Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Parte-todo na fração: reflexões sobre o erro na resolução e na argumentação dos estudantes

Carla Daniella Barreto dos Santos[1]
Vera Lucia Merlini[2]

Resumo: Este estudo objetiva apresentar reflexões sobre o erro na resolução e na argumentação dos estudantes a respeito de fração em situações de parte-todo. O aporte teórico traz a classificação das situações de frações de Nunes *et al*. Foi realizada uma intervenção pedagógica com 37 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em Escola pública municipal do sul da Bahia. A partir dos protocolos e argumentações dos estudantes optou-se por analisar os erros. Como resultado, do ponto de vista educacional é possível afirmar que, apesar do procedimento de dupla contagem ser uma estratégia adequada para situações de parte-todo, ele é limitado. É preciso admitir que o processo de aprendizagem pode ser edificado a partir de diálogos, permitindo ao estudante que argumente oralmente seu raciocínio, pois desse modo é que o professor poderá conduzi-lo a compreensão de um conceito seja qual for, neste caso o conceito de fração.

Palavras-chave: Escola Pública. Ensino Fundamental. Estudantes. Frações. Raciocínio.

Part-whole in fractions: reflections on errors in students' resolution and arguments

Abstract: This study aims to present reflections on errors in students' problem-solving and argumentation regarding fractions in part-whole situations. The theoretical framework includes the classification of fraction situations by Nunes *et al*. A pedagogical intervention was conducted with 37 sixth-grade students from a public municipal school in southern Bahia. Based on the students' protocols and arguments, the study analyzed their errors. As a result, from an educational point of view, it is possible to affirm that, although the double-counting procedure is an adequate strategy for part-whole situations, it is limited. It is necessary to acknowledge that the learning process can be built upon dialogue, allowing students to orally argue their reasoning, as this is how the teacher can guide them to understand any concept, in this case, the concept of fractions.

Keywords: Public School. Elementary Education. Students. Fractions. Reasoning.

Parte-todo en fracciones: reflexiones sobre errores en la resolución de problemas y la argumentación estudiantil.

Resumen: Este estudio tiene como objetivo presentar reflexiones sobre los errores en la resolución de problemas y la argumentación de los estudiantes con respecto a las fracciones en situaciones de parte-todo. El marco teórico incluye la clasificación de situaciones de fracciones de Nunes *et al*. Se realizó una intervención pedagógica con 37 estudiantes de sexto grado de una escuela municipal pública en el sur de Bahía. Con base en los protocolos y argumentos de los estudiantes, el estudio analizó sus errores. Como resultado, desde un punto de vista educativo, es posible afirmar que, si bien el procedimiento de doble conteo es una estrategia adecuada para situaciones de parte-todo, es limitado. Es necesario reconocer que el proceso de aprendizaje puede construirse a partir del diálogo, permitiendo a los estudiantes argumentar oralmente su razonamiento, ya que es así como el profesor puede guiarlos para comprender cualquier concepto, en este caso, el concepto de fracciones.

Palabras clave: Escuela Pública. Educación Primaria. Estudiantes. Fracciones. Razonamiento.

[1] Mestre em Educação em Ciências e Matemática. Colégio Municipal Paulo Freire, Canavieiras, Bahia, Brasil. E-mail: dani_cprt@outlook.com. Orcid: https://orcid.org/0009-0002-8778-4321

[2] Doutora em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz/UESC, Ilhéus, Bahia, Brasil. E-mail: vlmerlini@uesc.br. Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9784-3546

eISSN 2317-904X DOI: 10.37001/emr.v31i90.4431 Recebido • 27/12/2024 | Aprovado • 24/02/2026 | Publicado • 31/03/2026

1 Introdução

As dificuldades no ensino e na aprendizagem de frações têm sido objeto de pesquisa em Educação Matemática por décadas (Nunes; Bryant, 1997; Magina; Bezerra; Spinillo, 2009; Wolter; Moraes, 2024, Silva; Serrazina; Campos, 2014; entre outros). Essas dificuldades foram salientadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997) ao discutir que uma possível explicação é que há uma ruptura entre as ideias construídas nos números naturais e a aprendizagem do conjunto dos números racionais. Levando em conta a equivalência, um mesmo número fracionário pode ser escrito por infinitas representações; a comparação entre duas frações não segue a mesma regra dos números naturais; na multiplicação entre os números naturais seu produto sempre será igual ou maior que um de seus fatores, ao passo que entre os números fracionários, se um dos fatores for maior que zero e menor que um, isso não acontece.

Atualmente, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018, p.283) a abordagem de fração é iniciada no 2º ano do Ensino Fundamental como uma das habilidades a ser desenvolvida. Neste nível de ensino, esta habilidade requer a linguagem natural para representar as frações (metade, terça parte), em detrimento da representação numérica $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. Ao comparar ambos documentos, Scheffer, Powell (2019) identificaram que o tema frações tem um caráter contínuo, evolutivo, experimental e cíclico. Ainda segundo os autores, a exploração desse objeto matemático constitui-se ao longo do Ensino Fundamental e que o processo de aprendizagem se constrói a partir de argumentação oral e, posteriormente, de representação escrita e numérica.

Embora o conceito de fração perpasse por todo Ensino Fundamental, os resultados alcançados pelos estudantes do 9º Ano das redes públicas do Brasil, na avaliação em larga escala, Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (Brasil, 2021), não foram satisfatórios. A avaliação de 2021, a maioria (52,47%) dos estudantes do 9º ano não passou do Nível 2. Na Matriz de Referência de Matemática, referente ao Nível 2, corresponde a "Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas. [...] Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três" (Brasil, 2021, p. 163). Constatou-se ainda que apenas 7,8% apresentam níveis 5 e 6 (adequado) nos níveis 7 e 8 (avançado) nas competências matemáticas.

Diante desses resultados, é possível afirmar que a maioria dos estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental apresenta lacunas na aprendizagem de fração. Nunes *et al*. (2009) têm como hipótese que essa dificuldade está na forma do ensino do conceito de fração, pois o mesmo está vinculado tão somente à rotulação de parte de um inteiro. Esses autores advertem que há uma conexão entre a fração e o raciocínio multiplicativo, mas que os estudantes não a compreendem dessa forma.

Isso posto, o presente estudo tem por objetivo apresentar reflexões sobre o erro na resolução e na argumentação dos estudantes a respeito de fração em situações de parte-todo.

Para alcançar tal objetivo, após uma breve explanação de algumas pesquisas, os documentos oficiais e de alguns detalhes do resultado da macro avaliação do SAEB (Brasil, 2021) referentes ao tema, esse estudo foi distribuído nas seguintes seções: a fração nos aspectos da Matemática e da Educação Matemática; a metodologia que traz o percurso da pesquisa; a discussão e análise dos dados oriundos dos extratos de protocolos e dos argumentos dos estudantes; e as considerações finais trazendo os principais resultados e um possível encaminhamento.

2 A fração na Matemática e na Educação Matemática

É possível contemplar a fração considerando dois aspectos, igualmente importantes, da Matemática e da Educação Matemática. Quanto ao aspecto da Matemática, esta tem seu interesse centrado no objeto matemático fração, a partir do rigor da definição; quanto ao aspecto da Educação Matemática, está tem seu interesse voltado para o seu ensino quanto para a sua aprendizagem.

Do ponto de vista da Matemática, a formalização da fração é tida como um objeto matemático e sua construção ocorre no Campo dos Números Racionais, conforme descrito por Caraça (1951) ao buscar uma solução para o problema da medida. Deste modo ao tomar dois segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, Caraça (1951) descreve:

> Sejam, [...], os dois segmentos de recta $\overline{AB}$ $e\,\overline{CD}$, em cada um dos quais se contém um número inteiro de vezes o segmento u – $\overline{AB}$ contém m vezes e $\overline{CD}$ contém n vezes o segmento u. Diz-se, *por definição*, que a medida do segmento $\overline{AB}$ tomando $\overline{CD}$ como unidade, é o número $\frac{m}{n}$, e escreve-se 1) $\overline{AB} = \frac{m}{n}\overline{CD}$, quaisquer sejam os números inteiros m e n (n não nulo); se m for divisível por n [...], o número $\frac{m}{n}$ coincide com o número inteiro que é cociente da divisão, se m não for divisível por n [...], o número $\frac{m}{n}$ diz-se fracionário. O número $\frac{m}{n}$ diz-se, em qualquer hipótese, racional – ao número m chama-se *numerador* e ao número n *denominador.* (Caraça, 1951, p.35grifos do autor).

Ele identifica três aspectos essenciais relacionados ao conceito de medida: (i) a escolha da unidade; (ii) a comparação com essa unidade; e (iii) a expressão do resultado dessa comparação por meio de um número. Essa estruturação culminou na criação de um novo campo numérico, denominado Campo Racional.

Na Educação Matemática temos contribuições de Kieren (1980) as quais inspiraram, posteriormente, pesquisadores como Ohlsson (1988); Behr *et al.* (1983); Behr *et al.* (1992); Nunes *et al.* (2003), entre outros, que ampliaram assim os estudos sobre as frações fornecendo novas observações e promovendo argumentações de grande relevância para embasamento de novas pesquisas. Nunes *et al.* (2008) consideram quatro tipos de situações nos quais o número fracionário é utilizado: parte-todo; quociente; operador e medida. Os exemplos elaborados pelos autores, para cada uma dessas situação, utilizaram a fração $\frac{3}{4}$. As situações elaboradas e apresentadas a seguir foram inspiradas nesses mesmos exemplos.

Situações de parte-todo referem-se, em especial, a quantidades contínuas: *João comprou um bolo dividido em 4 partes iguais. Foram consumidas 3 partes desse bolo. Qual a fração que representa a parte consumida?* Nesse caso, o todo é o bolo já dividido em quatro partes iguais que representa o denominador, sendo que três dessas partes foram consumidas, representando numerador, tendo como resposta a fração $\frac{3}{4}$. Observe que para a formalização da fração foi necessário fazer uso da contagem, uma vez que se contou a quantidade de partes iguais do bolo e, em seguida, as quantidades de partes consumidas desse mesmo bolo.

As situações de quociente, de mesmo modo que as anteriores, dizem respeito à quantidades contínuas: *Ana comprou 3 barras de chocolate para dividir entre 4 crianças. Que fração representa o que cada criança ganhará?* É pertinente destacar que nessa situação tem-se uma operação a fazer, dividir três barras de chocolate para quatro crianças e que cada uma das crianças receberia $\frac{3}{4}$ das três barras de chocolate.

As frações também estão presente em situações nas quais elas são tidas como operadores: *Leo tem 24 bolinhas de gude e irá presentear seu amigo com $\frac{3}{4}$ dessa quantidade. Quantas bolinhas Leo dará ao seu amigo?* Situações como essa a quantidade é discreta, uma vez que são operadores de um conjunto de números inteiros. Nessa situação o denominador quatro propõe uma divisão, e o numerador a operação de multiplicação. Ao dividir 24 bolinhas por 4 obtém-se 4 grupos de 6 bolinhas, sendo que esse resultado (6 bolinhas) é multiplicado por 3 grupos, obtendo como resposta 18 bolinhas.

A quarta situação, que é denominada por medida, refere-se tanto à probabilidade de um evento quanto à concentração de água e de suco concentrado, por exemplo. Quanto à situação de probabilidade: *Qual a chance de retirar uma bolinha azul de um saco de 12 bolinhas, sabendo que 3 são brancas e 9 são azuis?* A resolução dessa situação de probabilidade o total de bolinhas é o denominador e a quantidade de bolinhas azuis que há dentro do saco, nesse caso, a resposta é $\frac{9}{12}$ cuja fração equivalente pode ser calculada dividindo o numerador e o denominador por 3, obtendo a fração $\frac{3}{4}$.

Exemplo de situação de medida da mistura de água e de concentrado de laranja poderia ser: *Bia prepara um suco muito bom e a receita é a seguinte: para cada copo de água ela coloca 3 copos de concentrado de laranja. Qual a fração que representa a quantidade de concentrado de laranja no suco?* Cabe salientar que por se tratar de fração é preciso levar em conta o todo, portanto o denominador é 4 copos, pois ele é formado pelo total de quantidade de líquidos, um copo de água com três copos de concentrado de laranja; e que a parte do concentrado de laranja (3 copos). Assim sendo, a fração que representa a quantidade de concentrado de laranja no suco é $\frac{3}{4}$.

Como pode ser observado, embora a resposta correta para cada uma das situações fosse a mesma fração $\frac{3}{4}$, o raciocínio utilizado para a resolução é distinto. Feitas as devidas colocações de Nunes *et al.* (2008) a respeito dos quatro tipos de situações, em particular o significado da fração parte-todo do ponto de vista da Educação Matemática, no que diz respeito ao seu ensino Campos e Rodrigues (2007) pontuam que:

> Em muitos livros didáticos, a ideia de fração é introduzida como uma breve apresentação de uma situação estática em que se define por dupla contagem as partes em que o todo foi dividido e o número de partes tomadas. O traço para representar a fração, o numerador e o denominador surgem como uma convenção, e dessa forma, pode-se chegar à ideia de fração passando ao largo da necessária reflexão sobre a fixação da unidade (Campos & Rodrigues, 2007, p. 89).

O foco desse estudo são as situações de parte-todo, que são estáticas e que a contagem das partes e do todo dá conta de responder, no entanto o mesmo não ocorre nas situações de quociente, de operador ou de medida. O fato de o traço ser uma convenção na sua representação, é comum os estudantes cometerem o equívoco de se referir à fração como se fossem dois números naturais isolados e separados por um traço (Silveira, Souza & Powell, 2024). A esse respeito, Pontes (2022) apresenta uma proposta de ressignificação nas estratégias metodológicas nos problemas de fração afirma que é

> preciso ter lucidez daquilo que é relevante na aprendizagem de frações para um aprendiz que observa a natureza do modelo pela primeira vez. Apresentar uma fração na forma $\frac{a}{b}$ pode ser complexo para um indivíduo que tem suas restrições aos números. A mensagem recebida tem uma forte precisão no momento da interpretação real do modelo: uma coisa é olhar a fração $\frac{2}{3}$. "O que isso representa?" Outra é induzir o aprendiz a tentar conjecturar a possibilidade de relacionar o 2 com o 3, e vice-versa. (Pontes, 2022, p.6).

De fato, no significado parte-todo, os estudantes apresentam dificuldade em conceber a ideia da correlação entre o numerador e o denominador. Os resultados de pesquisa de Magina, Bezerra e Spinillo (2009) argumentam sobre as lacunas na aprendizagem dos alunos que esta introdução do conteúdo de frações provoca. O ensino de fração que utiliza, amplamente, a utilização de diagramas para ilustrar as relações parte-todo e para justificar a notação (o denominador corresponde ao número de partes em que o todo foi dividido e o numerador ao número de partes pintadas) e a linguagem fracionária (um terço, um quinto) tem-se mostrado ineficiente. Além da ênfase do ensino recair na relação parte-todo, esta é mais representada em situações de quantidades contínuas do que em situações de quantidades discretas.

É preciso fazer a conexão com outros conceitos e noções relevantes para a compreensão, contribui assim para o entendimento dos demais significados da fração. Silva e Aquino (2019, p.70) em seus estudos afirmam que com esse ensino limitado as noções de fração enquanto número, medida, quociente e operador multiplicativo "ficam um pouco de lado, isso acarreta num processo bem peculiar, a saber, os alunos não conseguem avançar suas conjecturas, pois ficam presos na concepção de parte-todo".

Nesse contexto de lacunas, Silveira, Souza, Powell (2024) afirmam que existem indícios de que a compreensão de fração por parte de professores precisa ser melhorada, pois há alta probabilidade de que ideias equivocadas sejam reproduzidas em seus ensinamentos. Oliveira, Basniak (2021) destacam que o ensino de frações ao concentrar-se na interpretação parte-todo, fundamentada na contagem do total e das partes tomadas, não é tida como um número racional, mas sim como dois números naturais, geralmente distintos, e um traço que os separa. Segundo essas autoras, esse enfoque é insuficiente para a compreensão do conceito de fração. Faz-se necessário que o estudante experiencie os diversos significados para que possa estabelecer conexões e ampliar a concepção do campo dos números racionais.

Como fora supracitado, a concepção de parte-todo é estática (o todo previamente dividido em partes), bastando a dupla contagem para resolver tais situações, sem necessariamente entender o significado da fração. Nunes e Bryant (1996, p.191) asseveram que "as vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa de frações e ainda não tem. Elas usam os termos fracionais certo; elas falam sobre fração coerentemente; elas resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações inda lhe escapam". Ainda segundo esses autores, somente a percepção poderá não dar conta de responder uma situação de parte-todo, por exemplo numa figura em que uma das partes pintadas corresponde a duas partes não pintadas. Nesse caso, para que o estudante possa ter sucesso ele terá que comparar, analisar e perceber que a maior área pintada, deste exemplo, corresponde ao dobro das outras áreas.

Nessa direção, Campos, Magina, Nunes (2008) afirmam que no Brasil, comumente, situações com o significado parte-todo são as mais utilizadas em sala de aula. Solicita-se ao estudante que ele nomeie a fração contando o número total de partes (denominador) e o total de partes pintadas (numerador). Esse procedimento condiciona o desenvolvimento do raciocínio do estudante por meio da percepção ao invés de proporcionar as relações lógico-matemáticas envolvidas.

3 Metodologia

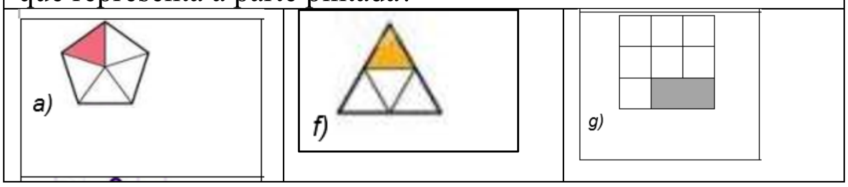
Este estudo faz parte de uma pesquisa de intervenção que é definida por Damiani *et al*. (2013) como um processo que envolve o planejamento e a implementação de mudanças ou inovações, com o objetivo de promover avanços e melhorias nos processos de aprendizagem dos participantes. Dessa forma, trata-se de uma abordagem exploratória, descritiva e de campo, com ênfase em intervenção pedagógica e utilizando uma abordagem qualitativa.

O estudo foi realizado em uma Escola Pública Municipal do Sul do Estado da Bahia e os participantes da pesquisa foram 37 estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental. Os dados analisados neste estudo foram coletados durante um encontro da intervenção pedagógica.

A intervenção pedagógica teve três encontros de duas aulas cada um, sendo que um deles foi trabalhado o significado parte-todo, objeto deste estudo. No primeiro momento a pesquisadora ofereceu a cada um dos estudantes uma folha que continha itens de situações de parte-todo para que eles resolvessem livremente e em dupla. Após a resolução feita pela maioria dos estudantes, a pesquisadora abriu a discussão das respostas que cada dupla havia encontrado. Os três itens, selecionados para serem analisados nesse estudo, estão dispostos na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Itens de parte-todo trabalhados na intervenção

Essas figuras representam uma fração? Se sim, qual é a fração que representa a parte pintada?



Fonte: Dados da pesquisa

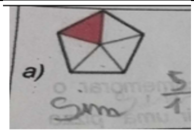
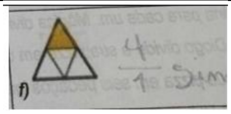
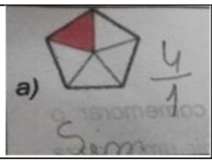
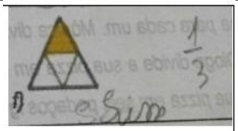
A Figura 1 apresenta os três itens relativos a situações de parte-todo e com representação pictórica. As figuras dos itens (a) e (f) apresentam todas as partes, pintadas e as não pintadas, com a mesma área de forma explícita. No item (a) a parte pintada representa a fração $\frac{1}{5}$; e o item (f) a parte pintada representa a fração $\frac{1}{4}$. Quanto à figura do item (g) tem uma peculiaridade, pois a parte pintada apresenta não apresenta a mesma área de cada uma das partes não pintadas. O tamanho da área da parte pintada é o dobro do tamanho da área de uma parte não pintada e, portanto, sua representação é a fração $\frac{2}{9}$.

A coleta desses dados foi realizada a partir dos registros escritos nas folhas, do diário de campo, assim como a audiogravação dos argumentos feitos pelos estudantes no momento da discussão.

4 Discussão e análise dos dados

A discussão e análise dos dados foi realizada a partir dos registros nos protocolos e as respectivas argumentações feitas pelos estudantes ao apresentar suas respostas. As falas dos estudantes proporcionaram o reconhecimento de alguns de seus raciocínios, em especial nos erros das respostas dos itens (a) e (f). A Figura 2 traz quatro extratos de protocolos registrados pelos estudantes.

Figura 2 – Extratos de protocolos dos itens (a) e (f)

			
Estudante E16	Estudante E16	Estudante E05	Estudante E05
Fração invertida		Parte-parte	

Fonte: Dados de pesquisa

De acordo com os extratos de protocolos da Figura 2, é possível observar dois tipos de respostas incorretas, de fração invertida e de parte-parte. O estudante E16 fez a dupla contagem, quantidade total de partes e quantidade de partes pintada, contudo inverte as posições do numerador e do denominador. Esse resultado pode ser atribuído à forma de introduzir fração nos livros didáticos, apresentando uma situação estática cuja solução é a dupla contagem, sendo que o traço, que representa a fração, o numerador e denominador surgem como uma convenção, sem relacioná-la com um número, uma quantidade (Campos; Rodrigues, 2007).

O estudante E05 também fez dupla contagem, entretanto ele a fez considerando as partes não pintadas e as partes não pintadas e não seguiu um critério, pois no item (a) colocou o número das partes não pintadas no numerador e no item (f) a colocou no denominador. Esse tipo de resposta levanta a hipótese que os estudantes sabem que é preciso fazer a dupla contagem, contudo não se atenta para o total de partes da figura, tendo foco somente nas partes pintadas e não pintadas.

Cabe ressaltar que, ainda que nesses dois itens a resolução por meio do procedimento de dupla contagem esteja correto, este pode estar atrelado tão somente à percepção e ser limitado, não fazendo a relação entre parte e todo relacionando com uma quantidade. De fato, a dupla contagem não foi suficiente para que o estudante acertasse, pois na resposta de fração invertida, é possível inferir que ainda não há entendimento da relação entre o numerador e denominador de uma fração (Oliveira; Basniak, 2021). Na reposta denominada por parte-parte, o estudante despreza o todo envolvido, fazendo a contagem das partes, pintadas e não pintadas, e não as relaciona com o todo. É necessário a intervenção do professor para proporcionar as relações lógico-matemáticas envolvidas no conjunto numérico que está sendo apresentado aos estudantes (Campos; Magina; Nunes, 2008).

Ao apresentar no quadro algumas das respostas dadas pelos estudantes, a pesquisadora deu início à discussão a respeito delas. Para a transcrição foi adotado a letra P para as falas da pesquisadora e E acrescido de um número (que distingue os estudantes) para a fala dos estudantes. Cabe salientar que a transcrição seguiu com as mesmas palavras ditas pelos estudantes, ou seja, não passou por uma correção da língua portuguesa.

P: Vamos ver o que já conseguimos saber sobre frações? Das situações que nós já resolvemos, a fração envolve qual operação? Nós somamos, subtraímos...estamos fazendo o quê?

Cabe relembrar que esse encontro, relativo a situações do significado parte-todo da intervenção pedagógica, foi realizado depois do primeiro deles, cuja abordagem foi situações do significado quociente.

E03: Dividimos, pelo menos o que tava na atividade era que João dividiu seu chocolate.

P: Muito bem, mas não é apenas uma divisão, é dividir em partes iguais que, a depender do contexto, indica e representa essa divisão. Para isso vocês já se familiarizam que usamos números com características diferentes do que estão acostumados.

Estudantes: Sim!!! Os dois números e o traço.

Embora a intervenção tenha sido iniciada com situações do significado quociente e a fala do estudante E03 referir-se à divisão do chocolate, pelo argumento que os estudantes trouxeram, eles reconhecem a fração pela convenção na sua representação, os dois números naturais isolados e separados por um traço (Silveira; Souza; Powell, 2024).

P: E se eu contar para vocês que não são dois números e um e sim um número racional, que vocês vão conhecer melhor no próximo ano? E cada parte desse número racional está relacionado.

E23: Eu sei, o de cima é o numerador e o debaixo o denominador.

P: E o que cada um deles representa?

E07: Depende, as vezes pode ser a parte pintada ou não.

E05: A parte que comeu também, que eu já vi assim.

P: Hum, então vocês estão me dizendo que o numerador é a parte que eu considero, nos exemplos de vocês seria a parte que eu pintei ou que eu comi. E o denominador?

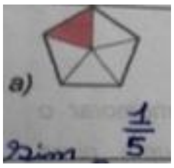
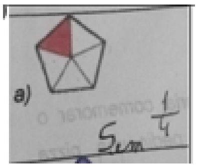
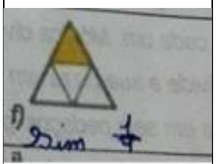
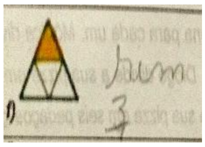
E17: Oxe, esse daí é que a senhora não comeu.

P: E vocês concordam com a fala do colega?

No decorrer dos argumentos dos estudantes, é possível observar que a ideia do numerador e denominador não está bem consolidada. Eles compreendem que o numerador é o número que fica acima do traço e o denominador fica abaixo, contudo a função que cada um exerce ainda apresenta de forma equivocada (Campos; Rodrigues, 2007).

Para finalização e formalização do significado parte-todo nesses dois itens, a pesquisadora propôs a discussão a partir das respostas apresentadas na Figura 3.

Figura 3 – Os quatro extratos de protocolos discutidos para finalização e formalização desses dois itens

			
Estudante E14	Estudante E04	Estudante E14	Estudante E23
1ª Resposta	2ª Resposta	3ª Resposta	4ª Resposta

Fonte: Dados de pesquisa

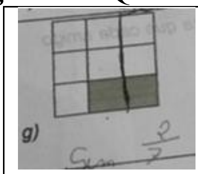
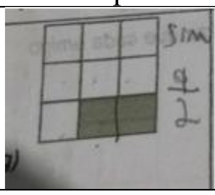
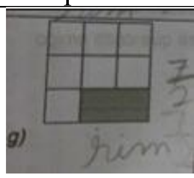
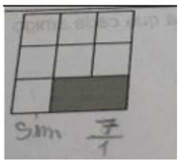
P: Então, temos quatro respostas diferentes, qual será a correta?
E02: Eu respondi igual a segunda resposta, contei as partes pintadas e as que não tão pintadas.
E13: Tá, ali o quadro tem outra também que tá contado assim, só que os números estão trocados.
P: Hum, gostei dessa informação. Vocês concordam que os números estão trocados?
Estudantes: Sim.
E02: Em cima fica o tanto de parte que tá pintado só que embaixo fica a que não tão.
P: A resposta está parcialmente certa.
E18: Ele que não sabe, embaixo fica em quantas partes a figura tá partida ou cortada.
P: Isso, o numerador são as partes que consideramos, do jeito que falamos antes, e o denominador é a quantidade de partes em que a figura está dividida.
E04: Ah, então o número que fica embaixo é o total de partes.
P: Você pode usar esse pensamento, só não esqueça que é o total de partes que foram divididas iguais.

De início o estudante E02 responde que a fração correta é a do extrato de protocolo do E04, representação parte-parte, contando as partes pintadas (numerador) e as partes não pintadas (denominador). O estudante E13 argumenta que tem outra resposta semelhante, referindo ao extrato de protocolo E23, só que está com os números invertidos, partes não pintadas no numerador e parte pintada no denominador. Observe que o E2 continua argumentando que no numerador (em cima) fica a parte que está pintada e, no denominador (embaixo) ficam as partes não pintadas, ou seja, ele utiliza a dupla contagem, mas de forma incorreta, a fração foi representada como parte-parte e não parte-todo.

Ao final, o estudante E18 refere-se à primeira resposta, argumentando de forma coerente para aquela situação, qual é o número que fica no denominador. Observando os registros dos protocolos e as argumentações é possível admitir a ideia de Pontes (2022) ao afirmar que no significado parte-todo os estudantes apresentam dificuldade em interpretar a fração, de conceber a correlação entre o numerador e o denominador.

Isso posto, a discussão passou a ser feita com as respostas dadas pelos estudantes no item (g), cujo intuito foi destacar que é preciso levar em conta a conservação da área das partes das figuras. Isso significa que a divisão da figura em partes pressupõe que todas elas sejam iguais. No caso do item (g) a parte pintada, mesmo que não esteja tracejada, representa duas partes não pintada da figura em questão. Depois de os estudantes terem discutidos em dupla e registrado nas folhas suas respostas, essas foram postas no quadro para que fosse iniciada a discussão com todos da sala.

Figura 4 – Quatro extratos de protocolos com quatro diferentes respostas no item (g)

			
Estudante E20	Estudante E27	Estudante E13	Estudante E19
Conserva a área			Não conserva a área

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com os extratos de protocolos, foram encontrados dois tipos de respostas, aquelas que conservam a área e aquelas que não conservam a área. Ainda que houve resposta que o estudante tenha levado em conta a conservação da área, cabe salientar que nenhuma das respostas registradas nos protocolos estava correta. Entretanto, também é importante destacar que a minoria, três estudantes, observaram que a parte pintada representava duas partes não pintadas (E20; E27; E13). Outro ponto a ser destacado é que a maioria, além de não considerar a conservação da área, a resposta mais comum foi obtida pela estratégia parte-parte.

Ao analisarem as resoluções no quadro os alunos iniciaram pontuando as informações levantadas a priori.

E20: Se liga, algumas pessoas ate dividiram a figura na parte toda pintada.

E07: Foi o que a gente falou, partes iguais.
P: Exato, mesmo que não dê para vermos a marcação, a área deve ser conservada.
E07: Quero vê a professora enganar a gente agora.
E05: Oxe, eu já vou logo fazer a linha da próxima vez.

O estudante E20 admite a divisão da parte pintada, observou que a parte pintada era maior que as demais, entretanto ao fazer a dupla contagem levou em conta tão somente parte-parte, como a maioria, e não parte-todo.

P: Ok, mas vamos prestar atenção nas respostas em que as partes estão com a divisão visível, a relação de numerador e denominador estão certas?
Estudantes: Todas são diferentes.
P: Exato, tem resolução que está considerando a parte pintada e que não está pintada, outras que estão invertidas. O que vocês me dizem? Qual seria a representação certa? Qual será o nosso numerador?
Estudantes: 2, olha lá.
P: Muito bom. E o denominador?
Estudantes: 9. Agora tá fácil.

Ao seguir a discussão, os estudantes observam que além das respostas serem diferentes nenhuma delas está correta. Refazem a dupla contagem para descobrir o numerador e o denominador, agora de forma correta, conservando a área, contando todas as nove partes da figura e as duas partes não pintadas. Esses dados refletem a ideia de Scheffer e Powell (2019) ao afirmarem que o conceito de frações tem um caráter contínuo, evolutivo, experimental e cíclico. A abordagem do conceito de fração é feita ao longo do Ensino Fundamental, sinalizando que o processo de aprendizagem vai sendo construído a partir de argumentação oral para que, posteriormente, seja feita a representação escrita e numérica.

5 Considerações finais

Tendo em vista o objetivo deste estudo, apresentar reflexões sobre o erro na resolução e na argumentação dos estudantes a respeito de fração em situações de parte-todo, foi possível fazer relevantes considerações a partir da análise dos registros nos extratos assim como nas argumentações dos estudantes. O fato de os estudantes utilizarem a dupla contagem, estratégia coerente para situações do significado parte-todo, essa estratégia levou a dois tipos de erro. O primeiro deles, que ficou denominado por parte-parte, não considera o todo envolvido, colocando a quantidade de partes pintadas no numerador e as partes não pintadas no denominador, ou vice-versa. O outro erro apresentado pelos estudantes foi a inversão da fração, eles fizeram a dupla contagem de forma correta, total de partes e partes pintadas, mas na representação da fração inverteram o numerador com o denominador.

As argumentações feitas pelos estudantes permitem trazer alguns elementos que traduzem seus raciocínios ao lidar com situações de parte-todo. Eles reconhecem a fração pela convenção na sua representação, porém por ser uma situação estática, a ideia do numerador e denominador não está bem consolidada, o que eles conseguem externar é que são dois números naturais isolados e separados por um traço. Eles são capazes de admitir que o numerador é o número que fica acima do traço e o denominador aquele que fica abaixo, todavia a função que cada um deles exerce ainda é compreendida de forma equivocada. Os estudantes apresentam dificuldade em conceber a ideia da correlação entre o numerador e o denominador.

De fato, o procedimento de dupla contagem, tendo em vista condicionar o desenvolvimento do raciocínio do estudante somente por meio da percepção, não proporciona fazer as relações lógico-matemáticas envolvidas entre as partes envolvidas. Os resultados encontrados, na figura a qual não estava explícita a conservação de área, apontam para essa lacuna. Isso significa que para representação de uma fração, a divisão da figura pressupõe que seja em partes iguais. Esse dado é importante, porque mesmo que o estudante possa responder de maneira correta uma situação de parte-todo, na qual todas as partes da figura tenham a mesma área, nem sempre leva em conta a conservação de área.

O presente estudo se restringe tão somente para situações do significado parte-todo e a partir de um momento de duas aulas de uma intervenção pedagógica com 37 do 6º Ano do Ensino Fundamental e, portanto, não seria possível generalizar. No entanto, do ponto de vista educacional é possível afirmar que, apesar do procedimento de dupla contagem ser uma estratégia adequada para situações de parte-todo, ele é limitado. Essa limitação ficou explícita na argumentação feita pelos estudantes durante a discussão das respostas durante a intervenção pedagógica.

É fato que essa intervenção pedagógica não foi suficiente para a compreensão do conceito de fração, no entanto foi importante no sentido de direcionar tanto o ensino quanto a aprendizagem. A compreensão do conceito de frações é construída de forma contínua, evolutiva, experimental e cíclica e desse modo que seja explorada ao longo do Ensino Fundamental. Em especial é preciso admitir que o processo de aprendizagem pode ser edificado a partir de diálogos, permitindo ao estudante que argumente oralmente seu raciocínio, pois desse modo é que o professor poderá conduzi-lo a compreensão de um conceito seja qual for, neste caso o conceito de fração.

Isso posto, outros estudos podem ser realizados tanto do ponto de vista da aprendizagem, que levem o estudante a experienciar outras situações de parte-todo assim como situações com as outras diferentes situações de fração, para que possa estabelecer conexões e ampliar a concepção do campo dos números racionais; quanto do ponto de vista do ensino, tendo como foco a formação do professor. Esse último, traria grande contribuição para a área, considerando a amplitude que esse professor alcançaria ao longo de sua jornada.

Referências

CARAÇA, B. J., **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951. Wolter, L.R.; Moraes, J.C.P de**.** Pensamento fracionário parte-todo no 4º ano do Ensino Fundamental: um debate com crianças a partir de seus erros. **Educação Matemática em Revista**, *[S. l.]*, v. 29, n. 83, p. 1–17, 2024. DOI: 10.37001/emr.v29i83.3510. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/3510. Acesso em: 20 fev. 2025.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. A. Rational number concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (eds.), **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press, 91-125, 1983.

BEHR, M., HAREL, G., POST, T. and LESH, R. Rational Number, Ratio and Proportion. In: Grouws, D., Ed., **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Macmillan Publishing, 296-333(1992).

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: [dia, mês e ano de acesso].

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: **Diretoria de Avaliação da Educação Básica** (DAEB), 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2021/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2021_volume_1.pdf. Acesso em: 02 fev.2024

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. A Ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revista Eletrônica Educação Matemática**, 2(4), 68-93, 2007.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 1, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/545. Acesso em: 27 dez. 2024.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F. DE; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, n. 45, p. 57-67, 1 out. 2013.

KIEREN, T. E. The rational number construct: its elements and mechanisms. In: KIEREN, T. E. (ed.) **Recent Research on Number Learning**. Columbus: Eric/Smeac, 1980. p. 125-150.

MAGINA, S; BEZERRA, F. B; SPINILLO, A. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino**. RBEP**, 90, 225, p. 411- 43, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

NUNES, T. *et al*. The effect of situations on children's understanding of fractions. **British Society for Research on the Learning of Mathematics**. Oxford, jun. 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; BELL, D.; EVANS, D.; WADE, J. Children's understanding of fractions. **Contrapontos**, Itajaí, v. 8, n. 3, p. 509-517, 2008.
NUNES, T.N.; CAMPOS, T.M.M.; MAGINA, S.M.P.; BRYANT, P. **Educação Matemática:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009.

OHLSSON, S. Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston (VA): National Council of Mathematics Teachers, 53-92, 1988.

OLIVEIRA, V. S.D. de, & BASNIAK, M. I. Frações e suas múltiplas interpretações: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem. **Revista De História Da Educação Matemática**, *7*, 1–20, 2021.

PONTES, E. A. S. Os aspectos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de números fracionários na educação básica: uma ressignificação na estratégia metodológica nos problemas com frações. **Revista de Educação Matemática**, 19, nº1, 2022. https://doi.org/10.37001/remat25269062v19id711

SCHEFFER, N.F.; POWELL, A.B. Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). **Revemop**, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 476-503, set./dez. 2019. file:///Users/veraluciamerlini/Downloads/1977-Texto%20do%20artigo-4389-6-10-20201029%20(2).pdf

SILVA, L. T. S; AQUINO, V. de J. L. Fração também é número? **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, 4(1), 68–81, 2019. https://doi.org/10.34179/revisem.v4i1.9882

SILVA, A. da F. G.; SERRAZINA, M. de L.; CAMPOS, T. M. M. Formação Continuada de Professores que Lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, *28*(50), 1505–1524, 2014. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a24

SILVEIRA, E.; SOUZA, M. A. V. F. de; POWELL, A. B. Estudo de Frações: superficialidades, parcialidades ou equívocos. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, 38, 2024.