

Medindo longas distâncias com um aparato de 2600 anos: uma aplicação histórica da Semelhança de Triângulos por Tales de Mileto

Augusto Mendes Duarte¹

Resumo: Semelhança de Triângulos é um conteúdo do Nono Ano do Ensino Fundamental que elabora conceitos de proporcionalidade geométrica previamente estudados. Objetivando contribuir com sugestões da BNCC, construiu-se e aplicou-se uma sequência didática centrada em torno de uma importante aplicação histórica da Semelhança de Triângulos, articulando conjuntamente diferentes abordagens de ensino. Construiu-se com turmas do Nono Ano um aparato historicamente atribuído a Tales de Mileto, que o permitia medir distâncias de navios da costa, utilizando Semelhança de Triângulos. Após comprovar sua eficácia, aplicou-se à medida de objetos distantes, a partir do topo do prédio mais alto da escola. Realizou-se, também, uma análise dos erros acumulados no processo, incentivando a reflexão científica acerca do experimento. As aulas foram recebidas com grande entusiasmo pelos estudantes, os quais mostraram considerável compreensão do processo estudado.

Palavras-chave: História da Matemática. Semelhança de Triângulos. Teorema de Tales. Tales de Mileto. Materiais Manipuláveis.

Measuring long distances with a 2600-year device: a historical application of Triangle Similarity by Thales of Miletus

Abstract: Triangle Similarity is a content from the last years of Middle School and first years of High School that elaborates on previously acquired notions of geometric proportions. Aiming to contribute alongside official document guidelines, a didactic sequence based on a historical account was applied, guiding students in the construction of an apparatus historically attributed to Thales of Miletus. Such a device would allow him to measure the distances of ships from the coast using Triangle Similarity. After proving its effectiveness in a miniature environment, the constructed device was applied to measure distant objects from the top of the school's tallest building. An error analysis was carried out to encourage scientific reflection on the experiment. The project also included many connections with History and Arts during the discussions and crafting of the device. The classes were received with great enthusiasm by the students, who showed considerable understanding of the studied process.

Keywords: History of Mathematics. Triangle Similarity. Intercept Theorem. Thales of Miletus. Manipulative Materials.

Midiendo largas distancias con un aparato de 2600 años: una aplicación de la perspectiva historica de la Semejanza de Triángulos por Tales de Mileto

Resumen: La Semejanza de Triángulos es un tema que se cubre en algunos años de Escuela Secundaria que amplía las nociones previamente adquiridas sobre proporciones geométricas. Con el objetivo de contribuir junto con las directrices de los documentos oficiales, se aplicó una secuencia didáctica basada en un relato histórico, guiando a los estudiantes en la construcción de un aparato históricamente atribuido a Tales de Mileto. Dicho dispositivo le permitiría medir las distancias de los barcos desde la costa utilizando la semejanza de triángulos. Después de demostrar su eficacia en un entorno mas pequeño, el dispositivo construido se aplicó para medir objetos distantes desde la cima del edificio más alto de la escuela. Se realizó un análisis de error para fomentar la reflexión científica sobre el experimento. Durante las discusiones y la construcción del dispositivo, el proyecto también incluyó diversas conexiones con la Historia y las Artes. Las clases fueron acogidas con gran entusiasmo por parte de los estudiantes, quienes mostraron un considerable entendimiento del proceso.

¹ Licenciado em Matemática e Bacharel em Ciência e Tecnologia. Universidade Federal do ABC/UFABC, Santo André, SP, Brasil. E-mail: augusto-md@hotmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4952-6073>

Palabras clave: Semejanza de Triángulos. Historia de la Matemática. Tales de Mileto. Teorema de Tales. Materiales Manipulativos.

1 Introdução

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), um conteúdo pertinente ao nono ano é o estudo da Semelhança de Triângulos e dos teoremas de proporcionalidade sobre retas cortadas por transversais. Contudo, a descrição das respectivas habilidades no documento é sucinta, limitando-se ao reconhecimento de situações em que se aplicam, bem como à resolução e elaboração de problemas relacionados.

Dentro da sessão “objeto de conhecimento” da BNCC, menciona-se, brevemente, as “verificações experimentais” dos mencionados teoremas, mas não há direcionamentos específicos ou qualquer elaboração quanto a suas aplicações. De maneira contrastante, na seção explicativa sobre a maneira como os conteúdos do Fundamental – Anos Finais devem ser elaborados, a BNCC orienta que

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (Brasil, 2018).

Desta maneira, desenvolveu-se uma sequência didática com o objetivo de articular diversos recursos e materiais para o ensino de Semelhança de Triângulos, de maneira contextualizada e aplicada, propiciando uma reflexão e sistematização dos conceitos matemáticos nos moldes do sugerido pela BNCC. Este trabalho tem como escopo servir de fonte para professores que desejem auxílio no desenvolvimento de atividades contextualizadas sobre o referido tópico. Almeja-se elaborar e dar forma a tais sugestões da BNCC, uma vez que suas orientações específicas em relação a este conteúdo são escassas no tocante à como se pode trazer contexto e aplicação para o seu ensino.

Os recursos empregados neste trabalho foram: (i) História da Matemática; (ii) Materiais Manipuláveis; (iii) Aplicação a Situações Reais; e (iv) Resolução de Problemas, por meio da construção de um aparato historicamente usado por Tales de Mileto para medir longas distâncias. Utilizou-se o aparelho para medir distâncias dentro do ambiente escolar.

2 Fundamentação Teórica

De acordo com Brown *et al.* (2014), a Matemática é, geralmente, ensinada de uma maneira oposta às recomendações atuais da ciência do aprendizado. É comum que cada assunto seja particionado e ensinado separadamente, repetindo-se até que seja “memorizado”, momento no qual se passa para o próximo tópico. Todavia, uma recomendação baseada no que se sabe atualmente sobre como o cérebro funciona é que tópicos sejam ensinados juntos, pois o contexto e a diversidade de estímulos auxiliam na memorização — o contrário do que se pressupunha na forma tradicional de ensinar.

Tal percepção se torna um ótimo argumento para o ensino contextualizado: uma vez que o conhecimento é inserido dentro de uma situação real de aplicação, sua capacidade de retenção dentro do arcabouço cognitivo do estudante aumenta. Similarmente, a sua inserção dentro da História da Matemática permite não apenas um melhor aprendizado da Matemática, mas também da própria História, uma vez que o estudo das civilizações antigas também é recomendado pela BNCC.

Tais orientações, do mesmo modo, condizem com teorias antigas do conhecimento. Ausubel (2003), por exemplo, prezava pela ativação do conhecimento prévio como maneira de conectar o que se está aprendendo no momento. Para este autor, a aprendizagem significativa é dependente das conexões firmadas com outros saberes — fato apoiado atualmente pelas pesquisas analisadas por Brown. O presente projeto se utilizou de diversos tipos de conhecimentos prévios dos alunos para embasar o que se estudava: utilizou-se ideias acerca de medição e dos diferentes tipos e ferramentas que se pode empregar; vislumbrou-se as ideias intuitivas sobre os diversos tipos de erros acumulados durante o processo de medida; e conectou-se, historicamente, Tales de Mileto dentro da sociedade em que viveu, bem como a importância histórica dos métodos de medição por ele criados.

Em especial, com relação à História da Matemática, existe há décadas uma corrente de pensamento que defende seu uso no ensino corriqueiro da Matemática. Miguel (1997) é um dos pesquisadores que reuniu argumentos diversos a favor de seu uso: a história seria capaz de desmistificar e desalienar a Matemática, trazendo para próximo dos alunos as dificuldades e desafios enfrentados pelos estudiosos do passado. Esse contato com a trajetória passada de matemáticos também funcionaria como contextualização, inserindo o conhecimento matemático dentro de um contexto social muito maior do que, normalmente, se supõe ser possível.

Outra metodologia que obtém apoio de pesquisas recentes como as de Brown (2014) é a da Resolução de Problemas. Conforme mencionado, o contato com o conteúdo dentro de diferentes contextos e situações se mostra benéfico para o aprendizado. Por este motivo, foram articuladas a contextualização tanto em um problema real quanto dentro da História da Matemática. Segundo Brown, para que o aprendizado realmente ocorra, é necessário que o aluno tenha que rememorar o conteúdo em diferentes situações, aplicando-o a contextos diversos. Neste caso, o conteúdo abstrato anteriormente visto em sala-de-aula se transforma em um problema real, munido de objetos reais.

A apresentação de problemas aos alunos como forma de incitar o aprendizado é, conforme Onuchic e Allevato (2011), uma técnica capaz de melhorar a confiança e autoestima dos alunos, já que descobrem o sentido por trás da situação problemática com suas próprias forças. Brown *et al.* (2014) colocam no cerne de sua teoria a ideia de que a aquisição de conhecimento deve ser “trabalhosa”: aquilo que a mente tem de se esforçar para construir e fixar é o que será lembrado mais facilmente no futuro. Portanto, é útil ao aprendizado que os alunos engajem em uma boa dose de esforço produtivo. Os problemas matemáticos cumprem tal função, especialmente, estando aliados às demais abordagens previamente mencionadas.

3 Organização e Metodologia

As atividades didáticas foram realizadas com quatro turmas do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, em uma escola particular de São Paulo, durante o ano de 2021, quando as aulas presenciais já haviam sido retomadas, após a diminuição do risco da pandemia de COVID-19. Cada uma das turmas contava com cerca de 22 alunos de aproximadamente 14 anos. Um total de 6 aulas de 45 min foram utilizadas integralmente para a sequência didática.

Esta atividade contextualizada foi utilizada após algumas aulas prévias de semelhança de triângulos — como se trata de uma aplicação um tanto abstrata, não se julgou conveniente utilizá-la para introduzir o assunto, uma vez que os alunos precisam já estar acostumados com os cálculos envolvidos. Os passos da sequência didática se encontram resumidos a seguir.

Quadro 1: Sumário da Sequência Didática

Atividades	Objetivo	Metodologia e Recursos	Número de Aulas
1.Introdução: História da Matemática	Discutir métodos conhecidos para medições a longa distância, contextualizando dentro da História da Matemática, abarcando suas peculiaridades e inserção cultural	Exposição dialogada	1

2. Construção do Aparato	Utilizar materiais diversos para construir o aparato de Tales na oficina da escola	Tubos de PVC; ferro de solda; serrote; régua impressa; cola quente; luvas; máscara	2~3
3. Teste	Testar o aparato com objetos a curta distância	Aparato de Tales; trabalho prático em grupo	1
4. Medições a longa distância	Utilizar o aparato para medir longas distâncias	Aparato de Tales; trabalho prático em grupo	1
5. Discussão	Discutir os resultados obtidos	Dados obtidos; Trabalho em grupo	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira aula foi dedicada a uma conversa com os alunos sobre formas de medição a longa distância. Para tanto, prezou-se pelo reconhecimento do saber prévio dos estudantes, conforme orientado por Ausubel (2003) e Brown (2014). Não se tratou, entretanto, de uma aula expositiva: evitou-se a posição de professor detentor de conhecimento, incentivando a troca de conhecimento nivelada entre os alunos e o docente. Tal abordagem é conhecida como “exposição dialogada” (Anastasiou; Alves, 2009), fazendo parte da metodologia escolhida por permitir participação e reflexão mais ativa dos estudantes.

O uso subsequente de materiais manipuláveis ocorreu conforme recomendado por Lorenzato (2006), que argumenta a favor das capacidades lúdicas e instigantes dos ditos materiais. Esse tipo de construção, segundo Roque (2012) e Heath (1921), fez parte durante muitos séculos da vida de matemáticos, que eram quase sempre também inventores. Desta maneira, a atividade aqui relatada foi capaz de transportar os estudantes ao fazer antigo da Matemática, permitindo-lhes ter a experiência de verificar, em primeira mão, como se relacionava o conhecimento formal com suas aplicações concretas. Durante algumas aulas, os grupos construíram, na oficina da escola, o suposto aparelho usado por Tales de Mileto para medir a distância de barcos da costa. Nas aulas seguintes, testaram o aparato dentro da sala de aula, verificando que funcionava a partir de medidas confirmatórias com trena. Por fim, o utilizaram para medir longas distâncias, a partir do prédio mais alto da escola.

Na última aula, finalizou-se fazendo uma análise em grupo dos dados obtidos: quais os erros envolvidos nas medições? Como tais erros se propagam? Como refinar a medida? Seriam tais erros aceitáveis dentro do que o aparato se propõe a fazer? Tais questionamentos visam a expandir a capacidade de questionamento científico dos estudantes, incentivando-os a interpretar a atividade como um experimento de ciências. Como a análise dos erros é um campo de conhecimento normalmente estudado apenas no Ensino Superior, a aludida finalização pretende incitar esta reflexão previamente, facilitando a futura compreensão científica, caso os alunos optem por uma carreira de ciências exatas ou biológicas.

4 Relato de Experiência

Nesta seção esboça-se, de modo breve, os rumos tomados pelas atividades com as turmas. Inclui-se, resumidamente, as discussões e o saber histórico trabalhado para situar o leitor no que foi discutido com os alunos, almejando ser conveniente aos professores que desejarem aplicar uma atividade similar.

Conversou-se, à partida, sobre o que é de conhecimento dos alunos acerca de formas antigas de medida. Qual seria, por exemplo, a atividade realizada pelos egípcios na Figura 1? Alguns alunos foram capazes de discernir: há evidências de que os egípcios mediam distâncias de terras ou para construção de templos esticando cordas.

Figura 1: Pessoas medindo distância com corda no Egito Antigo, retratado em arte egípcia antiga



Fonte: Imagem em domínio público sob a licença Creative Commons Attribution Share-Alike 3.0 Unported e Wikimedia, obtido em https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rope_stretching.jpg.

Apesar de muito conjecturado, Roque (2012) argumenta como não há comprovação em métodos atuais de que tenha havido uma continuidade ou influência entre a matemática egípcia e a grega. Embora se discuta amplamente a possibilidade de um elo direto entre essas duas tradições matemáticas, a ausência de evidências definitivas faz inferir que, ao menos em termos de métodos formais, a evolução da matemática egípcia pode ter seguido um caminho diverso. Mesmo assim, discutimos sobre como os egípcios, em especial, são creditados em registros históricos antigos como a origem da matemática que floresceu em outra civilização bem posterior: a Grécia Antiga. É inegável, ainda assim, que a base dos conhecimentos geométricos, sobretudo, os relativos à medição de terras, tenha influenciado, de alguma maneira, os desenvolvimentos futuros, particularmente, no campo dos saberes geométricos. Tanto é assim que, no século V, um livro de Proclus, grego nascido em Constantinopla — atual Istambul —, descreve como a geometria teria sido criada no Egito para medição de terras: visão compartilhada por Heródoto, famoso historiador do mesmo século.

Conforme Heath (1921), o primeiro matemático grego é considerado Tales de Mileto. Ele teria viajado ao Egito, onde, alegadamente, estudou matemática, e, ao retornar, levou e difundiu tais conhecimentos na Grécia. Após isso, teria descoberto muitas proposições em seus estudos e ensinado muitas pessoas, trazendo ensinamentos tanto teóricos quanto empíricos. Uma das histórias mais famosas sobre ele conta que teria sido capaz de medir a altura de uma pirâmide. Para tanto, teria bastado notar que o tamanho da sombra das pessoas e objetos varia ao longo do dia. Enquanto ao meio dia o Sol está exatamente acima de nossas cabeças e a sombra não existe, conforme a sombra se estica, deveria existir um momento em que seu tamanho é igual ao da altura da própria pessoa. Neste momento, ele teria medido o tamanho da sombra da pirâmide.

Esta história foi registrada pela primeira vez por Diógenes, por volta de 400 a.E.C. Posteriormente, outros autores a reformularam, adicionando outros elementos, como a ideia de que, em vez de medir a própria altura, ele teria medido a altura de um bastão cravado no chão. Segundo Roque (2012), hoje discute-se se isto, de fato, aconteceu, ou, até mesmo, se Tales realmente existiu. Tudo o que se pode ter certeza em relação a esta lenda é que estudos sobre triângulos tinham relevância. Caso a lenda tenha sido criada, ela serviria para mostrar este fato.

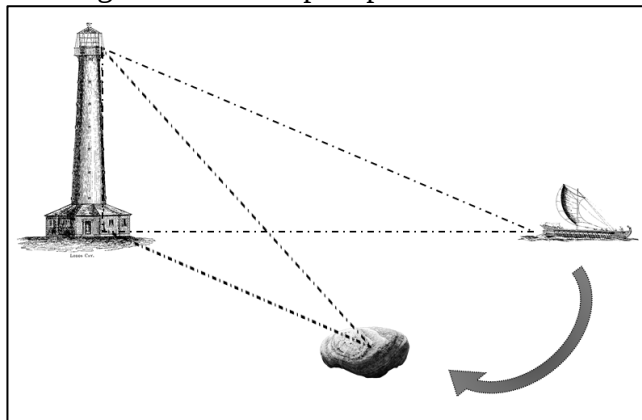
Discutiu-se com os alunos sobre o procedimento descrito. É importante notar que os raios de Sol batem no mesmo ângulo, e, por isso, formam triângulos semelhantes, ao interceptar o topo da pirâmide e a cabeça da pessoa. Esta noção pode ser inferida a partir do pensamento desenvolvido em outra habilidade de geometria do 9º Ano da BNCC, especificamente, sob o código EF09MA10, que já havia sido trabalhada com os alunos de antemão. A referida habilidade prevê “Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal” (Brasil, 2018).

Uma vez compreendido o conceito, passamos a explorar outras aplicações da construção de triângulos com os mesmos ângulos. Existe também a lenda de que Tales era capaz, utilizando-se de algum método, de medir a distância exata de navios da costa, o que é muito útil tanto para operações bélicas quanto para tempos de paz, já que permite estimar o tempo que tomarão para chegar à praia.

Heath (1921), nesse sentido, sugere um método para o qual há evidências históricas de uso em geometrias práticas do século I, assim como relatos de que um engenheiro napoleônico o teria usado para medir a largura de um rio. Assim como no caso anteriormente discutido das pirâmides, faz-se uso da incidência do raio de luz. Perguntou-se aos alunos: se Tales ficasse em

um farol ou torre alta na praia e soubesse a distância a certos objetos da costa, como poderia saber a distância de um navio? Uma resposta é que ele faria uso de um instrumento como um compasso, com uma haste fincada no chão e outra com ângulo móvel. Alinhando seu olhar com a haste móvel, a apontaria para o navio, e, em seguida, sem mudar o ângulo, a apontaria para um dos objetos na praia que se conhece a distância.

Figura 2: Triângulos formados pelo processo visual descrito acima

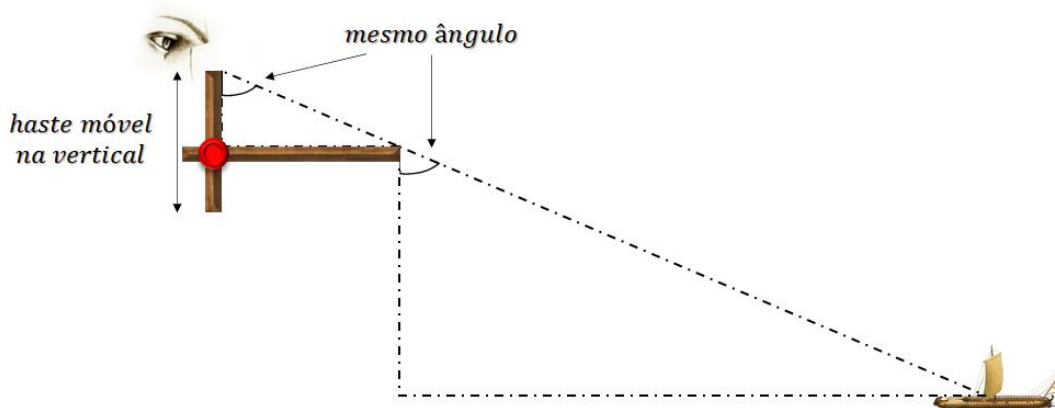


Fonte: Composição do autor, a partir de imagens em domínio público sob licenças CC0License (farol), Creative Commons 4.0 BY-NC (rocha) e CC-BY SA (navio grego).

Este processo utiliza um triângulo formado pelo ângulo de visão entre Tales na torre e o navio. Em seguida, o triângulo é rotacionado para alcançar um outro objeto que se sabe a distância. Como resultado, a distância entre a torre e o navio e a torre e o objeto são iguais, pois os triângulos são congruentes.

Mencionou-se, no entanto, que quanto ao modo de descobrir a distância de navios, havia outra possibilidade ainda melhor citada por Eudemo. Segundo ele, Tales contaria com um dispositivo similar a um esquadro constituído de hastes formando um ângulo de 90° , uma haste vertical de altura ajustável e outra horizontal paralela ao solo. Ajustando a vertical de forma que ao olhar sobre sua ponta se enxergue o navio na ponta da horizontal, temos um triângulo em versão miniatura do triângulo formado pela torre e o terreno até o navio.

Figura 3: Suposto dispositivo de Tales para medir a distância com semelhança de triângulos



Fonte: Composição do autor, a partir de imagens em domínio público sob licenças CC BY SA (navio) e CC BY-NC-ND (olho).

Com o objetivo de localizar a situação dentro de problemas de semelhança de triângulos, como os que os alunos estavam acostumados a resolvê-los, ofereceu-se um exemplo nestes moldes:

“Observando a figura anterior, suponha que a torre meça 20 m. A haste horizontal do nosso dispositivo mede 20 cm, e para conseguirmos enxergar o navio na ponta dela, temos que fazer a altura da vertical desde a junta vermelha ser 0,5 cm. Qual a distância do navio até a torre?”

Discutiu-se com os alunos sobre as formas de resolver o problema.

Trata-se, conforme demonstra a Figura 3, de um triângulo formado por uma haste vertical móvel graduada acoplada a uma haste fixa horizontal de medida conhecida. O usuário deve se localizar sobre uma torre também de altura conhecida para efetuar a medição, de maneira que a altura da torre e a distância até o barco descreverão um triângulo semelhante ao triângulo formado pelas duas hastes, quando o olhar da pessoa se conectar à embarcação. Baseando-se nos problemas e discussões anteriores, os alunos resolveram a questão sem muita dificuldade.

O passo seguinte foi replicar o lendário dispositivo no ambiente escolar. A escola onde foi aplicado o projeto possui uma oficina na qual os alunos podem construir objetos usando ferramentas e materiais diversos. Investigaram-se os materiais disponíveis e projetou-se junto do assistente da oficina a construção do objeto utilizando tubos de PVC.

Os passos da construção foram:

(i) Abrir, com cuidado, um buraco sobre a junta dos tubos feito com ferro de solda e serrote. É oportuno observar que tal orifício permite o controle com o polegar do deslize vertical

do tubo graduado.

Figura 4: Orifício para controle de deslize com o polegar



Fonte: Acervo próprio.

(ii) Usando a cola quente, que deve ser aplicada de maneira cuidadosa para garantir uma fixação firme, aderir a haste horizontal (fixa) na junta em T, pela entrada oposta ao buraco recém-aberto.

(iii) Criar, com a devida diligência, um pequeno furo na extremidade da haste móvel, por onde se fixaria um grampo. Esse grampo serve para que a haste vertical deslize, mas não caia do aparato.

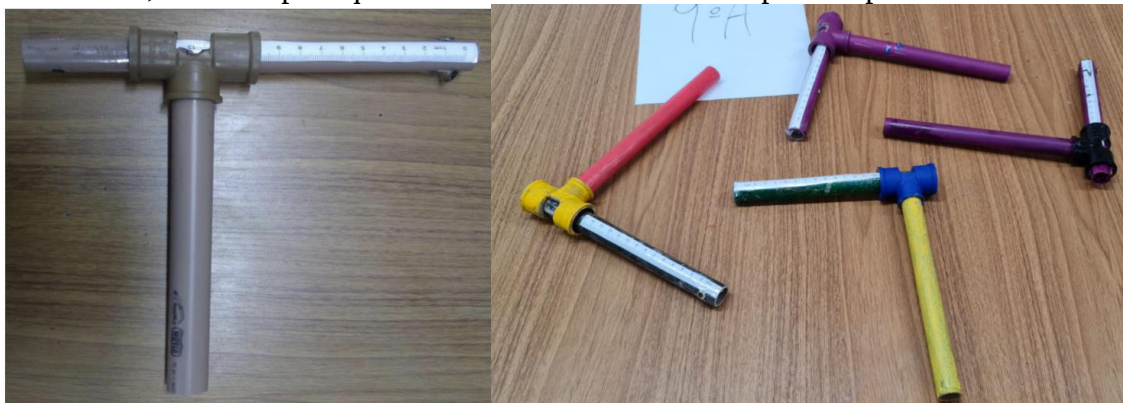
Figura 5: Furo no tubo de PVC



Fonte: Acervo próprio.

(iii) Após a construção em grupo, os alunos colaram um recorte de régua impressa sobre o tubo móvel e passaram plástico sobre ela, para que o atrito não a arrancasse. Pedimos tintas coloridas, ainda, para que cada grupo pudesse pintar o dispositivo como quisesse, promovendo alguma relação com a disciplina de Artes. Uma das turmas obteve o resultado da figura a seguir.

Figura 6: Dispositivo completo à esquerda. O tubo graduado é a haste móvel, enquanto o outro é fixo, servindo para que se alinhe a visão. Resultado pintado pelos alunos à direita

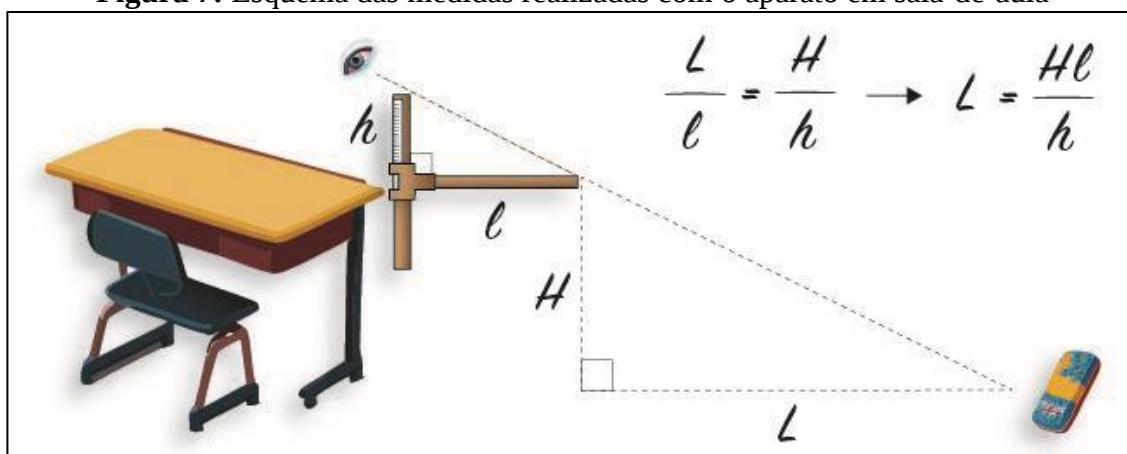


Fonte: Acervo próprio.

As aulas seguintes foram dedicadas à aplicação prática do aparelho. Antes da atividade, realizamos uma breve revisão do funcionamento do dispositivo junto da ideia de semelhança pertinente a esta aplicação. Com participação dos alunos, completamos a fórmula advinda da relação de semelhança para este caso. Objetivando o exercício do pensamento científico, os alunos primeiro testaram em objetos próximos para que se averiguasse a efetividade do aparato.

Tal etapa foi realizada medindo a distância até três borrachas que foram espalhadas na sala vazia, tomando carteiras como ponto de partida. Apoando o aparato sobre a ponta de uma carteira, os grupos mediram a distância desta até a borracha, usando a fórmula, conforme a Figura 7. A altura da carteira foi obtida usando uma trena.

Figura 7: Esquema das medidas realizadas com o aparato em sala-de-aula



Fonte: Acervo próprio.

Cada integrante do grupo realizou sua própria medição, por fim, utilizando uma média dos resultados. A distância real da mesa até a borracha foi medida, também, com uma trena

para conferência da efetividade do aparato.

Foram fornecidas questões norteadoras:

- a) Meça e anote a distância dos três objetos usando o dispositivo e a fórmula encontrada. Cada aluno deve realizar ao menos uma medida para cada objeto.
- b) Organize os valores em uma tabela como no exemplo abaixo. Observe que existe um campo no qual se deve calcular a média das distâncias para cada objeto.

Tabela 1: Espaço para os alunos completarem com os dados obtidos

	OBJETO 1	OBJETO 2	OBJETO 3
Aluno A			
Aluno B			
Aluno C			
Aluno D			
Média			
Distância real			
Desvio			
Desvio Percentual			

Fonte: Elaborado pelo autor.

- c) Meça a distância real com a trena para cada objeto. Em seguida, anote os valores na tabela.
- d) Compare as médias calculadas com as medidas reais obtidas. Encontre o módulo da diferença entre elas e anote na tabela no campo “desvio”.
- e) Tendo em vista os dados obtidos em “d”, você julga que o erro de medir com o dispositivo é muito grande? Quais as fontes de erros de medição que você pode identificar neste experimento?

Realizou-se, conforme as questões, uma breve análise de erros e reflexão sobre seus significados. A discussão sobre a questão “e” foi feita em plenária com toda a sala, sendo que, posteriormente, cada um construiu sua resposta. Em cada sala, alguns grupos apresentavam erros excessivos, o que levantou boas reflexões. A conclusão geral foi que o desvio percentual de fato é pequeno se considerado o alcance da visão humana até o horizonte, de maneira que o aparelho confere uma boa aproximação da distância real.

A atividade foi concluída na aula seguinte, levando os alunos para o prédio do Ensino Médio, que é uma construção de três andares feita de grandes blocos de tijolos. A altura até o parapeito do terceiro andar já era conhecida, pois um funcionário da escola a mediu atirando uma grande trena do alto. No entanto, os alunos não foram informados, pois esperou-se que os grupos tentassem resolver o problema à sua maneira. Para os que necessitaram, ofereceu-se a

dica dos tijolos, que tiveram suas fileiras contadas e usadas para estimar a altura.

Foram posicionados três cones na quadra abaixo. Eles deveriam medir os objetos de pontos fixos do parapeito, usando a altura do prédio por eles estimada. Tudo transcorreu de maneira satisfatória, já que o tempo também estava bom. Por fim, em sala de aula, revelou-se a altura real do parapeito para que comparassem com suas medidas. A última questão do roteiro pedia que estimassem então o erro esperado desta medição baseado no erro obtido na medição-teste.

Concluiu-se a experiência, conversando novamente com os alunos sobre a história contida na situação. Como informa Heath (1921), além de ter sido o primeiro geômetra grego, Tales também era astrônomo. É dito que ele foi capaz de prever um eclipse na época, o que exige avançados conhecimentos astronômicos e matemáticos. Ele possivelmente teria obtido tais conhecimentos dos babilônicos e egípcios. Existe um famoso conto que diz que, por estar tão concentrado no céu, Tales acabou caindo em um poço.

Neste ponto, os alunos podem ser levados a pensar que Tales fosse um grande “gênio”. Um exemplo bem ilustrativo, no entanto, é o fato de que, apesar de ser um incrível astrônomo, Tales não acreditava que a Terra era redonda. Em vez desta concepção, diz-se que ele via a Terra como um disco flutuando em um grande oceano. Os primeiros gregos a considerarem a esfericidade do planeta foram, aparentemente, os pitagóricos, que se destacaram como os matemáticos mais influentes logo depois de Tales. Tal fato foi oferecido aos alunos como um bom exemplo de como até os maiores sábios cometiam erros, e teorias serem reavaliadas ou superadas é um processo comum na História da Ciência.

5 Conclusão

No geral, as aulas transcorreram apropriadamente e dentro do previsto. O único problema enfrentado foi a organização para que se alternassem os grupos que estavam usando as mesas e a maneira de garantir que os demais estudantes estivessem fazendo os cálculos simultaneamente. Três das salas completaram a atividade com sucesso. Em uma delas, a mais dispersa, os alunos não se concentraram o suficiente, de modo que, após duas aulas, não conseguiram concluir o itinerário. Como resultado, não realizaram a atividade de medição à distância.

Quanto ao conteúdo, sabe-se que livros de história, por vezes, fornecem descrições de feitos dos matemáticos antigos como meras anedotas, distantes do mundo em que vivemos hoje.

Tal visão acaba retratando a matemática e seus cálculos como algo exótico e misterioso, incompreensível pelas pessoas da atualidade. O livro de Sir Thomas Heath, em que este projeto se baseou, tem quase um século de idade, sendo que a descrição do aparato construído não se estendia por além de algumas linhas.

Apesar disso, uma vez transmutada em objeto, a vaga descrição em tela pôde aproximar os discentes desta realidade, ilustrando como conceitos como a Semelhança de Triângulos facilitam a vida do Homem há mais de dois mil anos. Por meio de simples cálculos, medidas não factíveis de outra maneira tornam-se, repentinamente, possíveis.

Neste sentido, julgo que a experiência didática foi bem sucedida, uma vez que a maioria dos alunos expressou entusiasmo em utilizar as ferramentas para a construção do objeto, bem como por sua utilização prática para medir longas distâncias. A análise dos erros, ainda, permitiu que os alunos compreendessem o tipo de desvio que se faz presente em toda a medida humana, verificando como mesmo diante de equívocos inerentes aos métodos, as medidas ainda ostentam grande valor prático. O aprendizado do conteúdo matemático também se mostrou positivo a partir de um bom resultado nas avaliações.

Tal experiência se encontra aqui compartilhada com o objetivo de inspirar educadores matemáticos a explorar a articulação de diferentes recursos, evidenciando o valor que se obtém ao unir-se, por exemplo, resolução de problemas com História e materiais manipuláveis. Embora seja desejável que professores conheçam cada vez mais a História da Matemática por meio das fontes mencionadas, é da ciência do autor que nem todos os professores possuem tempo hábil para fazer este tipo de pesquisa. Este artigo, portanto, tenta cumprir a função de transmitir informações testadas na prática sobre métodos de ensino de Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales.

6 Referências

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. n. 8. Joinville, 2009.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 5 ago. 2021.

BROWN, P. C.; ROEDIGER, H. L.; MCDANIEL M. A. **Make it Stick**. London: The Belknap Press of Harvard University Press, 2014.

HEATH, T. **History of Greek Mathematics**. Oxford: Dover Publications, 1921.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (Orgs.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2006.

MIGUEL, A. As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: Argumentos Reforçadores e Questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, 1997

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41. 2011.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

7 Agradecimento

Agradeço profundamente a meu colega Fabio Seidi Osiro Yamamoto, que me confiou suas turmas para realizar esta sequência didática, auxiliando-me e colaborando em todo o processo.