

O Ensino dos Números e das Operações: implicações para a prática docente

Thiago Samuel de Pinho Cordeiro¹
Dr.^a Sandra Regina D' Antonio Verrengia²

Resumo: A reflexão a respeito do ensino dos números e das operações fundamentais nos leva a estabelecer relações entre o que fazemos e o que pode ser feito, entre a alfabetização e a numeralização/letramento matemático, isto é, redefinindo a própria relação professor-aluno-conhecimento. Aspectos que nos levam a refletir sobre os desafios inerentes ao processo de ensino e aprendizagem dos números e das operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, esse trabalho tem como objetivo levantar o que apontam as pesquisas e diretrizes curriculares a respeito do assunto e discutir situações de sala de aula à luz desses estudos, bem como verificar quais são as possibilidades apontadas por educadores, de modo a trazer contributos a respeito do processo de ensino e aprendizagem dos números e das operações. Essa pesquisa, de natureza qualitativa e cunho exploratório, tem como proposta metodológica um levantamento bibliográfico relativo ao tema em questão, assim como a utilização dos princípios da pesquisa-ação. Com base nos dados coletados, concluímos que o ensino de procedimentos algorítmicos, realizado de forma mecânica, sem a devida contextualização e compreensão, não corrobora a flexibilidade de pensamento, a análise dos erros, a percepção de diferentes estratégias de cálculo e, por consequência, nem sequer o entendimento de conceitos matemáticos importantes pelas crianças nessa e nas demais etapas de escolarização. Esperamos que esse trabalho abra caminho para que outras pesquisas a respeito dessa temática ocorram, qualificando, assim, as discussões em andamento.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Obstáculos epistemológicos. Numeralização. Letramento.

Teaching Numbers and Operations: implications for teaching practice

Abstract: Reflection on the teaching numbers and fundamental operations leads us to establish relationships between what we do and what can be done, between literacy and numeracy/mathematical literacy, that is, in the teacher-student-knowledge relationship. These aspects lead us to reflect on the challenges inherent in the process of teaching and learning numbers and operations in the early years of elementary school. In this sense, this study aims to survey what research and curriculum guidelines point out on the subject, discuss classroom situations in light of these studies, and verify the possibilities pointed out by educators in order to contribute to the process of teaching and learning numbers and operations. This qualitative and exploratory research has as its methodological proposal a bibliographic survey on the subject in question, as well as the use of action research principles. Based on the data collected, we concluded that teaching algorithmic procedures mechanically, without proper contextualization and understanding, does not promote flexible thinking, error analysis, perception of different calculation strategies, and, consequently, does not promote the comprehension of important mathematical concepts by children at this and other stages of schooling. We hope that this work will pave the way for further research on this topic, thereby informing ongoing discussions.

Keywords: Teaching Mathematics. Epistemological obstacles. Numeralization. Literacy.

¹ Licenciado em Matemática. Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, PR, Brasil. Mestrando em Educação. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, Brasil. E-mail: pg405897@uem.br. Orcid: <https://orcid.org/0009-0004-6223-3421>

² Doutora em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, PR, Brasil. Doutora em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, Brasil. E-mail: srdantonio@uem.br. Orcid.: <https://orcid.org/0000-0002-9999-9971>.

Enseñanza de Números y Operaciones: implicaciones para la práctica docente

Resumen: La reflexión sobre la enseñanza de los números y las operaciones fundamentales nos lleva a establecer relaciones entre lo que hacemos y lo que se puede hacer, entre la alfabetización y la numeración/alfabetización matemática, es decir, en la relación profesor-alumno-conocimiento. Aspectos que nos llevan a reflexionar sobre los desafíos inherentes al proceso de enseñanza y aprendizaje de los números y las operaciones en los primeros años de la educación primaria. En este sentido, este trabajo tiene como objetivo recopilar lo que indican las investigaciones y las directrices curriculares sobre el tema, discutir situaciones del aula a la luz de estos estudios, así como verificar cuáles son las posibilidades señaladas por los educadores para aportar contribuciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números y las operaciones. Esta investigación, de naturaleza cualitativa y carácter exploratorio, tiene como propuesta metodológica una revisión bibliográfica sobre el tema en cuestión, así como la utilización de los principios de la investigación-acción. A partir de la investigación, llegamos a la conclusión de que la enseñanza de procedimientos algorítmicos realizada de forma mecánica, sin la debida contextualización y comprensión, no favorece la flexibilidad de pensamiento, el análisis de errores, la percepción de diferentes estrategias de cálculo y, en consecuencia, la comprensión de conceptos matemáticos importantes por parte de los niños en esta y otras etapas de la escolarización. Esperamos que este trabajo abra el camino para que se realicen otras investigaciones sobre este tema, lo que enriquecerá los debates en curso.

Palabras clave: Enseñanza de Matemáticas. Obstáculos epistemológicos. Numeralización. Alfabetización.

1 Introdução

Os números e as operações são indispensáveis para a leitura, identificação e compreensão de situações presentes em nosso dia a dia. Dessa forma, compreender aspectos inerentes a esse campo da matemática torna-se indispensável para melhor vivermos em sociedade.

Compreender o número e, conseqüentemente, o que ocorre com as quatro operações fundamentais, no entanto, vai além da alfabetização matemática nos levando à ideia de numeralização/letramento, isto é, em conhecer os sistemas matemáticos de representação, entendendo sua lógica, propriedades e invariantes de modo a relacionar tal conhecimento às situações nas quais podem ser usados, transformando essas representações em ferramentas de pensamento (NUNES e BRYANT, 1997). Tal ideia é corroborada por Gómez-Granell (2003, p. 24) que aponta que letrado é aquele que: “[...] se apropriou suficientemente da leitura e escrita matemática conseguindo associar a linguagem e os símbolos matemáticos às situações reais tornando-os úteis para, entre outras coisas, resolver problemas”.

No ambiente escolar a compreensão dos números e das operações, muitas vezes, se

restringe ao campo da alfabetização matemática³ sendo feito de forma mecânica, sem reflexão, com o uso de regras e procedimentos de cálculo (algoritmo) que são, na maioria das vezes, memorizados, mas não necessariamente compreendidos pelos estudantes.

Essa falta de compreensão e entendimento a respeito dos números e das operações se torna visível nos anos finais do Ensino Fundamental, em situações nas quais solicitamos aos alunos que nos expliquem *como* fizeram e *porque* os resultados são válidos. As justificativas dos estudantes recaem, na maioria das vezes, sobre o professor ou sobre o procedimento sendo demarcada por falas como: “porque aprendi assim”, “foi assim que o professor ensinou” ou “o resultado é esse pois multipliquei por cinco”, “somei unidade com unidade, dezena com dezena e centena com centena”.

Ao nos depararmos com tais situações, passamos a refletir a respeito *do que e de como* fazer para que esses estudantes consigam argumentar/ancorar suas explicações em conceitos matemáticos relevantes que impactam inclusive na forma como lidam com os problemas de seu dia a dia, isto é, que se tornem numeralizados/letrados, ou seja, *como* e *quais* situações de ensino podemos propor para que esses estudantes atribuam sentido e significado a esses conhecimentos, provocando, assim, seu entendimento e compreensão.

Entendemos que a construção histórica do conceito de número em sua amplitude nos levou à sistematização e à abstração de muitos outros conhecimentos matemáticos e que a forma como o ensino dos números e das operações é compreendida e apontada em diretrizes curriculares e livros didáticos ao longo dos anos podem tanto ilustrar um possível caminho a ser adotado pedagogicamente, quanto revelar o grau de complexidade a respeito do assunto.

Para pensar a respeito disso, levantamos o seguinte questionamento: Quais são os desafios inerentes ao processo de ensino e aprendizagem dos números e das operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Nosso objetivo com tal questionamento é o de levantar o que apontam as pesquisas e as diretrizes curriculares; discutir situações de sala de aula à luz desses estudos, bem como verificar quais são as possibilidades apontadas por educadores de modo a trazer contributos a respeito do processo de ensino e aprendizagem dos números e operações.

Essa pesquisa, de natureza qualitativa e cunho exploratório, tem como proposta metodológica um levantamento bibliográfico a respeito do tema em questão, assim como a utilização de princípios da pesquisa-ação, com vistas, a partir de situações observadas na prática

³ Entendida aqui como a habilidade de codificar os símbolos e códigos matemáticos representando-os de forma escrita (escrever) e de decodificar os símbolos e códigos matemáticos de forma oral (ler).

docente dos pesquisadores, a trazer elementos a mais para a discussão.

Esperamos com esse trabalho abrir caminho para que pesquisas a respeito de abordagens pedagógicas mais eficientes voltadas para uma compreensão mais rica e integrada desses conceitos matemáticos essenciais ao desenvolvimento do pensamento lógico das crianças e para sua leitura de mundo ocorram.

2 Procedimentos metodológicos

Antes de detalharmos os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa, faz-se necessário compreender que tais procedimentos científicos são necessários para solucionar, responder ou aprofundar o estudo de um fenômeno. Bastos e Keller (1995, p. 53) definem pesquisa científica como: “[...] uma investigação metódica acerca de um determinado assunto com o objetivo de esclarecer aspectos em estudo”.

A pesquisa científica apresenta vários métodos, dentre os quais podemos citar a pesquisa qualitativa de cunho exploratório. Pesquisa qualitativa compreendida aqui como aquela que:

[...] trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, correspondendo ao espaço mais profundo das relações e processos. Traz por vantagem ser um estudo eficaz com nuances da vida e comportamento humano social através de um tempo determinado, elenca a possibilidade de explorar uma conjuntura que interfere ou se deixa interferir na compreensão do mundo social em que se está inserido (Minayo, 2001, p. 21).

Já a pesquisa de cunho exploratório caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa que visa a compreender e explorar um fenômeno ou questão de interesse tendo como objetivo familiarizar-se com um assunto pouco conhecido ou explorado. É geralmente realizada com o objetivo de se obter uma compreensão inicial e mais ampla do assunto, podendo envolver a revisão da literatura, entrevistas, observações e outros métodos qualitativos de coleta de dados.

Visando ao aprofundamento de nossa questão de estudo, buscamos na literatura, nos documentos curriculares e em pesquisas acadêmicas referenciais teóricos que nos ajudassem a refletir sobre as práticas vivenciadas em sala de aula a respeito dos números e das operações de modo a, de forma crítica, pensar a respeito de nosso papel enquanto educadores.

Os dados trazidos nesta pesquisa foram recolhidos em nossa prática docente, a partir de perguntas abertas e fechadas que tinham como propósito perceber o que os alunos compreendiam a respeito do tema para, partindo dessas informações, elaboramos nossa

proposta didática, isto é, as informações aqui descritas são fruto de nossa rotina diária como professores, experiências vivenciadas no contexto da Educação Básica e da Universidade. Para melhor observação desses dados, nos valem os estudos de Brousseau (1998) e Grando (1995) em relação aos obstáculos didáticos no ensino de matemática, por considerarmos que nos ajudará a compreender de forma ampla e crítica as informações obtidas.

3 O ensino dos números e das operações: o que há e o que se espera

Pensar a respeito do ensino dos números e das operações fundamentais, envolve a reflexão sobre o papel, considerado fundamental, que esses conceitos tiveram ao longo da história, além de sua presença e influência no contexto atual repleto de informações e tecnologia. Envolve também, o estabelecimento de conexões entre a prática docente e o processo de ensino e aprendizagem, isto é, na relação que professor e alunos constroem no ambiente escolar com vistas a melhor compreender esses conceitos.

Para discutir tais questões, faz-se necessário pensar a respeito *do que, de como e porque* ensinamos sobre os números e as operações, implica em refletir sobre a origem desses conhecimentos, as concepções que temos a esse respeito, como também o que compreendemos a respeito dos processos de alfabetização, numeralização e letramento matemático.

O Sistema de Numeração Decimal (SND), como hoje conhecemos, não se constitui da noite para o dia, tampouco surgiu como uma ideia espontânea de um grande matemático que resolveu refletir sobre o tema. É uma construção histórica, fruto da necessidade humana, social e política da época em se buscar formas mais rápidas e ágeis para representar e operar com grandes quantidades.

Para Centurión (1994, p. 21–32), “[...] a palavra decimal tem sua origem na palavra latina “*decem*”, que significa “dez”, “agrupamentos realizados de dez em dez, provavelmente pela prática que o ser humano tinha de usar os dez dedos das mãos para realizar contagens”. Ainda de acordo com a autora, para compreendermos o SND precisamos voltar na história e perceber como os diferentes povos representavam os números, haja vista que: “[...] isso facilita a compreensão do nosso sistema atual, com seus cálculos e propriedades”.

Mas, será que em sala de aula possibilitamos essa reflexão? Será que, realmente, permitimos que os alunos possam também perceber que a necessidade humana nos levou a constituir e consolidar um SND que nos ajuda a melhor viver em sociedade ou apenas apresentamos seus símbolos e solicitamos aos alunos que os utilizem para representar

quantidades?

Arelada a essa questão está a visão que temos a respeito do ensino de matemática, especialmente, para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Se pensamos que aprender sobre os números é apenas saber escrever símbolos e relacioná-los a quantidades, ou que para compreender o SND consiste tão somente em identificarmos a posição que um algarismo ocupa nesse número, ainda que consideremos que estas informações relevantes para a compreensão dos algoritmos, estamos, na prática, minimizando o processo de alfabetização e numeracia matemática e, conseqüentemente, mantendo-nos distantes da perspectiva do letramento matemático.

Para tentar melhor compreender a alfabetização matemática, temos de fincar raízes no processo de alfabetização da língua materna, de modo a, partindo desse entendimento, dimensionar o processo de alfabetização em matemática. De acordo com Soares (2008, p. 15–16) “[...] alfabetizar significa adquirir a habilidade de codificar a língua oral em língua escrita (escrever) e de decodificar a língua escrita em oral (ler)”.

Indo mais a fundo nos estudos da psicogênese da língua escrita trazidos por Ferreiro e Teberosky (2002), vemos que alfabetizar vai além de reproduzir códigos, codificando-os e decodificando-os, perpassa o entendimento do processo da leitura e da escrita, o levantamento de hipóteses sobre os modelos já existentes para a construção desses novos modelos (de forma ativa) pelo sujeito. Logo, pensar a alfabetização matemática implica em ultrapassar a simples codificação e decodificação de símbolos matemáticos, caracterizando-se como um processo de compreensão da simbologia e dos códigos, o levantamento de premissas sobre tal estrutura e a aprendizagem dessa simbologia considerando-se os saberes dos sujeitos e suas vivências.

Conforme Danyluk (1998, p. 119),

[...] a alfabetização matemática é o trabalho que leva à compreensão dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tido como essenciais para o domínio da matemática. A relevância desses conteúdos deve surgir de um estudo realizado na cultura onde a escola está. É preciso considerar o saber das pessoas como parte da raiz do pensamento matemático da comunidade onde essa pessoa vive, bem como é necessário levar em conta a matemática entendida, como um corpo de conhecimento científico construído pela humanidade e relevante para essa cultura.

Assim, “[...] ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica” (DANYLUK, 1998 p. 58). Nesse sentido, não é possível escrever uma sentença matemática sem dominar

minimamente suas convenções e compreender seu significado. Para Nunes e Bryant (1997) o domínio de algumas dessas convenções, pode até, em alguns casos partir da experiência do aluno em seu cotidiano, no entanto, a compreensão de seu significado se dará apenas na escola.

Nunes e Bryant (1997, p. 18–19) defendem que o ensino e a aprendizagem de matemática nos anos iniciais ocorram de tal modo que “[...] torne todas as crianças numeralizadas no mundo de hoje (e até mesmo no de amanhã) [...]”. No entanto, ser numeralizado não é a mesma coisa que saber apenas calcular, inclui também “[...] ser capaz de pensar sobre e discutir relações numéricas e espaciais utilizando as convenções da nossa própria cultura.”

Ser numeralizado, então, nos remete a indivíduos capazes de pensar com autonomia, resolver as situações problemas que lhe são propostas no contexto escolar ou que surgem no cotidiano, utilizar, com compreensão, as convenções e os sistemas matemáticos, entendendo sua lógica, estrutura e invariantes, e tomar decisões adequadas, refletindo de forma plausível a respeito dos resultados encontrados, de modo a validar seu pensamento. Enfim, estar numeralizado não se reduz a replicar procedimentos, mas a criar ferramentas de pensamento, estratégias e técnicas que sejam úteis para compreender e solucionar problemas (Nunes e Bryant, 1997).

No que diz respeito ao letramento matemático o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) ressalta que o letramento pode ser caracterizado como:

[...] à capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo moderno, de tal forma a fazer julgamentos bem-embasados e a utilizar e envolver-se com a Matemática, com o objetivo de atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo.[...] o letramento matemático, portanto, não se limita ao conhecimento da terminologia, dos dados e dos procedimentos matemáticos, ainda que os inclua, nem tampouco se limita às destrezas para realizar certas operações e cumprir com certos métodos. As competências matemáticas implicam na combinação desses elementos para satisfazer as necessidades da vida real dos indivíduos na sociedade (PISA, 2010, p. 1).

Não cabe à escola, portanto, apenas alfabetizar, mas sim buscar esse processo com vistas à numeralização e ao letramento matemático, de tal modo que os conhecimentos adquiridos pelos estudantes ultrapassem seus muros, tornando-se ferramentas de compreensão e leitura de mundo.

Mas romper as barreiras da alfabetização com vistas à perspectiva da numeralização e

do letramento matemático exige uma reflexão a respeito do que de fato temos feito e onde queremos chegar, isto é, quais caminhos temos tomado e o quão pertinentes ou não estão sendo. Dito de outra maneira, temos de refletir se o modo como temos ensinado os números e as operações de fato tem contribuído para uma sociedade mais numeralizada e letrada.

Dados do PISA (2022 *apud* INEP 2023) apontam que o desempenho médio dos estudantes em matemática mantém-se praticamente o mesmo desde 2018, mostram ainda que apenas 23% destes estudantes atingiram o Nível 2⁴ - padrão mínimo considerado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para que os estudantes possam exercer sua cidadania e apenas 1% tiveram bom desempenho em matemática atingindo os níveis 5 ou 6. Esses dados apontam que o trabalho com a alfabetização, a numeralização e o letramento matemático precisa ser revisto, isto é, faz-se necessária a reflexão a respeito do que, de fato, temos preconizado no ensino.

4 Conhecendo os números e compreendendo as operações

Não há dúvidas de que os números fazem parte de nosso cotidiano e que reforçam, positivamente ou não, as relações existentes entre os indivíduos. Afinal, como afirma Bentley (2009, p. 9),

[...] vivemos em números, falamos em números e assistimos a números para nos entreter. Números governam nossas vidas, nos acordam, nos dizem aonde ir, como chegar lá e quando partir. Números são juízes de tudo, avaliam e comparam com completa autoridade e desapaixonadamente.

Pensando nas relações matemáticas que, histórica e socialmente, se constituem a partir da criação dos números e de sua presença em nosso cotidiano, precisamos refletir a respeito de como esses conceitos são trabalhados em sala de forma a contribuir com a perspectiva da numeralização e do letramento matemático.

Saber lidar com os números, compreendendo seus sentidos e significados, vai muito além de recitá-los. A compreensão a respeito dos números inicia-se com a contagem, com a percepção das relações matemáticas existentes entre os elementos de um conjunto, com a

⁴ PISA - Nível 1: os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.

necessidade de nomeá-los, isto é, distingui-los dos demais, com a percepção de que os números podem também ser usados de formas diferentes e, em diferentes contextos e, que dependendo do lugar onde estão sendo empregados, não podemos deles nos valer para estabelecer relações matemáticas de comparação, medida, média etc.

Desta feita, ao começar a lidar com os números, a criança precisa desenvolver habilidade de ordens cognitiva, motora e linguística, indo muito além da mera recitação numérica ou da identificação visual de um número perante a apresentação de imagens (figuras de objetos). A contagem traz então elementos importantes para o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático, permitindo que a criança se utilize dos conhecimentos sociais e físicos que possui, uma vez que o ato de contar é complexo e exige o estabelecimento de relações importantes e flexíveis entre ideias e habilidades de caráter numérico-cognitivas guiadas pelo conhecimento inato dos princípios da contagem. Esses princípios são:

1) Princípio da correspondência de um-para-um: crianças sabem que cada objeto pode ser contado somente uma vez. 2) Princípio da ordem estável: os numerais devem ser usados em uma ordem fixa e estável. 3) Princípio da cardinalidade: o último numeral falado significa a quantidade de objetos presentes no conjunto contado. 4) Princípio da irrelevância da ordem de contagem: os objetos podem ser contados da direita para esquerda, da esquerda para a direita, de cima para baixo, de baixo para cima, do meio para a esquerda, ou do meio para direita; enfim, de qualquer jeito sem que isso altere o resultado da contagem. 5) Princípio da generalização: os mesmos princípios são usados para contar qualquer conjunto, seja este composto de objetos, ações ou sons (Barbosa, 2007, p. 186).

Para Piaget (1975), ao observarmos como as crianças organizam espacialmente os conjuntos, estimulando-as a contar, comparar quantidades, observar semelhanças e diferenças, ordenar elementos — ou seja, a pensar a respeito das experiências que realizam com os objetos — estamos corroborando para que construam os princípios de cardinalidade, ordinalidade, reversibilidade⁵ e transitividade⁶: fundamentais para a compreensão do sentido do número.

A propósito, o sentido do número é definido por Piaget e Szeminska (1981) como uma elaboração gradual que envolve inclusões, relações assimétricas e sucessão, implicando em operações de classificação e seriação, sendo composto pelos conhecimentos: social, físico e lógico-matemático. O que leva à necessidade de verificar como as crianças observam e

⁵ Capacidade de fazer o movimento inverso, voltando ao ponto de partida.

⁶ Capacidade de transferir informações, dentro de uma relação de ordem.

organizam, espacialmente, os conjuntos, e, do mesmo modo, estimulá-las a contar para que comparem as quantidades e comecem a construir as relações lógico-matemáticas.

De acordo com Cebola (2002), o entendimento que cada indivíduo possui acerca dos números e das operações abrange não apenas sua habilidade, como também a flexibilidade de criar e utilizar diferentes estratégias que envolvam esses conceitos como forma de comunicar, processar, interpretar informações e resolver problemas.

A referida ideia é corroborada por Corso e Dornelles (2010), que denotam esse conceito como à facilidade e à flexibilidade das crianças em lidarem com os números, incluindo a compreensão de seu significado e das ideias relacionadas a eles.

Desta sorte, o domínio do sentido do número pressupõe o alcance abrangente de inúmeros processos, que vão desde “a compreensão do significado dos números até o desenvolvimento de estratégias sofisticadas para a resolução de problemas matemáticos, em seus diversos níveis de complexidade, indo de abstrações simples a operações numéricas mais elaboradas”. Esse domínio envolve também “o reconhecimento de erros relacionados aos números, além do uso efetivo de métodos quantitativos que possam comunicar, processar e interpretar as mais diversas informações” (Berch, 2005 *apud* Assis *et al.*, 2020, p. 3–4).

[...] é uma forma de interagir com os números, com seus vários usos e interpretações, possibilitando ao indivíduo lidar com as situações diárias que incluem quantificações e o desenvolvimento de estratégias eficientes (incluindo cálculo mental e estimativa) para lidar com problemas numéricos (Corso e Dorneles, 2010, p. 300).

Para Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), a constituição de sentido do número abarca duas características: a primeira é a que se refere a algo que não se aprende da noite para o dia, de uma vez por todas ou num determinado ano escolar, sendo compreendida ao longo do tempo; a segunda está relacionada a seu caráter global incluindo conhecimentos a respeito dos números e das operações e sobre o seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos e na resolução de problemas.

McIntosh *et al.* (1992) apresentam um conjunto de ideias e processos que permitem evidenciar os componentes do sentido do número. Este modelo está dividido em três grandes blocos, cada um com vários pontos específicos.

Quadro 1 - Componentes do sentido do número

| | |
|--|--|
| 1. Conhecimento e destreza com os números | Sentido da regularidade dos números: Compreender o sistema de numeração hindu-árabe, percebendo como este sistema posicional está organizado. |
| | Múltiplas representações dos números: Reconhecer que o número pode apresentar várias formas e ser pensado e manipulado de diferentes maneiras, consoante a situação em causa. |
| | Sentido das grandezas relativa e absoluta dos números: Reconhecer o valor relativo de um número ou de uma quantidade relativamente a outro número ou quantidade (dimensão de grandeza). |
| | Sistemas de referência: Utilizar referências para avaliar uma resposta ou arredondar um número, de modo a facilitar o cálculo mental. |
| 2. Conhecimento e destreza com as operações | Compreensão do efeito das operações: A plena conceptualização de uma operação implica compreender o seu efeito com diferentes números, incluindo inteiros e não inteiros. |
| | Compreensão das propriedades matemáticas: Aplicar intuitivamente as propriedades das operações aritméticas em processos de cálculo inventados. |
| | Compreensão da relação entre as operações: Identificar e utilizar conexões entre as várias operações e, em particular, entre uma operação e a sua inversa, obtendo assim, diferentes formas de pensar e resolver os problemas. |
| 3. Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações, em situações de cálculo | Compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários. |
| | Consciencialização da existência de múltiplas estratégias. |
| | Ter consciência de que, num determinado momento, algumas estratégias ou algumas ferramentas de cálculo são mais eficientes do que outras. |
| | Sensibilidade para rever os dados e o resultado: examinar a solução obtida à luz do problema original, para determinar se a resposta “faz sentido”. |

Fonte: McIntosh *et al.* (1992, p. 4, tradução nossa).

Assim, quando falamos acerca do sentido do número, nos referimos à capacidade da criança de obter decisões inteligentes baseadas numa clara compreensão a respeito dos números e das relações matemáticas que com eles estabelecem, assim como a consciência de que contexto(s) essas relações se fazem importantes. Em outras palavras, ao falarmos a respeito do sentido do número, estamos nos referindo ao quão alfabetizada e numeralizada está essa criança, a ponto de valer-se de sua compreensão a respeito dos números para comparar simples magnitudes, estimar resultados, examinar soluções, resolver problemas do dia a dia desenvolvendo estratégias próprias, percebendo as interconexões entre as diferentes operações,

reconhecendo erros numéricos, comunicar, processar e interpretar informações diversas de forma coerente, etc.

Dessa forma, pensar sobre o ensino das operações fundamentais nos leva a refletir sobre o quão constituído ou não está o senso numérico dos alunos, isto é, o quão lidam com os números de maneira autônoma e flexível, enxergando assim, o processo algoritmo com facilidade e fluidez sabendo justificar o que faz.

5 Os obstáculos em relação aos algoritmos e as estratégias de cálculo apontadas na BNCC ⁷

O conceito de *obstáculo didático* é proveniente de estudos no campo da Didática da Matemática iniciados por Brousseau (1998). Estes obstáculos resultam de ações docentes ou do sistema de ensino, em que fatores como: planejamentos ineficientes, conhecimentos mal elaborados tendem a dificultar as aprendizagens do estudante. “Os obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou projeto do sistema educacional” (Brousseau, 1998, p. 8).

O obstáculo didático está relacionado, então, à forma como o conteúdo é ensinado, sendo, portanto, possível, que o aluno entenda de forma equivocada algum conceito que o professor deseja ensinar. Para Almouloud (2007, p. 142) esses obstáculos na maioria das vezes são “inevitáveis e inerentes à necessidade da transposição didática”. Embora, segundo o autor, o seu reconhecimento possibilita ao professor a reestruturação ou retomada de um determinado conceito de modo a clarificar e contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Podemos então nos perguntar de que forma os obstáculos didáticos articulam-se com a alfabetização e a numeralização matemática, isto é, com o desenvolvimento do sentido do número e, conseqüentemente, com a aprendizagem das operações. De acordo com Grando (1995, p. 111–112) no estudo de operações matemáticas, “é possível identificar dificuldades tanto em nível conceitual como em nível algoritmo”. Operações usadas de forma abstrata sem vinculação com a realidade tendem, portanto, a perder o significado para o aluno, da mesma maneira como a falta de compreensão a respeito dos conceitos dificulta a aprendizagem.

Para a autora “[...] regras simplificadas, utilizadas como estratégias para as operações com números naturais, frações e decimais são inadequadas e constituem-se obstáculos para a aprendizagem dos próprios algoritmos”. De forma análoga o uso de terminologias ou

⁷ Base Nacional Comum Curricular

expressões inadequadas especificamente quando nos referimos às operações aritméticas podem trazer problemas de compreensão e entendimento aos estudantes.

Segundo Grando (1995), a ideia do “vai um” e “empresta um” para as operações de adição e subtração, o fato de o aluno “decorar a tabuada” sem compreender a operação e o papel de cada fator na multiplicação ou a não percepção da ideia de “distribuição” e “repartição” em partes iguais na divisão, são exemplos de obstáculos didáticos de origem metodológica que precisam ser superados para que haja a aprendizagem, pois caso isso não ocorra, os alunos terão também dificuldade em lidar com as operações envolvendo os números fracionários e decimais.

Em tais situações, podemos notar a emergência de obstáculos didáticos que se fazem presentes, sendo estes decorrentes da maneira com que o professor fundamenta sua explicação ou na mecanização dos procedimentos algorítmicos. Para Bellini e Ruiz (1998), quando o professor ensina com regras que descaracterizam a Matemática, torna os conceitos, para os alunos, um misto de horror e hermetismo, fazendo com que eles a avaliem como difícil e incompreensível.

Verrengia e Pavanello (2022) ressaltam que um ensino de matemática centrado na figura do professor — que define um conceito, exemplifica e, na sequência, passa exercícios para que os estudantes resolvam —, reduz a compreensão a simples habilidade de saber utilizar, de maneira conveniente, técnicas operatórias, sem promover a construção efetiva do conhecimento.

Com efeito, se queremos que os alunos aprimorem seu senso numérico e, em consequência, aprendam os procedimentos de cálculo algoritmo, precisamos, enquanto professores, identificar quais conhecimentos explícitos os alunos possuem e quais usam corretamente, mas não conseguem explicitar. Da mesma forma, convém proporcionar situações nas quais tenham de pensar a respeito da magnitude de um número, estimando e propondo diferentes estratégias de cálculo de forma autônoma. Isso implica pensar o papel do professor como aquele que incentiva e não como o que dita as regras, visto que “os conhecimentos são um bem cultural comum, cuja prática só pode ser aprendida pelos alunos com um trabalho conjunto” (Brousseau, 2008, p. 115).

Se olharmos para a proposta curricular vigente, apesar das ressalvas de esse documento ser pensado segundo uma visão empresarial, podemos perceber que, para o ensino dos números nos anos iniciais, ela é abrangente, apontando a necessidade de um trabalho de construção do sentido do número para, assim, levar os alunos à compreensão dos procedimentos algorítmicos.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), em relação ao trabalho com os números nos anos iniciais do Ensino Fundamental I, “[...] espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras” (p. 268). Em vista disso, a proposta curricular reforça a importância de um ensino que promova, de um lado, o raciocínio lógico e, de outro, a autonomia intelectual dos estudantes.

Na unidade temática “números”, a BNCC (Brasil, 2018) propõe objetos de conhecimento e habilidades que os alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental precisam alcançar, de modo que consigam argumentar e justificar os procedimentos escolhidos, bem como que avaliem, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados na resolução de forma qualificada e plausível. Ainda, de acordo com esse documento, “espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras” (Brasil, 2018, p. 268). Dessa forma, percebe-se uma perspectiva formativa que valoriza a construção do pensamento matemático em detrimento da mera e simples reprodução de respostas.

De acordo com o documento, fica evidenciada a necessidade do trabalho com os diversos procedimentos de cálculo envolvendo a comparação, estimativa, desenvolvimento de estratégias próprias de pensamento, cálculo aproximado, exato, cálculo mental e algoritmos. Nesse sentido, o trabalho com os números pressupõe o desenvolvimento da numeracia matemática e não a simples memorização de procedimentos, haja vista que, a palavra algoritmo começa a aparecer na BNCC (Brasil, 2018) somente a partir do 4º ano, deixando claro que é importante que as crianças aprendam diferentes procedimentos de cálculo sendo o algoritmo um deles. Com isso, a BNCC orienta o fazer docente um processo de ensino que privilegia a compreensão conceitual e o uso flexível dos conhecimentos matemáticos no cotidiano.

Considerando, portanto, aquilo que a BNCC propõe em relação ao desenvolvimento da compreensão numérica e do raciocínio matemático, o Quadro 2, disponível a seguir, apresenta as habilidades específicas previstas para os anos iniciais do Ensino Fundamental no eixo “Números e Operações”, permitindo visualizar, de forma sistematizada, as expectativas de aprendizagem.

Quadro 2 -Habilidades BNCC Anos Iniciais Ensino Fundamental: Números e Operações

| 1º ano | 2º ano | 3º ano | 4º ano | 5º ano |
|--|--|--|--|---|
| <p>(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”.</p> <p>(EF01MA05) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.</p> <p>(EF01MA07) Compor e decompor números de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento d e estratégias de cálculo.</p> | <p>(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 objetos).</p> <p>(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.</p> <p>(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, utilizando estratégias pessoais.</p> | <p>(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.</p> <p>(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.</p> <p>(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.</p> | <p>(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.</p> <p>(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p> <p>(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.</p> | <p>(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p> <p>(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> <p>(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p> |

Fonte: Brasil (2018).

Autores como Parra (1996), Bigode e Gimenez (2010) destacam a importância do

trabalho com estratégias de cálculo mental na perspectiva do cálculo pensado refletido, no qual os alunos utilizem estratégias para efetuar isto é que:

[...] encontrem uma maneira de fazer matemática que não se reduza a usar algoritmos e produzir resultados numéricos, mas que inclua analisar os dados, estabelecer relações, tirar conclusões, ser capaz de fundamentá-las, provar o que se afirma de diversas maneiras, reconhecer as situações em que não funciona, estabelecer os limites de validade do que se encontrou (Parra, 1996, p. 198).

Para Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), o cálculo mental apresenta várias características importantes, como: i) é variável, uma vez que as crianças podem utilizar várias estratégias para o mesmo cálculo; ii) é flexível, permitindo a adaptação dos números de forma a facilitar a operação; iii) é ativo, pois o indivíduo pode escolher a estratégia a adotar; iv) é holístico, ou global, pois os números são considerados como um todo e não separadamente pelos seus algarismos; v) é construtivo, pois começa-se a calcular, geralmente, pelo primeiro número apresentado; vi) solicita sempre a compreensão; e vii) fornece uma aproximação inicial da resposta, pressupondo também o domínio das propriedades das operações, dos números e das relações que podem ser estabelecidas entre eles.

Dessa forma, a ideia de um ensino que preconize a alfabetização e a numeracia matemática — ou seja, o desenvolvimento de habilidades em relação aos números possibilitando aos sujeitos o desenvolvimento de ideias matemáticas, bem como um olhar mais profundo e crítico sobre a realidade — pressupõe um trabalho dialógico, no qual o professor possa contribuir com o desenvolvimento da flexibilidade de pensamento dos alunos, ajudando-os a identificar quais são as estratégias mais eficazes, bem como a perceber de que forma elas se relacionam com os procedimentos de cálculo algoritmo.

Em nossa análise, buscamos então apontar como tais questões emergem no contexto escolar e universitário.

6 Aproximações entre o campo teórico e a prática pedagógica: o Ensino Fundamental

Para a análise dos dados, levamos em consideração nosso referencial teórico a respeito do ensino dos números e das operações sob a perspectiva da numeralização, com vistas à alfabetização matemática, aos obstáculos epistemológicos e didáticos inerentes a seu ensino e aos resultados obtidos *a priori* em um projeto de iniciação científica (PIC) realizado por (Cordeiro *et al.*, 2024) sobre o estado da arte de pesquisas brasileiras a respeito do cálculo

mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: estudo que aponta a falta de pesquisas sobre o uso do cálculo mental em turmas dos anos iniciais.

Os exemplos ilustrados decorrem de nossas vivências pessoais em sala de aula, sendo, portanto, recolhidos na prática a partir de sondagens realizadas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e Superior. As sondagens são aplicadas com o intuito identificar quais conhecimentos explícitos esses estudantes possuem a respeito do tema e de que forma justificam esses conhecimentos, para, após a análise dos dados, planejarmos situações de ensino que corroborem a compreensão do tema.

Além dos dados recolhidos na prática traremos também alguns exemplos trazidos por uma pesquisa de mestrado intitulada: Ressignificando a construção dos algoritmos de adição e subtração de Lilian Cristine Cargos Silva defendida no ano de 2015 e desenvolvida com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Antes de iniciar com os alunos uma conversa a respeito dos números, procuramos entender como esses estudantes compreendem o número a partir da quantidade de unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar que esse número possui, bem como se utilizavam o princípio da base dez de nosso Sistema de Numeração Decimal para justificar sua resposta. Perguntamos assim aos estudantes: “Quantas **unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar** há no número 1345?”

O quadro a seguir traz a síntese das respostas obtidas considerando as seguintes informações: resposta 1 (R1) - estudantes que souberam dizer que no numeral 1345 há mil trezentas e quarenta e cinco unidades, cento e trinta e quatro dezenas, treze centenas e uma unidade de milhar; resposta 2 (R2) - alunos cujas respostas recaem sobre a posição ocupada pelos algarismos nesse numeral afirmando que no numeral 1345 há cinco unidades, quatro dezenas, três centenas e uma unidade de milhar. Grande parte dos estudantes que optam pela segunda resposta fazem em seu rascunho a decomposição do numeral ($1345 = 1000 + 300 + 40 + 5$).

Quadro 3 - Síntese das respostas dos alunos à pergunta

| Público | Perguntas | Unidades | | Dezenas | | Centenas | | Un. de Milhar | |
|-----------------|---------------------------|----------|----|---------|----|----------|----|---------------|----|
| | Respostas | R1 | R2 | R1 | R2 | R1 | R2 | R1 | R2 |
| Educação básica | Alunos entre 11 e 12 anos | 3 | 19 | 2 | 20 | 2 | 20 | 14 | 8 |
| Ensino Superior | Graduandos em Pedagogia | 1 | 32 | 1 | 32 | 1 | 32 | 33 | 0 |
| | Graduandos em Matemática | 9 | 14 | 10 | 13 | 10 | 13 | 23 | 0 |

Fonte: Os autores (2024).

Com base nas respostas apresentadas no *Quadro 3*, podemos observar que a confusão feita pelos estudantes em relação a essa questão recai sobre a ênfase dada em sala de aula pelos professores em relação a posição (ordem) que um algarismo ocupa no numeral dentro de uma determinada classe (valor relativo). Fato que os impede de pensar a respeito do todo (senso numérico) bem como de perceber quantos grupos unitários, de dezenas, centenas e unidades de milhar podemos obter. A priorização sobre a ordem que um algarismo ocupa em um numeral justifica-se (por muitos professores) pelo fato de corroborar a compreensão do procedimentos algorítmicos de adição e subtração, haja vista que, em tais operações a regra prevalente é a da organização dos valores de forma que se tenha “unidade embaixo de unidade”, “dezena embaixo de dezena”, “centena embaixo de centena”, e assim sucessivamente.

A ênfase do trabalho docente recai assim sobre a memorização de procedimentos, distanciando os alunos da compreensão dos conceitos, visto que faz com que os estudantes fiquem presos às regras. O que caracteriza como um obstáculo didático. Para Brousseau (2008, p. 86), “[...] o ato de ensinar em si mesmo exige um compromisso pessoal intenso por parte do professor, compromisso esse que só se sustenta se for renovado. A reprodução exige então uma renovação que coloca em risco as futuras reproduções.”

Como um segundo momento, de análise a respeito dos conhecimentos dos estudantes, agora em relação às operações fundamentais, traremos alguns exemplos de cálculos realizados em que fica subentendido a dificuldade dos estudantes em estimar e analisar um resultado, bem como em justificar com clareza o que fazem quando estão operando com os números.

Figura 1 – Resolução de alunos

2) Resolva as seguintes operações abaixo e justifique seu raciocínio: *La e só multiplicas*

inúmeros pela 3.
o b) a divi-
div 0 número
por 7.

a) 612×3 b) $714 \div 7$

Handwritten calculations:

a)
$$\begin{array}{r} 612 \\ \times 3 \\ \hline 1836 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 714 \overline{) 7} \\ 7 \\ \hline 014 \\ 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

Fonte: Os autores (2024).

A situação proposta foi a de que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (de 6º anos) resolvessem da maneira que achassem melhor a multiplicação 612×3 e a divisão de $714 : 7$, justificando seu raciocínio. Em relação às operações propostas, a ilustração (figura 1) mostra que aluno não consegue explicar o raciocínio utilizado, escreve apenas que o resultado obtido decorre do fato de se multiplicar o número seiscentos e doze por três ou de dividir setecentos e quatorze por sete. A situação se repetiu também nas demais sondagens analisadas denotando que todos os estudantes empregaram o algoritmo tradicional, não havendo nenhuma proposta diferente que apontasse para procedimentos de cálculo próprios.

Nenhum aluno também descreve que o resultado da multiplicação seria o triplo do valor inicial (612) bastando assim somar este valor três vezes (soma de parcelas iguais), nem tampouco, que na divisão estávamos repartindo o total (714) igualmente em sete partes, obtendo, destarte, sete grupos com a mesma quantidade de elementos - sendo a resposta uma dessas partes ($1/7$).

No caso das operações de multiplicação quando o multiplicando e o multiplicador são números na ordem das dezenas ou centenas outra dificuldade vem a tona a de justificar o porquê se usa o sinal de adição ou o espaço vazio na ordem das unidades como aparece na figura 2.

Figura 2 – Resolução de alunos

Handwritten calculation:

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 15 \\ \hline 660 \\ 132+ \\ \hline 1980 \end{array}$$

Fonte: Os autores (2024).

Em tal situação, até mesmo os acadêmicos do curso de Pedagogia e de Matemática têm dificuldade em explicitar, de forma clara, o que acontece, respondendo apenas que o fazem pois

já multiplicaram as unidades. Dificilmente, eles se dão conta de que, ao multiplicar por dez o número 132, obterão 1320 ao invés de 132. Para Grandó (1995, p. 116), “[...] esse processo mecânico mostra que, além da falta de compreensão do próprio algoritmo há a falta de controle da situação - compreensão do processo”, acarretando em um obstáculo didático proveniente de um obstáculo epistemológico.

No caso da operação de divisão mostrada ilustrada na figura 1 ($714 : 7$), uma das justificativas descritas por um aluno de 6º ano é a de que a resposta correta seria 12 pois “sete dividido por sete é um e 14 dividido por sete é dois.” Podemos perceber que há um pensamento lógico que justifica o erro na operação: pensamento que aponta o olhar sobre os algarismos de forma separada, denotando, de um lado, a falta de compreensão do número em sua totalidade e, de outro, a ausência da estimativa ou da percepção de que a resposta é incoerente, tendo em vista que, ao multiplicarmos 12 por sete (prova real), não chegaremos a um número na casa das centenas (714) e sim a um valor na casa das dezenas (84): distante, logo, do esperado.

Tal erro é comum entre os estudantes, haja vista que, em tal situação, não conseguem perceber que por não ser possível distribuir uma dezena de forma igualitária entre sete grupos, temos de transformá-la em unidades e, por conta disso, denotar com o zero a ausência de dezenas no quociente. Para Grandó (1995), a percepção da transformação das centenas em dezenas, das dezenas em unidades para possibilitar a repartição em partes iguais elimina expressões como “abaixar o dois” tão inadequadas quando o professor está explicando o algoritmo da divisão.

Quando observamos o que ocorre nas operações de adição e subtração, nas quais os estudantes não compreendem o que fazem e apenas reproduzem as regras estabelecidas, percebemos que obstáculos didáticos são também criados. Tais obstáculos são decorrentes de uma abordagem centrada na mecanização de procedimentos que ocorre desde os anos iniciais e que precisa ser modificada para que os alunos possam, de fato, aprender e refletir sobre os números e as operações. Em sua pesquisa, Silva (2015) aponta erros cometidos por estudantes dos anos iniciais por não compreenderem as regras pré-estabelecidas.

Figura 2 – Operações de adição e subtração resolvidas por estudantes dos anos iniciais

$$\begin{array}{r} 1 \\ 64 \\ + 9 \\ \hline 163 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ + 3 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 13 \\ 703 \\ - 58 \\ \hline 645 \end{array}$$

Fonte: Silva (2015).

É possível observar na Figura 3 que o aluno não só tem dificuldade em executar corretamente o algoritmo da adição, como demonstra não compreender o procedimento. De forma semelhante, na operação de subtração, é perceptível a dificuldade da criança em efetuar as trocas convenientes e, assim, resolver de forma assertiva o algoritmo.

É perceptível observar também que tanto na operação de adição quanto na de subtração o aluno não consegue estimar o valor da resposta e com isso identificar a incoerência nos valores encontrados. No caso da soma essa não poderia ultrapassar o da dezena imediatamente superior à primeira parcela visto que o acréscimo em ambas as situações é menor do que dez. Já na diferença o valor obtido não poderia ser maior do que o do minuendo (703). Tal aluno também não consegue ainda pensar de forma flexível a respeito dos números percebendo que poderia ao invés de calcular $64 + 9$ ou $48 + 3$, realizar a operação $63 + 10$ e $50 + 1$ (arredondamento), tampouco que ao decompor o número 703 em duas parcelas ($658 + 45$) obteria o resultado (645) de forma mais rápida e sem apelo às trocas chamadas pelos estudantes de “empréstimo”.

Figura 4 – Operações de adição e subtração resolvidas por acadêmicos de Pedagogia

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 79 \\ \hline 202 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 504 \\ - 66 \\ \hline 538 \end{array}$$

Fonte: Os autores (2024).

Em relação às operações de adição e subtração resolvidas por alunos de nível superior (curso de Pedagogia), o uso dos termos “vai um” e “empréstimo” é comum entre os acadêmicos que chegam à universidade detestando a matemática. No entanto, a explicação do que, efetivamente, acontece, assim como a flexibilidade de pensamento, busca por estratégias

diferenciadas que permitam uma explicação matemática condizente e consciente a respeito do que fazem nos procedimentos algorítmicos adotados não se faz presente.

A partir das situações observadas, fica evidente que os estudantes, por não terem desenvolvido seu senso numérico e a destreza do trabalho com os números e, conseqüentemente, com as operações, recorrem apenas a um único procedimento de cálculo: o algoritmo. E quando questionados sobre a possibilidade de realizar a operação de outra maneira, dizem não ser possível.

Nesse sentido, a constituição do senso numérico voltado à alfabetização, à numeralização e ao letramento matemático dependerá do trabalho do professor e da forma como este conduzirá o ensino. Se esse ensino estiver pautado na aprendizagem exclusiva dos processos algorítmicos sem reflexão, então, improvavelmente, as dificuldades aqui denotadas serão minimizadas. No entanto, se o ensino priorizar a reflexão dos estudantes e o uso de estratégias próprias de cálculo, estimativa e cálculo mental, estes poderão compreender, de forma mais profunda, as características de nosso SND, além das propriedades das operações, de modo a saber explicar o que fazem quando realizam cálculos, valendo-se dos algoritmos, haja vista que, como apontam Toledo e Toledo (2010, p. 8), “é importante saber por que os algoritmos funcionam e quais são as ideias e os conceitos neles envolvidos”.

Brocardo (2011) entende que quando os alunos têm desenvolvido a constituição do sentido do número, a flexibilidade de pensamento e, conseqüentemente, o cálculo mental, conseguem olhar para situações do dia a dia de um modo interrogativo. Nesse sentido, habilidades presentes na BNCC (Brasil, 2018) e ressaltadas por educadores como Parra (1996) e Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) precisam ser incluídas no processo de ensino de forma que:

[...] os alunos encontrem uma maneira de fazer matemática que não se reduza a usar algoritmos e produzir resultados numéricos, mas que inclua analisar os dados, estabelecer relações, tirar conclusões, ser capaz de fundamentá-las, provar o que se afirma de diversas maneiras, reconhecer as situações em que não funciona, estabelecer os limites de validade do que se encontrou (Parra, 1996, p. 98).

Isso nos leva a concluir que o aprendizado dos números e das operações envolve muito mais do que a transmissão de informações, sendo necessárias ao professor a identificação e a superação de desafios cognitivos e epistemológicos, além do reconhecimento da importância desses obstáculos no desenvolvimento do conhecimento.

7 Considerações finais

Pensar a respeito do ensino dos números e das operações requer do professor a observação dos conhecimentos trazidos pelos alunos a respeito do assunto, sobretudo, em relação à maneira como lidam com os conceitos abordados, internalizam e aplicam os novos conhecimentos em seu cotidiano. Dito de outro modo, trata-se de uma reflexão a respeito da constituição do senso numérico e dos processos de alfabetização, numeracia e letramento matemático, visto que, quando os alunos possuem um senso numérico bem constituído, são capazes de justificar as estratégias utilizadas para resolver uma operação e, até mesmo, o que fazem quando estão utilizando os algoritmos.

É importante ressaltar que muitos dos erros e incompreensões dos estudantes em relação a esse assunto devem-se aos obstáculos epistemológicos e didáticos oriundos de um processo de ensino pautado em terminologias incorretas e em procedimentos mecanizados realizados sem compreensão. Ao fazer uso de procedimentos mecânicos com ênfase em técnicas operatórias, os estudantes executam procedimentos, porém não sabem justificar. Além disso, dificilmente utilizam de estratégias diferentes o que denota a falta de flexibilidade de pensamento dos alunos em relação aos números e operações.

Os documentos que norteiam a educação apontam que o ensino dos números e das operações deve corroborar o desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculo, estimativa, uso de cálculos aproximados e exatos, do cálculo mental e, por fim, da utilização dos algoritmos para a resolução de problemas, incluindo situações do cotidiano. Não há, portanto, o indicativo de que o ensino deva pautar-se na preparação para a utilização dos algoritmos. Tal situação nos leva a concluir que o ensino de procedimentos algorítmicos, sem a devida contextualização e compreensão ou realizado de forma mecânica, não colabora a constituição de indivíduos numeralizados.

Dessa forma, faz-se necessário que se promovam pesquisas mais amplas a respeito do assunto, com enfoque na formação inicial e continuada de professores de Pedagogia e Matemática, para que sejam pautadas no desenvolvimento de processos de pensamento mais flexíveis, fundamentados na constituição do senso numérico, nas características de nosso Sistema de Numeração Decimal e nas propriedades das operações matemáticas.

Referências

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.

- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- ASSIS, E. F. *et al.* Estudo do senso numérico: aprendizagem matemática e pesquisa em perspectiva. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 14, p. 1–5, jan./dez. 2020. Disponível em: [Endereço omitido para simplificar]. Acesso em: 12 jan. 2024.
- BARBOSA, H. H. J. Sentido de número na infância: uma interconexão dinâmica entre conceitos e procedimentos. **Revista Paidéia**, Ribeirão Preto, v. 17, n. 37, p. 181–194, 2007. Disponível em: [Endereço omitido para simplificar]. Acesso em: 12 jan. 2024.
- BASTOS, C. L.; KELLER, V. **Aprendendo a aprender**. Petrópolis: Vozes, 1995.
- BELLINI, M.; RUIZ, A. **Matemática: epistemologia genética e escola**. Londrina: UEL, 2001.
- BIGODE, A. J. L.; GIMENEZ, J. **Metodologia para o ensino da aritmética: competência numérica no cotidiano**. São Paulo: FTD, 2010.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Notas sobre o Brasil no Pisa 2022**. Brasília, DF: Inep, 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série): matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *In*: BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998. p. 115–160.
- CEBOLA, G. **Do Número ao Sentido do Número**. Portalegre: Escola Superior de Educação, 2002.
- CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da matemática: números e operações**. São Paulo: Scipione, 1994.
- CORDEIRO, T. S. P. *et al.* O Estado da Arte das Pesquisas Brasileiras a Respeito do Cálculo Mental nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I. **Jornal Eletrônico de Ensino e Pesquisa de Matemática - JEEPEMA**, v. 8, n. 1, p. 100-107, 2024.
- CORSO, L. V.; DORNELES, B. V. Senso numérico e a dificuldade de aprendizagem na matemática. **Revista Psicopedagogia** [online], São Paulo, v. 27, n. 83, p. 298–309, 2010. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862010000200015&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 6 jan. 2024.
- DANYLUK, O. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Sulina, 1998.
- ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar: Editora UFPR**, Curitiba, n. 16, p. 181–191, 2000.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.
- GÓMEZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Orgs.). **Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática**. São Paulo: Ática, 2003. p. 257–295.
- GRANDO, N. I. Dificuldades e Obstáculos em Educação Matemática. **Revista Espaço Pedagógico**,

Passo Fundo, v. 2, n. 1, p. 109–122, dez. 1995.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação com escolares de 4 a 6 anos**. Campinas: Papirus, 2012.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A proposed framework for examining basic number sense. **For the Learning of Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 2–8, 1992. (Informação da página corrigida, p. 4 geralmente é o início do artigo).

MINAYO, M. C. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

NCTM – NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **An Agenda for Action: recommendations for School Mathematics of the 1980's**. Reston: VA-USA, 1980.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 186–235.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1981.

SCHUBRING, G. A Noção de Multiplicação: um “obstáculo” desconhecido na História da Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 15, n. 18, p. 1–28, set. 2002.

SILVA, L. C. C. **Ressignificando a construção dos algoritmos de adição e subtração**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

SOARES, M. **Alfabetização e letramento**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2008.

TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Orgs.). **Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Teoria e prática de matemática: Como dois e dois**. São Paulo: FTD, 2010.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERRENGIA, S. R. D' A.; PAVANELLO, R. M. **Linguagem e matemática: uma relação conflituosa no processo de ensino?/**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2022. 140 p. (Ensino de ciências).

WALLE, J. A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.