

Uma revisão sistemática sobre a aprendizagem dos diferentes significados do conceito de fração

Dâmaso Douglas da Silva Nunes¹
Lucília Batista Dantas Pereira²
Evanilson Landim³

Resumo: O ensino das frações e seus significados têm sido encarado como um desafio para a Educação Básica. O conceito de fração envolve os significados: parte-todo, quociente, medida, razão e operador, que, quando bem compreendidos, contribuem para a construção desse conceito. Nesse sentido, o objetivo do presente estudo é analisar as expectativas quanto ao ensino e à aprendizagem do significado de fração. Metodologicamente, este estudo foi constituído de uma revisão sistemática (método PRISMA), de fundamento qualitativo e abordagem exploratória com base em pesquisa aplicada na temática sobre o ensino dos diferentes significados de fração. Como resultados principais da leitura e da análise dos estudos selecionados, observou-se reduzida amplitude na apresentação de recursos metodológicos, que trabalhem diferentes ideias de fração. Apesar de todos os significados de fração terem sido citados, o mais empregado e o mais conhecido entre os professores ainda é o significado parte-todo.

Palavras-chave: Frações. Significados. Ensino Fundamental. Revisão Sistemática.

A Systematic Review on Learning the Different Meanings of the Concept of Fraction

Abstract: Teaching fractions and their meanings has been seen as a challenge for Basic Education. The concept of fraction involves the following meanings: part-whole, quotient, measurement, ratio, and operator, which, when well understood, contribute to the development of this concept. Therefore, the objective of this study is to analyze expectations regarding the teaching and learning of the meaning of fraction. Methodologically, this study consisted of a systematic review (PRISMA method), with a qualitative foundation and an exploratory approach, based on applied research on the teaching of the different meanings of fraction. The main results of the reading and analysis of the selected studies revealed a limited breadth in the presentation of methodological resources that address different concepts of fractions. Although all meanings of fraction were cited, the most commonly used and most well-known among teachers remains the part-whole meaning.

Keywords: Fractions. Meanings. Elementary School. Systematic review.

Una revisión sistemática sobre el aprendizaje de los diferentes significados del concepto de fracción.

Resumen: La enseñanza de las fracciones y sus significados ha sido vista como un desafío para la Educación Básica. El concepto de fracción se sustenta en cinco acepciones: parte-todo, cociente, medida, razón y operador, que comprendidas contribuyen a la construcción del concepto de fracción. En este sentido, el objetivo del presente estudio es analizar las expectativas respecto de la enseñanza y el aprendizaje del significado de las fracciones. Metodológicamente, este estudio consistió en una revisión sistemática (método PRISMA), con fundamento cualitativo y un enfoque exploratorio basado

¹ Mestre em Matemática. Universidade Federal do Vale do São Francisco/UNIVASF, Juazeiro, Bahia, Brasil. E-mail: damasodouglas@gmail.com – Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-7842-2952>

² Doutora em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora Adjunta da Universidade de Pernambuco (UPE). E-mail: lucilia.batista@upe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1901-2768>

³ Doutor em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor Adjunto da Universidade de Pernambuco (UPE). E-mail: evanilson.landim@upe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2742-4850>

en investigación aplicada sobre el tema de la enseñanza de los diferentes significados de las fracciones. Como principales resultados de la lectura y análisis de los estudios seleccionados, se encontró un alcance reducido en la presentación de recursos metodológicos que abordan los diferentes significados de las fracciones. Aunque se han mencionado todos los significados de fracción, el más utilizado y conocido entre los docentes sigue siendo el significado parte-todo.

Palabras clave: Fracciones. Significados. Enseñanza fundamental. Revisión sistemática.

1 Introdução

O presente estudo resulta da pesquisa de mestrado intitulado “Intervenção voltada à construção dos diferentes significados do conceito de fração no 8º ano do Ensino Fundamental a partir de uma revisão sistemática” (Nunes, 2022), que trata de uma de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) sobre a construção dos diferentes significados do conceito de fração, baseado nos Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises (PRISMA). Essa escolha decorreu de percepções de como o conceito de fração é, em geral, trabalhado em sala de aula pelos professores, muitas vezes, contemplando apenas um significado.

Apesar de a previsão curricular de conteúdos relacionadas aos números racionais nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF) seja na forma fracionária ou decimal, é perceptível, a partir de anos de experiências em sala de aula em turmas do EF, o quanto estudantes em formação escolar apresentam evidentes dificuldades em compreender o saber fração, as correlações e a aplicabilidade na resolução de problemas cotidianos comuns à sociedade contemporânea.

Ao iniciar sua vida escolar, o estudante começa a familiarizar-se com os números naturais; por sua vez, o professor propõe atividades com problematizações em que a utilização dos números naturais é suficiente para a resolução. Nos anos que se seguem, os números naturais já não dão conta de solucionar as situações-problema apresentadas pelo docente e cotidiano em que estão inseridos. Então, surge a necessidade de ampliar o campo dos números naturais, com a apresentação dos números racionais na sua forma fracionária e decimal (Santos, 2019).

Ademais, o conceito de números racionais na sua representação fracionária vem sendo construído desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, buscando compreender procedimentos, refletir os resultados, pensar em diferentes estratégias (evitando sistematização ou algoritmos prontos para serem seguidos) e percorrendo até os anos finais do EF; nessa etapa, já buscando uma consolidação e formalização. Apesar de ser abordado desde muito cedo,

percebe-se que os estudantes, ainda, apresentam muitas dificuldades em desenvolver as habilidades ligadas às frações, em especial, na compreensão dos seus diferentes significados.

Assim, nota-se que uma das razões para essas dificuldades parece ser em limitar o estudo da fração apenas ao significado parte-todo, explorando-o em exemplos repetidos de dividir a figura em partes iguais e pintar uma quantidade das partes, deixando de contemplar os outros significados, também importantes à conceitualização da fração. No currículo de Matemática do Ensino Fundamental do Estado de Pernambuco (Pernambuco, 2019), recomenda-se que o estudo de fração contemple diferentes significados, quais sejam: parte-todo, quociente, medida, razão e operador.

Além de contemplarem os diferentes significados de fração, é necessário relacionar o conteúdo com situações do seu cotidiano e apresentar uma variedade de contextos. Dessa forma, os estudantes poderão ter maior chance de construir o conceito e perceberem a utilidade daquele conhecimento.

Também, considerando que a habilidade de compreender os diferentes significados de fração é relevante para a continuidade da vida escolar dos estudantes, entende-se que algumas lacunas nesse âmbito poderão dificultar a construção de outras habilidades e competências matemáticas. Nesse sentido, Landim e Morais (2019) afirmam que a dificuldade na compreensão do número fracionário poderá comprometer a ascensão dos estudantes em outros campos matemáticos como, por exemplo, números decimais, porcentagem, razão, proporção e cálculo de probabilidades.

Dessa maneira, o presente estudo busca elucidar e responder à seguinte questão de pesquisa: *Quais as indicações da literatura sobre o ensino e a aprendizagem acerca dos diferentes significados do conceito de fração?* Isso posto, tem-se como objetivo geral analisar as expectativas quanto ao ensino e à aprendizagem do significado de fração, observando a abordagem mais comum e as que são menos empregadas em sala de aula.

Quanto aos objetivos específicos, ficaram, assim, definidos no contexto da proposta temática: identificar nos estudos levantados por meio de uma revisão sistemática, as abordagens do ensino dos significados de frações; verificar a partir de leitura analítica nos achados científicos, as lacunas relativas à aprendizagem dos significados de fração. O estudo foi de revisão sistemática (método PRISMA), de fundamento qualitativo e de abordagem exploratória com base em pesquisa aplicada na temática acerca do ensino dos diferentes significados de fração.

2 Números racionais

Os números racionais (que podem ser representados nas formas fracionária e decimal) surgem a partir da necessidade de resolver situações em que se pretende indicar uma ou mais partes de uma determinada unidade. Com isso, o conjunto dos números naturais torna-se insuficiente na representação do problema.

A esse respeito, Santos (2019, p. 39) afirma que “é possível perceber que, no decorrer do tempo, houve a necessidade de novos números, devido ao aparecimento de problemas associados a medições não exatas”. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), também, recomenda a utilização de atividades diversificadas, nas quais os estudantes percebam a necessidade de usar outros números para solucionar determinadas situações-problema (Brasil, 2018). Com a finalidade de aprofundar a noção de número racional, a BNCC orienta que os professores apresentem aos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental algumas situações-problema, a exemplo de medições, em que os números naturais já não são suficientes para resolvê-las (Brasil, 2018).

Com efeito, a BNCC recomenda que seja introduzida a ideia, bem como a concepção e o conceito inicial de números racionais, em sua forma decimal ou fracionária, visando, assim, abrir um caminho mais amplo de possibilidades à aprendizagem. Nessa etapa de ensino, as expectativas consistem em desenvolver habilidades nas quais os estudantes resolvam alguns problemas com números racionais, sendo sua representação decimal finita e realizem a leitura, escrita e ordenação desses números.

Embora os números racionais possuam diferentes representações, este trabalho será direcionado apenas para a forma fracionária, especificamente em seus significados. Conforme o dicionário Ferreira (2001, p. 331), a palavra fração significa “1. Parte de um todo. 2. Mat. Número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais.” Na definição de fração, está expressa a palavra dividir, que poderá estar relacionada a grandezas discretas e contínuas.

Na representação fracionária a/b , o a indica que o inteiro foi dividido em b partes de mesmo tamanho ou medida, sendo esse algarismo localizado na parte inferior, chamado de denominador, uma vez que “denomina” cada parte do inteiro que foi dividido e o algarismo a localizado na parte superior, chamada numerador, pois enumera a quantidade de partes que será levada em consideração. Segundo Silva e Almouloud (2018), compreendendo essa representação, os estudantes irão conseguir a conversão de uma linguagem escrita na forma

fracionária para uma representação figural.

Já o conjunto dos números racionais é definido por Souza (2018, p. 17) como “[...] aqueles que podem ser expressos na forma, a/b , em que a e b são números inteiros com $b \neq 0$. Assim, podemos representar o conjunto dos números racionais da seguinte maneira: $Q = \{a/b \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$ ”. Por outro lado, Iezzi *et al.* (2002, p. 06), definem os números racionais “como o conjunto das frações p/q . Desse modo, um número é racional quando pode ser escrito como fração p/q , com p e q inteiros e $q \neq 0$.”

Assim, o professor inicia o ensino de frações a partir do significado parte-todo, possibilitando aos estudantes desenvolverem, parcialmente, o conceito de fração, bem como algumas regras de operações (por meio da contagem das partes da figura). Complementando essa ideia, Landim e Moraes (2019) afirmam que as escolhas realizadas pelos professores para a apresentação do conceito de fração, ainda, possuem traços de uma abordagem tradicional, na qual a maior preocupação são as regras e as técnicas sem nenhum significado, ao invés de priorizar o processo de construção do conceito.

2.1 Significados de fração

A concepção parte-todo, além de desenvolver suas habilidades específicas, é importante para a construção e compreensão dos outros significados de fração. Silva e Almouloud (2018, p. 98) apontam que “a concepção parte-todo está presente em todas as discussões que envolvem as outras concepções necessárias para a compreensão e conceituação dos números racionais, sendo, portanto, fundamental”.

Nas situações-problema relacionadas ao significado de medida, Silva e Almouloud (2018, p. 108) afirmam que “[...] a fração a/b é associada, geralmente, a um ponto situado sobre um segmento de reta tomado como unidade, que foi dividido em b partes de mesma medida (ou em um múltiplo de b) das quais foram tomadas as partes.”

Segundo Silva e Almouloud (2018), o significado medida tem como uma das características que a fração $1/b$ é utilizada de maneira repetida para determinar uma distância. Portanto, entender que a fração a/b indica a vezes a ocorrência da unidade $1/b$, de forma que a medição deve iniciar do zero e seguir na direção da reta, conforme Silva e Almouloud (2018).

No significado quociente do conceito de fração, a/b , na maioria das situações-problema, estará relacionada à operação de divisão $a \div b$; portanto, poderá determinar a divisão do número natural por outro número natural. Sobre isso, Santos (2019, p. 82) apresenta como o significado

de quociente é compreendido.

Aqui a fração é vista como o resultado da divisão de dois números inteiros ($p : q = p/q$; com $q \neq 0$), ou seja, o numerador será dividido pelo denominador. Normalmente, é usada quando se deseja obter o número decimal correspondente. Portanto, a fração é o quociente (resultado) da divisão.

Nessa mesma perspectiva, Santos (2019, p. 82) afirma que “o significado de fração como quociente de uma divisão está associado à ideia de repartição, subdivisão ou distribuição de grandezas, na qual o numerador da fração é dividido pelo número de partes determinado pelo denominador”.

O significado de razão difere dos significados anteriores abordados que estão mais relacionados à partição, pois esse terá a ideia de comparação entre duas grandezas distintas. Sobre isso, Silva e Almouloud (2018, p. 118) afirmam que:

Neste caso, não existe uma unidade ou inteiro como nos outros casos e podemos entender esta concepção como uma comparação bidirecional, a partir da qual podemos perceber as relações todo-todo, em que as comparações descrevem uma relação de um inteiro com outro inteiro, por exemplo nas escalas, ou parte-parte, em que as comparações descrevem a relação entre partes de um inteiro-por exemplo, a relação entre meninos e meninas de um grupo.

Na representação fracionária a/b , o denominador b e o numerador a podem transmitir a ideia de par ordenado de dois números naturais; em alguns casos, poderão não significar quociente e esses valores serão objetos diferentes. Portanto, o numerador a poderá não ser uma parte do denominador b e nem representar um número racional, em que a divisão entre o número natural a pelo b pode não significar nada para a situação.

Veloso e Landim (2022) afirmaram que alguns pesquisadores questionam a relação de fração e razão, principalmente, por violarem propriedades importantes à construção desse conceito; um exemplo, as razões admitem o denominador ser nulo, isto é, nem sempre as razões representam números racionais.

Segundo Silva e Almouloud (2018), a representação fracionária a/b com o significado de operador tem como objetivo central a transformação ou alteração de um estado inicial para um estado final; um exemplo disso seria o número fracionário atuando como operador sobre um segmento de comprimento representado por um número fracionário. Ao realizar a multiplicação do operador de representação fracionária sobre outra fração, obtém-se outro segmento com uma nova medida, ou seja, inicialmente, tinha-se um estado inicial e, após

atuação do operador, resultou em um novo estado com uma nova medida. Santos (2019, p. 84) afirma que "no caso da fração com significado de operador, tem-se que p/q são manipulados de fato como números simplificando a compreensão da multiplicação entre frações."

3 Procedimentos metodológicos

Na presente pesquisa, foi utilizada uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), com o objetivo de analisar e discutir artigos de forma sistematizada. Consoante entendimento de Mendes e Pereira (2020), realizar pesquisas bibliográficas relacionadas à temática estudada é essencial para identificar o que já foi produzido na literatura. Para a realização da pesquisa bibliográfica, tem-se uma gama de possibilidades, dentre elas, a revisão sistemática da literatura, que apresenta um desenvolvimento objetivo.

Mendes e Pereira (2020) compreendem que a RSL busca evidenciar o que já foi feito em relação a um determinado assunto (por meio de um processo de seleção) para, então, determinar novos rumos de investigação, de forma que siga, rigorosamente, toda uma organização. No levantamento dos estudos relativos ao ensino de frações por meio da RSL, na análise desses trabalhos, foram confrontadas as hipóteses apontadas inicialmente, por exemplo, os estudos e as metodologias relacionados aos significados de fração. Após a realização da RSL, não foram utilizadas técnicas estatísticas, por se tratar de uma pesquisa qualitativa. Conforme entendimento de Prodanov e Freitas (2013), essa não é uma obrigatoriedade nesses casos.

A busca para a realização desta pesquisa ocorreu no Portal de Periódicos CAPES, que é um sistema usado para classificar a produção científica dos programas de pós-graduação, estudos relacionados aos objetos de conhecimento. A sua escolha se deu devido à relevância, qualidade e amplitude dessa biblioteca virtual. As palavras-chave utilizadas para a pesquisa e o levantamento com o uso dos operadores *booleanos* foram as seguintes: "fração" *AND* "significado" *AND* "ensino". Enquanto os critérios de inclusão e de exclusão definidos para a seleção e identificação dos artigos e dissertações estão apresentados no Quadro 1, visando à realização do estudo dos significados de fração.

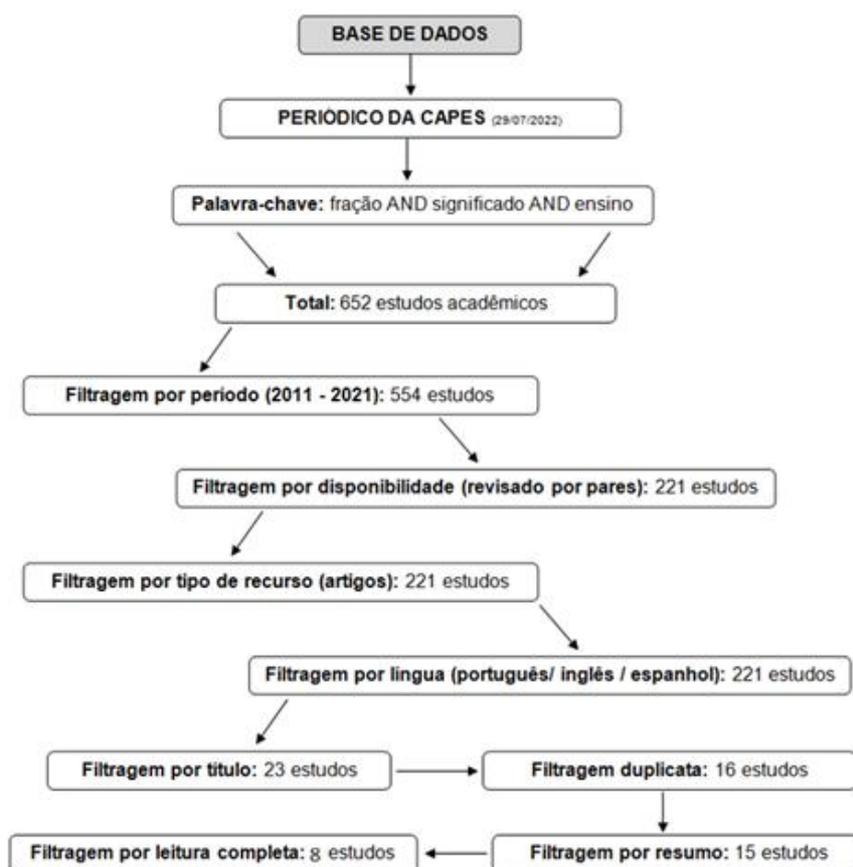
Quadro 1: Critérios de inclusão e de exclusão

INCLUSÃO	EXCLUSÃO
Estudos relacionados aos significados de fração.	Estudos escritos em idiomas que não sejam português, inglês e espanhol.
Estudos relacionados à metodologia de ensino dos significados de fração.	Estudos duplicados (unicidade).
Estudos publicados no período de 2011 a 2021.	

Fonte: Elaboração própria (2022).

Após a aplicação dos critérios de inclusão, restaram apenas nove artigos para análise, sendo apresentado o resultado do processo de seleção e análise para a realização desta revisão sistemática na Figura 1.

Figura 1: Filtragem na base de dados CAPES



Fonte: Elaboração própria (2022).

É importante ressaltar que o levantamento dos estudos foi feito apenas na base de dados do Portal de Periódicos CAPES, pois a quantidade de trabalhos foi suficiente para a realização da pesquisa e por ser uma base de dados vasta, conforme mostrado na Figura 1, quando são

aplicados filtros tipo de recurso (artigo) e língua (português/inglês/espanhol) não houve alteração no número de trabalhos, pois, ao ser aplicada a filtragem por disponibilidade (revisada por pares), já havia atendido esses dois filtros, embora sejam categorias distintas.

Os trabalhos que apresentaram algum dos significados de fração, bem como suas respectivas metodologias foram determinantes para a escolha dos estudos. Assim, foi identificada uma quantidade reduzida de trabalhos sobre o tema e a limitação na exploração dos diferentes significados de fração.

4. Resultados da revisão sistemática

O Quadro 2 apresenta os estudos, que foram selecionados para a realização desta RSL, trazendo informações como título do trabalho, autores, ano de publicação, instituição, que publicou o estado em que foi realizada a publicação e o país. Durante a análise dos artigos, foi utilizada uma numeração indicada na primeira coluna do Quadro 2, por exemplo, quando estiver se referindo ao estudo “Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro” será indicado como “Artigo 1”.

Quadro 2: Tipo de obra, título, autores, ano, instituição de vínculo dos autores e Estado.

Nº	TÍTULO	Autor (a) e ano de Publicação.	Instituição de vínculo dos autores e estado.
1	Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro	Lopes e Silva (2020)	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, ES, Brasil.
2	A matemática do ensino e o ensino de matemática: as frações nos primeiros anos escolares, segunda metade do século XIX	Valente (2020)	Universidade Federal de São Paulo, SP, Brasil.
3	Atividades matemáticas de Francisco Ferreira de Vilhena Alves na revista pedagógica a escola (Belém/Brasil) entre 1900 e 1905	Mendes (2020)	Universidade Federal do Pará, PA, Brasil.
4	Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionados ao ensino das frações.	Jucá (2019)	Universidade do Estado do Pará - PA, Brasil.
5	Uma reflexão a respeito do ensino de números fracionários racionais a partir da música	Pinto e Silva (2019)	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, Brasil.

6	Conhecimento especializado do professor que ensina Matemática: uma análise do livro didático no âmbito das Frações.	Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018).	Universidade Estadual de Campinas, SP, Brasil.
7	Como ensinar frações? Práticas que (in)formam o professor que ensina matemática	Pozzobon e Oliveira (2018)	Universidade Federal do Pampa e Universidade de Santa Cruz do Sul, RS, Brasil
8	Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas, envolvendo números racionais numa abordagem exploratória	Ponte e Quaresma (2014)	Universidade de Lisboa Lisboa, Portugal.

Fonte: Elaboração própria (2022).

Os artigos selecionados foram publicados em 2014, 2017, 2018, 2019 e 2020, conforme período determinado para filtragem desta RSL (2011 a 2021). Percebe-se que, dentre os estudos selecionados, o ano de 2020 concentrou o maior número de publicações, totalizando três trabalhos.

Lopes e Silva (2020), no Artigo 1, buscaram apresentar atividades que abordassem o significado parte-todo a partir da parte desse inteiro, mediante um curso de extensão intitulado “(Re)descobrimos frações e seus significados” oferecido aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas. O trabalho teve uma abordagem qualitativa, no qual foram utilizadas aproximações do método do Materialismo Histórico-Dialético para a definição do caminho. Diante da diversidade de situações, os autores apontaram que os professores começaram a ter uma melhor compreensão sobre o significado parte-todo a partir da ideia de encontrar o todo por meio de parte do objeto. Os autores concluíram que o significado operador multiplicativo e as operações, envolvendo frações, precisam ser mais trabalhados tanto na formação inicial quanto na formação continuada.

No Artigo 2, Valente (2020) selecionou dois livros didáticos utilizados em escolas primárias (para crianças de 7 a 12 anos das escolas públicas) para o desenvolvimento do trabalho. Em relação à sequência de abordagem de fração, houve uma diferença entre as duas obras; a primeira delas obedeceu à seguinte ordem: Operações fundamentais; Frações Ordinárias, Frações Decimais e Sistema Métrico. Já na segunda obra, a sequência foi: Operações Fundamentais, Frações Decimais, Sistema Métrico Decimal e Frações Ordinárias.

Em relação aos significados das frações, o autor afirma que o ensino de um significado dependia da sequência em que era adotado. Na sequência operações-frações-decimais, as

frações adotavam o significado de operador. Já na sequência operações-decimais-frações, o significado razão era o utilizado nos processos de ensino e de aprendizagem e na resolução dos problemas.

A sequência como os conteúdos eram trabalhados, também, norteava o passo a passo. Se a sequência fosse operações-frações-decimais, a ordem a ser seguida era definição de fração ordinária-nomenclatura-propriedades-denominador comum-operações com frações. Já se a sequência utilizada fosse operações-decimais-frações, a ordem graduada era definição-nomenclatura-sistema métrico decimal-divisores dos números-operações com frações.

Valente (2020) concluiu que os professores buscavam sempre apresentar atividades que tinham relação com a vida dos estudantes, pois, dessa maneira, eles conseguiriam utilizar os conhecimentos adquiridos na escola em sua vida, tornando, assim, o conhecimento útil. O autor termina afirmando que o ensino de frações na segunda metade do século XIX revelou mudanças relativas à opção de frações ordinárias e números decimais e, a depender da finalidade apresentada para a escola, a Matemática do ensino de frações é reconfigurada.

Mendes (2020), do Artigo 3, apresentou discussões relativas aos saberes elementares matemáticos no ensino primário no início do século XX, especificamente no período de 1900-1905, sobre as atividades escolares propostas pelo educador do Estado do Pará Francisco Ferreira de Vilhena Alves. Este estudo relata o trabalho realizado por esse educador na elaboração e divulgação de atividades Matemáticas destinadas para professores na revista “A Escola: Revista Oficial de Ensino”. A realização das análises das fontes de pesquisas foi feita em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados com as devidas interferências e interpretações.

Em uma das edições da revista, na seção sobre o ensino de Aritmética, é abordado o estudo das frações. A seção inicia definindo as frações ordinárias e as frações decimais, dando uma atenção maior na identificação dos numeradores e denominadores de uma fração, sua escrita, nomenclatura e redução das frações para o mesmo denominador com o objetivo de realizar adições e subtrações entre frações.

Mendes (2020) concluiu que o educador Francisco Ferreira deu várias contribuições para a educação de seu estado, citando que a maior delas foi na produção do compêndio sobre o sistema decimal. Com a realização desta pesquisa, percebeu-se que a Aritmética foi considerada como um dos saberes elementares, que mais se fez presente nas publicações da revista, como maneira de contribuir nas orientações aos professores.

No Artigo 4, Jucá (2019) buscou conhecer de que maneira os professores lidam com o conteúdo de frações dentro da sala de aula, bem como a forma com que abordam e as metodologias utilizadas. Para tal, realizou-se uma pesquisa com 69 professores, que atuam em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental de diferentes municípios do Estado do Pará e a pesquisa foi do tipo descritiva.

Os dados foram coletados no período de 2016 a 2018 durante a participação dos professores nas formações continuadas do projeto Aprender Mais, promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Pará (Seduc), quando eram discutidos aspectos teóricos e metodológicos das frações nessas turmas.

Jucá (2019) observou que os professores não tiveram a oportunidade, nem na formação inicial, tampouco na formação continuada, de participar de discussões sobre frações, acarretando dificuldades em compreender todos os significados e comprometendo o ensino desse tema. Como consequência, esse prejuízo na formação parece justificar a reprodução de métodos, que lhes foram apresentados quando eram estudantes da Educação Básica.

Nos resultados a respeito do conhecimento evidenciado pelos professores sobre os significados de fração e as dificuldades em ensiná-la, a maioria respondeu que conhecia o significado parte-todo. Por outro lado, uma parte considerável mostrou pouco conhecimento dos outros significados e manifestou dificuldade em propor metodologias variadas. Com relação aos recursos metodológicos mais utilizados nas aulas para o ensino de fração, foram citados: jogos, livros didáticos, materiais concretos e cópias de materiais. O autor concluiu que, talvez, essas dificuldades dos professores estejam interferindo na aprendizagem dos estudantes. Diante desse cenário, Jucá (2019) salienta que os professores devem buscar diferentes maneiras, ferramentas e metodologias que possam trabalhar todos os significados de fração, oferecendo aos estudantes novas possibilidades, flexibilizando modelos antigos de ensino, como apresentar problemáticas significativas.

Pinto e Silva (2019), no Artigo 5, desenvolveram um estudo bibliográfico com o intuito de identificar situações-problema, que contemplassem os diferentes significados de fração (parte-todo, medida, quociente, razão e operador); articularam os elementos musicais presentes na estrutura rítmica da escrita musical ocidental com esses significados e verificaram quais deles estão presentes nas estruturas musicais. Pinto e Silva (2019) estenderam as discussões sobre o ensino de números racionais aos professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, e o tipo de abordagem utilizada na pesquisa foi a quantitativa. Nas situações sobre

duração de sons e pausas, o estudo indicou que, na representação das figuras rítmicas e adição de tempos nas notas musicais, os participantes conseguiram mobilizar o significado parte-todo e esta última consegue, também, trabalhar a ideia equivalência, mediante a multiplicação de um outro na forma fracionária.

Pinto e Silva (2019) concluíram que as atividades, que articulam números racionais fracionários com aspectos rítmicos da música, podem potencializar as habilidades dos estudantes na introdução dos números racionais. No entanto, perceberam que apenas os elementos musicais, isto é, a duração das figuras mensuráveis musicais, a equivalência entre figuras mensuráveis musicais, o ponto de aumento e a fórmula de compasso não são suficientes para o ensino dos números racionais na representação fracionária, visto que não permitem a mobilização de todos os significados importantes e essenciais à conceituação desse conteúdo.

No Artigo 6, Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018) analisaram, a partir de uma abordagem qualitativa, a maneira como as frações são abordadas no livro didático do Ensino Fundamental da Educação de Jovens e Adultos (EJA), mostrando a importância do conhecimento do professor sobre esse conteúdo. O livro apresentava uma variedade de tarefas propostas relacionadas às atividades do cotidiano do estudante da EJA, na tentativa de contemplar os significados parte-todo, quociente, operador e razão. No entanto, apesar de a obra apresentar diversos problemas, envolvendo os significados de fração, o estudante recorre apenas ao significado parte-todo.

Pozzobon e Oliveira (2018), no Artigo 7, analisaram a formação dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no que se refere à abordagem das frações. Para a produção do trabalho, foi analisado um caderno de planejamento de uma professora de Didática da Matemática da década de 1970, que atuou como formadora de professores; o segundo material analisado foi o caderno de “Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos anos/séries iniciais do Ensino Fundamental” e o último material foi uma entrevista com a professora do primeiro material analisado (caderno de planejamento). Para a realização da análise dos dados, foi adotada uma perspectiva teórica pós-crítica baseada nos estudos de Ludwig Wittgenstein.

Na análise do caderno de planejamento, foi verificado o passo a passo ou as etapas para o ensino de frações, que se inicia com a abordagem de fração por meio das Frações Ordinárias, sendo considerados a sua significação, os aspectos didáticos, as operações, as frações mais utilizadas no dia a dia, o uso dos materiais concretos ou desenhos e a definição. Em uma das

seções do caderno, são utilizadas situações-problema no tratamento de fração por meio do significado razão.

No caderno de “Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental”, o ensino das frações é abordado de maneira diferente (por meio de situações concretas e representando uma determinada situação de forma diversificada) dos outros conteúdos.

A análise da entrevista com a professora revelou a preocupação em retomar conceitos e significados de fração. Apesar disso, a professora pontuou que os estudantes apresentavam dificuldades na aprendizagem das frações quando eram trabalhadas no Ensino Médio.

Já no Artigo 8, Ponte e Quaresma (2014) analisaram as representações e raciocínios de estudantes do 6º ano do EF na resolução de atividades que contemplavam números racionais em aula numa abordagem exploratória. O estudo foi realizado por meio de discussões coletivas na turma de um dos autores. Na ocasião, foi feita a análise dos trabalhos de estudantes, especificamente em atividades relacionadas à comparação de frações e ao uso da fração como operador, observando quais representações eles preferiam usar na resolução das tarefas com números racionais, quais generalizações e justificativas utilizadas nos problemas com números racionais.

Também, foi realizado um diagnóstico, em que foram abordados os seguintes conteúdos: comparação de números racionais, multiplicação de um número inteiro por uma fração e a fração como significado de operador. Uma das tarefas apresentadas foi sobre a comparação entre frações. Os autores perceberam que a maioria transformou a representação fracionária em número decimal, ou seja, utilizando a ideia de quociente para compreensão de fração a fim de resolver o problema. Em relação à escolha por essa estratégia, as autoras acreditam que isso aconteceu devido à representação decimal ser forte no currículo de Matemática nos primeiros anos em Portugal, onde foi realizado o estudo.

Outra atividade proposta envolveu a resolução de problemas em que os estudantes utilizavam as frações como operador multiplicativo, em situações que envolviam partes de um todo. Na resolução dessa atividade, alguns estudantes utilizaram a representação pictórica e fracionária e, também, utilizou-se a ideia de quociente de uma fração na transformação para a representação decimal. Nessa atividade, os estudantes mostram dificuldades para justificar as suas estratégias.

Ponte e Quaresma (2014) concluíram que os estudantes, na maioria das vezes, utilizam

a representação decimal para a resolução das atividades por se sentirem mais familiarizados e confortáveis. Os cálculos e os contra exemplos eram as maneiras mais utilizadas para apresentar as justificativas, quase sempre sem recorrer à generalização. As autoras concluíram que é possível colocar em prática as recomendações curriculares e, para que isso aconteça, é necessário considerar os tipos de tarefas propostas e valorizar a negociação de significados.

A propósito, destaca-se que alguns dos artigos não explicitaram o tipo de abordagem adotada (qualitativa, quantitativa ou mista), o que justifica a ausência dessa informação nesta pesquisa, a fim de evitar possíveis divergências entre a análise aqui realizada e a abordagem efetivamente pretendida.

4. Analisando as relações entre os estudos selecionados

Os estudos A2, A3, A6 e A7 apresentaram convergências no sentido de propor o passo a passo de como o ensino de frações deveria ser norteado, apesar de cada trabalho explicitar objetivos diferentes. O estudo A2 relata que a maneira como o ensino de frações deveria ser trabalhado dependia da sequência dos outros conteúdos, ou seja, se vinha antes ou depois de outros conhecimentos. O A3 orientou que o ensino de frações seguiria a seguinte ordem de definição das frações ordinárias e, em seguida, sobre as frações decimais, enfatizando a identificação dos numeradores e denominadores, a escrita, a nomenclatura e redução de frações das frações para o mesmo denominador.

A ordem estabelecida no A6 era iniciar o ensino de frações, apresentando a existência dos números racionais na forma fracionária; seguida, de fração de uma quantidade, frações equivalentes, adição e subtração de frações e encerrando com porcentagem. Já o estudo A7 recomendava o ensino de frações apresentando as frações ordinárias, seguido das operações com frações, identificação das frações mais utilizadas no dia a dia dos estudantes e encerrando com a definição de fração.

Os estudos A1, A3, A4, A5, A6, A7 e A8, também, possuem convergências, no sentido de proporem maneiras diferentes para o ensino de frações. No estudo N1, recomenda-se o ensino do significado parte-todo de uma fração por meio de situações-problema diversificadas. No estudo A3, foi divulgado que existia uma revista pedagógica com o intuito de colaborar no trabalho do professor em sala de aula.

No estudo A4, foi apontada uma diversidade de recursos metodológicos utilizados pelos professores para o ensino de frações; dentre eles, seria o uso de jogos, livros didáticos e

materiais concretos. No estudo A5, foi proposto o uso da música para o ensino de frações, especificamente, os significados de fração. Já o estudo A6 preocupou-se com o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de frações, utilizando situações-problema do cotidiano dos estudantes. No estudo A7, mostrou-se o uso de materiais concretos para o ensino de frações. Enquanto isso, o estudo N8 apresentou a adoção de uma aula exploratória para o ensino de fração.

Os estudos A1, A2, A5, A6, A7 e A8 tiveram convergências na perspectiva de apresentarem algum significado de fração. O estudo A1 mostrou a possibilidade de desenvolver o significado parte-todo. Já, no estudo A2, relatou-se a ideia de frações por meio dos significados operador e razão. No estudo A4, teve-se como resultado da pesquisa que a maioria dos professores conheciam apenas o significado parte-todo.

O estudo A5 teve a proposta de desenvolver todos os significados de fração por meio da música; no entanto, conseguiu contemplar apenas o significado parte-todo. No estudo A7, foram apontados os trabalhos dos significados parte-todo, quociente, operador e razão para o ensino de fração. Por sua vez, o estudo A7 preocupou-se em desenvolver o significado razão de uma fração por meio de situações-problema, enquanto o estudo A8 utilizou a ideia de fração a partir do significado operador.

Diante desses resultados, nos quais se obteve uma quantidade reduzida de trabalhos sobre esse tema e a limitação na exploração dos significados de fração, conclui-se que estudos sobre essa temática ainda são reduzidos, evidenciando a necessidade de mais pesquisas.

5. Considerações finais

O artigo apresentado buscou responder à questão: *Quais as indicações da literatura sobre o ensino e a aprendizagem acerca dos diferentes significados do conceito de fração?* A análise dos artigos da RSL indicou que o ensino do conceito de fração, ainda, é limitado ao significado parte-todo, que é o mais utilizado por parte dos professores. Apesar de alguns trabalhos apontarem outros significados (quociente, operador e razão) em materiais didáticos relativos ao ensino de fração, ainda, é pouco abordado com os estudantes e parece ser desconhecido por parte dos professores.

Devido a esse eventual desconhecimento de todos os significados de fração por parte dos professores, os estudantes, na maioria das situações que envolvem diferentes significados, ainda, recorrem ao significado parte-todo (significado esse transversal a todos os outros

significados) para solucionar o problema, enquanto os professores não oferecem uma reflexão sobre quais significados estão envolvidos.

Os estudos apontaram o emprego de poucos recursos metodológicos que pudessem abordar os diferentes significados de fração e os que surgiram nos trabalhos conseguiram apenas contemplar um único significado. Um exemplo foi um dos artigos (Artigo 5), que mostrou o uso do contexto musical para trabalhar os significados de fração. No entanto, só foi possível empregar o significado parte-todo e para saber a possibilidade, também, de utilizar os outros significados seria necessário um estudo mais aprofundado sobre música. Portanto, é importante que os professores trabalhem diferentes metodologias, que permitam abordar os diferentes significados de fração.

Ademais, para que os estudantes desenvolvam o conceito de fração, é necessário que sejam trabalhados todos os seus significados, o que requer uma apropriação por parte dos professores de metodologias que favoreçam essa compreensão. Esse campo de pesquisa direcionado aos diferentes significados de fração, ainda é pouco explorado, visto que foram encontrados apenas oito estudos. Por isso, faz-se necessário que mais estudos relacionados a essa temática sejam desenvolvidos, contribuindo para um ensino de Matemática de qualidade.

Os objetivos deste estudo foram, de fato, alcançados, visto que foi possível identificar as abordagens do ensino de frações; verificar, por meio da RSL, as lacunas relativas à aprendizagem dos significados de fração. Ademais, foi analisada a orientação quanto ao ensino e à aprendizagem dos significados de frações e observou-se que o mais comum foi o significado parte-todo. No entanto, os outros significados foram pouco citados, além de não ser apresentada sugestão de recursos metodológicos, que favorecessem a aprendizagem e foi possível realizar um plano de aula para a intervenção voltada para estudantes que apresentavam lacunas na compreensão dos diferentes significados de fração.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 15 set. 2021.

FERREIRA, Aurélio. **Míni Dicionário Aurélio Século XXI**: O minidicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2001.

IEZZI, Gelson, *et al.* **Matemática**: volume único. Atual, 2002.

JUCÁ, Rosineide. Os saberes e práticas dos professores dos anos iniciais relacionados ao ensino das

frações. **Revista Cocar**, v. 13, n. 26, 2019.

LANDIM, Evanilson; MORAIS, Maria das Dores. Análise praxeológica da abordagem de frações em um livro didático do 4º ano do ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, p. 555-565, 2019.

LITOLDO, Beatriz; ALMEIDA, Marieli; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento especializado do professor que ensina matemática: uma análise do livro didático no âmbito das frações. **TANGRAM-Revista de Educação Matemática**, v. 1, n. 3, 2018.

LOPES, Aparecida; SILVA, Sandra. Movimento formativo de professores dos anos iniciais sobre fração: o inteiro. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 10, 2020.

MENDES, Iran. Atividades matemáticas de Francisco Ferreira de Vilhena Alves na revista Pedagógica A Escola (Belém/Brasil) entre 1900 e 1905. **Ediciones Universidad de Salamanca**, v. 39, 2020.

MENDES, Luiz; PEREIRA, Ana . Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 22, n. 3, 2020.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco - Ensino Fundamental**. Recife: SEE, 2019. 612 p

PINTO, Ailton; SILVA, Maria. Uma reflexão acerca do ensino de números fracionários racionais com a música. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 31-51, 2019.

PONTE, João; QUARESMA, Marisa. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. **Unipluri/versidad**, v. 14, 2014.

POZZOBON, Marta; OLIVEIRA, Cláudio. Como ensinar frações? Práticas que informam o professor que ensina matemática. **Roteiro**, v. 43, n. 3, 2018.

PRODANOV, Cleber; FREITAS, Ernani. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e trabalho acadêmico** - 2 ed. Editora Feevale, 2013.

SANTOS, Solange. **O uso do tangram como proposta no ensino de frações**. 2019. 134 f. . Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional)-Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SILVA, Maria; ALMOULOUD, Saddo. Números racionais: concepções, representações e situações. In: **Educação Matemática: epistemologia, didática e tecnologia**. São Paulo: Editora da Física, p. 81-141, 2018.

SOUZA, Joamir. **Matemática: realidade e tecnologia**. São Paulo: FTD, 2018.

VALENTE, Wagner. A matemática do ensino e o ensino de matemática: as frações nos primeiros anos escolares, segunda metade do século XIX. **Historia de la Educación**, v. 39, n. 5, 2020.

VELOSO, Lázaro Manoel; LANDIM, Evanilson. Estudo da produção do conhecimento acerca de fração, número fracionário e número racional nos anos finais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, p. 555-565, 2019.