

Ensino de Probabilidade: a Aplicação da Oficina ‘O jogo do máximo’ em uma Escola Municipal da Cidade de Petrópolis

Rafael Canellas Ferrara Garrasino¹

Gabriel da Silva Santos²

Mateus da Silva Capucho³

Paulo Henrique Silva Cunha⁴

Resumo: O presente artigo é um relato de experiência sobre o ensino de probabilidade através de uma ação lúdica na forma de oficina utilizando o ‘Jogo do Máximo’ desenvolvido pela Universidade Federal de Campinas (UNICAMP). Inicialmente, os autores dissertam sobre o ensino da probabilidade e a importância do uso de jogos como ferramenta para essa finalidade. Em seguida, após discorrer sobre as regras do jogo objeto da oficina e apresentar a proposta original dessa oficina obtida em outro artigo científico de outros autores, os autores do presente artigo explicam e justificam suas escolhas por adaptações na forma de conduzir a atividade. Por final, são apresentados os resultados obtidos com a oficina propriamente dita.

Palavras-chave: Ensino. Probabilidade. Atividade Lúdica. Oficina de Jogos. Jogo do Máximo.

Teaching of Probability: a Workshop using ‘O Jogo do Máximo’ (Maximum Game) on a Public School in Petrópolis City

Abstract: The present article is an account of experiences regarding the teaching of probability through a playful action in the form of a workshop using the ‘Jogo do Máximo’ (Maximum Game) developed by the University of Campinas (UNICAMP). Initially, the authors discussed the teaching of probability and the importance of using games as a tool for this purpose. Following that, after elaborating on the rules of the game targeted in the workshop and presenting the original proposal of this workshop obtained from another scientific article, the authors explain and justify their choices for adaptations in the way of conducting the activity. Finally, the results obtained with the workshop itself are presented.

Keywords: Teaching. Probability. Playful Activity. Games Workshop. Máximo’s Game.

Enseñanza de la Probabilidad: Taller con el Juego de Máximo en una Escuela Pública de la Ciudad de Petrópolis

Resumen: El presente artículo relata experiencias de enseñanza de la probabilidad mediante un taller lúdico con el Juego de Máximo, desarrollado por la Universidad de Campinas (UNICAMP). Inicialmente, los autores discutieron la enseñanza de la probabilidad y la importancia de usar juegos como herramienta para este propósito. Posteriormente, tras detallar las reglas del juego abordadas en el taller y presentar la propuesta original de este taller, obtenida de otro artículo científico, los autores explican y justifican sus decisiones de adaptación en la forma de realizar la actividad. Finalmente, se presentan los resultados obtenidos en el taller.

Palabras clave: Enseñanza. Probabilidad. Actividad Lúdica. Taller de Juegos. Juego de Máximo.

¹ Mestre em Tecnologia. CEFET-RJ. Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: rafael.garrasino@cefet-rj.br - Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-9255-9403>.

² Licenciatura em Matemática. CEFET-RJ. Petrópolis, RJ, Brasil. E-mail: gabriel.santos.8@aluno.cefet-rj.br - Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-8327-1389>.

³ Licenciatura em Matemática. CEFET-RJ. Petrópolis, RJ, Brasil. E-mail: mateus.capucho@aluno.cefet-rj.br - Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-7621-443X>.

⁴ Licenciatura em Matemática. CEFET-RJ. Petrópolis, RJ, Brasil. E-mail: paulo.cunha@aluno.cefet-rj.br - Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-3690-1472>.

1 Introdução

A educação nos tempos atuais, além do que em tempos anteriores, tem exigido cada vez mais dos professores recursos que desafiem os alunos na assimilação e fixação do conhecimento dado. Não bastante, tem sido cada vez mais constante a necessidade de se conquistar a atenção dos estudantes. Mentres inquietas, celulares, aulas tradicionais antiquadas que se resumem a oratória docente acompanhada de um quadro cheio de informações, além de uma falta de atualização dos métodos, são os principais obstáculos dos professores no percurso de se ensinar qualquer conteúdo de qualquer área, inclusive na matemática, área tema deste artigo.

Contudo, para se superar diversos obstáculos nas escolas é necessário também olhar para a formação dos professores. Silva *et al.* (2020) lembram que a formação de professores precisa sempre considerar os diversos desafios que a área de educação se depara. D'Ambrósio (1996), há mais de duas décadas, já afirmava que o mundo sempre exige novos conteúdos e, por consequência, novas metodologias. Portanto, segue o autor, é necessário constantemente repensar o ensino de matemática, principalmente em novas práticas. Para tal, ele segue, a atenção deve ser voltada também para a formação de professores. Todavia, antes de se pensar na formação do professor, faz-se preciso entender a necessidade das escolas

Com base nisso, a constante atualização das escolas, tanto em métodos quanto em recursos, é uma demanda crescente para se alcançar o objetivo de um ensino de qualidade e eficiente. Nessa linha, Silva *et al.* (2020) lembra que as escolas precisam cada vez mais inserir inovações em suas aulas para que possamos acompanhar a evolução das características da nova geração de alunos e, assim, não fiquem obsoletas.

Entretanto, a proposta de inserção de inovações nas salas de aula tende à interpretação equivocada de que está sendo falado exclusivamente de tecnologia. D'Ambrosio (1996) reforça que inovação não significa necessariamente tecnologia, mas significa também o uso de jogos, músicas e brincadeiras. O autor lembra que o recurso de jogos, por exemplo, apesar de ser algo não tão atual, trata-se de uma inovação a ser utilizada em sala de aula. Não bastante, ele ainda reforça que o uso desse tipo de recurso não somente é possível, como se deve ser utilizado pelas escolas, pois é cada vez mais real a necessidade de novas práticas.

A palavra lúdica, segundo a versão online do dicionário Michaelis⁵, tem origem no latim *em ludus* e está associada a ação de jogar, se divertir e brincar. Logo, toda ação de brincadeira e jogo podem ser associados ao lúdico, porém nem toda atividade lúdica é necessariamente um

⁵ <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro>

recurso inovador na educação. Para Santos e Cruz (2011), para ser uma ação educativa, o lúdico precisa criar a oportunidade ao indivíduo de construir saber, conhecimento e entendimento sobre o mundo. Seguindo essa premissa, Moura (2011) enfatiza que o lúdico, quando usado com pressupostos educacionais, exige planejamento, principalmente para inserir fatores sociais que estarão envolvidos. Além disso, o autor ratifica a necessidade de se ter uma intencionalidade na sua ação. Isto é, exige a elaboração de um plano para que permita a aprendizagem.

Diversos autores, como Moura (2011), D'Ambrosio (1996), Santos e Cruz (2011) e Silva *et al.* (2020) dissertam como o uso de recurso lúdicos na sala de aula é uma ferramenta para estimular relações sociais e afetivas, auxiliando nas conexões que serão construídas entre alunos e conhecimento. Portanto, por meio do lúdico é possível aproximar matemática e alunos, tornando assim a aprendizagem prazerosa e divertida.

Silva *et al.* (2020) entendem que os alunos são capazes de construir novos conhecimentos e fazer relações por meio de atividades lúdicas. Eles consideram que jogos, não necessariamente aplicados em espaços escolares, proporcionam condições coletivas de desenvolvimento conceitual e, por consequência, podem então ser usados em aulas de matemática. Contudo, não basta apenas criar jogos que “façam de matemática” na esperança de se estar criando uma ação lúdica educativa. É preciso que a atividade seja planejada para que não somente tenha significado, como atenda às especificidades dos indivíduos envolvidos na atividade (Silva *et al.*, 2020). Sendo assim, é necessário quebrar o estigma que qualquer jogo na sala de aula é uma atividade lúdica educativa. Além de necessário também quebrar o estigma de que a ação de um professor em aplicar um jogo em sua aula é um recurso para ocupar o tempo ou distrair os alunos. O jogo, como atividade lúdica educativa, precisa ser encarado como uma ação igual às aulas chamadas tradicionais, com planejamento, preparação, metodologia e objetivos especificados. Silva *et al.* (2020) enfatizam que, mesmo sendo importante o uso de ações lúdicas em aula, o seu uso por si só não é suficiente para se ter a aprendizagem.

Outro estigma a ser quebrado em relação ao uso de ações lúdicas como recurso educacional é sobre o público a ser aplicado. Santos e Cruz (2011) são categóricas ao afirmarem que atividades lúdicas não é algo exclusivo de crianças, podendo então ser utilizado com jovens e adultos. As autoras reforçam que, por ser um recurso que facilita a aprendizagem, além de ajudar no desenvolvimento dos envolvidos, seja socialmente, quanto culturalmente, a atividade lúdica é possível em qualquer faixa etária.

Ao falarmos de inovações na educação, não podemos restringir o assunto às salas de

aula do ensino fundamental e do ensino médio. Na temática de propostas para a educação, as salas de aula dos cursos de licenciatura devem sempre ser inseridas, pois é a partir delas que se iniciam as mudanças e, neste caso, as ações inovadoras nas salas de aula de todos os níveis. Santos e Cruz (2011) entendem que na formação dos professores deve existir a formação lúdica criando três pilares: formação teórica, formação pedagógica e inovação, essa que engloba a formação lúdica. Elas ainda explicam que, com essa formação, o futuro professor será capaz de se conhecer como pessoa, vislumbrar seus limites e possibilidades, além de ter uma maturidade consolidada sobre a importância do uso de jogos na educação de alunos, seja qual for a idade. Somente com propostas como essa que o professor sairá da universidade preparado para inserir ações lúdicas em suas aulas.

Sendo assim, sustentados nos argumentos dissertados até então que os autores deste artigo desenvolveram a proposta da atividade que será apresentada oportunamente. Os autores são três alunos do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET Petrópolis e seu respectivo professor na disciplina Oficina de Ensino de Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística. A atividade tema deste artigo vai muito além da ação feita na escola municipal a se relatar mais à frente. Ela se iniciou na sala de aula da disciplina citada, onde o professor apresentou aos alunos o recurso de atividade lúdicas com propósitos educacionais, sua importância, dentre outros argumentos já relatados nesta introdução. Foram feitas pesquisa sobre relatos de experiência e a partir daí que surgiram as propostas de jogos, as abordagens lúdicas, os experimentos, até a consolidação de uma atividade que pudesse ser aplicada numa sala de aula de uma escola municipal.

2 O Ensino de Probabilidade e Estatística

O ensino da probabilidade, como todo o ensino de conteúdos associados à estatística, historicamente recebeu um tratamento quase que negligente na elaboração de planos e diretrizes de ensino no Brasil. Ainda no século passado, Lopes (1998) destacava que o ensino de estatística já fazia parte do programa de matemática em diversos países, como Itália, França, EUA e Japão na década de oitenta e Espanha, Portugal e Inglaterra na década de 90. Fato esse que não ocorria no Brasil, só sendo mudado com a criação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2018, quando a estatística se tornou um componente próprio do ensino de matemática, não ficando como parte de um eixo temático.

Muitas das vezes essa espécie de conteúdo era ministrada apropriadamente apenas no ensino superior e, ainda assim, se mostrava bastante ineficiente. Segundo Batanero *et al.* (2011),

diversos estudantes saem do ensino superior com dificuldades de interpretação de gráficos e outras formas de ilustração de dados estatísticos. Dificuldades essas que podem ser apontadas como a ineficácia da elaboração do currículo ou como resultado da forma rasa em que o tema era abordado nos níveis anteriores. Ainda segundo Batanero *et al.* (2011), o ensino da estatística se faz necessário além da formação profissional, mas também na formação do cidadão em sua vida pessoal.

Com o passar do tempo, a perspectiva do Ministério da Educação em relação a conteúdos relacionados à estatística, em especial a probabilidade, foi convergindo para um cenário mais democrático em todos os níveis do ensino básico, consolidando uma proposta mais sólida na BNCC de 2018. Segundo Brasil (2018), o ensino de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental deve proporcionar ao estudante as noções de aleatoriedade. Destaca-se então nesse documento que passava a existir uma proposta de noções de probabilidade para estudantes que estão do lado oposto do percurso acadêmico em relação aos estudantes do ensino superior. Obviamente que não seria feita a mesma abordagem, mas dentro da expectativa de Batanero *et al.* (2011) supracitada, os estudantes já seriam capazes de entender que fenômenos são determinísticos e, por consequência, diferenciar eventos certos de eventos impossíveis.

Contudo, essa abordagem precisa ser bem pensada. Campos e Novais (2010) lembram que a proposta curricular precisa fugir da proposta tradicional, já considerada antiquada, se descolando assim do determinismo. Para isso, seguem, ao apresentar o aleatório, por exemplo, devem extrair da realidade dos estudantes problemas diversos, conectando o conteúdo ao meio que os cerca.

Entende-se então que a proposta seria ir em outra direção quando considerada a visão que os estudantes têm sobre o ensino de probabilidade. Diversos estudantes consideram cansativo e entediante o ensino de probabilidade porque o enxergam como uma tarefa que se resume a decorar fórmulas. Lopes (1998) reforça que essa visão dos estudantes, de certa forma, possui uma conexão com a realidade, pois o ensino matemático em sua maioria se nega a explorar situações que envolvam aleatoriedade, por exemplo. Sendo assim, segue o autor, os estudantes terão dificuldades de saber como lidar com os diversos problemas que lhe irão se deparar na vida real.

São diversos os autores que ratificam a existência de um ensino de probabilidade aquém do ideal. Dentre eles, Vila Bôas e Conti (2022) que elucidam que o ensino de probabilidade não pode ser restrito a cálculos, pois assim, os estudantes estão sendo privados de compreender como que os eventos do seu cotidiano são eventos probabilísticos. Entende-se então que muito

além de aplicar fórmulas e encontrar resultados que não tem significado para os alunos, o foco do ensino de probabilidade deve ser no entendimento dos eventos probabilísticos e usá-los em sua vida cotidiana. Soares (2020) reforça isso, afirmando que, além de diferenciar os modelos, é necessário que os estudantes saibam como melhor aplicá-los. E, sendo assim, sejam capazes de fazer inferências, construir raciocínios, argumentar e apresentar soluções para os problemas de sua realidade.

Existe, conforme destacado pelos autores supracitados, uma dificuldade dos alunos no ensino de probabilidade. Silva *et al.* (2013) recorda que essa maior dificuldade está associada à ausência de um suporte didáticos e de propostas estimuladoras que os envolvam no conteúdo. Portanto, faz-se necessária uma abordagem diferenciada. Para Viana e Silva (2021), o cenário atual é preocupante porque é constatado um ensino mecânico de probabilidade e sem significado. Logo, seguem, urge uma proposta de metodologia que fuja disso, facilitando a compreensão dos conteúdos ministrados a respeito.

3 O Jogo como Ferramenta Educacional

Como visto anteriormente, o ensino de probabilidade cada vez mais demanda abordagens inovadoras para não somente atrair a atenção dos alunos, mas também para ajudar a ilustrar conceitos de aleatoriedade e probabilidade. Abordagens essas que devem ser pensadas previamente para que o ensino de probabilidade fuja do tradicional e enfadonho método de fórmulas, cálculos e resposta. Sem mencionar a baixa aplicabilidade na realidade dos alunos envolvidos.

Como forma de inovação, não seguindo a óbvia estratégia da tecnologia, surge a opção das atividades lúdicas. Essas atividades, como já discutido por diversos autores aqui citados, é válida quando planejada e elaborada com propostas claras de abordagem nos conteúdos matemáticos, no caso atual, a probabilidade.

Dentre as opções de atividades lúdicas está o jogo em sua forma ampla. Opção esta que é proposta pelo próprio MEC em seu documento ‘Pacto nacional pela alfabetização na idade certa’. Segundo Brasil (2014), o jogo, quando proposto adequadamente, oportuna aos estudantes diversas capacidades como organização, análise, reflexão e argumentação, além dos conceitos objetivados pelo professor ao oferecer a atividade. Habilidades associadas a qualquer cidadão, segue o documento, também são benefícios do jogo como trabalhar em equipe, entender e respeitar regras, além de aprender a ganhar e perder.

Todavia, mesmo trazendo benefícios na formação do cidadão, o jogo precisa trazer

ganhos no aprendizado. Kishimoto (2011) explica que através do jogo é possível potencializar a construção do conhecimento graças à motivação, algo natural do lúdico. Entretanto, o autor lembra que o jogo somente não terá tantos resultados se não existirem estímulos externos, alunos atuando em parceria, além dos conceitos trabalhados em atividades não-jogo.

Reforçado que o jogo, para ser aplicado em sala de aula, precisa ser pensado, pois trata-se de um recurso complexo e, diferentemente do que se entende, os seus benefícios, sim, são incontestáveis enquanto usado adequadamente. Itacarambi (2013) destaca diversos pontos positivos do jogo que corroboram com a proposta de Brasil (2014), além da ideia com ressalvas de Kishimoto (2011). A autora, dentre os seus destaques, enaltece que o jogo, por ser desafiador, torna atrativa a apresentação dos conteúdos. Além disso, segue a autora, o jogo induz na criatividade dos alunos na elaboração de estratégias e nas insistentes tentativas de se encontrar soluções, tudo por conta da motivação de ganhar a partida. Por fim, a autora também destaca que o jogo proporciona ao estudante o planejamento de ações já que são demandadas soluções ágeis.

As vantagens do jogo são tamanhas que se estendem ao professor no seu ofício. Vila Bôas e Conti (2022) reforçam que o jogo se torna um aliado do professor como recurso adicional na transmissão do conhecimento. Pois, sendo a linguagem formal de sala de aula um possível obstáculo no entendimento para os alunos, com o jogo permite o uso de uma linguagem informal a qual se aproximará dos estudantes. Ainda nessa linha, Viana e Silva (2021) lembram que o jogo permite ao professor sair da posição de explicador de conteúdos e assumir outro papel, no qual incentiva os alunos a alcançarem o conhecimento. Portanto, o jogo não somente se torna um recurso adicional valioso para o professor, como também se torna uma ferramenta que auxilia aos alunos na compreensão do conteúdo ministrado em sala.

Apesar de diversas vantagens ao ensino, o uso do jogo segue sendo algo a ser feito de forma criteriosa, ou do contrário, como já discutido por outros autores anteriormente, será apenas uma atividade divertida para distrair uma classe. A forma de planejamento do uso do jogo torna-se então a chave do sucesso desse recurso em sala de aula.

Viana e Silva (2021) definem que o sucesso da atividade com jogo depende prioritariamente de um prévio planejamento onde os objetivos a serem alcançados sejam bem definidos. Nessa linha, Grando (2000) reforça que é necessária uma análise antecipada do jogo observando diversos fatores, dentre eles, se o estudante se sentirá desafiado. Somente com o desafio, segue a autora, o estudante estará desperto, envolvido e motivado para interagir com a atividade, assimilando por consequência o conteúdo envolvido.

O planejamento prévio do jogo também é recomendado por Conti e Vilas Bôas (2019) que defendem que tudo se inicia na escolha do jogo a ser aplicado. Após isso, seguem as autoras, é recomendado que o professor teste e explore o jogo. Já na aplicação do jogo propriamente dito, as autoras defendem uma atividade que incentive o trabalho em equipe e, por consequência, o espaço permita tal ação, além da livre circulação do professor entre os grupos. Por fim, as autoras destacam a necessidade de uma discussão sempre ao término de uma etapa ou do jogo em si. Para tal, recomendam o uso de registro de resultados para se ter histórico e facilitar o repensar das estratégias.

Para o ensino de probabilidade, Campos e Novais (2010) ressaltam que o jogo precisa permitir ao estudante estar em contato com conceitos de certeza, probabilidade, incerteza, impossibilidade etc. A lista de possibilidade de jogos é extensa, seguem dando ênfase à roleta, cartas, bolas coloridas, jogo de palitinhos, par ou ímpar.

4 O Jogo do Máximo

Os autores desse artigo tiveram acesso ao Jogo do Máximo através da publicação de Viana e Silva (2021). Nela, os autores apresentam o jogo como sendo de autoria da UNICAMP, estando disponível no site da instituição as regras, ilustrações e outras informações adicionais no site da instituição⁶.

Viana e Silva (2021) explicam que a escolha pelo Jogo do Máximo se deu pela facilidade das regras, além da possibilidade de se trabalhar de maneira natural conceitos básicos de probabilidade e estatística. Não bastante, os autores destacaram as atividades disponíveis no software “Explorando o Jogo do Máximo” que envolvem perguntas para serem utilizadas como avaliação do aprendizado.

Ainda dentro da justificativa pela escolha de um jogo como recurso didático, em especial o Jogo do Máximo, Viana e Silva (2021) recorrem a diversos autores para sustentar o potencial existente em ajudar os alunos no entendimento dos conhecimentos ministrados sobre probabilidade, em especial nos jogos de azar. Esse potencial, exaustivamente reforçado pelos autores deste artigo anteriormente, traz diversos benefícios diretos como desenvolvimento de capacidades críticas e compreensão de eventos, espaços amostrais e probabilidade.

O Jogo do Máximo consiste em uma disputa entre dois jogadores que podem ser adaptados para duas duplas ou dois grupos. Cada jogador lança um dado simultaneamente e

⁶ <https://m3.ime.unicamp.br/arquivos/software/1237/introducao.html>

observa-se apenas o maior resultado obtido entre os dois dados. Caso o maior resultado seja 1, 2, 3 ou 4, o chamado Jogador 1 vence. Sendo o maior resultado 5 ou 6, então o chamado Jogador 2 vence. O Quadro 1 possui alguns exemplos para maior entendimento:

Quadro 1: Exemplos de resultados no Jogo do Máximo

	Rodada 1	Rodada 2	Rodada 3	Rodada 4	Rodada 5	Rodada 6
Dado 1	2	4	6	5	1	4
Dado 2	3	4	2	4	5	2
Maior	3	4	6	5	5	4
Vencedor	Jogador 1	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 2	Jogador 2	Jogador 1

Fonte: Elaborado pelos autores.

Nota-se que o Jogo do Máximo é, de fato, um jogo de regras simples e rápida compreensão. Desconsiderando os conteúdos de probabilidade a serem abordados, ele pode ser jogado inclusive por crianças do Ensino Fundamental Anos Iniciais.

5 A Oficina com o Jogo do Máximo

A oficina foi proposta para ser ministrada pelos autores Paulo Cunha, Mateus Capucho e Gabriel Santos, autores deste artigo e discentes da disciplina Oficina de Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística do Curso de Licenciatura do Cefet Petrópolis. O professor da disciplina Rafael Garrasino, e autor deste artigo, participou apenas como observador na execução. Antes e depois da oficina, o professor atuou como orientador da atividade.

O local para aplicação da oficina foi a Escola Municipal Celina Schechner, localizada no distrito de Itaipava, no Município de Petrópolis. A turma escolhida foi a do oitavo ano, com vinte e quatro alunos, na qual o autor Paulo Cunha já atuava como residente. A turma em questão possuía pouco heterogeneidade em relação à classe social dos alunos, sendo a maioria de classe baixa.

Apesar de, como citado anteriormente, o jogo permitir uma dinâmica digital por meio do site, os autores desse artigo optaram por uma abordagem analógica. O principal argumento foi que o uso do celular na sala de aula potencialmente seria um complicador, gerando distrações que dificultariam na execução da oficina, como aproveitarem o momento para acessar aplicativos de redes sociais. Além disso, considerando o perfil da turma, foi especulado que o uso do celular poderia ser uma ação discriminatória por conta da possibilidade de algum aluno não possuir, seja por condições financeiras, seja por orientações dos pais sobre o uso enquanto na escola.

A oficina foi dividida em quatro partes, nas quais, ao final de cada uma, o aluno teria uma tarefa para que pudesse ser avaliada a compreensão do mesmo sobre os conceitos envolvidos na atividade. Porém, antes de se iniciar a Parte I, logo após explicar as regras do jogo, foi perguntado oralmente à turma quem gostaria de ser o Jogador 1 e quem gostaria de ser o Jogador 2. Ao receber uma resposta unânime de que todos queriam ser o Jogador 1, ficou entendido que a oficina seria frutífera com a turma pelo que estava sendo previsto na atividade e será dissertado ao prosseguir neste artigo. Vale ressaltar que as quatro partes inseridas nesta oficina não compõem originalmente na atividade do jogo e foram introduzidas pelos autores deste artigo.

A Parte I consistia em os alunos iniciando as jogadas. A turma foi dividida em doze duplas (de A até L) as quais jogariam quatro partidas como dez rodadas cada. A cada partida encerrada trocavam na dupla quem era o Jogador 1 e quem era o Jogador 2. Assim, cada aluno da dupla jogaria duas partidas, ou vinte rodadas, como Jogador 1 e duas partidas, ou vinte rodadas, como Jogador 2. Todos os alunos receberam um formulário com um controle de resultados, igual à Figura 1. Conforme ocorriam as rodadas de cada partida, os alunos deveriam, em seu formulário, tomar nota dos resultados de cada dado lançado e, ao final, contabilizar quantas vezes o Jogador 1 venceu e quantas vezes o Jogador 2 venceu.

Figura 1: Controle dos resultados dos alunos

Partida 1			Partida 2		
#	Jogador 1	Jogador 2	#	Jogador 1	Jogador 2
1			1		
2			2		
3			3		
4			4		
5			5		
6			6		
7			7		
8			8		
9			9		
10			10		
		Resultado final			Resultado final

Partida 3			Partida 4		
#	Jogador 1	Jogador 2	#	Jogador 1	Jogador 2
1			1		
2			2		
3			3		
4			4		
5			5		
6			6		
7			7		
8			8		
9			9		
10			10		
		Resultado final			Resultado final

Fonte: Elaborado pelos autores.

Existiam diversas propostas implícitas nessa ação. A primeira era gerar um espaço amostral razoável que quando unificado com todos os alunos da turma seria maior ainda para demonstrar a desigualdade da regra do jogo. A segunda era para avaliar em cada formulário se o respectivo aluno que o preencheu entendeu a atividade e como executá-la. Por fim, a terceira era induzir aos alunos entenderem que, conforme iam jogando, o jogo não era tão favorável ao Jogador 1, mas, sim ao Jogador 2. Tanto que ao final das quatro partidas, o aluno tinha uma pergunta a responder: Caso fosse propor esse jogo em casa, qual jogador escolheria?

Ao final da Parte I, era esperado que os alunos tivessem a sensibilidade de que o jogo era desfavorável ao Jogador 1, contudo sem entender ao certo o porquê. Para tal, foi proposta a Parte II, onde os alunos recebiam a Figura 2 onde deveriam combinar os resultados dos dados e indicar quem é o vencedor em cada combinação.

Figura 2: Espaço amostral de resultados

		Jogador 2					
		1	2	3	4	5	6
Jogador 1	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Fonte: Elaborado pelos autores.

Mais uma vez tem-se mais de uma proposta implícita na atividade. A primeira é proporcionar ao aluno o entendimento de como se constrói o espaço amostral da partida, vislumbrando todos os resultados possíveis. A segunda é tornar fácil de se identificar as quantidades de combinações que cada jogador possui a seu favor e, assim, qual possui maior probabilidade de vencer. Isto é, o que ele desconfiou jogando dados estava agora explicitado. E, por fim, avaliar de fato se o aluno entendeu a execução dessa nova tarefa.

A Parte III consistia em cada aluno construindo em uma folha de papel milimetrado um gráfico de frequência dos resultados ganhadores em cada uma das dez rodadas das quatro partidas. A primeira proposta implícita na atividade era permitir ao aluno construir um espaço amostral no qual a aleatoriedade ficasse exposta de tal maneira que, mesmo num jogo desigual, resultados favoráveis ao Jogador 1 acontecem, inclusive em grande quantidade. Contudo, quanto mais eram feitas rodadas, mais resultados favoráveis ao Jogador 2 aconteciam, expondo a desigualdade notada anteriormente. A outra proposta é na construção, leitura e interpretação

de uma representação gráfica a partir de resultados obtidos no que poderia ser considerado como um experimento. Por fim, mais uma vez é uma proposta de atividade para avaliar o entendimento dos alunos sobre a tarefa em si.

A última etapa, a Parte IV, consistia em reunir os resultados de todas as partidas e analisar vitórias sob diferentes aspectos, tanto entre duplas, quanto considerando a turma toda como se fosse uma única dupla. A proposta é mostrar que quanto mais jogadas acontecem, isto é, quanto maior o espaço amostral, mais evidente fica o favorecimento das regras para um dos jogadores envolvidos. Isto é, a aleatoriedade é real, contudo, a regra do jogo acaba distorcendo isso.

6 Análise dos Resultados

Ao final da oficina, os autores recolheram os formulários dos alunos para fazer o tratamento e interpretação dos dados. Com a identificação de cada aluno e sua respectiva dupla, foi possível analisar os resultados a ponto de observar o entendimento dos alunos a respeito dos conceitos envolvidos e da execução das tarefas propostas na oficina.

A primeira análise feita é a respeito da Parte I da oficina onde os alunos jogavam os dados e anotavam os resultados. Nessa tarefa, era importante que o aluno colocasse apenas na coluna do vencedor qual foi o resultado o qual sacramentou a vitória. Nesse levantamento, foram identificados dois indicadores. O primeiro indicador era se existiam discrepâncias entre as planilhas de cada dupla. Isto é, as planilhas das duplas precisavam ser idênticas, pois os resultados de cada jogada era o mesmo para cada um deles. Ainda assim, por ser uma atividade nova, foram detectadas algumas discrepâncias entre algumas duplas. O segundo indicador era se existiam rasuras nas planilhas. A rasura não é necessariamente um indicador de erro. Apesar de existir a possibilidade de uma tentativa de alterar o resultado errado ao consultar a planilha de sua dupla, os autores entendem que existem casos que foram erros legítimos que acarretaram rasuras como tentativa de correção. O Quadro 2 resume os dois indicadores em cada dupla.

Quadro 2: Resultados das análises da Parte I

DUPLAS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
DISC.	5	0	0	13	0	0	0	0	0	1	1	0
RAS.	4	6	13	8	0	6	13	3	4	5	2	3

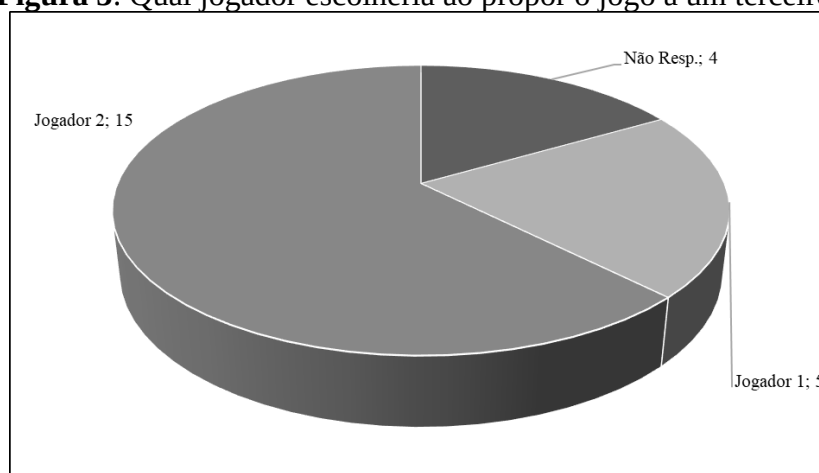
Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela Tabela 3, nota-se que a dupla E foi a que teve melhor entendimento da tarefa, pois não foram encontradas discrepâncias entre suas respectivas planilhas (linha DISC.), nem

rasuras (linha RAS.). Outras sete duplas não tiveram discrepâncias encontradas entre suas planilhas, porém foram encontradas rasuras as quais, como já dito, podem ter sido uma correção de uma desatenção ou uma correção após consultar o colega. Ainda assim, conclui-se, pela análise das discrepâncias (linha DISC.) que nove dentre doze duplas tiveram o entendimento da tarefa e, por isso, conseguiram preencher corretamente as planilhas sem gerar erros entre si.

Ainda na Parte I da oficina, ao final das jogadas, os alunos deveriam responder se, ao propor esse jogo em casa, ele escolheria ser o Jogador 1 ou Jogador 2. É importante destacar que, assim que explicadas as regras do jogo, foi perguntado aos alunos qual jogador eles gostariam de ser. Induzidos pela regra que cria uma falsa sensação de desequilíbrio a favor do Jogador 1, os alunos, numa ampla maioria, disseram que gostariam de ser o Jogador 1. Por conta disso, a pergunta é feita novamente, mas de outra forma, ao final das jogadas. O intuito é exatamente identificar quem conseguiu perceber que existe um desequilíbrio a favor do Jogador 2. Os resultados dessa pergunta estão na Figura 3.

Figura 3: Qual jogador escolheria ao propor o jogo a um terceiro?



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nota-se pela Figura 3, que a maioria dos alunos entenderam que existia algo no jogo que favorecia o resultado para os Jogador 2 e, por conta disso, mudou de opinião, passando a escolher o mesmo. Esse resultado é importante para destacar como manuseando uma atividade de forma empírica é suficiente para que alunos percebam o comportamento de aleatoriedade, mas ao mesmo tempo um desequilíbrio nas possibilidades de vitória entre cada jogador.

Na Parte II, cada aluno, ainda formando duplas, precisava montar o mapa de combinações previstas no jogo e qual jogador venceria com cada uma delas. Com essa atividade, os alunos literalmente construiriam o espaço amostral do jogo e, em seguida, enxergariam o porquê o Jogador 2 parecer ser favorecido, quando as regras criam a falsa sensação de que o

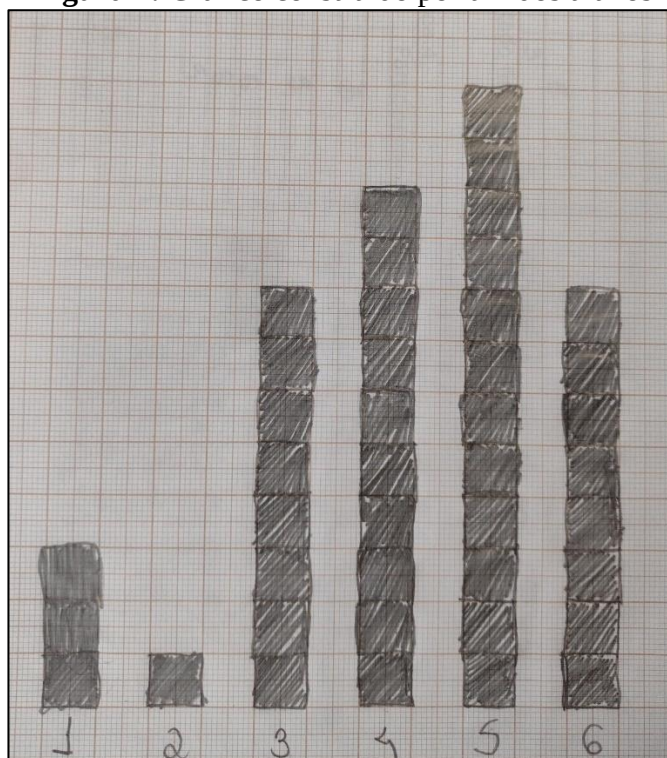
Jogador 1 é o favorecido. A atividade foi executada individualmente, mas com a mesma formação de duplas para que seguissemos, igualmente na Parte I, avaliando os alunos no entendimento da atividade.

Do total de 24 alunos participantes, apenas 1 apresentou a tabela incompleta e 6 apresentaram a tabela com rasuras, sendo o aluno que entregou a tabela incompleta um dos que rasuraram. Os autores reforçam que as rasuras podem ter duas possibilidades de interpretação. Na primeira, otimista, o aluno apenas se confundiu no preenchimento e rapidamente a corrigiu recorrendo à rasura. Na segunda, por conta da formação de dupla, ao consultar seu parceiro de partida, notou o erro e recorreu à rasura para que sua tabela ficasse igual. Merece destaque que, dos 36 espaços a serem preenchidos na tabela da Parte II, a maior quantidade de rasuras cometidas por um aluno foi de 4, aproximadamente 11%.

A Parte III da atividade consolidava tudo que foi feito durante à oficina e, ao mesmo tempo, introduzia a conceito de ilustrar resultados graficamente com o intuito de melhor ler as informações e tirar conclusões. Na proposta, ao criar um gráfico com os resultados das partidas, o aluno passaria a enxergar todos os resultados consolidados, mas sem que estivessem como valores espalhados em tabelas. Isto é, 40 rodadas de um jogo seriam resumidas em uma imagem intuitiva, na qual seria fácil identificar quais resultados foram os mais recorrentes e, numa análise consolidada, se o Jogador 1 ou o Jogador 2 foi o grande vencedor.

A Figura 4 é o resultado da construção de um gráfico de colunas por um aluno a partir dos resultados vitoriosos das jogadas em cada partida. O aluno construiu um gráfico de colunas com seis opções no eixo X, onde cada resultado de um dos valores seria representado por um quadrado colorido. Na proposta, o aluno construiu a imagem que expressa o resultado mais frequente com a coluna mais preenchida. Tal conceito permite que, ao fazer parte da construção do gráfico, o aluno entenda diretamente o seu funcionamento e, como consequência, seja capaz de interpretar gráficos de barras que são semelhantes aos gráficos de colunas. Portanto, esse processo se torna muito mais frutífero do que apenas uma explanação sobre gráfico de colunas e seu funcionamento.

Figura 4: Gráfico construído por um dos alunos



Fonte: Os autores.

Nota-se que usando recursos básicos como uma folha de papel milimetrado é possível fazer a construção de gráficos simples, porém objetivos e informativos, compensando a impossibilidade de recorrer a um computador. É importante ressaltar que essa atividade especificamente foi a que os alunos mais tiveram facilidade de entender o que era para fazer. Todavia, os autores seguiram analisando rasuras e inconsistências para tentar identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos.

Foram comparados os gráficos entre as duplas para identificar inconsistências e notaram que metade das duplas apresentaram ao menos uma inconsistência. Esse resultado não causou muita preocupação nos autores quando se tem que a maior quantidade de inconsistências foi de 4, isto é, 10% do total de informações lançadas nos gráficos. Não bastante, os autores entendem que por ser uma atividade de desenho, os alunos ficaram mais descontraídos e confiantes. Fato esse que, somado a grande quantidade de dados a preencher no gráfico, acaba proporcionando a possibilidade de um erro. Essa fala é reforçada quando é notado que apenas dois alunos rasuraram seus gráficos, indicando a confiança na atividade e o desinteresse de consultar o gráfico de sua dupla.

Na Parte IV, deixou-se em aberto um debate dos resultados das partidas, criando espaço para que os alunos apresentassem diversas combinações possíveis de se confrontar os

resultados. Dentre as várias análises, os autores destacam as seguintes:

- Disputa direta entre os alunos de cada dupla, calculando quem venceu mais partidas;
- Disputa direta entre os alunos de cada dupla, calculando quem venceu mais jogadas;
- Disputa entre Jogador 1 e Jogador 2 em cada dupla considerando apenas as partidas;
- Disputa entre Jogador 1 e Jogador 2 em cada dupla considerando todas as jogadas;
- Disputa entre Jogador 1 e Jogador 2 em partidas utilizando os resultados de todas as duplas como se fosse uma única dupla;
- Disputa entre Jogador 1 e Jogador 2 em jogadas acumuladas utilizando os resultados de todas as duplas como se fosse uma única dupla.

A partir dessas análises, os alunos chegaram a resultados pontuais como da dupla D representado no Quadro 3, onde o Jogador 1 aplicou uma chamada goleada no Jogador 2 desafiando tudo que eles tinham observado nas combinações possíveis.

Quadro 3: Consolidado de resultados da Dupla D

Por partidas		Por jogadas	
Jogador	Vitórias	Jogador	Vitórias
#1	3	#1	29
#2	1	#2	11
Empate	0		

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao constatar na Parte II que as chances de vitória do Jogador 2 são maiores que as do Jogador 1, potencialmente a dupla D deve ter estranhado o resultado obtido. Contudo, ao abrir o debate na Parte IV com outras duplas, a dupla D entendeu que se trata de um evento separado e que as vitórias dos Jogador 2 eram maioria. A Tabela 5 resume as análises 5 e 6 supracitadas:

Quadro 4: Resultados das análises 5 e 6

Por partidas		Por jogadas	
Jogador	Vitórias	Jogador	Vitórias
#1	15	#1	232
#2	23	#2	248
Empate	10		

Fonte: Os autores.

Com esse resultado consolidado, os alunos puderam enxergar a aleatoriedade ocorrendo a cada jogada e, por consequência, a cada partida. Puderam notar também que, conforme aumentavam as partidas, o espaço amostral de jogadas também aumentava e, com isso, a maior

probabilidade de vitória do Jogador 2 ficava cada vez mais evidente.

7 Considerações Finais

Ao propor uma oficina para ser executada numa sala de aula, o professor autor deste artigo optou pela elaboração de um projeto com início, meio e fim, no qual os alunos também autores deste artigo pudessem experimentar na prática diversas habilidades necessárias a um futuro professor de matemática. O projeto se iniciou com uma revisão bibliográfica usada em grande parte nos capítulos iniciais deste artigo. Nos textos utilizados, os alunos compreenderam a importância da inovação na sala de aula e o uso do lúdico para recurso para dar valor e incrementar suas aulas. Com isso, ao final de tudo, após a oficina ter sido colocada em prática, eles ratificaram todo o conteúdo pesquisado na forma de teoria, o que acaba corroborando com a proposta inicial do projeto em si. Toda essa proposta se sustenta na necessidade uma melhor formação dos professores ratificando a fala de Silva *et al* (2020).

A tarefa se iniciava com o planejamento das atividades, avaliando o conteúdo a abordar, o nível da turma na qual seria aplicada a oficina. Os alunos autores colocaram então em prática a elaboração de uma aula, estipulando objetivos, metas a serem alcançadas, metodologias a utilizar e planejando as ações. Essa etapa também permitiu que ratificassem depoimentos de autores como Lopes (1998), Campos e Novais (2010) e Conti e Vilas Bôas (2019) a respeito da importância do planejamento das aulas.

Na elaboração do planejamento da aula, os alunos autores perceberam que o lúdico é uma opção alternativa para abrilhantar suas aulas e, de forma diferenciada, trazer conteúdos que na maior parte das vezes são apresentados de maneira entediante e pragmática. Notaram então que autores como Moura (2011) e Santos e Cruz (2011) reforçam essa necessidade e os incentivaram a tomar tal decisão. Para tal, a opção do lúdico foi feita através do jogo que, segundo autores como Kishimoto (2011), Itacarambi (2013) e Vilas Bôas e Conti (2022), não deve ser banalizada como puro entretenimento da turma.

Com o relato de autores como D'Ambrosio (1996), Soares (2020), Silva *et al* (2020) e Viana e Silva (2021), os alunos autores entenderam a importância da inovação na sala de aula. Logo, além de compreenderem que sair do chamado ensino tradicional utilizando um jogo se faz necessário, notaram também que poderiam inovar melhorando a proposta de um jogo já existente. Isso consolida a conceito de planejar a ação de um jogo segundo Grandó (2000).

Com a aula planejada, jogo escolhido e melhorado, os alunos autores acompanhados do professor autor aplicaram a oficina conforme relatado anteriormente. Na sua ampla concepção,

tendo em vista os resultados apresentados, pode-se considerar que a proposta foi executada com sucesso. Os objetivos propostos também foram alcançados com sucesso na sua maioria, com exceção de alguns alunos que pontualmente tiveram dificuldades. Notou-se de qualquer forma que o sucesso maior foi na adesão total da turma na atividade, o que reforçou que a opção de um jogo como ferramenta inovadora lúdica motivou a turma a participar da atividade.

Faz-se necessário destacar que no início da oficina os alunos autores tiveram dificuldades por conta dos dados. Contudo, entendendo que improvisos se fazem necessários em situação não previstas, o problema foi solucionado com eficácia.

Por fim, pode-se dizer que o professor autor deste artigo também pode corroborar com depoimentos de autores como Lopes (1998), Batanero *et al.* (2011), Soares (2020) e Vilas Bôas e Conti (2022) sobre a importância de colocar mais luz sobre o ensino de conteúdos relacionados a probabilidade e estatística. Além disso, sua proposta de projeto com início, meio e fim também pode ser considerada como bem-sucedida, não somente pelos resultados apresentados, mas também pelo relato de um dos alunos autores que manifestou interesse em escrever seu futuro trabalho de conclusão de curso exatamente na área sobre o uso de jogos no ensino de estatística.

Referências

- BATANERO, Carmen; ARTEAGA, Pedro; CONTRERAS, José Miguel. El currículo de Estadística en la enseñanza obligatoria. **Em Teia**, Recife, v.2, n.2, 2011.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Educação Estatística**. Diretoria de apoio à gestão educação. Brasília, MEC SEB, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC, 2018.
- CAMPOS, Sandra Gonçalves Vilas Boas; NOVAIS, Eliane Santana. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender probabilidade e estatística nas séries iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE, X, 2010, Salvador. **Anais X ENEM**. Salvador. 2010.
- CONTI, Keli Cristina; VILAS BÔAS, Sandra Gonçalves. Acaso e probabilidade nos anos iniciais: potencial dos jogos como mediadores na construção do conhecimento. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v.3 n.2 p.379-399, 2019.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas. Papirus, 1996.
- GRANDO, Regina Celia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Jogo como recurso pedagógico para trabalhar matemática na escola básica**: ensino fundamental. São Paulo, Editora Livraria Física, 2013.

KISHIMOTO, Tizuko. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo. Cortez, 2011.

LOPES, Celi Aparecida Espasadin. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental**: uma análise curricular. 1998. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 1998.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico. In: KISHIMOTO, Tizuko. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo. Cortez, 2011.

SANTOS, Sara Marli Pires dos; CRUZ, Dulce Regina Mesquita. O lúdico na formação do educador. In: SANTOS, Santa Marli Pires dos. (Org.) **O lúdico na formação do educador**. Campinas. Autores Associados, 2011.

SILVA, Américo Junior Nunes da; SOUZA, Ilvanete dos Santos de; CRUZ, Idelma Souza. da. O ensino de matemática nos anos finais e a ludicidade: o que pensam professora e alunos? **Educação matemática em debate**, v.4. p. 1-19, 2020.

SOARES, Jonas Dutra. **Probabilidade**: uma proposta didática para se trabalhar no ensino médio. 2020. 101f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – PROFMAT. Universidade Federal de Lavras. Lavras. 2020.

VIANA, Emanuel Mendonça; SILVA, Jamilastreia Alves da. O ensino da probabilidade via atividades com o Jogo do Máximo. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 1-20, dez. 2021.

VILAS BÔAS, Sandra Gonçalves; CONTI, Keli Cristina. O jogo "Lançando a moeda": uma possibilidade para o ensino de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **RBEM**, v.03, n.01, p.01-17. jan. 2022