

Habilidades de pensamento geométrico na aprendizagem de congruência de triângulos

Lucas Henrique Viana¹
Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita²
Leandro Mário Lucas³

Resumo: Tradicionalmente, o ensino de congruência de triângulos se dá por meio da memorização de casos específicos. Contudo, é importante explorar metodologias que encorajem os alunos a formularem suas próprias estratégias para verificar congruências. Diante desta problemática, este relato de experiência objetiva refletir sobre a influência de habilidades do pensamento geométrico na aprendizagem de congruência de triângulos. Sendo configurado como um estudo de caso qualitativo, o trabalho foi aplicado com oito alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental e explorou a definição de triângulos congruentes. Os resultados revelaram que habilidades verbais, de visualização, de lógica e de desenho foram requisitadas em diversos momentos da atividade, mas nem sempre eram refletidas nas ações e falas dos alunos. Além disso, também apontaram que se fazem necessárias mais pesquisas sobre a influência de habilidades do pensamento geométrico em outros conteúdos curriculares de geometria.

Palavras-chave: Pensamento geométrico. Congruência de triângulos. Ensino de geometria. Anos Finais do Ensino Fundamental.

Geometric thinking skills in the learning of triangle congruence

Abstract: Traditionally, the teaching of triangle congruence is conducted through memorization of specific cases. However, it is important to explore methods that encourage students to create their own strategies for checking congruences. Given this problem, this experience report aims to reflect about the influence of geometric thinking skills in learning triangle congruence. Configured as a qualitative case study, the research was applied to eight students from eighth grade and explored congruent triangles definition. The results revealed that verbal, visual, logical and drawing skills were needed at various moments, but without reflections on students' actions and dialogues. Furthermore, they pointed out the need for more research on the influence of geometric thinking skills on other geometric curricular content.

Keywords: Geometric thinking. Triangle congruence. Geometry teaching. Middle School. Últimos años de la educación primaria.

Habilidades del pensamiento geométrico en el aprendizaje de la congruencia de triángulos

Resumen: Tradicionalmente, la enseñanza de la congruencia de triángulos se basa en la memorización de casos específicos. No obstante, es importante explorar metodologías que animen a los estudiantes a formular sus propias estrategias para verificar congruencias. Ante esta problemática, este relato de experiencia tiene como objetivo reflexionar sobre la influencia de las habilidades del pensamiento geométrico en el aprendizaje de la congruencia de triángulos. Configurado como un estudio de caso cualitativo, el trabajo se llevó a cabo con ocho estudiantes del octavo grado de la Educación Básica y exploró la definición de triángulos congruentes. Los resultados revelaron que habilidades verbales, de visualización, de lógica y de dibujo fueron requeridas en varios momentos de la actividad, aunque no siempre se reflejaban en las acciones y expresiones de los estudiantes. Además, también señalaron la

¹ Doutorando em ensino. Universidade Estadual da Paraíba /UEPB, Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: lucas.h.viana@outlook.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4320-6888>.

² Doutora em educação. Universidade Estadual da Paraíba /UEPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil. E-mail: filomena_moita@hotmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0184-6879>.

³ Doutorando em ensino. Universidade Estadual da Paraíba /UEPB, Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: leandrosl.pb@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9627-4951>.

necesidad de realizar más investigaciones sobre la influencia de las habilidades del pensamiento geométrico en otros contenidos curriculares de geometría.

Palabras clave: Pensamiento geométrico. Congruencia de triángulos. Enseñanza de geometría.

1 Introdução

Este relato de experiência é recorte da dissertação de mestrado apresentada por Viana (2020) e se propõe trazer novas reflexões a respeito do ensino da temática congruência de triângulos, que justifica-se pelo fato de que, com frequência, sua abordagem ocorre por intermédio de processos de memorização de casos específicos, sem que os alunos sejam incentivados a investigarem outras situações, nem elaborem e testem as suas próprias conjecturas sobre o tema.

De acordo com Murari e Barbosa (1992), na abordagem tradicional de congruência de triângulos, geralmente não são explorados casos em que não seja possível identificar relações de congruência e não são explorados recursos que permitem ações como medir, comparar, desenhar, rotacionar, refletir, entre outras que são pertinentes ao estudo de geometria.

Ressaltamos que estas lacunas não se limitam ao ensino deste conteúdo, mas se estendem à abordagem de toda geometria escolar que, como aponta a pesquisadora Regina Maria Pavanello em entrevista conduzida por Moran et al. (2023), nem sempre foi o foco do ensino da matemática. Entre as dificuldades que persistem na trajetória do ensino de geometria no Brasil, a estudiosa destaca a ineficácia da formação inicial e continuada de professores.

Esta ineficácia, que também ocorre em sala de aula da escola básica, especialmente quando o ensino é focado em processos de memorizar e aplicar fórmulas, torna o estudo da geometria improdutivo, desconectado da realidade ou até mesmo ausente. Em consequência disso, o desenvolvimento de habilidades cruciais para o pensamento geométrico é prejudicado, impactando também outros tipos de raciocínio, como o dedutivo, o espacial e o algébrico (Viana; Moita; Lucas, 2024).

Compreendemos, neste estudo, que pensamento geométrico (PG) se refere a uma capacidade mental de utilizar diversos instrumentos e tipos de representações para se produzir conhecimentos em Geometria, de modo a se compreender a complexidade dos fenômenos seus e se realizar inferências sobre eles nos mundos físico e teórico (Costa, 2020, p. 92).

Tendo essa perspectiva como referência, é possível identificar a necessidade de investigar como o PG e suas habilidades influenciam a aprendizagem de determinados temas em geometria, especificamente congruência de triângulos. Nesta perspectiva, o presente estudo tem por objetivo refletir acerca da influência de habilidades do pensamento geométrico na

aprendizagem de congruência de triângulos.

2 Habilidades de pensamento geométrico

O termo PG foi inicialmente inserido na literatura na década de 50, por meio dos trabalhos do casal holandês Dina van Hiele-Geldof (1911-1959) e Pierre Marrie van Hiele (1909-2010), ao observarem as dificuldades que eram enfrentadas pelos seus estudantes do curso secundário. Segundo o casal, existe uma relação entre a compreensão e o nível de maturidade geométrica dos alunos (Lima; Santos, 2020).

De acordo com os Van Hiele, a geometria escolar era apresentada de maneira muito axiomática e em um nível de pensamento mais elevado do que os alunos eram capazes de acompanhar. Logo, algumas habilidades eram requisitadas dos alunos sem que eles ainda as tivessem dominado. Esta desconexão entre as exigências do ensino e o nível de compreensão dos estudantes era vista pelos autores como uma das razões para o frequente insucesso na aprendizagem de geometria (De Villiers, 2010; Lima; Santos, 2020).

Uma das contribuições mais notórias do casal Van Hiele diz respeito ao modelo de desenvolvimento do PG, que propõe cinco níveis para classificar o grau de conhecimento que as pessoas possuem em geometria. Ressaltamos, todavia, que o foco deste trabalho não é direcionado aos níveis de PG, mas às habilidades que Hoffer (1981) associa a ele, quais sejam: visuais, verbais, de desenho, lógicas e de aplicação. Nos parágrafos a seguir, serão apresentadas as descrições para cada uma das habilidades.

- Habilidades visuais: para Machado Júnior, Vieira e Netto (2022), são aquelas relacionadas ao reconhecimento de elementos, propriedades e relações entre objetos e, também, à percepção espacial, e permitem a geração de imagens mentais de formas e objetos, de modo que é possível transformá-los de diferentes maneiras.

- Habilidades verbais: estão relacionadas ao vocabulário geométrico, envolvendo sintaxe, axiomas, proposições, propriedades e relações entre figuras. Segundo Hoffer (1981), a variedade no uso de linguagens em cursos de geometria é maior que em outras formações matemáticas, porque há uma amplitude de vocabulários que os estudantes precisam aprender para lidar com representações e conceitos geométricos.

- Habilidades de desenho: para Machado Júnior, Vieira e Netto (2022), se relacionam ao uso de ferramentas como régua e compasso e aos recursos digitais, para expressar formas e relações geométricas. Parafaseando Silva (2017), destacamos que o desenho permite a observação de algumas relações e propriedades que facilitam a resolução de problemas.

- Habilidades lógicas: relacionam-se à “[...] análise de argumentos bem como [ao] reconhecimento daqueles que são válidos e não válidos nas etapas de deduções formais” (Machado Júnior; Vieira; Netto, 2022, p. 8). O aspecto visual da geometria permite um diálogo entre linguagem visual e verbal de tal modo que, em algumas situações, o desenvolvimento de habilidades lógicas é precedido pelo trabalho com ideias ilustrativas e verbais (Hoffer, 1981).

- Habilidades de aplicação: dizem respeito à observação do mundo real pelas lentes da geometria e também às suas aplicações em outras ciências. Para Silva (2017, p. 58): “trata-se da capacidade de observação da Geometria no mundo físico, e a aplicação prática da Geometria, como na arte, arquitetura, astronomia, engenharia entre outras”.

Para Viana (2020), o estudo da geometria permite que os alunos possam compreender determinados fenômenos reais e resolver problemas com maior propriedade. No tópico seguinte, elencamos algumas considerações a respeito do ensino e aprendizagem da temática congruência de triângulos, que, apesar das suas possibilidades, nem sempre é explorada com profundidade em sala de aula.

3 Congruência de triângulos

Para Viana (2020), em diversas situações de ensino de geometria, costuma-se dar grande atenção às formas geométricas regulares e, geralmente, estudam-se as classificações e propriedades destas formas e fórmulas que permitam calcular seu perímetro, área, entre outras características, enquanto as formas irregulares são postas em segundo plano.

Ressaltamos, no entanto, que, conforme destaca Boaler (2018, p. 40), “ao aprender uma definição, com frequência é muito útil ver exemplos que satisfazem a definição quanto outros que não a satisfazem, em vez de apresentar apenas uma série de exemplos perfeitos”. Dessa forma, o trabalho com formas irregulares que não possam ser classificadas ou que não atendem a determinadas propriedades também é de suma importância para o desenvolvimento do PG.

Um exemplo de conteúdo geométrico, cuja abordagem em sala de aula costuma dar ênfase apenas para as situações em que determinado conceito se aplica, é a congruência de triângulos. Para tanto, o tema é explorado por meio de exemplos e exercícios que conduzem os alunos à memorização dos casos de congruência e às suas respectivas siglas, sem que sejam explorados casos em que a congruência não pode ser verificada (Murari; Barbosa, 1992; Viana; Moita; Lucas, 2022).

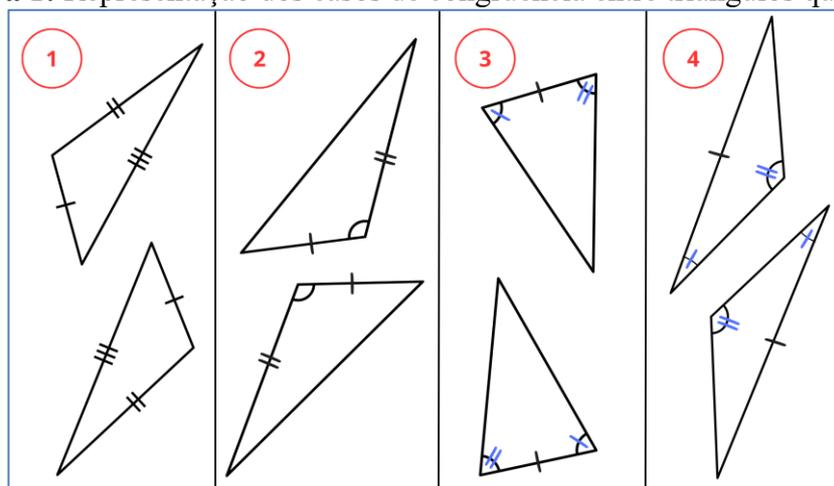
Antes de aprofundar as reflexões sobre a congruência e a não congruência de triângulos, destacamos que será utilizada, neste texto, a compreensão de que “dois triângulos são

congruentes se for possível definir uma correspondência entre seus vértices de modo que sejam congruentes os pares de lados correspondentes e, da mesma forma, sejam congruentes os pares de ângulos correspondentes” (Rezende; Queiroz, 2008, p. 32).

Seguindo esta definição, seria necessário observar a congruência entre cada um dos vértices e ângulos internos correspondentes entre dois triângulos para poder verificar a congruência entre eles. Porém, valendo-nos de alguns resultados conhecidos como casos de congruência, podemos verificá-las de uma maneira mais prática, analisando apenas alguns dos seus elementos, como observaremos a seguir.

Ao todo, são quatro os casos de congruência entre triângulos quaisquer e há ainda um quinto caso válido apenas para triângulos retângulos. Contudo, considerando que a os alunos estavam no oitavo ano do Ensino Fundamental e que os materiais didáticos que eram utilizados pela professora apresentavam apenas os quatro casos, optamos por abordar apenas os que estão representados na Figura 1, a seguir:

Figura 1: Representação dos casos de congruência entre triângulos quaisquer



Fonte: elaborada pelos autores (2025).

Para melhor ilustrar estes casos de congruência, indicamos alguns dos lados correspondentes com traços de cor preta e os ângulos correspondentes com traços de cor azul. Além disso, os pares de triângulos foram agrupados para representar os quatro casos, quais sejam: 1) lado-lado-lado; 2) lado-ângulo-lado; 3) ângulo-lado-ângulo; 4) lado-ângulo-ângulo oposto.

Como já destacado, costuma-se abordar o tema por meio destes quatro casos, em detrimento da exploração de situações em que não há uma relação de congruência entre dois ou mais triângulos, de tal forma que o conteúdo parece se limitar aos casos já preestabelecidos

(Murari; Barbosa, 1992; Viana, 2020). Partindo desta realidade e da necessidade de explorar diferentes habilidades do PG em sala de aula, desenvolvemos uma proposta com o uso de triângulos de papel e materiais de medição, que será detalhada a seguir.

4 Metodologia

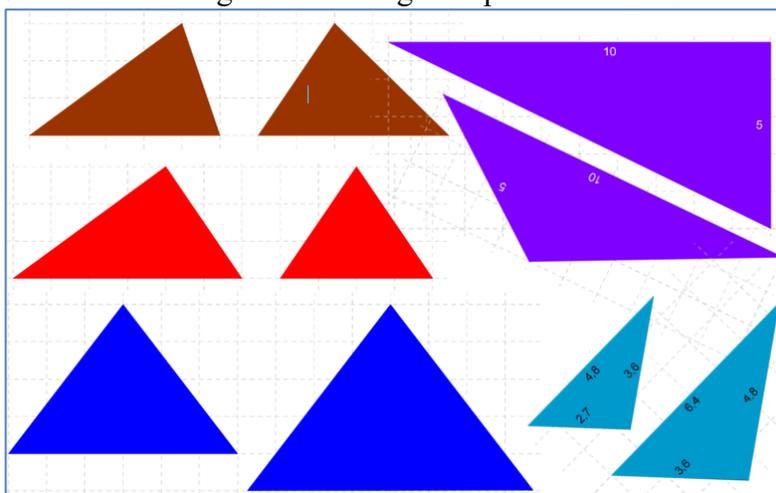
Como enfatizado na seção introdutória, este relato de experiência é recorte de uma dissertação de mestrado, cuja pesquisa foi aplicada com oito alunos do oitavo ano Ensino Fundamental de uma escola pública do estado da Paraíba e configurou-se como um estudo de caso qualitativo. Para compreender esta abordagem, apoiamos-nos nas perspectivas de autores como Bogdan e Biklen (1994), que afirmam que a pesquisa qualitativa possui um caráter descritivo e se dedica a registrar, analisar e representar os dados em toda sua riqueza. Esta abordagem parte do pressuposto de que nada é trivial, a saber: todos os acontecimentos em sala de aula, em seus mínimos detalhes, podem revelar evidências relevantes para a compreensão dos fenômenos relacionados ao objeto de estudo.

Considerando que, em Viana (2020), buscamos investigar as conexões do Pensamento Computacional com o ensino e a aprendizagem da Geometria, abordando o conteúdo congruência de triângulos, neste recorte, direcionaremos a atenção apenas para uma das atividades que foram desenvolvidas. Assim, analisaremos os dados que foram coletados no trabalho de dissertação, mas sob uma nova perspectiva teórica: as habilidades do PG descritas por Hoffer (1981).

A atividade foi intitulada “Verificando a congruência de triângulos por meio da definição” e nela os alunos precisaram desenvolver estratégias para medir os lados e ângulos de pares de triângulos de mesma cor e averiguarem quais deles eram congruentes. Para isso, puderam tanto utilizar estratégias próprias, quanto utilizar instrumentos como régua, compasso e transferidor, para verificarem com precisão as medidas dos lados e ângulos dos triângulos.

É importante destacar que a elaboração desta atividade se deu por intermédio de uma releitura do material publicado por Murari e Barbosa (1992), que propõem práticas que auxiliam a abordar as temáticas de congruência e não congruência de triângulos. Nesta adaptação, para construir os objetos que foram utilizados na atividade, alteramos as formas de alguns dos triângulos e pintamos os pares propostos pelos autores com cores iguais, resultando numa nova composição, como representado no recorte da Figura 2.

Figura 2: Recorte com alguns dos triângulos que foram utilizados na atividade



Fonte: dados da pesquisa (2025).

Ao todo, foram produzidos 22 triângulos que formavam 11 pares com diversas características, que poderiam ser: semelhanças ou diferenças visualmente perceptíveis em seus formatos; medidas equivalentes em lados não correspondentes; diferenças milimétricas nas medidas de algum dos lados; ângulos correspondentes congruentes, porém, lados não congruentes, e lados e ângulos correspondentes congruentes.

Todos estes triângulos foram recortados e impressos com precisão, de modo a preservar as medidas informadas neles. Com isso, foi possível que os alunos utilizassem instrumentos e medição, como régua, compasso e transferidor, para verificarem as medidas dos lados e ângulos que não estavam informadas nos objetos.

Acrescentamos ao material da atividade uma folha de registros, que possuía um quadro para que os alunos pudessem registrar algumas informações sobre os pares de triângulos, como cores; número de lados congruentes; número de ângulos congruentes; total de elementos congruentes; se o par de triângulos é congruente e descrição do método utilizado para identificar a congruência.

O objetivo da folha de registros era facilitar o trabalho dos alunos no gerenciamento de informações a respeito de quais e quantos elementos dos triângulos eram congruentes entre si e no registro de informações sobre quais métodos haviam utilizado. Na medida em que as informações eram organizadas, os alunos também elaboraram algumas conjecturas sobre os casos em que ocorrem ou não a congruência de triângulos, que foram coletadas por meio das gravações de áudio.

Ressaltamos que, para a coleta de dados durante a atividade e posterior análise dos materiais, utilizamos gravações de áudio e de vídeo, em conformidade com as recomendações

éticas e permissões concebidas pelos pais dos alunos mediante os termos de consentimento livre e esclarecido e termos de assentimento, que foram analisados e aprovados pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UEPB, sob certificado de apreciação 04909218.0.0000.5175.

5 Resultados e discussão

A discussão dos dados obtidos será conduzida tomando por referência as caracterizações que foram apresentadas em tópicos anteriores e, também, apoiando-se nos autores Hoffer (1981), Silva (2017) e Machado Júnior, Vieira e Netto (2022). No que diz respeito às habilidades do PG, destacamos que não serão consideradas as de aplicação, pois não eram o foco da atividade em questão.

Para preservar a identidade dos alunos, substituímos seus nomes pelos seguintes identificadores: A1, A2... A13, que indicam, respectivamente, Aluno 1, Aluno2, ... Aluno 13; e P, que indica falas do pesquisador. Além disso, no encontro em que a atividade aqui discutida foi aplicada, tivemos ausência de A3, A8, A9, A10 e A12. A pedido do pesquisador, a turma se organizou em duplas, com a seguinte configuração: dupla 1 (A1 e A2); dupla 2 (A4 e A11); dupla 3 (A5 e A6); e dupla 4 (A7 e A13).

No início da atividade, os membros das duplas 3 e 4 apresentaram dúvidas sobre como verificar a congruência entre os triângulos por meio da superposição destes objetos, como transcrito no Quadro 1 abaixo:

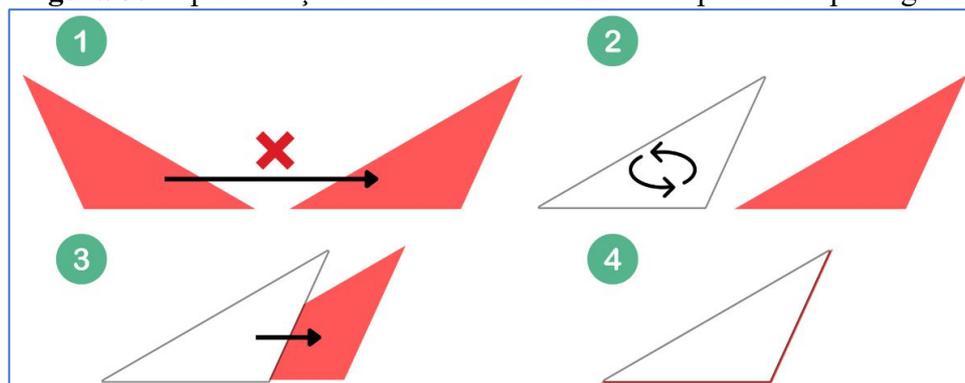
Quadro 1: Transcrição das falas entre A4, A5, A6 e o pesquisador

A5	<i>Ei, vem cá.</i>
A6	<i>E se for assim? Lembro que tu mostrou que eles podem estar invertidos.</i>
P	<i>Tente sobrepô-los. Lembre-se que vocês podem rotacionar e refletir esses triângulos.</i>
A4	<i>Mas a gente pode colocar uma parte colorida de frente com a outra?</i>
P	<i>Podem sim</i>
A4	<i>Então era isso, eles se encaixam desse jeito!</i>

Fonte: dados da pesquisa (2025).

Na situação transcrita, os alunos apresentaram dúvidas relacionadas ao método da superposição de triângulos. Na atividade, todas as figuras possuíam uma face colorida e outra em cor branca, de modo que, em algumas situações, não bastava a mera colocação de uma figura sobre a outra, uma vez que, antes, era necessário realizar movimentos de reflexão para que os triângulos se sobrepusessem, de forma precisa, sem sobrar nenhuma parte. A Figura 3 representa esta situação:

Figura 3: Representação do movimento de reflexão para sobrepor figuras



Fonte: elaborada pelos autores (2025).

Assim, quando este tipo de movimento era feito, uma face colorida ficava em contato com a outra, o que resultou em dúvidas se tal ação seria possível ou não. Com a intervenção do pesquisador, os alunos puderam perceber que, independentemente das transformações de rotação, translação ou reflexão, uma figura pode ser congruente à outra.

Percebemos, neste trecho, que as habilidades visuais se fazem presentes na interação realizada entre alunos e pesquisador, ao passo que as formas são manipuladas fisicamente e que A4 passa a questionar se seria possível inverter a face de uma das figuras. Estas ações remetem à descrição feita por Machado Júnior, Vieira e Netto (2022), quando destacam o reconhecimento de elementos, propriedades e relações entre os elementos de objetos geométricos como características das habilidades visuais.

Em outra situação, A13, que ficou sem dupla nesta atividade, apresentou dificuldades semelhantes ao utilizar a superposição, como transcrito no Quadro 2:

Quadro 2: Transcrição do diálogo entre A13 e o pesquisador

P	<i>A13, como está indo a atividade?</i>
A13	<i>Tô entendendo nada aqui.</i>
P	<i>Beleza. Esse triângulo que você está na mão consegue sobrepor o outro da mesma cor que ele, ou não?</i>
A13	<i>Tá dando certo.</i>
P	<i>Certinho? Se sim, eles são congruentes.</i>
A13	<i>Acho que não, porque com a régua tem uma diferença bem pouquinha, mas por superposição eles são congruentes.</i>
P	<i>Vamos testar.</i>
	<i>(A13 coloca um triângulo preto em cima do outro)</i>
P	<i>Para ser congruente tem que dar certinho, não pode ficar sobrando não. Olha aí atrás como é que está (estava sobrando). Se você ficar com dúvida, aí você pode pegar, por exemplo, o transferidor para verificar as medidas dos ângulos.</i>

Fonte: dados da pesquisa (2025).

Neste diálogo, o aluno percebe a necessidade de se medir e comparar as figuras com precisão, de modo que pequenas sobras, ao tentar sobrepô-las, poderia ser um indicativo de incongruência. A partir disso, ressaltamos o fato de que a sinergia entre habilidades visuais e de desenho era de fundamental importância na atividade, pois, em algumas situações, era necessário utilizar diferentes métodos para comparar as figuras, a fim de evitar impressões errôneas sobre sua congruência. Esta característica também é observada em Moita, Viana e Lucas (2022), que destacam que, na geometria, é essencial estabelecer sinergias entre as compreensões visual e linguística — esta última associada à escrita, aos símbolos, ao som, aos gestos, entre outras formas.

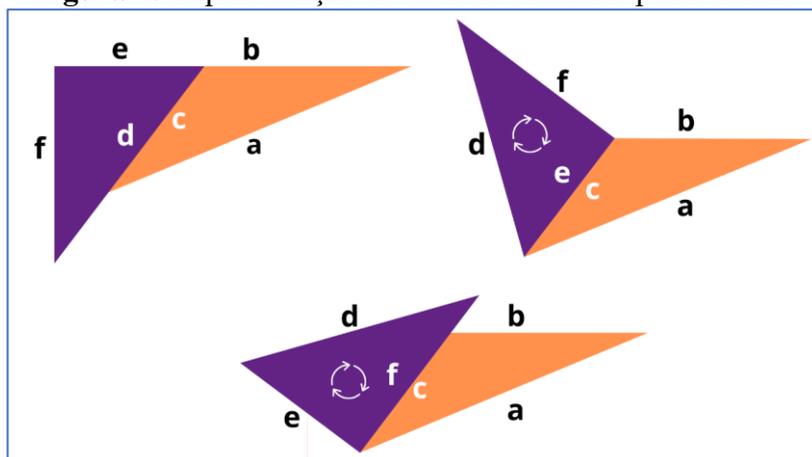
Momentos depois, os alunos A1 e A2 apresentam algumas dúvidas, que foram esclarecidas a partir do manuseio dos triângulos e das perguntas apresentadas pelo pesquisador. O Quadro 3 apresenta um recorte do diálogo que foi realizado:

Quadro 3: Transcrição do diálogo entre A1, A2 e o pesquisador

A2	<i>Professor, vem cá!</i>
A1	<i>Esses aqui têm só um lado, olha (possuíam apenas um par de lados com as medidas já informadas).</i>
P	<i>Quais são os lados que você percebeu que têm o mesmo tamanho?</i>
A1	<i>Esse. Não é não?</i>
P	<i>Sim, nesse caso esses dois triângulos já possuem um par de lados congruentes, ou seja, com a mesma medida. Será que têm outros?</i>
A1	<i>Acho que não.</i>
	<i>[...]</i>
P	<i>Que tal usar um lado para comparar com outros, verificando se é maior, menor ou igual. Mas não esqueça de verificar também se há pares de ângulos correspondentes que são congruentes.</i>
A2	<i>Ah, entendi.</i>

Fonte: dados da pesquisa (2025).

Neste trecho, A1 e A2 observaram que um par de triângulos possuía medidas iguais em um de seus lados, mas não sabiam se esta era uma condição suficiente para garantir a congruência entre eles. Embora os triângulos não possuíssem semelhança visual, sugeriu-se que eles prosseguissem com a verificação em busca de outros pares de lados com as mesmas medidas. Para isso, os alunos aproximaram um lado de um triângulo com os lados de outro, como podemos ver na Figura 4 abaixo:

Figura 4: Representação do método realizado pelos alunos

Fonte: elaborada pelos autores (2025).

Na Figura 4, à semelhança das ações realizadas pelos alunos, os lados do triângulo de cor roxa foram aproximados do lado c do triângulo de cor laranja, de modo que foi possível perceber que o lado e e o lado c possuem a mesma medida. No caso de A1 e A2, eles ainda verificaram se existiam outros lados com mesmas medidas, para que pudessem registrar na folha as quantidades de elementos congruentes.

Seguindo as caracterizações que apresentamos para as habilidades visuais e de desenho a partir de Hoffer (1981) e Silva (2017), observamos, no recorte apresentado no Quadro 3, a influência que elas exercem na verificação da congruência entre figuras, ainda que feita mediante o emprego de métodos informais.

Dessa maneira, primeiro pressupomos se, caso os alunos não tivessem se restringido a observar apenas as medidas numéricas que estavam escritas nas figuras, talvez tivessem percebido que elas não possuíam semelhanças visuais. Esta ausência de semelhanças visuais pode também ser considerada como um caso de não congruência (Murari; Barbosa, 1992).

Ademais, destacamos que, embora o método de usar um lado de uma das figuras como instrumento de medida não permitisse aferir com precisão os lados dos triângulos, ele possibilitou que a dupla formada por A1 e A2 observasse se o lado de uma figura era maior, menor ou igual a qualquer um dos lados da outra figura.

Este segundo método, apesar de informal e de funcionar apenas com triângulos que podem ser manuseados e aproximados um do outro, apresenta-se como útil para verificar a congruência entre triângulos por meio de casos como o lado-lado-lado e foi utilizado em atividades posteriores, como relatado em Viana, Moita e Lucas (2022). No caso desta atividade, os alunos perceberam que as figuras não eram congruentes porque, ao contrário do que propõe a definição de congruência entre triângulos, não havia uma correspondência entre os seus lados

que fosse possível formar pares de lados de mesma medida.

Pensando nas demais habilidades de pensamento geométrico, foi possível observar, no trecho destacado no Quadro 3, que habilidades verbais relacionadas à temática ainda não eram de domínio dos alunos A1 e A2, que apenas reconheceram os nomes dos elementos e observaram suas medidas sem uma apropriação de termos específicos, como congruência, congruentes, lados ou ângulos correspondentes, entre outros.

No recorte apresentado no Quadro 4, destacamos uma situação em que os alunos A4 e A11 apresentam dúvidas na medição dos lados dos triângulos:

Quadro 4: Transcrição do diálogo entre A4, A11 e o pesquisador

P	<i>A11, você está entendendo direitinho esta atividade?</i>
A11 e A4	(sinalizam com a cabeça dizendo que não)
P	<i>Vamos tentar fazer com o compasso... Veja só, eu posso abrir o compasso do tamanho desse lado, e levar a sua medida para onde quiser. Vamos verificar então se essa medida está presente no outro triângulo de mesma cor... Então, esse lado corresponde com a medida da abertura do compasso?</i>
A11	<i>Sim, com esse.</i>
P	<i>Então eles têm pelo menos um par de lados com a mesma medida. Vamos verificar os outros... Vou colocar aqui ó, neste outro lado desse primeiro triângulo, e vamos levar essa medida ao outro triângulo, verificando se ela se faz presente em algum de seus lados... Dá certo nesse lado?</i>
A4 e A11	(sinalizam com a cabeça dizendo que não).
P	<i>Tente verificar...</i>
	(os alunos manipulam os triângulos, a fim de verificar)
P	<i>Deu certo em algum dos lados?</i>
A11	(sinaliza que não)
P	<i>Então qual é a quantidade de pares de lados congruentes?</i>
A11	<i>Um.</i>
P	<i>Agora vamos tentar com os ângulos.</i>
A11	<i>No caso é...</i>
A4	<i>Com aquele negócio ali, olha.</i>
P	<i>Sim, com o transferidor. Ainda com esses triângulos vermelhos, vocês irão verificar os ângulos. A11, sabe usar o transferidor?</i>
A11	(Acena com incerteza dizendo que sim)
A4	<i>Nunca usei.</i>

Fonte: dados da pesquisa (2025).

Neste trecho, a partir da intervenção do pesquisador, a dupla 2 aprendeu a realizar a medição dos lados das figuras sem o uso de réguas, utilizando a abertura do compasso como ferramenta para verificar se a medida de um lado de um dos triângulos era maior, menor ou

igual aos do outro.

Ao longo do diálogo, fica perceptível a incipiente familiaridade dos alunos com os instrumentos de desenho geométrico e a falta de flexibilidade em utilizá-los de diferentes maneiras. Este resultado reflete a necessidade de um trabalho que lhes favoreça o desenvolvimento de habilidades para utilizar estes materiais, não de maneira profissional, mas suficiente para fazer criações que expressem formas e relações geométricas, bem como ações para medir, identificar propriedades e estabelecer relações (Vieira; Netto, 2022).

Ainda no diálogo entre A4, A11 e o pesquisador, identificamos a necessidade de apropriação de determinadas nomenclaturas em geometria, quando, por exemplo, A4 se referiu ao transferidor como ‘negócio’. Ressaltamos que tal demanda também fica evidente em outras falas dos alunos, revelando a importância do desenvolvimento de habilidades verbais e de lógica. A melhoria dessas habilidades favorece a compreensão de textos que façam referência a objetos e propriedades em geometria e, também, à própria comunicação (Hoffer, 1981).

De maneira geral, notamos, a partir desta atividade, a necessidade de utilização de diferentes habilidades do pensamento geométrico na aprendizagem sobre congruência de triângulos e a dificuldade dos alunos em mobilizarem estas habilidades em diferentes situações. Embora não tenham sido realizados testes específicos para verificarmos o desenvolvimento do PG dos alunos, as estratégias que utilizaram e as dificuldades que enfrentaram na atividade nos sugerem que se encontram em níveis iniciais deste pensamento, apesar de se já cursarem os anos finais do Ensino Fundamental.

6 Considerações finais

Ao final deste estudo, que teve por objetivo refletir sobre a influência de habilidades do pensamento geométrico na aprendizagem de congruência de triângulos, evidenciamos que as habilidades verbais, de visualização, de lógica e de desenho foram requisitadas para realizar ações como identificar os elementos dos triângulos; utilizar instrumentos de medição; elaborar estratégias para tornar essa medição mais prática, e utilizar a folha de registros para anotar as informações que eram solicitadas.

Frisamos que a atividade apresenta boa compatibilidade com o cenário educativo, pois foram utilizados materiais de fácil acesso e baixo custo. Contudo, apesar do fácil acesso, não podemos deixar de destacar a importância do envolvimento de professor e alunos na preparação dos materiais, dada a significativa quantidade de triângulos a serem precisamente recortados.

Ressaltamos a necessidade do desenvolvimento de novas pesquisas sobre a influência

de habilidades do PG em outros conteúdos de geometria, especialmente os que antecedem a aprendizagem da congruência de triângulos e os que cujas lacunas em sua aprendizagem podem resultar em dificuldades como que foram observadas na atividade discutida neste relato.

Como produções técnicas educacionais resultantes dos estudos relacionados à dissertação do qual este relato deriva, foram publicados, na plataforma eduCapes, os recursos “Jogo das congruências” e “Ensinando e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do GeoGebra”, a fim de colaborar para o desenvolvimento de novas práticas de ensino associadas a este tema (Viana; Moita, 2020a; 2020b).

Enquanto perspectivas futuras, o grupo de pesquisa em Tecnologia Digital e Aquisição do Conhecimento (TDAC) tem desenvolvido atividades vinculadas a uma tese de doutorado que visam aprofundar os estudos em ensino de geometria, sobretudo as não euclidianas. Esperamos, com isso, contribuir, positivamente, para o desenvolvimento de mudanças para o ensino deste campo matemático, com a produção de novos materiais de pesquisa e de ensino que promovam o desenvolvimento de habilidades do PG.

Agradecimentos

Registramos nossos agradecimentos à Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), pela bolsa de doutorado fornecida através do Edital de nº 07/2021 ao primeiro autor deste artigo. Certificamos que as opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade nossa, e não necessariamente refletem a visão da FAPESQ.

Referências

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. 1 ed. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto editora, 1994.

COSTA, A. P. O pensamento geométrico em foco: construindo uma definição. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, Mossoró, v. 6, n. 16, p. 77-94, abr. 2020. Disponível em: <https://periodicos.apps.uern.br/index.php/RECEI/article/view/1608>. Acessado em: 10 mai. 2025.

DE VILLIERS, Michael. Some reflections on the van Hiele theory. In: CONGRESS OF TEACHERS OF MATHEMATICS, 4, KwaZulu-Natal, South Africa: University of KwaZulu-Natal. 2010.

HOFFER, A. R. Geometry is more than proof. **The Mathematics Teacher**, [S.l.], v. 74, n. 1, p. 11-18, p. 11-18, jan. 1981.

LIMA, M. L. S.; SANTOS, M. C. Provas e demonstrações e níveis do pensamento geométrico: conceitos, bases epistemológicas e relações. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis v. 15, n. 1, p. 01-21, mai. 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e66702>. Acessado em: 10 mai. 2025.

MACHADO JÚNIOR, A.; VIEIRA, L. S.; LAMIM NETTO, M. S. Habilidades geométricas no ensino médio: um diálogo com as teorias de Hoffer e dos Van Hiele. **Revemop**, Ouro Preto, v. 4, p. 01-24, dez. 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5239>. Acessado em: 10 mai. 2025.

MORAN, M. et al. O ensino da Geometria: entrevista com a professora Regina Maria Pavanello. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 28, n. 79, p. 1-11, jun. 2023. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3431>. Acessado em: 10 mai. 2025.

MURARI, C.; BARBOSA, R. M. Um Ensaio Metodológico sobre a Congruência e não Congruência de Triângulos (parte I). **Bolema**, Rio Claro, v. 7, n. 8, p. 68-82, fev. 1992.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. 2 ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2008.

SILVA, B. A. C. **Geometria no ciclo de alfabetização**: um estudo sobre as atitudes dos alunos do ciclo de alfabetização diante da Geometria e suas relações com a aprendizagem. 2017. 201f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2017.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Ensinando e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do GeoGebra**, 2020. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575728>. Acessado em: 29 mai. 2025.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Jogo das congruências**, 2020. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575763>. Acessado em: 29 mai. 2025.

VIANA, L. H. **O Pensamento Computacional e as suas conexões com o ensino e a aprendizagem da Geometria**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2020. Disponível em: <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3849>. Acessado em: 24 abr. 2025.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C.; LUCAS, L. M. Jogo das congruências: um diálogo entre a aprendizagem de geometria e o pensamento computacional. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 13, n. 5, p. 1-24, dez. 2022. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3674>. Acessado em: 19 abr. 2025.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C.; LUCAS, L. M. Geoplano digital como recurso para aprender geometria e praticar o pensamento computacional. **Educação Matemática em Revista**, v. 29, n. 83, p. 1-15, abr. 2024. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3556>. Acesso em: 15 jun. 2025.