

UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A RAZÃO ENTRE O COMPRIMENTO E O DIÂMETRO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA EM SALA DE AULA

Ivan Bezerra de Sousa¹
José Joelson Pimentel de Almeida²

Resumo: Este artigo apresenta uma investigação didática que evidencia a relevância das atividades investigativas no ensino de Matemática. Trata-se de um estudo qualitativo de natureza exploratória, realizado com uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de São João do Rio do Peixe - PB. A proposta envolveu uma atividade sobre o número π (π), articulando História da Matemática e investigação prática com materiais concretos. Os alunos exploraram diferentes maneiras de relacionar o comprimento e o diâmetro de circunferências, obtendo aproximações para o valor de π . Durante o processo, os discentes formularam hipóteses, realizaram medições, compararam resultados e discutiram suas descobertas coletivamente. A experiência mostrou que a abordagem investigativa promoveu a curiosidade, a argumentação e a construção autônoma do conhecimento matemático, contribuindo para uma aprendizagem significativa e contextualizada desse número fundamental no estudo da Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Atividades Investigativas. História da Matemática. Número π . Produção de Significados.

AN INVESTIGATION INTO THE RATIO BETWEEN THE LENGTH AND THE DIAMETER OF A CIRCLE IN THE CLASSROOM

Abstract: This article presents a didactic investigation that highlights the relevance of investigative activities in Mathematics teaching. It is a qualitative and exploratory study, conducted with an 8th-grade class in a public school in São João do Rio do Peixe, Brazil. The proposal involved an activity about the number π (π), integrating the History of Mathematics and hands-on investigation using concrete materials. Students explored different ways to relate the circumference and diameter of circles, obtaining approximations for the value of π . Throughout the process, they formulated hypotheses, performed measurements, compared results, and discussed their findings collectively. The experience demonstrated that the investigative approach fostered curiosity, argumentation, and autonomous construction of mathematical knowledge, contributing to a meaningful and contextualized learning of this fundamental number in Mathematics.

Keywords: Mathematics Teaching. Investigative Activities. History of Mathematics. Number π . Meaning Making.

UNA INVESTIGACIÓN SOBRE LA RAZÓN ENTRE LA LONGITUD Y EL DIÁMETRO DE UN CÍRCULO EN EL AULA

Resumen: Este artículo presenta una investigación didáctica que destaca la relevancia de las actividades investigativas en la enseñanza de las Matemáticas. Se trata de un estudio cualitativo de carácter exploratorio, realizado con una clase de 8º grado de una escuela pública en São João do Rio

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professor da Educação Básica na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio de Bandarra (EEEFMB) e da Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental Maria Vieira de Sousa (EMEIEFMVS), São João do Rio do Peixe, Paraíba, Brasil. E-mail: ivan2009.2@hotmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8668-7111>.

² Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Professor da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: jjedmat@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8210-584X>.

do Peixe, Brasil. La propuesta involucró una actividad sobre el número π (pi), articulando la Historia de la Matemática con una investigación práctica mediante el uso de materiales concretos. Los estudiantes exploraron diferentes formas de relacionar la longitud y el diámetro de las circunferencias, obteniendo aproximaciones al valor de π . Durante el proceso, formularon hipótesis, realizaron mediciones, compararon resultados y discutieron sus hallazgos de manera colectiva. La experiencia mostró que el enfoque investigativo promovió la curiosidad, la argumentación y la construcción autónoma del conocimiento matemático, contribuyendo a un aprendizaje significativo y contextualizado de este número fundamental.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. Actividades Investigativas. Historia de la Matemática. Número π . Producción de Significados.

1 Introdução

O estudo dos números irracionais representa um desafio para os alunos. Quando estes, ainda nos anos finais do Ensino Fundamental, começam a se deparar com esse conjunto numérico, surgem dúvidas e, muitas vezes, o falso entendimento de que números irracionais são aqueles que apresentam reticências no final de sua representação decimal.

Enquanto professores, sabemos que ensinar esse conteúdo não é tarefa simples, tendo em vista que ao longo do processo evidenciado pela História da Matemática, a descoberta dos números irracionais causou grande impacto em estudiosos da Antiguidade, como os pitagóricos, que acreditavam que os números eram a essência e o princípio de todas as coisas.

Com o intuito de discutir estratégias para o ensino desse tema, o presente artigo descreve uma atividade realizada com uma turma do 8º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio de Bandarra, localizada na cidade de São João do Rio do Peixe – PB. O objetivo da atividade foi investigar, por meio do uso de materiais concretos, as aproximações obtidas pelos alunos para o número irracional π , reconhecendo-o como uma constante resultante da razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. A partir da discussão e do desenvolvimento da atividade investigativa, este artigo busca descrever o processo e as percepções manifestadas pelos alunos durante o desenvolvimento da referida atividade.

O uso de atividades investigativas em sala de aula, segundo Sousa (2018, p. 18), “pode promover aos alunos novas maneiras de entenderem os conteúdos matemáticos”. Para Fiorentini (2011), o processo em que o professor investiga sua própria prática profissional possibilita uma aprendizagem contínua, alimentada pela interação com o aprendizado dos alunos. Nesse sentido, o processo investigativo permite que o professor atue simultaneamente como formador e aprendiz. O autor ainda afirma que:

Presume-se que o conhecimento que os professores precisam para ensinar bem é produzido quando os professores tomam sua própria prática como campo de investigação ou análise e toma como instrumento de interpretação e análise conhecimentos produzidos por outros especialistas (acadêmicos ou não) (FIORENTINI, 2011, p.17).

Dessa forma, ao se apoiar em um repertório de práticas investigativas fundamentadas em sua própria experiência pedagógica, o professor passa a exercer sua função com maior autonomia, apropriando-se criticamente do que é ou não pertinente à formação dos estudantes.

Na escrita deste trabalho, destacam-se tópicos que abordam o papel da investigação na sala de aula, a apropriação da História da Matemática, a exploração dos números irracionais, em especial o número π , as etapas que compõem uma investigação matemática, a produção de significados que uma atividade investigativa pode proporcionar aos alunos e a importância da formação docente sob uma perspectiva investigativa.

Quanto aos aspectos metodológicos, adotou-se uma abordagem qualitativa, baseada nas etapas que estruturam uma aula investigativa, conforme os estudos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). Em relação aos resultados, conclui-se que os alunos, ao transitarem do concreto para o abstrato, conseguiram obter uma aproximação do valor de π , sendo o processo investigativo vivenciado o aspecto mais relevante da experiência, o qual está descrito em detalhes na seção de resultados e discussões.

2 Referencial teórico

Ao longo da história da humanidade, a Matemática tem se configurado como uma ciência que desperta curiosidade e interesse em muitas pessoas. A necessidade de contar levou diversas civilizações a desenvolverem seus próprios sistemas de numeração, os quais, com o passar do tempo, culminaram na consolidação do sistema indo-arábico, utilizado universalmente nos dias atuais. Antes dessa universalização, inúmeros povos contribuíram com descobertas e estudos fundamentais para a construção da Matemática que conhecemos hoje.

Dessa forma, este referencial teórico apresenta, de maneira sucinta, alguns aspectos da História da Matemática relacionados à descoberta do número π , bem como reflexões sobre o uso de aulas investigativas no ensino de Matemática e sua relevância no contexto escolar. Encerramos esta seção destacando a importância de inserir a perspectiva investigativa nos cursos de formação de professores de Matemática, como caminho para

promover práticas pedagógicas mais reflexivas e significativas.

2.1 Os números irracionais e a descoberta do número π : alguns enfoques da História da Matemática

As civilizações antigas, além da herança cultural, foram também responsáveis pelo desenvolvimento da Matemática que hoje temos. Essas civilizações foram as principais responsáveis pelo nascimento e expansão das ideias matemáticas.

Entre essas ideias está o surgimento dos números irracionais. Em relação a esse conjunto numérico, quando os pitagóricos³ perceberam que o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo que possui catetos medindo 1cm resultava em um valor até então desconhecido entre eles, temos aí um dos fatos históricos que aborda o primeiro contato das civilizações antigas com os números irracionais.

Para os gregos, que tinham uma matemática baseada na geometria, toda e qualquer figura geométrica era formada por um número finito de pontos, o que causou espanto quando perceberam a existência de números que não podiam ser representados em forma de fração (EVES, 2011). Assim, os gregos pensavam que:

[...] para cada número racional, há um ponto da reta. Para os primeiros matemáticos, parecia evidente que todos os pontos da reta seriam usados dessa maneira. Deve ter sido um choque descobrir que há pontos na reta que não correspondem a nenhum número racional. Essa descoberta foi uma das grandes realizações dos pitagóricos. Em particular os pitagóricos provaram que não há nenhum número racional ao qual corresponda o ponto P da reta no caso em que OP é igual a diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade [...]. Novos números tiveram de ser inventados para serem associados a esses pontos; e não sendo racionais, vieram a se chamar *números irracionais* (o que significa números não racionais). A descoberta desses números assinala um dos grandes marcos da história da matemática (EVES, 2011, p.105).

Segundo Eves (2011, p.106), “a descoberta da existência de números irracionais foi surpreendente e perturbadora para os pitagóricos”, mas representou grandes avanços para a Matemática, pois foi possível avançar nas ideias matemáticas graças à percepção de que existem infinitos números que não conseguem ser representados em forma de fração, dentre os quais está o número π , sobre o qual debatemos nos próximos parágrafos.

³ Os pitagóricos foram os discípulos de Pitágoras de Samos, que formaram uma escola com algumas características peculiares que a diferenciava das demais escolas existentes nesse período, na qual estavam presentes alguns dos mais antigos filósofos pré-socráticos.

O número π , conforme conhecemos hoje, corresponde ao número cujo valor é representado pelo quociente da medida do comprimento de qualquer circunferência pela medida do seu diâmetro. Esse número já era conhecido, com aproximações bem próximas do que usamos hoje, pelas civilizações antigas. Assim:

A primeira consideração científica acerca do número π vem de Arquimedes, em torno do ano 240 a.C. Ao avaliar a razão do comprimento da circunferência para o diâmetro de um círculo, ele determinou que π estava entre $223/71$ e $22/7$. A partir de Arquimedes, os matemáticos têm-se ocupado em calcular o número π com uma precisão cada vez maior (PERES, 2003, p.10).

De acordo com Peres (2003), além de Arquimedes, a História da Matemática revela que outros matemáticos, pertencentes a outras civilizações, também obtiveram uma aproximação para o valor de π . Estudiosos como Ptolomeo de Alexandria, Bhaskara, François Viète, Adriaen Van Roomen, Ludolph Van Ceulen, Abraham Sharp e Johann Heinrich Lambert, entre outros, também se debruçaram sobre o estudo do valor de π , até a demonstração de que este é um número irracional, apresentada por Lambert, em 1761. Mesmo após essa demonstração, anterior à revolução dos computadores, o número π continuou sendo motivo de investigação entre os matemáticos, tendo já sido calculado, segundo o *Portal IFSC* (2021)⁴, com uma precisão de 62,8trilhões de casas decimais.

Atualmente, reconhece-se a importância do número π em todas as formas circulares, pois a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro mantém-se constante. Por isso, seu uso é essencial em diversas áreas das ciências exatas, como Engenharia, Computação, Astronomia e Geologia.

Com base em diversos estudos, convencionou-se adotar a aproximação de 3,14 para o valor de π em diferentes situações-problema. Somente em 1706, segundo o *Portal Mega Curioso*⁵ (2022), essa constante passou a ser representada pela letra grega π . Na próxima seção, destacamos a possibilidade de explorar essa temática em sala de aula por meio de

⁴ ONODY, R. N. O número Pi com 62,8 trilhões de casas decimais. **Instituto de Física de São Carlos – IFSC**, 2021. Disponível em: <https://www2.ifsc.usp.br/portal-ifsc/o-numero-pi-com-628-trilhoes-de-casasdecimais/#:~:text=O%20n%C3%BAmero%20CF%80%20foi%20calculado,triilh%C3%B5es%20de%20casas%20decimais!%201>. Acesso em: 19 jun. 2024.

⁵ FREITAS, P. Por que o valor de Pi é 3,14? **Mega curioso**, 2022. Disponível em: <https://www.megacurioso.com.br/ciencia/121370-por-que-o-valor-de-pi-e-3-14.htm#:~:text=Essa%20data%20foi%20escolhida%20porque,d%C3%ADgitos%20do%20n%C3%BAmero%20de%20Pi>. Acesso em: 19 jun. 2024.

atividades investigativas.

2.2 Alguns apontamentos sobre as investigações matemáticas na sala de aula

Assim como os números irracionais causaram espanto aos pitagóricos, também podem provocar esse mesmo sentimento nos alunos da Educação Básica. Muitas vezes, a forma como esse conjunto numérico é abordado contribui para ampliar o distanciamento entre o conteúdo e a compreensão dos discentes, fazendo com que sua relevância em diferentes contextos seja percebida de maneira superficial.

Nesse sentido, uma das possibilidades de promover o diálogo e aproximar esse conteúdo da realidade dos estudantes está no uso de atividades investigativas em sala de aula. Investigar matematicamente não significa propor tarefas excessivamente complexas, mas sim atividades que levem os alunos a pensar, dialogar, trocar ideias e construir conclusões próprias, valorizando o processo de investigação mais do que o resultado final. Dessa forma:

O ensino de Matemática por meio de aulas investigativas pode instigar o aluno a perceber que os seus conhecimentos são válidos dentro dos conteúdos abordados na escola e que seu repertório das vivências exteriores à sala de aula pode entrar em cena nas abordagens matemáticas, aproximando o aluno do seu cotidiano. Além disso, aulas investigativas permitem aos discentes pensarem de formas diferentes e chegarem a resultados surpreendentes ao longo do trabalho (SOUSA; ALMEIDA, 2018, p.1).

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), o principal objetivo de uma aula investigativa é “conhecer aquilo que ainda não se sabe”. Para isso, toda atividade desse tipo deve seguir algumas etapas, chamadas de momentos, que ocorrem de forma articulada entre diferentes fases do trabalho investigativo, conforme estão apresentadas no Quadro 1 na seção da metodologia. Resumidamente:

[...] O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 20).

Cada momento de uma atividade investigativa mobiliza recursos cognitivos e afetivos dos alunos, convidando-os a agir como verdadeiros matemáticos em busca de soluções para os problemas propostos. Nesse sentido, enfatizar o uso de atividades investigativas nas aulas de Matemática contribui para que os alunos possam expressar suas ideias e raciocínios e permite ao professor compreender como cada um constrói seu

conhecimento. Logo, diante desses pontos elencados, dá para notar que:

[...] enfatizar atividades investigativas nas aulas de Matemática contribui para que o trabalho do professor seja mais valorizado, pois os alunos, ao exporem suas ideias e entendimentos daquilo que estão fazendo, permitem ao professor compreender como cada um está aprendendo. Nessa metodologia, o professor deixa de ser o centro das ações para dar vez aos alunos, sendo que as interações entre eles, as reflexões construídas e a tomada de decisão de cada equipe contribuem para que diferentes aprendizagens aconteçam sobre uma determinada atividade (SOUSA, 2018, p.220).

Dessa forma, durante o processo investigativo, o aluno torna-se produtor do seu próprio conhecimento, o que possibilita novos direcionamentos pedagógicos tanto para ele quanto para o professor. O discente assume o papel de construtor de ideias, enquanto o docente amplia sua compreensão sobre as múltiplas formas de resolução de problemas apresentadas pelos estudantes (SOUSA; ALMEIDA, 2018).

Portanto, as discussões apresentadas evidenciam que o trabalho com atividades investigativas oferece novas estratégias de ensino e aprendizagem, contribuindo para o aprimoramento do ensino de Matemática. Por isso, a inserção dessa perspectiva nas formações de professores torna-se essencial para a construção de práticas pedagógicas mais reflexivas e significativas, conforme elencado a seguir.

2.3 Formação do professor de matemática em uma perspectiva investigativa

Conforme discutido na seção anterior, o trabalho com atividades investigativas nas aulas de Matemática constitui uma possibilidade de compreender como os alunos pensam matematicamente. No entanto, para que o professor possa adotar essa abordagem, é essencial que sua formação proporcione experiências pautadas nessa perspectiva.

Sobre essa formação pautada em uma perspectiva investigativa, Silva e Costa (2019, p.274) trazem algumas indagações que são necessárias no trabalho com atividades investigativas. Os autores indagam:

[...] que aspectos são prioritários para que sua abordagem de ensino seja considerada investigativa? O que precisa ser valorizado pelo professor? Qual a característica da tarefa? Qual será o papel do aluno no processo de aprendizagem? Qual será o papel do professor? Como se caracteriza a comunicação entre os sujeitos?

Essas questões são centrais para uma prática reflexiva e fundamentada. Os autores apontam cinco princípios que orientam a formação docente voltada à abordagem investigativa: “*i*) concepção de ensinar e aprender Matemática; *ii*) propósitos da utilização da abordagem investigativa em aulas de Matemática; *iii*) posturas investigativas; *iv*) gestão

investigativa do trabalho pedagógico; v) avaliação investigativa” (SILVA; COSTA, 2019, p.278).

Esses princípios reforçam a importância de inserir a perspectiva investigativa tanto na formação inicial quanto na continuada de professores, visto que ainda há um grande distanciamento entre o que é proposto nos cursos e o que é efetivamente praticado nas escolas. Para os autores, tais princípios devem favorecer uma ação docente reflexiva sobre todo o processo pedagógico, suas possibilidades, desafios e implicações, no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, a adoção de uma abordagem investigativa exige que o professor esteja preparado para tal ação, uma vez que práticas investigativas exigem planejamento, clareza, criatividade, seleção e construção junto aos alunos para que estes possam desenvolver o raciocínio matemático sobre o que é posto em ação.

Silva e Costa (2019) também discutem sobre a condução da tarefa, pois ela precisa favorecer ao aluno uma visão do caráter investigativo, colocando-o no centro do processo de aprendizagem, sendo a finalidade de tais atividades a promoção do pensar e do fazer matemático, fazendo o aluno perceber como se dá a produção do conhecimento matemático.

Portanto, os cursos de formação de professores precisam contemplar de forma efetiva a abordagem investigativa, pois ela desenvolve competências essenciais, como argumentação, autonomia, criatividade e pensamento crítico. Essa perspectiva metodológica demanda um processo formativo contínuo e reflexivo, capaz de transformar a prática docente e tornar o ensino de Matemática mais significativo e emancipador.

3 Metodologia

A atividade investigativa sobre a descoberta do número π foi realizada com uma turma do 8º ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio de Bandarra, em São João do Rio do Peixe – PB. No momento da aplicação, os alunos estudavam conjuntos numéricos e, ao iniciar o tema dos números irracionais, optou-se por propor uma investigação que lhes permitisse compreender o valor aproximado de π antes de abordá-lo conceitualmente.

A atividade continha seis questões. Nas duas primeiras, os alunos calcularam a razão entre o comprimento e o diâmetro da circunferência, primeiro com valores dados e depois utilizando objetos circulares trazidos de casa, medidos com barbante, régua e calculadora.

Na terceira questão, trocaram os objetos com os colegas e registraram os novos resultados em uma tabela. A quarta questão solicitava a análise dos valores obtidos; a quinta propunha a leitura de um texto sobre π no livro didático, e a sexta pedia uma reflexão sobre a experiência.

O desenvolvimento da atividade seguiu as etapas de uma investigação matemática conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), que a estruturam em três fases e quatro momentos. As três fases são: *a introdução, o desenvolvimento e a discussão da investigação*; já os quatro momentos estão descritos no Quadro 1.

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática; • Explorar a situação problemática; • Formular questões.
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados; • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes; • Refinar uma conjectura.
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura; • Avaliar o raciocínio ou o raciocínio do resultado.

Fonte: (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p.21)

As atividades foram realizadas em sala de aula, utilizando materiais concretos trazidos pelos alunos, como embalagens circulares, barbante, régua, tesoura, lápis e calculadora. A atividade foi feita em três aulas, contando o tempo entre a explanação inicial do conteúdo até o momento final dessa investigação. O processo avaliativo aconteceu continuamente durante toda a atividade, por meio da participação dos alunos, da realização da investigação, da troca e observação dos resultados dos colegas e nas reflexões feitas na sala de aula sobre o tema proposto.

A pesquisa é qualitativa, de natureza exploratória, com abordagem descritiva e interpretativa. Participaram dez alunos da turma investigada. Os dados foram obtidos por meio de registros dos alunos e anotações em diário de campo, com consentimento prévio dos participantes, em conformidade com os princípios éticos de pesquisa.

Para a análise dos dados, adotou-se a análise de conteúdo, conforme proposta por Bardin (2016), por se mostrar adequada à interpretação qualitativa de registros escritos e observacionais produzidos no contexto da atividade investigativa. Esse procedimento metodológico possibilitou organizar, sistematizar e interpretar os dados de modo a evidenciar os sentidos produzidos pelos alunos ao longo da experiência.

O processo analítico desenvolveu-se em três etapas complementares: (1) a pré-análise, caracterizada pela leitura fluente e seleção dos materiais produzidos pelos participantes; (2) a exploração do material, com a definição das unidades de registro e o agrupamento temático dos dados; e (3) o tratamento e a interpretação, momento em que as categorias emergentes foram articuladas ao referencial teórico adotado. A partir desse percurso, constituíram-se três eixos de análise (experimentação e exploração, interação e colaboração e construção conceitual) os quais orientaram a organização e a discussão dos resultados apresentados na seção seguinte.

4 Resultados e discussões

A aplicação da atividade investigativa, descrita na seção metodológica, envolveu seis questões centradas na descoberta do número π , conforme enfatizadas na Figura 1.

Figura 1 - Questões da atividade investigativa

ATIVIDADE INVESTIGATIVA

1. Observe a figura abaixo:

Nessa imagem temos uma circunferência com o raio igual a 4 cm e o seu comprimento é aproximadamente 25,13 cm.

Usando a sua calculadora faça a seguinte divisão:

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro da circunferência}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Utilizando a forma geométrica que você trouxe de sua casa, faça a medição do comprimento da circunferência com um barbante e em seguida, usando uma régua, faça a medição do diâmetro dessa circunferência. Coloque os dados abaixo e em seguida, com o auxílio da calculadora faça a divisão entre os dois valores.

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro da circunferência}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Agora, pegue as formas geométricas dos seus colegas e faça o que se pede no quadro abaixo:

Nome do colega	Comprimento da circunferência	Diâmetro da circunferência	Quociente: c/d

4. O que você conseguiu observar dos valores da última coluna do quadro da questão 03?

5. Abra o seu livro na página 21. Em seguida leia o texto que aparece lá. O que você percebeu de semelhante entre o texto e essa atividade?

6. O que você achou dessa atividade? Descreva a sua opinião.

Fonte: Dados da pesquisa

Antes da execução da atividade, os alunos haviam estudado apenas o conceito de números irracionais, definido no livro didático como “números que têm infinitas casas decimais e não são periódicos” (SILVEIRA, 2015, p. 20). Esse momento correspondeu à primeira fase da investigação matemática, que diz respeito à *introdução do trabalho*.

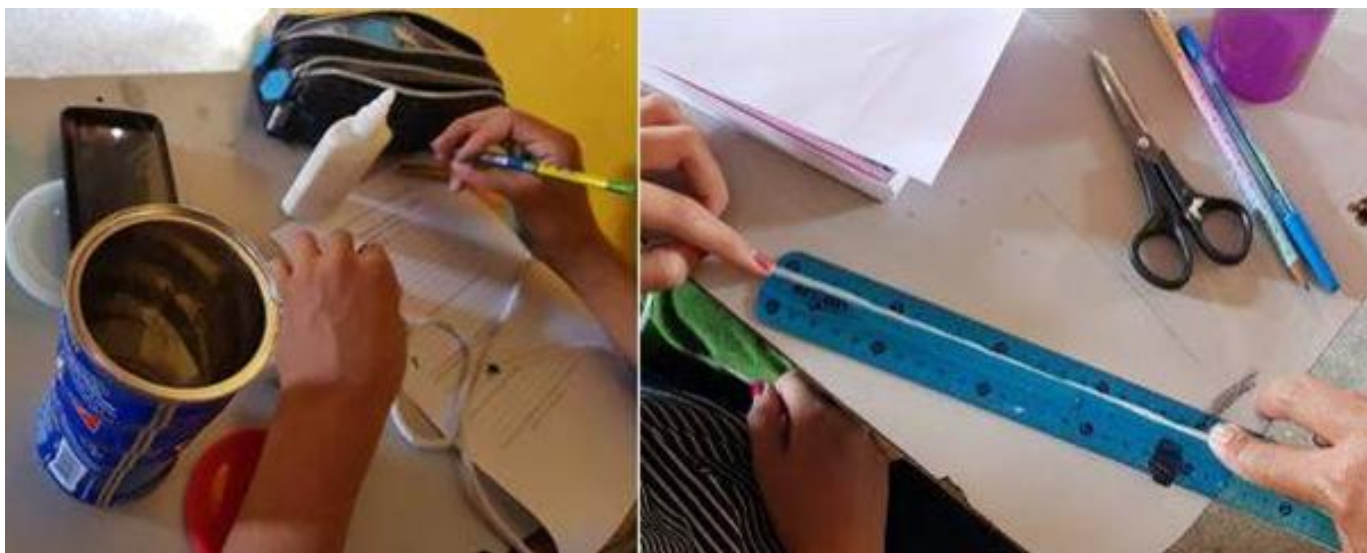
Logo após a entrega da atividade, os alunos demonstraram surpresa diante de uma proposta que exigia reflexão antes da explicação formal. As perguntas espontâneas: “*E agora, como faço isso? Como resolver essas questões, professor? É para fazer o quê? Posso*

pesquisar?” revelaram o deslocamento do aluno de uma postura passiva para uma atitude investigativa, marcando o início do *desenvolvimento da investigação*. À luz de Bardin (2016), tais manifestações configuram-se como unidades de registro que evidenciam processos de significação emergentes, próprios de contextos de aprendizagem ativa e característicos do desenvolvimento de atividades investigativas em sala de aula.

Durante o desenvolvimento, os alunos recorreram aos materiais concretos (embalagens circulares, barbante, régua e calculadora) e interagiram intensamente, comparando medições e trocando estratégias. As três primeiras questões conduziam à medição e ao cálculo da razão entre o comprimento e o diâmetro de circunferências; as três seguintes solicitavam a análise dos resultados e reflexões sobre a atividade.

As imagens a seguir registram alguns momentos da realização da atividade.

Figura 2: Alunos desenvolvendo a atividade investigativa



Fonte: Dados da pesquisa

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos utilizaram os materiais concretos e interagiram bastante uns com os outros. No momento da execução da atividade, foi observado muito movimento na sala, troca de informações, ajuda na medição das circunferências e, conseqüentemente, na medição dos barbantes com a régua. Ao longo dessa segunda fase, os alunos fizeram a leitura do conteúdo presente no livro didático e perceberam que, em uma determinada parte do texto, havia a abordagem do número π , sendo percebida a conexão entre a atividade e esse referido número irracional. Dessa forma, eles tentaram ao máximo aproximar o valor das suas medições da constante 3,14, fazendo alguns cálculos a partir de operações matemáticas para que o resultado 3,14 aparecesse no visor da calculadora. O Quadro 2 evidencia os resultados obtidos.

Quadro 2 - Resultados obtidos pelos alunos durante a atividade investigativa

Nome do colega	Comprimento da circunferência	Diâmetro da circunferência	Quociente: c/d
A1	31,4	9,98	3,1462925852...
A2	21	6,68	3,1437125749...
A3	23,6	7,51	3,1424766977...
A4	32	10,19	3,1403336605...
A5	23	7,32	3,1420765027...
A6	41	13,05	3,1417624521...
A7	28,6	9,10	3,1428571429...
A8	33,6	10,7	3,1401869159...
A9	34	10,82	3,1423290203...
A10	32,2	10,25	3,1414634146...

Fonte: Dados da pesquisa

A segunda fase da investigação possibilitou a categorização empírica das ações dos alunos em três eixos principais, à luz da análise de conteúdo: (1) *experimentação e exploração*, envolvendo a realização de medições e cálculos; (2) *interação e colaboração*, caracterizada pelas trocas de informações, comparações de resultados e ajustes realizados entre os colegas; e (3) *construção conceitual*, evidenciada pelo reconhecimento da constância da razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro, bem como pela sua relação com o número π .

Os resultados do Quadro 2 mostraram que os alunos obtiveram valores muito próximos, independentemente do tamanho das figuras, indicando o reconhecimento empírico do valor aproximado de π . Na fase de *discussão da investigação*, as reflexões coletivas demonstraram apropriação conceitual e envolvimento afetivo, com falas como “*foi legal descobrir sem o professor dizer*” e “*todos os objetos deram quase o mesmo resultado*”, que, à luz de Bardin (2016), configuram-se como unidades de contexto reveladoras de processos de aprendizagem que articulam dimensões cognitivas e afetivas no desenvolvimento da atividade investigativa.

A análise dos registros escritos e das observações em sala de aula permitiu identificar três categorias conclusivas, que sintetizam os principais achados da investigação: (1) *autonomia e protagonismo do aluno*, evidenciados pela assunção da responsabilidade pelo processo investigativo; (2) *construção do conceito matemático de π* , mediada pela

experimentação, pela comparação de resultados e pela validação empírica das aproximações obtidas; e (3) *valorização da aprendizagem significativa*, expressa na articulação entre teoria e prática, favorecida pela atividade investigativa desenvolvida.

Em relação à opinião dos alunos sobre a atividade, conforme solicitada na sexta questão, os alunos mencionaram ter gostado da forma como ela foi conduzida e da história envolvendo o número π . Falaram sobre as possibilidades que tiveram de aproximar ao máximo os seus resultados da constante 3,14, conforme se expressa visualmente nos resultados apresentados no Quadro 2. Eles também relataram que ficaram surpresos com os resultados obtidos, pois, embora as formas redondas trazidas para a aula tivessem tamanhos diferentes, os resultados encontrados se aproximavam muito dos resultados dos colegas.

Portanto, durante a realização de cada fase da atividade investigativa, essas fases refletiram o movimento investigativo descrito por Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), e a análise qualitativa, à luz de Bardin (2016), evidenciou que a metodologia favoreceu o raciocínio matemático, a autonomia intelectual e a capacidade de argumentação dos alunos.

5 Considerações finais

A partir da atividade investigativa aplicada e dos resultados obtidos, evidenciou-se a importância de propor em sala de aula situações que estimulem o aluno a pensar, levantar hipóteses, testá-las e construir conclusões próprias. Tais experiências permitem que o estudante se envolva ativamente no processo de aprendizagem e desenvolva autonomia intelectual.

Considerando o que foi discutido na fundamentação teórica e observado na prática, percebe-se que atividades que priorizam o processo de construção, embora desafiadoras, despertam maior engajamento e curiosidade. Quando o aluno reconhece o valor de suas ideias e percebe que há diferentes caminhos para resolver um problema, ele se sente motivado a buscar novas estratégias e significados para o conhecimento matemático (SOUSA, 2018).

As aulas investigativas, nesse sentido, constituem uma estratégia potente para o professor observar interações, raciocínios e tomadas de decisão, acompanhando o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Elas favorecem o diálogo, a troca de ideias e a construção coletiva de significados, valorizando os saberes prévios e as experiências de cada discente.

Outro ponto relevante foi o uso da História da Matemática como recurso didático, ao

possibilitam que os alunos compreendessem a evolução do pensamento matemático ao longo das civilizações e reconhecessem que os conceitos matemáticos são construções humanas, marcadas por desafios, rupturas e avanços. Articulada às aulas investigativas, essa perspectiva histórica favoreceu a problematização do conhecimento e aproximou os estudantes dos modos de pensar que caracterizaram diferentes momentos da produção matemática. Nesse contexto, o uso da calculadora assumiu o papel de instrumento de apoio ao raciocínio e à verificação de hipóteses, não como fim em si mesmo, mas como mediador do processo investigativo, contribuindo para a ressignificação do ensino de Matemática e para a reorganização da prática pedagógica.

Portanto, recomenda-se a ampliação de estudos e práticas que utilizem a abordagem investigativa em diferentes níveis da educação básica, bem como sua incorporação sistemática na formação inicial e continuada de professores de Matemática. Inserir essa metodologia na formação docente pode favorecer a construção de práticas mais reflexivas, criativas e significativas, fortalecendo o ensino da Matemática como um campo de investigação e produção de significados.

Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FIORENTINI, D. A investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**, 2011.

PERES, G. R. **O número π** . Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis, 2003.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SILVA, D. K.; COSTA, D. A. Abordagem Investigativa em Aulas de Matemática: Princípios Balizadores para Ações de Formação de Professores. **Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS** – v. 12, n. 28, p. 272-291, 2019.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUSA, Ivan Bezerra de. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos**. 2018. 250f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB,

Campina Grande, 2018.

SOUSA, Ivan Bezerra de; ALMEIDA, José Joelson Pimentel de. Investigação Matemática a partir da construção de sólidos geométricos. **Anais do X EPBEM e V ECMAT**, Campina Grande: Realize Editora, 2018, p. 1-12.