. A finalização do livro retoma a contextualização inicial, proporcionando aos estudantes a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos.

O capítulo *Universo* visa a contextualizar a aplicação das seções cônicas e suas propriedades de reflexão, estabelecendo uma conexão entre astronomia e matemática. Além disso, aborda aspectos relacionados ao Sistema Solar, corpos celestes e o uso do telescópio. Para tornar essa seção mais atrativa e dinâmica, incorporamos recursos audiovisuais, como vídeos curtos (máximo de 7 minutos), diretamente na atividade. Ocorre mencionar que essa escolha considerou a idade do público-alvo e visou manter o foco dos estudantes. Os vídeos, produzidos pela TV Unesp, foram selecionados pela qualidade e clareza na explicação. A Figura 2 ilustra a incorporação de um vídeo no LDI, permitindo que os estudantes assistam sem sair da página de navegação do livro.

Figura 2 – Exemplo de recurso audiovisual inserido no meio do texto



Fonte: Acervo próprio.

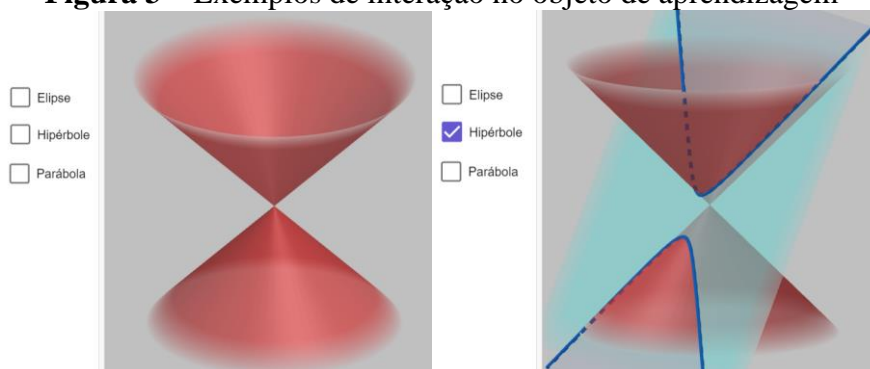
Além de incorporar vídeos, aproveitamos para adicionar *hiperlinks*, oferecendo aos estudantes acesso a *sites* que complementam o tópico em discussão e enriquecem o aprendizado. Alguns *links* direcionam para materiais de autoria própria, enquanto outros remetem a conteúdos de terceiros. Salienta-se a praticidade desse recurso, permitindo que os

estudantes acessem diversos materiais com apenas um clique no *mouse*. A inclusão desses recursos proporciona ao aluno a oportunidade de explorar o conteúdo de maneira ativa e autônoma.

O capítulo *Estudando as Cônicas* inicia-se com uma contextualização histórica, por meio da qual destaca os primeiros matemáticos que desempenharam um papel significativo no desenvolvimento deste conteúdo, incluindo Euclides (323 a.C. – 283 a.C.), Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) e Apolônio (15 d.C. – 97 d.C.). Além disso, buscando estimular o estudante a visualizar as cônicas em contextos atuais e locais, são abordadas aplicações destas curvas na arquitetura, com ênfase às obras do arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer (1907–2012).

Para proporcionar ao estudante um primeiro contato com as seções cônicas e compreender a nomenclatura associada a elas, foi introduzido um objeto de aprendizagem realizado com o *software* GeoGebra Clássico e incorporado no material didático. Este recurso permite ao aluno visualizar, em três dimensões, o resultado de alguns seccionamentos realizados em um cone duplo, gerando as cônicas elipse, hipérbole e parábola. Neste recurso, inicialmente, o estudante visualiza apenas o cone duplo, acompanhado de três botões, conforme ilustra a captura de tela à esquerda na Figura 3. O estudante pode, então, clicar nos botões para visualizar o cone, o plano e o resultado da interseção, em cada caso (imagem à direita da Figura 3).

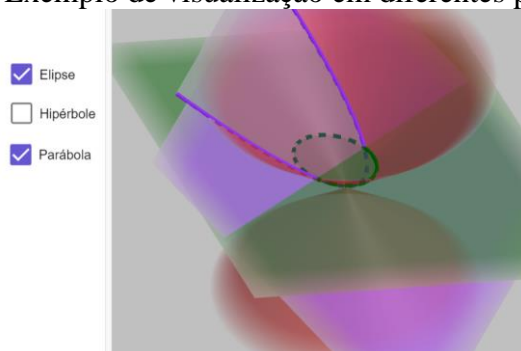
Figura 3 – Exemplos de interação no objeto de aprendizagem



Fonte: Acervo próprio.

Há a possibilidade de visualizar as três secções simultaneamente e ainda é possível rotacionar e ampliar a visualização da construção, como ilustra a Figura 4.

Figura 4 – Exemplo de visualização em diferentes perspectivas



Fonte: Acervo próprio.

Após a contextualização, o capítulo *Estudando as Cônicas* apresenta as seções *Elipse*, *Hipérbole* e *Parábola*, abordando os conceitos matemáticos envolvidos em cada uma dessas curvas. De maneira geral, a estrutura dessas seções é similar: uma parte introdutória conectando a curva como seção cônica com sua definição via lugar geométrico. Em seguida, expõe-se a apresentação da equação da cônica, com a possibilidade de visualização do detalhamento das contas para a obtenção da mesma. E, por fim, são propostos alguns exercícios para consolidação do conhecimento explorado.

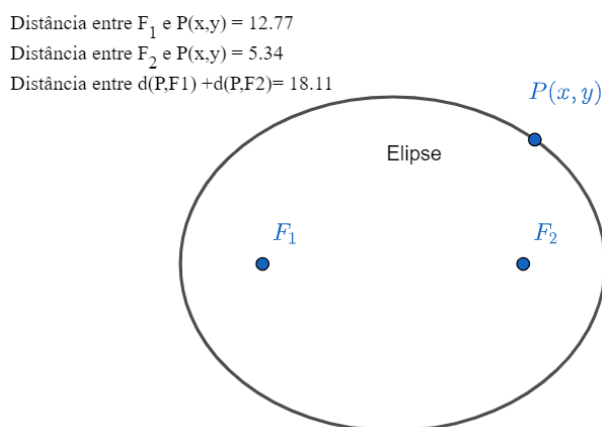
A seguir, detalharemos, brevemente, as duas primeiras partes do material elaborado para a elipse, visto que a mesma abordagem se aplica às demais cônicas.

Visando a retomar a visualização da elipse do objeto de aprendizagem anterior, apresenta-se uma figura representativa, seguida por uma imagem das órbitas planetárias no Sistema Solar, exemplificando a aplicação prática da elipse na astronomia. Após essa introdução, a definição geométrica é abordada, explicando-a como um lugar geométrico no plano cartesiano, onde a soma das distâncias para dois pontos fixos é constante. Considerando que o termo “lugar geométrico” pode ser desconhecido, incluiu-se um *link* para um arquivo explicativo sobre o conceito, proporcionando autonomia didática ao estudante para acessar informações adicionais conforme necessário.

Na sequência, um novo objeto de aprendizagem — também construído via GeoGebra — foi incorporado, com o intuito de instigar o estudante a interagir com o objeto e, de forma investigativa, aprofundar a compreensão do conceito recém-apresentado. Essa construção é integrada, diretamente, no meio do texto, permitindo ao aluno explorar e visualizar aspectos relacionados à elipse sem sair da página de navegação. Este objeto de aprendizagem ilustra a definição da elipse, apresentando uma representação visual que inclui a própria elipse, os dois focos e o ponto $P(x, y)$. No canto superior esquerdo da figura, são fornecidas informações sobre

a distância entre o ponto P e F1, a distância entre o ponto P e F2 e a soma dessas duas distâncias, conforme mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Construção dinâmica e interativa para explorar a definição da elipse



Fonte: Acervo próprio.

Neste objeto, enfatizamos duas possibilidades distintas de interação do aluno. A primeira consiste em mover apenas o ponto $P(x, y)$ e concluir que a soma das distâncias permanece constante, sem alterar a posição dos focos. A segunda opção envolve mover os focos para diferentes posições e também deslocar o ponto $P(x, y)$, permitindo concluir que a soma das distâncias continuará sendo uma constante. Vale mencionar que os valores apresentados pelo GeoGebra são cálculos aproximados, devido à limitação de representação do computador e ainda são exibidos com arredondamento. Dessa forma, em alguns casos, o valor mostrado para a soma das distâncias pode ter uma leve diferença em relação ao valor exato da soma de cada uma das distâncias. Esse detalhe deve ser salientado aos estudantes para evitar equívocos, embora não seja o foco de exploração deste material.

O próximo tópico, *Equação da elipse*, começa com uma pergunta ao leitor sobre a existência de uma equação para representar os pontos da elipse. O intuito de iniciar com um questionamento é estimular a participação ativa do leitor, uma abordagem utilizada diversas vezes ao longo do material. Apesar de a dedução da equação da elipse envolver conceitos do Ensino Médio, suas contas não são simples, talvez justificando a ausência desse processo em muitos livros tradicionais. O LDI proposto oferece ambas as abordagens: o estudante pode aceitar a expressão fornecida ou, caso deseje compreender a dedução da equação, clicar em um link que direciona a um texto em PDF detalhando a dedução da equação da elipse. Desse modo, essa flexibilidade promove a autonomia do estudante na exploração do conteúdo.

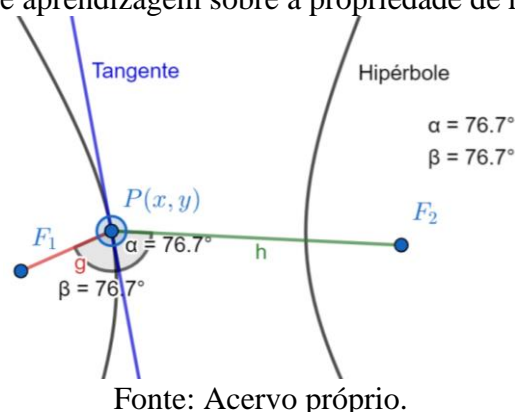
Posteriormente, é apresentada outra janela interativa ao estudante, permitindo que ele insira a equação da elipse. Automaticamente, surgem dois controles deslizantes referentes aos parâmetros da equação da elipse, possibilitando ao aluno interagir com o objeto de aprendizagem e observar as consequências das alterações na equação. Por meio dessa abordagem interativa, busca-se promover a compreensão efetiva do conteúdo, permitindo que o estudante explore as relações entre a equação da elipse e os parâmetros que a definem.

Como já mencionado, as seções que tratam da hipérbole e da parábola seguem uma estrutura semelhante à da elipse que acabamos de detalhar, de modo que não serão aprofundadas aqui.

Seja como for, o próximo capítulo do livro é *Propriedades de Reflexão*, cujo objetivo é ilustrar e exemplificar a definição das propriedades de reflexão das seções cônicas. Essa seção está organizada em três partes: uma para cada cônica. Mais uma vez, a estrutura de cada uma dessas partes é similar entre si, e, portanto, abordaremos apenas uma delas: a referente à hipérbole.

A seção é iniciada com a definição da propriedade de reflexão. Optamos por não apresentar a dedução no LDI, pois essa utiliza conceitos matemáticos que fogem ao escopo do Ensino Médio. No entanto, para que o estudante compreenda o significado desta propriedade, foi incorporado um objeto de aprendizagem interativo. Nesse objeto, o estudante é convidado a movimentar o ponto $P(x, y)$ que pertence à hipérbole e verificar que os ângulos formados pela reta tangente à cônica em P e os raios focais da hipérbole são iguais (Figura 6).

Figura 6 – Objeto de aprendizagem sobre a propriedade de reflexão da hipérbole



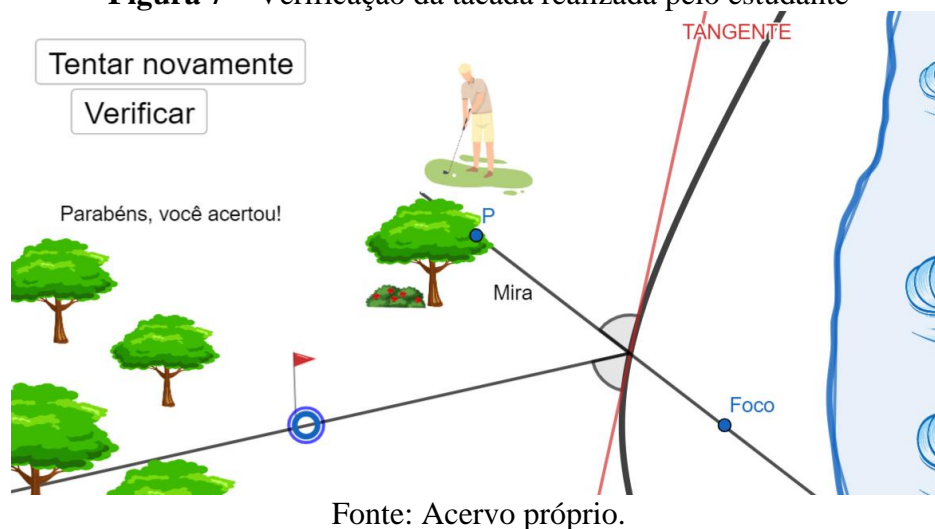
Fonte: Acervo próprio.

Ao mover o ponto $P(x, y)$ sobre a hipérbole, os ângulos alfa e beta variam, e o estudante pode verificar que, independentemente da posição do ponto, alfa é igual a beta. Isso auxilia o estudante a compreender que todo feixe luminoso que passa por um dos focos será refletido

para o outro foco.

A próxima atividade no LDI é uma aplicação da propriedade de reflexão da hipérbole, visando a auxiliar na consolidação do conteúdo. Nesta atividade, o estudante é convidado a participar de um jogo de golfe por meio de um objeto de aprendizagem. O campo de golfe apresenta um muro com o formato de um ramo de hipérbole e dois focos, sendo um deles o buraco. Em termos gerais, o estudante deve ajustar a mira do jogador para acertar a bola no buraco. No entanto, uma árvore interfere na jogada. Para superar esse obstáculo, o aluno utiliza a propriedade de reflexão da hipérbole, fazendo com que a bola seja ricocheteada até o buraco. Ao clicar no botão de verificação, é indicado se o estudante acertou ou errou a tacada. Assim que opta por “Tentar novamente”, o jogador muda de posição, proporcionando uma nova jogada de um local diferente. A Figura 7 ilustra a verificação da jogada.

Figura 7 – Verificação da tacada realizada pelo estudante



O capítulo final consiste na avaliação da sequência didática, desafiando os estudantes a projetar um telescópio, usando duas propriedades de reflexão. Uma imagem de referência é fornecida, acompanhada de uma janela interativa em branco, permitindo que os alunos, individualmente ou em grupo, desenvolvam o projeto. Ao término da página, são apresentadas duas soluções para o problema proposto.

4 Conclusão

O LDI *Aprendendo Seções Cônicas e Suas Propriedades de Reflexão* oferece diversos benefícios para aprimorar o ensino e a aprendizagem, incluindo interatividade, *feedback* automático, uso de recursos multimídia, adaptação ao estudante e autonomia didática. A

incorporação de recursos tecnológicos possibilita a utilização de várias representações semióticas, dinamizando o conteúdo e tornando-o mais lúdico. Isso permite que os estudantes interajam e manipulem informações por meio de janelas interativas, vídeos ou objetos de aprendizagem.

Referências

BORGIO, Leonardo Antonio. **Livro dinâmico interativo para aprendizado de seções cônicas e suas propriedades de reflexão**. 2023. 107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRUM, A. L.; PEREIRA, E. C. Construção de novos espaços de aprendizagem com a inserção dos dispositivos móveis. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande, v. 23, n. 59, p. 69–85, 2018.

DA SILVA, D. C. *et al.* Utilização de e-book interativo em aulas de Matemática em um Curso Técnico em Eletroeletrônica Integrado ao Ensino Médio. **Educação Matemática em Revista**, Videira, v. 28, n. 78, p. 33–44, 2023.

DUVAL, R; THADEU, M. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.

GEOGEBRA. **GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 02 nov. 2022.

GONZÁLEZ, J. C. *et al.* Development of interactive books for control education. *In*: IFAC SYMPOSIUM ADVANCES IN CONTROL EDUCATION, 10, 2013, Sheffield, UK. **Anais do 10º IFAC**. Sheffield, UK: The International Federation of Automatic Control, 2013, p. 150–155.

NÓBRIGA, J. C.; SIPLE, I. Z. Livros dinâmicos de matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 78–102, 2020.