Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Configuração retangular, raciocínio combinatório, comparação multiplicativa: resolução de problemas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental

Sheila Valéria Pereira da Silva[1]
Silvanio de Andrade[2]

Resumo: O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa de Mestrado. Tem por objetivo estabelecer uma relação comparativa entre os problemas trabalhados no primeiro e no décimo quinto dia de aulas/encontros de investigação, buscando evidenciar o desenvolvimento das aprendizagens iniciais e finais dos estudantes participantes do estudo. As ideias/significados da multiplicação e da divisão abordados nesses dois dias envolveram a configuração retangular, o raciocínio combinatório e a comparação multiplicativa. A pesquisa se caracteriza como pedagógica. O levantamento/recolha de dados ocorreu em uma turma do 5º ano. As resoluções dos problemas pelos estudantes constituíram-se em material de reflexões e de análises. Os resultados do estudo evidenciaram considerável desenvolvimento dos estudantes na apreensão de novos conhecimentos matemáticos e no aperfeiçoamento dos anteriores, assim como na habilidade para resolver problemas envolvendo as ideias/significados trabalhados.

Palavras-chave: Configuração Retangular. Raciocínio Combinatório. Comparação Multiplicativa. Resolução de Problemas.

Rectangular configuration, combinatorial reasoning, multiplicative comparison: problem solving by 5th grade students of Elementary School

Abstract: This study is an excerpt from a Master's degree research. Its goal is to compare the problems addressed on the first and on the fifteenth day of classes/investigation meetings, aiming to highlight the development of the initial and the final learning outcomes of the students participating in the study. The concepts and meanings of multiplication and division covered on these two days involved rectangular configuration, combinatorial reasoning, and multiplicative comparison. This research is pedagogical in nature. The data collection took place in a 5th-grade class. The students' problem solving became a material for reflection and analysis. The results of this study demonstrate a significant development in students' acquisition of new mathematical knowledge and the refinement of previous understanding, as well as in their ability to solve problems involving the concepts and meanings studied.

Keywords: Rectangular Configuration. Combinatorial Reasoning. Multiplicative Comparison. Problem Solving.

Configuración rectangular, razonamiento combinatorio, comparación multiplicativa: resolución de problemas por estudiantes del quinto grado de Educación Primaria

Resumen: Esta investigación es un extracto de una investigación de Maestría. Su objetivo es comparar los problemas trabajados en el primer y el decimoquinto día de clases/reuniones de investigación, a fin de destacar la evolución de los resultados de aprendizaje iniciales y finales de los estudiantes participantes en el estudio. Los conceptos y significados de multiplicación y división tratados en estos dos días involucraron la configuración rectangular, el razonamiento

[1]Doutorado em Educação. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: sheilavaleria88@yahoo.com.br. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2301-7230.
[2]Doutorado em Educação. Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: silvanio@usp.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1490-812X.

eISSN 2317-904X DOI: 10.37001/emr.v31i90.4364 Recebido • 01/11/2024 | Aprovado • 14/02/2026 | Publicado • 31/03/2026

combinatorio y la comparación multiplicativa. La investigación es de carácter pedagógico. La recopilación de datos tuvo lugar en una clase de quinto grado de educación primaria. Los procesos de resolución de problemas de los estudiantes sirvieron como material para la reflexión y análisis. Los resultados del estudio demostraron una evolución significativa en la adquisición de nuevos conocimientos matemáticos y en el perfeccionamiento de los entendimientos previos, así como en su capacidad para resolver problemas que involucran los conceptos y significados tratados.

Palabras clave: Configuración Rectangular. Razonamiento Combinatorio. Comparación Multiplicativa. Resolución de Problemas.

1 Introdução

Este artigo é fruto de parte de uma pesquisa de Mestrado intitulada “Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental”. Frisamos que os dados foram aprofundados no processo de análise. Tem por objetivo estabelecer uma relação comparativa entre os problemas trabalhados no primeiro e no décimo quinto dia aulas/encontros de investigação, buscando evidenciar o desenvolvimento das aprendizagens iniciais e finais dos estudantes participantes do estudo. As ideias/significados da multiplicação e da divisão abordados nestes dois dias envolveram a configuração retangular, o raciocínio combinatório e a comparação multiplicativa.

É importante destacar que, desde cedo, os estudantes sejam direcionados ao estudo das operações aritméticas, para que desenvolvam familiaridade, sejam capazes de estabelecer relações e de identificar suas propriedades. Tanto a adição e a subtração como a multiplicação e a divisão são conteúdos essenciais para os estudantes, e se desenvolvem ao longo da Educação Básica.

A competência para a resolução de problemas da multiplicação e da divisão está diretamente ligada às ações dos estudantes, ao uso de seus conhecimentos prévios para solucionar as situações satisfatoriamente. Para Gitirana et al. (2014):

> Se por um lado a competência refere-se à capacidade de mobilizar concepções para se obter êxito em certas situações; por outro, as concepções evoluem a medida que os alunos enfrentam novas situações. A competência é diagnosticada, portanto, pela ação do aluno diante das situações (no caso, resolução de problemas) (GITIRANA et al., 2014 p. 16).

Essa competência para resolver problemas é adquirida à medida que os estudantes são expostos a variados tipos de problemas durante um certo período de tempo. É nesse processo, nessa interação com diversas situações que os conhecimentos e as concepções dos estudantes se desenvolvem.

Os problemas trabalhados em nossa investigação foram desenvolvidos na perspectiva da situação-problema, pois a partir da resolução dos problemas com diferentes ideias/significados da multiplicação e da divisão buscamos o estudo de conteúdos, de conceitos, de propriedades e de procedimentos matemáticos. Deu-se questionando os estudantes, problematizando os problemas e as resoluções, comparando processos de solução, estimulando o desenvolvimento de hipóteses, a criatividade e a reflexão.

A resolução de problemas pode ser proposta para contribuir com a formação de conceitos e de ideias, antes mesmo da apresentação de conteúdos da Matemática, pois os problemas seriam a introdução do conteúdo que se quer estudar. "[...] o ensino através da resolução de problemas começa com um problema. Os alunos aprendem e compreendem aspectos importantes de um conceito ou ideia matemática, explorando a situação-problema [...]" (CAI, 2010, p. 255, tradução nossa). A proposição de problemas também ocorre após a apresentação de um conteúdo, com a intenção de trabalhá-lo.

Concernente à organização deste texto, na seção a seguir apresentamos a metodologia da pesquisa desenvolvida e os sujeitos participantes, como também, a descrição, a reflexão e análise dos dados levantados. Posteriormente, tecemos algumas considerações finais sobre os resultados.

2 Refletindo e dialogando acerca do percurso da pesquisa

A presente investigação constituiu-se em um estudo de natureza qualitativa, na modalidade de pesquisa pedagógica. Conforme Lankshear e Knobel (2008), a pesquisa pedagógica está direcionada à investigação específica das salas de aula, tendo como principal investigador os professores e suas salas de aulas. Este estudo concretizou-se em uma pesquisa pedagógica, pelo fato de ter sido desenvolvido em uma sala de aula, mas a turma de estudantes participantes era lecionada por uma professora colega de profissão.

A pesquisa ocorreu em uma escola pública municipal da cidade de Campina Grande, no Estado da Paraíba, em uma turma do 5º ano, composta por 33 estudantes com faixa etária entre 10 e 14 anos de idade. A quantidade de estudantes presentes nas aulas era variável, deste modo, em nenhum dos dias de aulas/encontros da investigação estavam presentes todos os estudantes em sala.

A escola fica localizada em um bairro residencial, onde parte da população é de classe média e de periferia, mas o maior contingente dos estudantes da escola pertence ao bairro vizinho, uma das comunidades do município. Apresentamos a seguir a descrição, a reflexão e a análise dos dados levantados na primeira aula/encontro com a turma.

2.1 Descrição, reflexão e análise da primeira aula/encontro

Na primeira aula/encontro com a turma explicamos aos estudantes que entregaríamos alguns problemas matemáticos a serem resolvidos individualmente. Realizamos a leitura em voz alta. A seguir, os problemas propostos à turma.

1) Leia os problemas abaixo e resolva-os:

a) Numa sala de aula, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há na sala de aula? [3]

O problema do item *a* pode abordar a ideia/significado de configuração retangular, pois as linhas e colunas remetem ao pensamento de algo/objeto que se configura em formato de um retângulo.

b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir? (BRASIL, 1997).

No problema do item *b* podemos trabalhar a ideia/significado de raciocínio combinatório, ou seja, a combinação de possibilidades. Combinar as saias com as blusas. "[...] Os problemas de combinações envolvem contar o número de possíveis emparelhamentos que podem ser feitos entre dois conjuntos de coisas [...]" (VAN DE WALLE, 2009, p. 186). Encontra-se o produto final a partir dos pares de coisas formadas de cada conjunto.

c) Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta? (BRASIL, 2014).

Nesse problema do item *c* podemos estudar a ideia/significado de comparação entre razões que envolvem a ideia de proporcionalidade. A comparação de 1 caixa de lápis com 12 lápis para 3 caixas de lápis com 12 lápis cada uma, sendo assim a correspondência de um para muitos. A proporção entre o número de lápis de cada caixa permanece à medida que aumenta a quantidade de caixas. Para Toledo e Toledo (2009), a proporcionalidade é uma das principais ideias da multiplicação e da divisão, pois com base nela se formam noções de razão, medida, entre outras.

[3] Problema adaptado dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (PCN), 1997.

d) 3 crianças têm, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas têm juntas? (BOTTA, 1997).

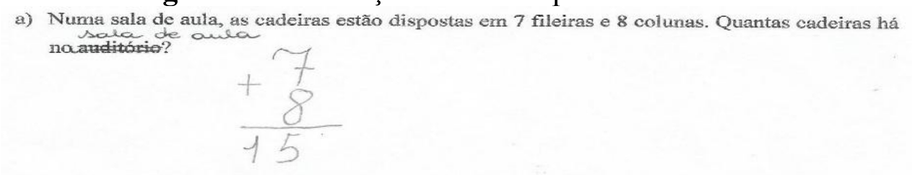
No item *d* podemos trabalhar a ideia/significado de grupos iguais. Esse problema contém três grupos iguais, de quatro objetos de mesma natureza.

Os problemas propostos tiveram a intenção de identificar as compreensões e as concepções dos estudantes acerca da resolução de problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e da divisão. Enquanto os estudantes respondiam os problemas, circulamos pela turma esclarecendo dúvidas aos que nos indagavam.

Observamos de imediato a dificuldade da maioria dos estudantes para a resolução dos problemas e o hábito da cola (fila), principalmente pelos estudantes com maior idade da turma. Percebemos também que os estudantes com menos idade conseguiam ler. Relembramos a todos mais uma vez que a atividade era individual e que naquele momento não podiam conversar com o colega.

No problema do item *a* tivemos diversos tipos de respostas, entre elas surgiram onze respostas tendo o resultado final 15 (equivocado). Vejamos a resolução da estudante A3.

Figura 1 – Resolução do item *a* pela estudante A3



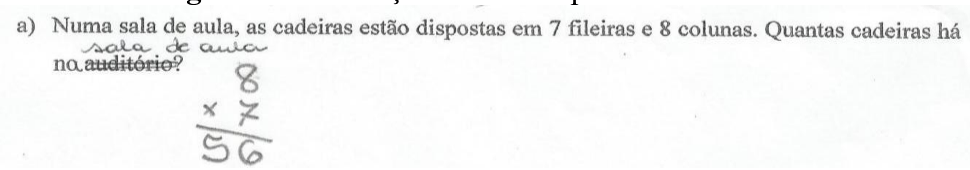
Fonte: Dados levantados na pesquisa

Todos os estudantes que atribuíram resultado 15 ao problema utilizaram a operação da adição. Esses estudantes demonstraram que sabem somar, mas ainda não compreenderam que para resolver o problema por meio da operação de adição é necessário realizar o processo da soma de parcelas iguais.

Parece ter havido uma ausência na compreensão do enunciado do problema pelos estudantes, ficando aparente que não tenham pensado nas cadeiras dispostas em filas e colunas, tido empregado apenas o 7 e o 8, escolhendo a operação que mais tinham domínio. Gitirana et al. (2014) salientam que a adição e a subtração são as operações mais empregadas quando os estudantes não compreendem o que está sendo pedido no problema.

Cinco estudantes responderam o problema da letra *a* tendo como resultado o valor 56. Vejamos.

Figura 2 - Resolução do item *a* pela estudante A27

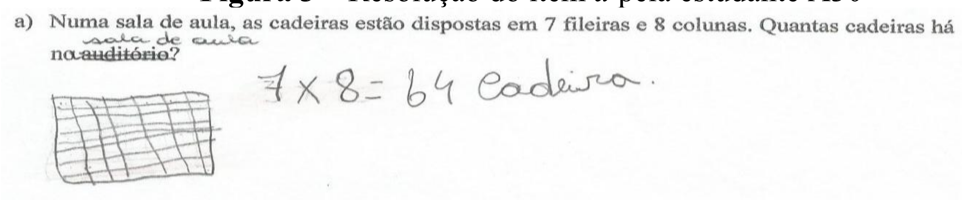


Fonte: Dados levantados na pesquisa

Esses cinco estudantes resolveram o problema por meio da operação de multiplicação. Aparentaram ter compreendido o enunciado do problema e utilizaram um processo mais rápido para solucioná-lo, chegando ao resultado correto. Seria importante explorar com esses estudantes outros processos de resolução para o problema. Surgiram também três resultados dos estudantes apenas com a resposta 56, sem o processo de resolução. Pode ser que tenham realizado o cálculo escrito em uma folha à parte ou mentalmente. Além disso, teve três estudantes que escreveram 7x8=40 para o problema do item *a*. Embora tenham utilizado o processo mais rápido para resolução do problema (operação de multiplicação), se equivocaram no produto.

A estudante A30 fez um desenho representando o problema com o resultado de 64 cadeiras ao problema. Vejamos a seguir.

Figura 3 – Resolução do item *a* pela estudante A30



Fonte: Dados levantados na pesquisa

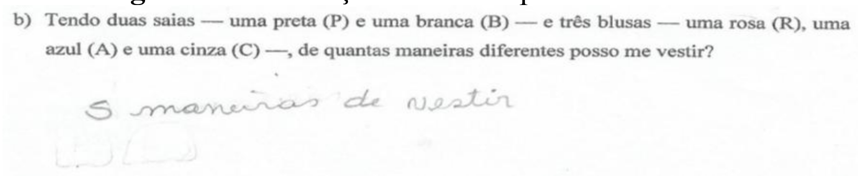
A estudante A30 também se equivocou no cálculo escrito da conta de multiplicação. O seu desenho (pictórico) mostra um raciocínio com base geométrica. O desenho também apresenta uma das ideias/significados da multiplicação e da divisão, a configuração retangular. Provavelmente a estudante se confundiu ao contar os quadrados do desenho, pois em seu processo de resolução ela demonstra que interpretou o enunciado do problema e escolheu a operação mais apropriada à resolução.

O processo de resolução dessa estudante propicia mais possibilidades de análise e desenvolvimento ao trabalho do professor, como a operação e o desenho geométrico, partindo de seus equívocos ao desenvolvimento de sua aprendizagem. “[...] a partir do momento em que o aluno desenha a solução, monta um esquema, ele estará organizando suas ideias, que explicam seu pensamento, e professor poderá fazer as intervenções necessárias” (CARVALHO, 2007, p. 17).

Pudemos constatar que a maioria dos estudantes ainda não possui a habilidade de calcular resultados básicos da multiplicação, e que eles compreenderam o enunciado do problema, pois conseguiram escolher bem a operação, mas não souberam como utilizá-la. De modo geral, o resultado 15 (equivocado) foi o que apareceu com maior frequência para esse problema. Dos trinta estudantes presentes neste dia, oito chegaram ao resultado correto do problema, que é o 56.

Já no problema do item *b*, o resultado que mais apareceu foi o 5. Sete estudantes colocaram apenas o resultado 5, sem o cálculo. Vejamos um exemplo.

Figura 4 – Resolução do item *b* pela estudante A29


b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

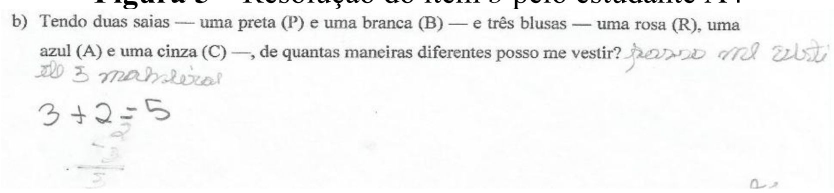
5 maneiras de vestir

Fonte: Dados levantados na pesquisa

Possivelmente esses sete estudantes tenham realizado o cálculo em um outro local, ou realizado o cálculo mentalmente e escrito somente o resultado respondendo a pergunta do problema. Observando o resultado 5, podemos inferir que esses estudantes realizaram um cálculo aditivo; somaram as duas saias com as três blusas. Em situações como essa uma boa opção de atividade é a construção do diagrama de árvore, para que eles compreendam que com duas saias e três blusas podemos formar três pares de roupas. Observando a resolução da estudante A29 percebemos que ela ainda tentou desenhar o processo de resolução do problema, mas o apagou.

Ainda tivemos mais dez estudantes que atribuíram o resultado 5 ao problema do item *b*. Resolveram o problema pela operação de adição. Observemos um exemplo.

Figura 5 – Resolução do item *b* pelo estudante A4


b) Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

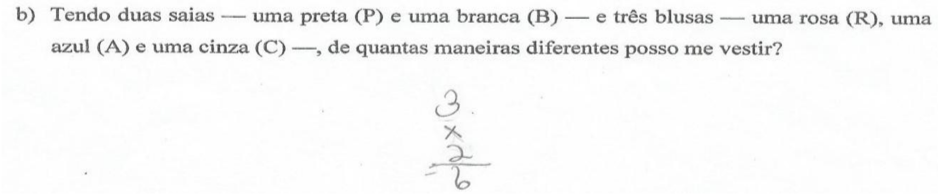
3 + 2 = 5

Fonte: Dados levantados na pesquisa

Como podemos perceber, dezessete estudantes – mais que a metade da turma – responderam que o resultado é 5 para o problema do item *b*. As respostas nos levam a entender que existiu dificuldade na interpretação do enunciado do problema, na abstração, especificamente, para então escolher o processo mais viável para a resolução. O estudante A4 fez o processo de resolução para o problema com o cálculo na vertical utilizando a adição, depois apagou e o escreveu na horizontal também fazendo uso da adição, uma vez que a modificação do formato do cálculo da vertical para a horizontal não altera o resultado.

Os estudantes não levaram em consideração que com cada saia pode-se vestir as três blusas, ou seja, de 6 maneiras diferentes. Os estudantes A26 e A32 concluíram que é possível se vestir de 6 maneiras. Eles empregaram a operação de multiplicação. Observemos.

Figura 6 – Resolução do item *b* pela estudante A26

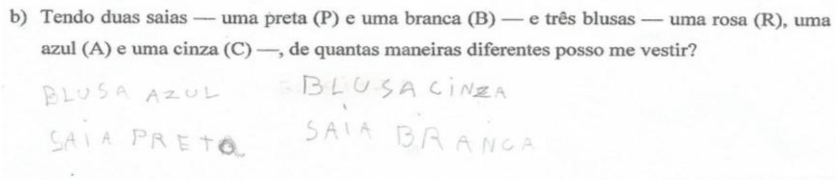


Fonte: Dados levantados na pesquisa

Dos trinta estudantes que responderam a esse problema, apenas dois chegaram ao resultado 6, o correto. Utilizaram a multiplicação e posicionaram o sinal da operação de modo diferente no cálculo. Um bom trabalho a ser desenvolvido com esses estudantes é a proposição de problemas similares à toda a turma.

Dois estudantes atribuíram o valor 12 como resultado ao problema do item *b*, empregando a multiplicação 4x3=12. Ficou confuso o que seria esse valor 4 dentro do processo de resolução. Souberam resolver a conta, mas dá-se a entender que se confundiram na compreensão/leitura do problema. Os estudantes A9 e A13 deixaram o problema referente ao item *b* sem resposta. Explicamos oralmente de diferentes formas, mas alguns estudantes da turma não sabiam ler, dificultando ainda mais o trabalho em sala de aula. Vejamos como a estudante A17 resolveu o problema do item *b*.

Figura 7 – Resolução do item *b* pela estudante A17



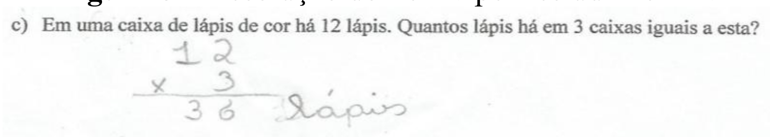
Fonte: Dados levantados na pesquisa

A estudante tentou resolver o problema combinando os nomes das peças de roupas, saia e blusa, mas parece que faltou alguma peça para combinar, parando então a combinação. Esse pensamento é válido, precisa ser valorizado e aprofundado para que ela perceba as outras combinações que podem surgir a partir dessas mesmas peças. Presumimos que a estudante tenha resolvido dessa forma pelo fato de o problema não apresentar nenhum número escrito na linguagem matemática.

De modo geral, identificamos que os estudantes não estavam habituados a resolver problemas que envolvessem o raciocínio combinatório. Apenas dois estudantes chegaram ao resultado correto, o valor 6. Todavia, os processos de resolução utilizados por todos merecem atenção. “[...] Tanto os sucessos quanto os equívocos são fontes de informação, igualmente, preciosos sobre como o aluno pensa [...]” (GITIRANA et al., 2014). Os equívocos precisam ser objeto de reflexão sobre a ação e replanejamento docente.

O problema do item *c* teve um considerável número de acertos, vinte e cinco estudantes acertaram o problema por meio de diferentes processos de resolução. Vejamos o exemplo a seguir.

Figura 8 – Resolução do item *c* pela estudante A20

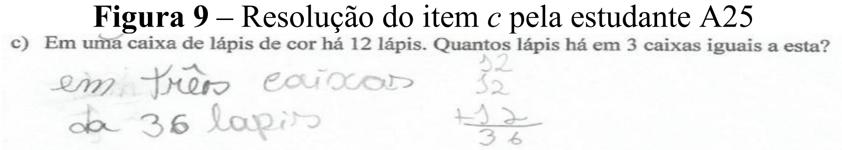


Fonte: Dados levantados na pesquisa

Esse problema apresentou um bom número de acertos por ser mais simples e fazer parte da rotina de estudos dos estudantes nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Ao compreenderem o problema, de imediato escolheram a operação e elaboraram o cálculo. A partir de problemas como esse podemos aprofundar o trabalho com a multiplicação e a divisão.

Surgiram cinco respostas apresentando apenas o resultado 36. Ainda emergiram sete respostas com o valor 36 que fizeram uso da operação de adição. Vejamos.

Figura 9 – Resolução do item *c* pela estudante A25

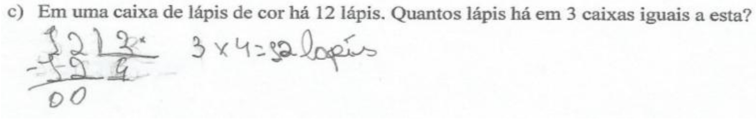


Fonte: Dados levantados na pesquisa

A resolução desse problema pela operação da adição, através da soma de parcelas iguais, foi uma boa estratégia, mas para valores maiores é complicado realizar a soma de parcelas iguais. É uma ideia bem comum/inicial da multiplicação que precisa ser aprofundada, abordando problemas mais complexos.

Os estudantes A1, A3, A11 e A19 concluíram que a resposta ao problema do item *c* é 15 (equivocadamente). Eles empregaram a operação de adição, somando 12+3=15. Não compreenderam o enunciado do problema, dificultando a utilização da proporção dos dados numéricos apresentados. Até escolheram uma operação de possível resolução do problema. É relevante propor problemas contextuais que mostrem as diversas formas de estruturar uma operação aritmética para a resolução. Uma única estudante resolveu o problema utilizando a operação da divisão. Observemos.

Figura 10 – Resolução do item *c* pela estudante A30



Fonte: Dados levantados na pesquisa

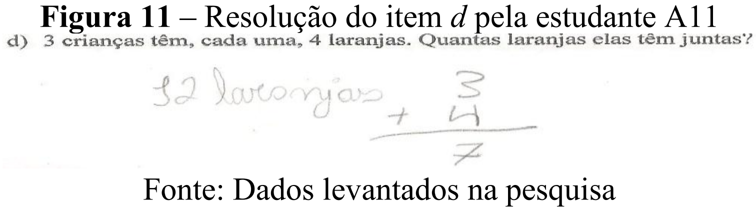
A estudante interpretou o problema de forma equivocada. Ela entendeu que seria para dividir 12 por 3. Contudo, ela mostrou que sabia utilizar tanto a operação da divisão e da multiplicação em valores menores, pois ela dividiu e multiplicou (tirou a prova real) corretamente.

As respostas dos estudantes ao problema do item *d* obtiveram um relevante número de acertos. 23 dos 30 estudantes afirmaram que o resultado é 12. Sendo que 12 estudantes responderam o problema por meio da operação de multiplicação, e 8 escreveram apenas o resultado 12.

Os processos de resolução realizados pelos estudantes no problema do item *d* se aproximam do que foi realizado no problema do item *c*. É importante que as soluções dos estudantes sejam socializadas na turma para que entendam como um problema pode ser resolvido de diferentes formas, levando ao mesmo resultado, desde que responda corretamente a pergunta do problema.

As estudantes A22 e A25 também afirmaram que o resultado ao problema do item *d* é 12. Os seus processos de resolução envolveram a operação da adição 4+4+4=12. Tivemos outros processos de resolução abrangendo a operação de adição, mas que não chegaram ao produto final correto. Vejamos um exemplo a seguir.

Figura 11 – Resolução do item *d* pela estudante A11



Fonte: Dados levantados na pesquisa

As estudantes A3, A9, A11 e A19 responderam que o resultado ao problema do item *d* é 7. Parece-nos que não entenderam o enunciado do problema e se confundiram na escolha da operação. As suas soluções mostram que sabem calcular a operação da adição. A resolução da estudante A11 nos chamou atenção, pois em seu cálculo chegou ao resultado 7, mas ao lado inseriu o resultado 12 laranjas. Inferimos que talvez tenha ocorrido uma “cola”.

Apesar do problema do item *d* se constituir em uma tarefa simples, alguns estudantes se equivocaram na conta. Os estudantes A21 e A17 escolheram bem a operação da multiplicação, mas se confundiram no cálculo 4x3, obtendo o resultado 16. Aconteceu o mesmo com o estudante A31, que ao multiplicar 4x3 atribuiu o valor 24. O estranho é que esses estudantes resolveram cálculos da multiplicação anteriormente e acertaram.

Na descrição, na análise e na reflexão da primeira aula/encontro com a turma focamos nos processos de resolução dos estudantes. É importante saber empregar a operação mais adequada e utilizar o algoritmo, além disso é relevante compreender o que está sendo requerido nos problemas e o que está sendo realizado. De acordo com Toledo, Marília e Toledo, Mauro (2009, p. 96):

> Crianças acostumadas a confiar apenas em resultados encontrados com a utilização dos algoritmos 'aprendidos' nas aulas às vezes passam até a não confiar mais na própria capacidade de raciocinar, demonstrando insegurança no momento de resolver problemas.

As resoluções dos estudantes nos mostram que eles estavam focados na conta ou no algoritmo, e que apenas a estudante A30 arriscou a fazer diferente trazendo um desenho, e a estudante A17 que tentou formar pares com as palavras saias e blusas. Muitas vezes, pelo fato de os estudantes estarem preocupados em encontrar a resposta correta, não conseguem parar, pensar e entender o problema, e acabam fazendo escolhas inadequadas.

Diante das análises e das reflexões sobre os processos de resolução dos estudantes em relação aos problemas dos itens *a*, *b*, *c* e *d*, podemos considerar que a menor parte da turma conseguiu chegar ao resultado correto nos problemas dos itens *a* e *b*. Já nos problemas dos itens *c* e *d* a grande maioria elaborou a resposta correta. Percebemos que os problemas dos itens *a* e *b*, principalmente o problema *b*, foram os mais complexos para os estudantes, pois esses problemas não faziam parte de suas rotinas escolares no ensino e na aprendizagem da Matemática. Os estudantes não estavam acostumados a resolver problemas desse tipo.

Identificamos a dificuldade de grande parte dos estudantes em interpretar e compreender os enunciados dos problemas. Isso ocasionou na maioria das vezes a escolha pela operação menos adequada. Vários estudantes não souberam realizar o cálculo corretamente.

Por esse motivo, compreendemos que se faz necessário um trabalho que abordasse a resolução, exploração e proposição de problemas com diferentes ideias/significados da multiplicação e da divisão, valorizando o que os estudantes já sabem, envolvendo a realidade vivenciada por eles, aprofundando os conhecimentos, para que possibilitasse novas aprendizagens, contribuindo para as suas formações escolares enquanto cidadãos.

Ao longo da pesquisa, nos quinze dias de aula/encontros, o trabalho pedagógico pautou-se na interação entre os estudantes e a pesquisadora na resolução dos problemas individualmente, em grupos ou em duplas. Ao final das aulas sempre tínhamos a socialização/correção das soluções e o espaço para o diálogo. A seguir apresentaremos a descrição e a análise do último dia de aula/encontro vivenciado com a turma.

2.2 Descrição, reflexão e análise da décima quinta aula/encontro

No início da aula lembramos aos estudantes que este seria o nosso último encontro. Esclarecemos que eles iriam resolver alguns problemas individualmente. Visualizemos os problemas a seguir:

1) Leia os problemas abaixo e resolva-os:

a) Gustavo pesa 31 quilos. Daniel pesa o triplo de Gustavo. Qual é o peso de Daniel? (Elaborado para a pesquisa).

Nesse problema podemos estudar a ideia/significado de comparação multiplicativa. Precisamos comparar o peso de Gustavo com o peso de Daniel para obter o resultado.

b) Para a confraternização de final ano da escola foi oferecido um almoço aos alunos. A turma do 5º Ano foi acomodada em uma das salas de aula da escola para o momento do almoço. Foram organizadas 3 mesas em filas com o mesmo número de cadeiras para acomodar os 33 alunos. Ficaram quantos alunos por mesa? (Elaborado para a pesquisa).

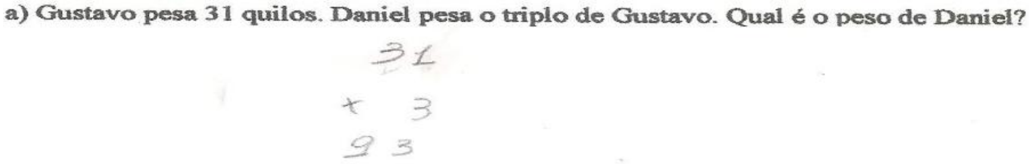
O problema desse item aborda a ideia/significado de configuração retangular. A arrumação das mesas em filas remete à imaginação de um retângulo.

c) Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usá-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir? (Elaborado para a pesquisa).

Podemos trabalhar a ideia/significado de raciocínio combinatório nesse problema, pois precisamos combinar os bonés com as camisas para obter o produto.

Realizamos a leitura coletiva dos problemas e explicamos. O estudante A12 afirmou que não iria fazer a atividade, mas depois mudou de opinião e decidiu solucionar os problemas. Grande parte da turma conseguiu resolver os problemas com tranquilidade, mas alguns estudantes ainda apresentaram dificuldades. Para a socialização das soluções a cada um dos problemas, um estudante, por livre e espontânea vontade, se dirigiu à frente da turma, realizou a leitura e a resolução do problema no quadro branco. Vejamos a resposta do estudante A12.

Figura 12 – Resolução do item *a* pelo estudante A12



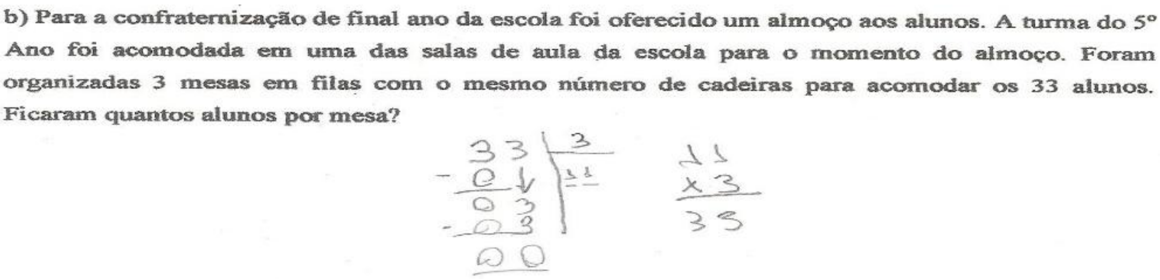
Fonte: Dados levantados na pesquisa

O estudante resolveu o problema corretamente. Dos 26 estudantes presentes na aula, 25 acertaram o problema do item *a*. Todos solucionaram por meio da operação de multiplicação. Apenas uma estudante se equivocou, obtendo o resultado 62, pois ela tentou solucionar o problema através da soma de parcelas iguais, mas confundiu-se no cálculo.

O estudante A12 era um dos discentes com 14 anos de idade da turma que ainda se encontrava em processo de alfabetização, necessitando de nosso auxílio e de colegas para a leitura da questão. Solucionou o problema satisfatoriamente. Problemas matemáticos com essa estrutura, com enunciados menores, estão mais presentes nas vivências dos estudantes. Observamos que no início da pesquisa para resolverem problemas desse tipo alguns estudantes empregavam a soma de parcelas iguais. Nesse encontro identificamos a predominância da operação de multiplicação.

21 estudantes solucionaram o problema do item *b* satisfatoriamente. Observemos um desses exemplos.

Figura 13 – Resolução do problema *b* pelo estudante A23

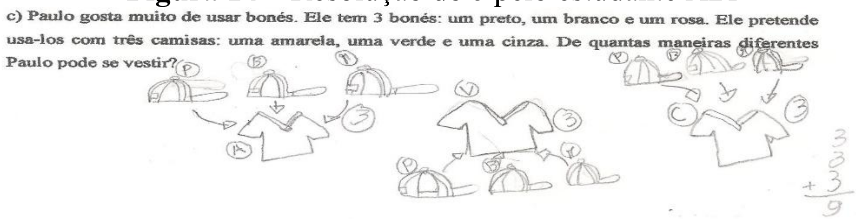


Fonte: Dados levantados na pesquisa

O estudante respondeu o problema do item *b* por meio da operação de divisão. Os seus demais colegas, que também resolveram o problema corretamente, seguiram o mesmo caminho. Dois estudantes se equivocaram na resolução, outros dois deixaram a solução em branco e um outro estudante entregou o cálculo inacabado.

Percebemos que os estudantes começaram a escolher o processo de resolução com mais propriedade. Quanto ao problema do item c, obtivemos diferentes processos de resolução com o mesmo resultado final. Visualizemos.

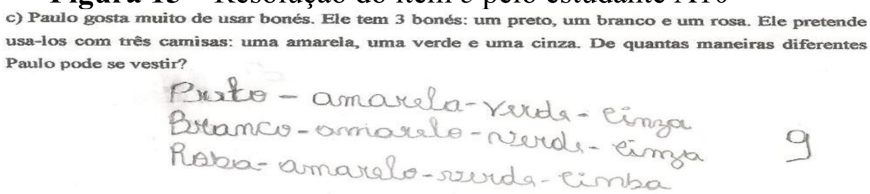
Figura 14 – Resolução do *c* pelo estudante A21



Fonte: Dados levantados na pesquisa

Esse estudante solucionou o problema por meio da combinação dos desenhos dos bonés e com os das camisas, depois somou os resultados das combinações. A maior parte da turma também utilizou esse processo. Dos 26 estudantes presentes nesse encontro, 17 resolveram corretamente esse problema. 7 estudantes deixaram a resposta em branco e 2 não concluíram as soluções. Entre os estudantes que responderam o problema satisfatoriamente, discorreu-se processos de resolução com apenas o cálculo multiplicativo 3X3=9; com cálculo e desenho; também com a combinação das palavras (cores) dos bonés e das camisas. Observemos um exemplo.

Figura 15 – Resolução do item *c* pelo estudante A10



Fonte: Dados levantados na pesquisa

Apesar de apenas 17 estudantes terem conseguido solucionar esse problema satisfatoriamente, consideramos um grande avanço, pois no primeiro dia de aula/encontro (seção 2.1) da nossa investigação apenas 2 estudantes acertaram o problema com a ideia/significado de raciocínio combinatório. A partir dos diferentes processos utilizados pela turma para resolver o problema do item *c*, podemos perceber o desenvolvimento de seus pensamentos e de suas habilidades. Solucionaram o problema com tranquilidade. Evidentemente alguns estudantes apresentaram dificuldades.

Os problemas estudados no último dia de aula/encontro são similares aos trabalhados no primeiro dia de aula/encontro da pesquisa. No encerramento da investigação esses problemas já não se constituíam complexos para maior parte da turma. Ao longo das aulas/encontros trabalhamos problemas com grau de complexidade mais elevado.

3 Considerações finais

No primeiro dia de aula/encontro de investigação tivemos condições de observar e de sondar que os estudantes apresentavam facilidade para solucionar os problemas que faziam parte do cotidiano das suas aulas de Matemática, como a ideia/significado de comparação entre razões, que envolviam a ideia de proporcionalidade e de grupos iguais. Já os problemas que se constituíam em situações novas, tornaram-se mais complexos, como os de configuração retangular e de raciocínio combinatório.

No décimo quinto dia de aula/encontro, identificamos melhor compreensão dos enunciados dos problemas e escolhas/usos mais pertinentes das operações/processos para as resoluções e a criação de estratégias para a resolução dos problemas por parte dos estudantes. O forte receio em cometer erros, apresentado nas primeiras aulas/encontros, foi minimizado.

Também observamos ao longo da pesquisa o desenvolvimento dos estudantes em alguns aspectos, como a autonomia, a reflexão, a interpretação, a consciente tomada de decisão, a criação de diferentes estratégias, a apreensão de novos conhecimentos matemáticos e o aperfeiçoamento dos anteriores, a habilidade para resolver problemas envolvendo a ideia/significado de configuração retangular, de raciocínio combinatório e a de comparação multiplicativa, como também a concepção de que um mesmo problema pode ser resolvido por mais de uma operação.

Referências

BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOTTA, L. S. **Números racionais e raciocínio proporcional:** considerações sobre o ensino-aprendizagem. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosófico-científicos) - UNESP, Rio Claro, 1997.

CAI, J. Commentary on Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion. In: ______. **Theories of Mathematics Education:** seeking new frontiers. EUA: Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010.

CARVALHO, M. **Problemas? Mas que problemas?!:** estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. 3. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

GITIRANA, V. et al. **Repensando multiplicação e divisão:** contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. Ed. São Paulo: PROEM, 2014.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica**: do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TOLEDO, M. B. A.; TOLEDO, M. A. **Teoria e prática de Matemática:** como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. Desenvolvendo significados para as operações. In: ______. VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009.