

Obstáculos na Probabilidade: uma perspectiva histórica e didática

Vitória da Silva Farias¹

Anna Paula de Avelar Brito Lima²

Resumo: O presente estudo teve como objetivo investigar as relações entre o contrato didático e os obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade. O conceito de Obstáculo Didático, formulado por Guy Brousseau refere-se às dificuldades que surgem em uma situação didática, que comprometem a aprendizagem de um saber. Já o contrato didático, segundo Brousseau, diz respeito às cláusulas – geralmente implícitas – estabelecidas a partir da relação entre professor, aluno e saber. O estudo em questão, originado de uma pesquisa de mestrado, foi conduzido em três etapas, das quais duas são abordadas neste trabalho: o mapeamento dos obstáculos didáticos relacionados ao ensino de probabilidade e a observação da aula de um professor de escola pública do Município de São Lourenço da Mata- PE. Os resultados indicaram um predomínio de cinco tipos de obstáculos, amplamente relatados em estudos anteriores, e a identificação de um novo fator de obstáculo, denominado “a não descrição do espaço amostral”.

Palavras-chave: Ensino. Obstáculo Didático. Probabilidade.

Obstacles in Probability: a historical and didactic perspective

Abstract: The present study aimed to investigate the relationships between the didactic contract and the didactic obstacles in the teaching of Probability. The concept of Didactic Obstacle, formulated by Guy Brousseau, refers to the difficulties that arise in a didactic situation, which compromise the learning of knowledge. The didactic contract, according to Brousseau, concerns the clauses – generally implicit – established from the relationship between teacher, student and knowledge. The study in question, originated from a master's research, was conducted in three stages, two of which are addressed in this work: the mapping of the didactic obstacles related to the teaching of probability and the observation of the class of a public school teacher in the municipality of São Lourenço da Mata- PE. The results indicated a predominance of five types of obstacles, widely reported in previous studies, and the identification of a new obstacle factor, called “the non-description of the sample space”.

Keywords: Teaching. Didactic Obstacle. Probability.

Obstáculos en la probabilidad: una perspectiva histórica y didáctica

Resumen: El presente estudio tuvo como objetivo investigar las relaciones entre el contrato didáctico y los obstáculos didácticos en la enseñanza de la probabilidad. El concepto de Obstáculo Didáctico, formulado por Guy Brousseau, se refiere a las dificultades que surgen en una situación didáctica, que comprometen el aprendizaje de los conocimientos. El contrato didáctico, según Brousseau, se refiere a cláusulas – generalmente implícitas – establecidas a partir de la relación entre profesor, alumno y conocimiento. El estudio en cuestión, proveniente de una investigación de maestría, se desarrolló en tres etapas, dos de las cuales son abordadas en este trabajo: el mapeo de obstáculos didácticos relacionados con la probabilidad de la enseñanza y la observación de la clase de un profesor de una escuela pública en el Municipio de São Lourenço da Mata-PE. Los resultados indicaron un predominio de cinco tipos de obstáculos, ampliamente reportados en estudios anteriores, y la identificación de un nuevo factor de obstáculo, denominado “no descripción del espacio muestral”.

¹ Mestra em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE, Brasil. E-mail: vitoria.farias@ufrpe.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9918-1275>

² Doutora em Educação. Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE, Brasil. E-mail: apbrito@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1471-228X>

Palabras clave: Enseñando. Obstáculo Didáctico. Probabilidad.

1 Os obstáculos didáticos: uma perspectiva de Brousseau

Na Didática da Matemática há uma diversidade de perspectivas teóricas que buscam explicar os fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de um saber. Para o filósofo francês Gaston Bachelard (1884-1962), o ato de aprender está ligado à desconstrução de um conhecimento mal estabelecido, ainda que tenha sido bem-sucedido em contextos anteriores. Em consonância com esse pensamento, o matemático Brousseau (2008) acrescenta que este é um processo complexo, pois, mesmo que o indivíduo acredite ter superado os erros dos saberes antigos, eles tendem a reaparecer.

No campo da Matemática é necessário considerar outros fatores, como, por exemplo, a cultura da aversão a essa disciplina na fase escolar e as lacunas no domínio conceitual matemático, que contribuem significativamente para a construção e/ou cristalização de barreiras no processo de aprendizagem (Gomes, 2002).

No entanto, não é coerente considerar que tais lacunas surgem apenas da ignorância ou da incerteza. Deve-se levar em conta que certos conhecimentos, antes considerados válidos, podem, em outras situações, se tornar inadaptáveis, dificultando a evolução no processo de construção do conhecimento, o que Brousseau (2008) denominou *obstáculo*. De maneira geral, D'Amore (2007, p. 211-212) elenca algumas características dos obstáculos:

- É preciso sempre ter presente que um obstáculo não é uma falta de conhecimento, mas é um conhecimento;
- O aluno utiliza esse conhecimento para responder adequadamente, em um contexto conhecido, já encontrado;
- Se o aluno tenta usar esse conhecimento fora do contexto conhecido, já encontrado, fracassa, gerando respostas incorretas; percebe-se então que necessita de pontos de vista diferentes;
- O obstáculo produz contradições, mas o estudante resiste a ela; parece necessitar então de um conhecimento mais geral, maior, mais profundo, que generalize a situação conhecida e resolvida, e que inclua a nova, na qual fracassou; é preciso que esse ponto se torne explícito e que o estudante seja consciente disso;
- Mesmo depois de superado, esporadicamente, o obstáculo reaparece.

A importância do estudo dos obstáculos pode ser atribuída à compreensão das resistências à evolução científica e, conseqüentemente, ao conhecimento do indivíduo.

Nesse contexto, a pesquisa sobre os obstáculos exige a profundidade das ciências fundamentais, pois, eles podem surgir de diversas naturezas que interceptam o sistema social e

cognitivo humano, considerando que todos estamos imersos em uma sociedade que se constitui e se reconfigura a partir de sua configuração cultural e histórica. Por esse motivo, mais adiante, exploraremos a história cultural e didática da Probabilidade.

Brousseau (1986) classificou os obstáculos de acordo com sua origem, em três categorias: ontogenéticos, que decorrem das limitações do sujeito em seu desenvolvimento cognitivo (neurofisiológicas, entre outras); epistemológicos, inerentes à construção do saber e identificáveis na evolução histórica de um conceito, geralmente resultantes de alguma ruptura ou mudança radical; didáticos, associados à escolha das estratégias, mecanismos e metodologias de ensino. Diante disso, esta pesquisa se concentra na última categoria: os obstáculos de origem didática.

Apesar do avanço de estudos sobre obstáculos na Matemática demonstrar sua existência em diversos campos dessa ciência, Bachelard (1996, p.28) não os considerava, pois acreditava que “a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro”. No entanto, Brousseau (1983) enxerga além do plano científico dos saberes. Para ele, há dificuldades mais gerais que persistem nos campos matemáticos.

Além disso, para Brousseau (2008), quando a escolha didática do professor não favorece a construção do conhecimento, ela pode gerar obstáculos didáticos, tornando o próprio professor um agente que, ainda que sem intenção, dificulta o progresso do aluno.

No entanto, embora a superação dos obstáculos seja um processo lento, marcado por desconstruções e recomeços, a identificação desses obstáculos é uma das tarefas mais difíceis. Nesse sentido, Brousseau (2008), apoiado na ideia de que os obstáculos epistemológicos podem ser estudados no plano histórico e nas práticas educacionais, desenvolveu um método de pesquisa baseado em três etapas: I) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam; II) encontrar obstáculos históricos da matemática; III) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem. Foi com base nessa perspectiva metodológica que conduzimos nossa pesquisa.

2 A história e cultura da Probabilidade

Para iniciar essa discussão, vale refletir sobre uma afirmação de Laplace (2010, p.41) a respeito do seguinte questionamento: “o que é a probabilidade?”

Pode-se mesmo dizer, rigorosamente, que quase todos os nossos conhecimentos são apenas prováveis; e no pequeno número de coisas que

podemos saber com certeza, mesmo nas ciências matemáticas, os principais meios para se chegar à verdade – a indução e a analogia – são fundados nas probabilidades.

As noções probabilísticas surgiram na sociedade desde a antiguidade e passaram por várias modificações até suas representações atuais. Segundo Coutinho (2007), embora os jogos sejam considerados o ponto de partida para os estudos probabilísticos, no passado eram praticados como forma de lazer, e seus resultados eram frequentemente atribuídos às forças divinas.

As primeiras manifestações probabilísticas surgiram após o estudo da frequência de ocorrência de saída das faces de um astrágalo³ em um jogo denominado *Tali*, também conhecido como jogo do osso. Vale ressaltar que, nesse contexto, “azar” deve ser entendido como sinônimo de “acaso”, e não como “má sorte”, como corriqueiramente é interpretado (Viali, 2008).

Figura 1: Frequência das faces do astrágalo no jogo Tali

Faces	1	3	4	6
Frequências	0,12	0,37	0,39	0,12

Fonte: Viali (2008).

Segundo Viali (2008), diversos fatores influenciaram o desenvolvimento da teoria das probabilidades, entre eles a especulação das antigas seguradoras em relação às estimativas empíricas da probabilidade de acidentes. Esses eventos históricos marcam diferentes caminhos para a definição de Probabilidade.

O enfoque determinista, por sua vez, teve seu marco inicial com as ideias do matemático suíço Jacob Bernoulli (1654-1705), que, em sua obra *Ars Conjectandi* (1713), deu um importante passo em direção à racionalização do acaso. Todavia, a consolidação dessa noção ocorreu apenas com a publicação de *Essai Philosophique sur les Probabilités*⁴ (1814), de Pierre-Simon Laplace (1749-1827). O matemático francês por meio de suas pesquisas, formulou a definição clássica de probabilidade, amplamente utilizada até os dias de hoje.

A teoria dos acasos consiste em reduzir todos os eventos do mesmo gênero a

³ Astrágalo é um osso de um animal (possivelmente um carneiro) que possuía formato de um tetaedro irregular, onde, as duas faces maiores eram numeradas com 3 e 4, e as faces menores com 1 e 6.

⁴ Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades, em livre tradução nossa.

um certo número de casos igualmente possíveis, de forma tal que estejamos igualmente indecisos sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao evento cuja probabilidade é desejada. *A relação entre esse número e aquele de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, que corresponde assim a uma fração cujo numerador é o número dos casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis* (Laplace, 2010, p. 46 - grifo nosso).

O aprofundamento dos estudos sobre probabilidade deu início a uma nova perspectiva dos saberes matemáticos, visto que agora nos deparamos com um campo imerso na incerteza, fato que contraria os pensamentos determinísticos da Matemática. Por isso, a ideia de *ruptura epistemológica*, abordada por Vergnaud e Cortes (1986), pode ser inserida nesse contexto.

Uma ruptura epistemológica é a transição de uma dimensão do pensamento matemático para outra, na qual é preciso reformular concepções e se apropriar de novos objetos matemáticos. Essa ruptura é muito estudada na passagem do campo da Aritmética para o campo da Álgebra, visto que este último trabalha com os conceitos de incógnitas e equação, em vez de apenas operações diretas. Além disso, há uma mudança drástica na concepção e na função do sinal de igualdade nesse contexto.

Apropriamo-nos desse conceito para compreender a transição do pensamento determinístico para o probabilístico, visto que, enquanto somos condicionados desde os primeiros anos da Educação Básica a tratar a Matemática como campo da exatidão, a Probabilidade, imerso nessa mesma ciência, fundamenta-se numa ideia contrária.

Reconhecer e apropriar-se dessa ruptura é um dos maiores desafios, e é nessas entrelinhas que o estudo dos obstáculos se torna relevante. Identificar, na história e nas práticas didáticas, os fatores que obstaculizam a compreensão do conceito de probabilidade é fundamental para a evolução de um pensamento matemático contemplador dos campos dessa ciência.

3 Percurso metodológico

O estudo em questão integra parte de uma pesquisa desenvolvida em uma dissertação concluída em 2024. Por isso, destacam-se, nesse tópico, os caminhos metodológicos que foram traçados para obtenção dos resultados a serem discutidos neste artigo, haja vista seu objetivo central. Assim, este trabalho converge para um paradigma de dimensão quanti-qualitativo exploratório, pois, pretende-se, além de identificar os possíveis obstáculos, busca interpretar e categorizar os dados a serem construídos. Para sua realização, foram consideradas duas etapas.

A *etapa 1* consistiu no levantamento dos possíveis obstáculos encontrados no/para o ensino de Probabilidade, realizado a partir de uma revisão de literatura que teve como aporte os Portal de

periódicos da CAPES, SciElo, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o Google Acadêmico. Quanto aos critérios para a seleção dos trabalhos, elencam-se: pesquisas desenvolvidas na Educação Básica ou na formação inicial e continuada de professores sobre o campo da Probabilidade; arquivos de livre acesso; artigos publicados em periódicos com Qualis cadastrado na plataforma Sucupira-CAPES; trabalhos publicados em eventos de relevância para a área da Educação Matemática (destacando-se o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)).

Os resultados dessa primeira etapa estabeleceram categorias a priori, que denominamos como “fatores obstaculizadores”. Tais categorias nortearam a *etapa 2* da pesquisa: a observação da aula sobre o tema probabilidade em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Lourenço da Mata, região metropolitana do Recife-PE. A análise das aulas poderia contribuir para a identificação de outros obstáculos que, porventura, não tivessem aparecido na fase de levantamento preliminar.

4 Resultados e discussões

A busca pelas pesquisas realizadas com as temáticas “obstáculos” e “probabilidade” foi estabelecida com base nos critérios considerados. O quadro 1 a seguir apresenta o total de artigos encontrados na busca inicial e após a aplicação desses critérios.

Quadro 1: Busca e seleção das pesquisas

<i>Local de busca</i>	Trabalhos encontrados com a busca avançada	Trabalhos selecionados com a aplicação dos critérios
Portal de periódicos da CAPES	19	10
SciElo	30	3
Base Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)	21	17
Google acadêmico	201	5
<i>Total</i>	271	35

Fonte: Autoria própria.

Dentre essas pesquisas, destacam-se as de Almeida (2016), Almeida e Farias (2016), Brum e Silva (2015), Cavalcanti, Lima e Andrade (2021), Coutinho (2013), Henry (2010), Lopes (1999), Muniz e Gonçalves (2005), Rosa, Fernandes e Pinho (2006), uma vez que todas elas identificaram o mesmo fator, que se refere a um obstáculo de origem epistemológica: conceber a Matemática com a ideia de uma ciência exata, fechada e determinística.

De acordo com Rosa, Fernandes e Pinho (2006), cabe a observação de outros fatores que têm a potencialidade de obstaculizar o conhecimento probabilístico. Dentre esses, destacam-se o isolamento curricular; a falta de contextualizações adequadas; a redução ao estudo em apenas espaços equiprováveis.

Esses pontos referem-se, sobretudo, à dissociação da Probabilidade de outras áreas do conhecimento e até mesmo de outros campos matemáticos, por isso a repetição de abordagens de situações que envolvem lançamento de moedas e sorteio em urnas. A exploração dessas situações não deve ser vista como um equívoco, mas como um bloqueio ao aprofundamento de outros conceitos e outras aplicações probabilísticas, tendo em vista a recorrência dessas mesmas situações.

Além disso, outro fator que pode reduzir a dimensão probabilística, no que diz respeito à compreensão de seus conceitos e às suas possibilidades de aplicação, é a abordagem didática baseada unicamente na equiprobabilidade, ou seja, em situações em que todos os eventos são igualmente prováveis.

Brum e Silva (2015) relatam que apesar da diversidade da aplicação da Probabilidade em diversos temas como Genética, Economia e Astronomia, muitos professores não compreendem plenamente as diversas relações possíveis do campo probabilístico, trabalhando apenas com as ideias dos jogos de azar e manipulações de resultados. Outros conceitos podem ser trabalhados, até mesmo aqueles que possuem maior relevância social, como a análise das chances de falência de uma empresa.

Sobre esse ponto, esses autores afirmaram que ainda há quem enxergue a Probabilidade como algo hostil e, por isso, reduza seu ensino apenas aos jogos de azar e à manipulação de resultados. Essa situação deve-se ao fato de que, muitas vezes, a experiência com a Probabilidade é exatamente abordada sob esse viés, nos cursos de formação inicial e continuada. É uma abordagem supostamente concreta, natural e fácil, que passa a ilusão de compreensão.

Além da predominância nos tipos de situações abordadas ao ensinar Probabilidade, Almeida (2016), ao analisar livros didáticos, revelou haver uma predominância de duas visões probabilísticas: clássica e frequentista. Em consonância com esse fator, Henry (2010) expõe uma crítica em relação a essa dicotomia clássico-frequentista. Para esse autor, é necessária uma evolução curricular, visto que a abordagem clássica limita significativamente a visão probabilística, enquanto a concepção frequentista não acompanha a complexidade dos

fenômenos aleatórios.

Sobre esse último ponto, Cavalcante, Lima e Andrade (2021) relatam que o cenário educacional, revelador de praxeologias pontuais e incompletas, apresenta uma relação fragilizada e confusa dos futuros professores com as noções probabilísticas. O que agrava esse cenário é a crença na plena suficiência da formação obtida nos cursos de licenciatura, enquanto há ausência de discussões sobre esse tema como um saber a ensinar. Nessa direção, Coutinho (2013) afirmou que, além desses fatores limitantes no currículo da formação docente, a carga horária insuficiente para a discussão didática dos conteúdos constitui outro fator problemático.

Os resultados dessas pesquisas configuraram-se como um modelo a priori dos obstáculos esperados na sala de aula, ou seja, na natureza de uma situação didática. Na tabela 1, abaixo, estão descritos os obstáculos que mais se destacaram nos estudos selecionados, os quais constituem as categorias de análise a priori, denominadas fatores obstaculizadores.

Tabela 1: Categorias para análises dos Obstáculos Didáticos

Categorias II- Fatores Obstaculizadores (FO)	FO1 - Determinismo	Relacionado à crença da exatidão e do determinismo na Matemática e em todos seus campos.
	FO2 - Reduccionismo	Aplicação de recursos didáticos e contextos que não exploram, em sua totalidade, as aplicações probabilísticas reais.
	FO3 - Unicidade de abordagem	Exploração de apenas uma abordagem probabilística para a conceitualização e resolução de problemas.
	FO4 - Isolamento curricular	Abordagem da Probabilidade descontextualizada e dissociada das outras áreas de conhecimento.
	FO5 - Ilusão da equiprobabilidade	Perspectiva que enxerga todo e qualquer problema probabilístico à igualdade da Probabilidade de todos seus pontos amostrais.

Fonte: Autoria própria.

Partindo da noção de obstáculo didático, defendida por Brousseau (1986), e do mapeamento realizado na primeira etapa da pesquisa, passaremos, a partir deste momento, a aprofundar-nos na observação de aulas sobre o saber Probabilidade, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São Lourenço da Mata, em Pernambuco. Nomeamos o professor em questão como Lucca, a fim de preservar sua identidade enquanto sujeito da pesquisa. Foram observadas duas aulas, que correspondem ao tempo de 1 hora e 40 minutos. Esse tempo foi definido pelo professor, por considerar ser suficiente para abordar o conteúdo com a turma.

Desde o início das aulas é possível identificar alguns elementos que apontam para elementos da relação do professor com o saber Probabilidade. Em suas falas e ações

encontramos indícios que evidenciam aspectos dessa relação, revelando sua visão e compreensão sobre os conceitos desse campo.

Quadro 2: Recorte 1 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Hoje nós vamos ver a probabilidade. É um assunto fácil.

Fonte: Dados da pesquisa.

A frase “é um assunto fácil” foi repetida diversas vezes na aula, e as estratégias adotadas nas atividades desenvolvidas durante as aulas demonstram uma tentativa de comprovar essa premissa aos alunos. Identificamos que Lucca propôs três tipos de situações específicas: 1. Lançamento de moedas, 2. Lançamento de um dado de seis faces, 3. Sorteio de um número de uma roleta (números pares e ímpares, múltiplos e primos).

Conforme identificado nas pesquisas selecionadas na etapa 1 desse estudo, essas situações são comumente abordadas nos livros didáticos dos Anos Finais no Ensino Fundamental para o ensino da Probabilidade. Isso pode se justificar pelo fato de que, como constatou Almeida e Farias (2016), a abordagem do lançamento do dado e da moeda destaca-se pela sua relevância na história da Probabilidade, em contextos que deram partida a grandes estudos.

O professor utilizou exclusivamente a abordagem clássica da Probabilidade (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis) para resolver os exemplos e as questões abordadas na aula, apesar da existência de outras abordagens probabilísticas. Identificamos que essa situação representa a categoria *unicidade de abordagem (FO3)*.

Quadro 3: Recorte 2 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Pronto. Nós iremos colocar essa fórmula aqui (*referindo-se à fórmula clássica da Probabilidade escrita no início da aula*). Ali eu pergunto. O que é que ele quer aqui? Que seja...?

Alunos: Cara. (*a maioria responde*)

Professor Lucca: Cara. É isso! Então, a probabilidade de dar cara é 1. E coroa também, né? É de 1 para dar cara em quantas possíveis?

Fonte: Dados da pesquisa

Em um momento da aula, Lucca resolveu lançar um dado de papel que levou como recurso para a sala de aula. Ele realizou quatro lançamentos, na expectativa de o dado cair com a face 2 (dois) voltada para cima; contudo, em nenhum desses lançamentos o que era esperado ocorreu. Lucca argumentou, mesmo que tenha feito em tom de brincadeira, que o dado estava viciado, e completou dizendo que “não é fácil”, referindo-se a acontecer a situação desejada.

Rapidamente recorreu à fórmula clássica, afirmando mais uma vez que ela é fácil. Observe o quadro 4 abaixo, que demonstra a situação.

Quadro 4: Recorte 3 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Nós temos o número 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Mas ele quer que dê só o número 2. Ele gostaria de uma probabilidade de ser o número 2. Se você pegar esse aqui e jogar ele assim...

- Deu 5, não deu 2 (*primeiro lançamento*);
- Vamos ver agora, 6 (*segundo lançamento*);
- 6 de novo, rapaz, esse dado tá viciado (*terceiro lançamento*).

Fonte: Dados da pesquisa

Para além desse episódio, foi observado que Lucca conduziu toda a aula com a aplicação matemática da fórmula de Probabilidade a partir da abordagem clássica, ou seja, todos os problemas probabilísticos resolvidos nas aulas tinham como resposta uma fração, ou um número decimal e taxa percentual equivalente, mas em nenhum momento foi feita uma interpretação e reflexão do significado daquele valor no problema apresentado. Esse fato demarca indícios que representam a categoria *Determinismo (FO1)*. Essas escolhas didáticas de Lucca tendem a levar o aluno à concepção de exatidão, fazendo com que a resposta numérica encontrada a partir da substituição na fórmula clássica da Probabilidade seja considerada mais relevante, o que dificulta a compreensão da dimensão do acaso.

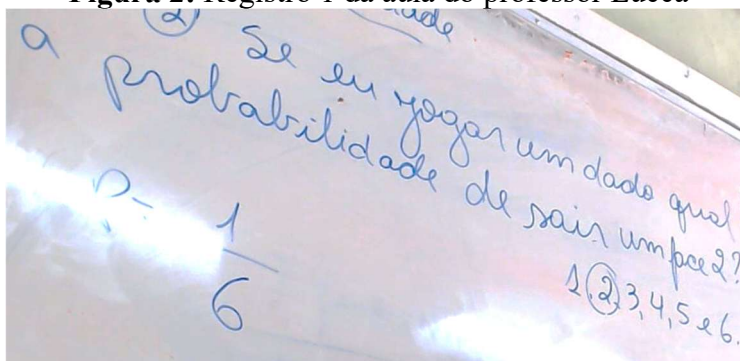
As situações abordadas nos exemplos e nas questões nas aulas observadas que se basearam em lançamento de moeda, lançamento de dado e sorteio, como já destacado neste tópico, apontam na direção do *Reduccionismo (FO2)*, visto que as situações escolhidas e trabalhadas são acontecimentos eletivos que, apesar de serem as mais abordadas nos livros didáticos, podem dificultar a aplicação da probabilidade a contextos reais da vida.

Ainda sobre esse ponto, a ênfase na abordagem única de situações desse tipo estava restrita à própria Matemática, sem a proposição de uma abordagem interdisciplinar, o que demonstra um *Isolamento curricular (FO4)*, pois impede a compreensão probabilística em aplicações de outras áreas como Genética, Economia e Meteorologia, restringindo-se apenas aos campos/conteúdos matemáticos.

Além de estabelecer o foco das aulas na aplicação da fórmula clássica, Lucca optou por não abordar alguns conceitos probabilísticos, como ‘espaço amostral’ e ‘evento’. Porém, como pode ser observado no excerto abaixo (figura 2), ao resolver uma das questões utilizadas na aula que se referia ao lançamento de um dado, o professor direciona os alunos a escrever todas as possibilidades de ocorrência da situação apresentada, mas, em nenhum momento, explica

que aquele conjunto se trata de um espaço amostral.

Figura 2: Registro 1 da aula do professor Lucca



Fonte: Dados da pesquisa.

A mesma situação se repete nas resoluções das demais questões. Além disso, em alguns momentos, o professor tentou resolver a questão sem escrever ou verbalizar todas as possibilidades atribuídas à situação em pauta, possivelmente na expectativa de que seus alunos já soubessem quantificar todos os casos possíveis, bem como irem diretamente para a aplicação da fórmula. Quando identificou a dificuldade dos alunos em responder algumas questões, optou por escrever todas as possibilidades daquele experimento na lousa.

A não descrição e explicação do espaço amostral pode dificultar a compreensão das situações probabilísticas ou, até mesmo, reforçar um estudo mecanizado, sem contato com a multiplicidade de interpretações que podem surgir a partir da análise do espaço amostral. Outrossim, a quantificação dos casos possíveis de um experimento e a substituição correta na fórmula não implicam no acerto da questão, muito menos no seu entendimento.

Esse fato se dá pelo fato de que, para além das situações equiprováveis, ou seja, em que os pontos amostrais (elementos unitários do espaço amostral) possuem as mesmas chances no experimento, existem as situações não equiprováveis, sendo essas últimas as que mais ocorrem nos contextos reais da vida.

Esses fatores podem contribuir para o surgimento de alguns erros, principalmente, pelos seguintes fatos que aqui elencamos: ter sido apresentada ao aluno apenas uma forma de resolver questões de Probabilidade; o aluno ter associado a Probabilidade à fórmula, na qual, para ele, saber probabilidade significa contar os casos favoráveis e os casos possíveis, e realizar uma divisão; ao mecanizar o uso da fórmula o aluno deixa de interpretar as situações probabilísticas, ou seja, debater outras formas de saber: o que é muito provável, pouco provável e impossível, a partir da leitura e análise de um contexto.

Portanto, a *Não descrição do espaço amostral* pode ser considerada, a partir de nosso estudo, outro fator obstaculizador (*F06*), que não se encontra no mapeamento inicialmente realizado, mas possui características que apontam para um possível comprometimento da compreensão dos conceitos probabilísticos, visto que, como afirma Cavalcante (2018), a solução de um problema probabilístico inicia-se pela análise das possibilidades, ou seja, é a partir desse reconhecimento que é possível quantificar e estimar valores.

Retornando ao fato das situações equiprováveis, assim como em outras pesquisas, a exemplo de Rosa, Fernandes e Pinho (2006), a aula do professor Lucca revelou um fato recorrente em muitas aulas de Probabilidade: a exploração apenas de experimentos probabilísticos equiprováveis. Esse fato remete à categoria *Ilusão da equiprobabilidade* (*FO5*), que pode ser desenvolvida, além da abordagem única de contextos equiprováveis, pela falta de análise do espaço amostral, equívoco na compreensão de aleatoriedade, e no trabalho com a dependência de eventos.

5 Considerações finais

A compreensão de uma situação probabilística está diretamente ligada à capacidade de interpretar um dado, ou até mesmo, um número. A eficácia da Probabilidade para resolver um problema não se limita a aplicar a fórmula da sua abordagem clássica, dividindo o número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Este é apenas um dos passos.

Por isso, o ensino de Probabilidade não deve ser mecanizado, reduzido à aplicação de uma fórmula ou à exploração apenas de lançamentos de dados e moedas. Com isso, não queremos dizer que esses experimentos não devam fazer parte do planejamento, mas que concentrar-se apenas neles não abre os horizontes para a relevância desse campo matemático em outras áreas científicas.

O que as pesquisas elencadas na literatura e o presente estudo demonstram é que ainda há pouca exploração sobre esse tema nas aulas de Matemática e que o ensino ainda é mecanizado e fortemente ancorado na memorização. Isso remete à ideia da Matemática como uma ciência absoluta, exata e fechada. Enxergar a Matemática dessa maneira constitui um dos maiores obstáculos ao ensino dos seus conhecimentos, mesmo quando estamos nos referindo ao Ensino Superior.

Os fatores obstaculizadores identificados a partir do mapeamento realizado podem ser encontrados em diversas situações de ensino, no entanto, é preciso ter cautela ao analisar os

melhores caminhos para a superação de tais obstáculos, visto que muitas das dificuldades dos professores surgem da falta de uma formação continuada adequada, sobretudo no campo da probabilidade. Além disso, existem os obstáculos que professores enfrentam durante sua jornada acadêmica, tanto na Educação Básica quanto na Superior, que acabam por, mesmo que não intencionalmente, reproduzirem em sua atuação profissional.

Portanto, entender situações em que, potencialmente, os obstáculos dessa natureza possam emergir é um dos passos cruciais para o avanço do ensino da Matemática, e é exatamente o que esta pesquisa se propôs a fazer. Além disso, é necessário que ocorram atualizações e modificações em algumas áreas, como no currículo e na formação de professores, para que haja o progresso necessário, mesmo que esses passos sejam considerados pequenos diante das grandes necessidades de transformações nesse campo educacional. Todavia, é apenas dessa forma que acreditamos que mudança significativas poderão ocorrer.

Referências

- ALMEIDA, Cecília Manoela Carvalho.; FARIAS, Luiz Márcio Santos. Uma análise do conceito de probabilidade nos livros didáticos no ensino médio a luz da teoria antropológica do didático. In: I SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2016, Bonito-MS. Bonito- MS. **Anais do I Simpósio Latinoamericano de Didática da Matemática**. Bonito-MS: LADIMA, p. 1-12. Disponível em: <https://grupoddm.pro.br/wp-content/uploads/2020/05/ALMEIDA-FARIAS.pdf>. Acesso em: 20 de outubro de 2022.
- ALMEIDA, Fernando Emílio Leite de. **O Contrato Didático e as organizações matemáticas e didáticas**: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita. 2016. 305f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. 2016. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/7438/2/Fernando%20Emilio%20Leite%20de%20Almeida.pdf> . Acesso em: 2 de fevereiro de 2023.
- BACHELARD, Gaston. **A Formação do Espírito Científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165- 198, 1983. Disponível em: . Acesso em: 21 de outubro de 2022.
- BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas**: Conteúdos e Métodos de Ensino / Guy Brousseau; Apresentação de Benedito Antonio da Silva; Consultoria Técnica de José Carlos Miguel; [Tradução Camila Boga]. – São Paulo: Ática, 2008.
- BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en didactiques des mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.
- BRUM, Wanderley Pivatto; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. Obstáculos no Ensino de Matemática: o posicionamento de professores de matemática sobre a fonte de obstáculos durante a apresentação do

tema probabilidade. **Itinerarius Reflectionis**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 1-23, 2015. Disponível em: <https://revistas.ufj.edu.br/rir/article/view/33356>. Acesso em: 15 de julho de 2019.

CAVALCANTE, J. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático**: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na Licenciatura em Matemática. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, Recife, 2018.

CAVALCANTE, José Luiz; LIMA, Anna Paula Avelar Brito; ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade. O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.23, n.1, p. 58-78, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/46654>. Acesso em: 20 de outubro de 2022.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12991>. Acesso em: 01 de julho de 2019.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica**. 1. Ed. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2013 (Coleção Educação Estatística).

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

GOMES, Maristela Gonçalves. Obstáculos Epistemológicos, Obstáculos Didáticos e o Conhecimento Matemático nos Cursos de Formação das séries iniciais do Ensino Fundamental. **Contrapontos**, Itajaí, n. 6, p. 423- 437, set/dez 2002.

HENRY, Michel. **Évolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités**. Statistique et Enseignement, v. 1, n. 1, p. 35-45, 2010.

MUNIZ, C.; GONÇALVES, H. A educação estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, V18/19, n.12, p. 26-34, 2005.

LAPLACE, Pierre-Simon. **Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades**. Tradução, introdução e notas por Pedro Leite de Santana. Versão com Elogio Histórico de Laplace por Joseph Fourier. Rio de Janeiro: Editora Contraponto (PUC-Rio), 2010.

LOPES, Celi Espassandin. A probabilidade e a estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro. **Anais da Conferência Internacional: experiências e perspectivas do ensino de Estatística**, p. 167-174, Florianópolis, 1999. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfkW9py5dMccvmbqyPP8bk/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 15 de novembro de 2022.

ROSA, Heitor Achilles Dutra da; PINHO, Marcos Oliveira de; FERNANDES, José Luiz. Epistemologia, Didática e ensino de probabilidade. In: XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2006, Passo Fundo. **Anais do COBENGE**. Passo Fundo, 2006, . p. 1-17. Disponível em: https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/13/artigos/9_299_138.pdf. Acesso em: 24 de novembro de 2022.

VIALI, Lorí. Algumas Considerações sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143-153, 2008. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177>. Acesso em: 4 de dezembro de 2022.

VERGNAUD, Gérard; CORTES, Anibal. **Introducing Algebra to "Low-level" Eighth and Ninth graders**. Proceedings of the Xth International Conference of Psychology of Mathematics Education, London, 1986. p. 319-324.