

## Modelagem na Educação Matemática: apoiando o Raciocínio Matemático dos estudantes dos anos iniciais

Marcia Aparecida Pacheco<sup>1</sup>

Márcio André Martins<sup>2</sup>

Dionísio Burak<sup>3</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa de natureza qualitativa e interpretativa, cujo foco incide sobre a Modelagem Matemática e o Raciocínio Matemático. O estudo teve como objetivo evidenciar os processos de Raciocínio Matemático mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental I em práticas de Modelagem na Educação Matemática, bem como as ações docentes desenvolvidas durante essas práticas. Para fundamentar a investigação, realizou-se uma discussão teórica acerca do Raciocínio Matemático e de seus processos, das ações docentes que favorecem o seu desenvolvimento e da Modelagem na Educação Matemática enquanto metodologia de ensino. A experiência de ensino foi desenvolvida no segundo semestre de 2023, em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental I, composta por 23 estudantes, em uma escola pública municipal localizada no interior do estado do Paraná. Os resultados indicam que o contexto proposto contribuiu para a mobilização dos processos de conjecturar, comparar, identificar padrões e justificar. Nesse contexto, as ações docentes estiveram distribuídas conforme quatro categorias - convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar - e foram importantes durante o desenvolvimento das etapas de resolução dos problemas e de análise crítica das soluções.

**Palavras-chave:** Ações docentes. Raciocínio Matemático. Ensino Fundamental.

## Modeling in Mathematics Education: supporting the Mathematical Reasoning of early-year students

**Abstract:** This article presents the results of a qualitative and interpretative study focused on Mathematical Modeling and Mathematical Reasoning. The study aimed to identify the processes of Mathematical Reasoning mobilized by 5th-grade students in Elementary School during Mathematical Modeling practices in Mathematics Education, as well as the teaching actions developed throughout these practices. To support the investigation, a theoretical discussion was conducted on Mathematical Reasoning and its processes, on teaching actions that foster its development, and on Mathematical Modeling as a teaching methodology in Mathematics Education. The teaching experience was carried out in the second semester of 2023 with a 5th-grade Elementary School class consisting of 23 students in a municipal public school located in the interior of the state of Paraná, Brazil. The results indicate that the proposed context contributed to the mobilization of the processes of conjecturing, comparing, identifying patterns, and justifying. In this context, the teaching actions were distributed across four categories - inviting, guiding/supporting, informing/suggesting, and challenging - and were important during the stages of problem solving and critical analysis of the solutions.

**Keywords:** Teaching actions. Mathematical reasoning. Elementary education.

<sup>1</sup>Mestra em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Estadual do Centro-Oeste/UNICENTRO, Guarapuava, PR, Brasil. E-mail: [mapacheco@unicentro.br](mailto:mapacheco@unicentro.br) – Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-4227-5890>

<sup>2</sup>Doutor em Engenharia Mecânica. Universidade Estadual do Centro-Oeste/UNICENTRO, Guarapuava, PR, Brasil. E-mail: [mandre@unicentro.br](mailto:mandre@unicentro.br) – Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7094-1215>

<sup>3</sup>Doutor em Educação. Universidade Estadual do Centro-Oeste/UNICENTRO, Guarapuava, PR, Brasil. E-mail: [dioburak@yahoo.com.br](mailto:dioburak@yahoo.com.br) – Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1345-1113>

## **Modelación Matemática en la Educación Matemática: favoreciendo el razonamiento matemático de los estudiantes de los primeros años**

**Resumen:** Este artículo presenta los resultados de una investigación de naturaleza cualitativa e interpretativa, cuyo enfoque se centra en la Modelación Matemática y el Razonamiento Matemático. El estudio tuvo como objetivo poner de manifiesto los procesos de Razonamiento Matemático movilizados por estudiantes de 5.º grado de la Educación Primaria en prácticas de Modelación en la Educación Matemática, así como las acciones docentes desarrolladas durante dichas prácticas. Para fundamentar la investigación, se realizó una discusión teórica sobre el Razonamiento Matemático y sus procesos, sobre las acciones docentes que favorecen su desarrollo y sobre la Modelación Matemática como metodología de enseñanza en la Educación Matemática. La experiencia de enseñanza se desarrolló en el segundo semestre de 2023, en un grupo de 5.º grado de Educación Primaria, compuesto por 23 estudiantes, en una escuela pública municipal ubicada en el interior del estado de Paraná, Brasil. Los resultados indican que el contexto propuesto contribuyó a la movilización de los procesos de conjeturar, comparar, identificar patrones y justificar. En este contexto, las acciones docentes se distribuyeron en cuatro categorías - invitar, guiar/apoyar, informar/sugerir y desafiar - y fueron importantes durante el desarrollo de las etapas de resolución de los problemas y del análisis crítico de las soluciones.

**Palabras clave:** Acciones docentes. Razonamiento matemático. Educación primaria.

### **1 Introdução**

O Raciocínio Matemático (RM) tem sido destacado nas orientações curriculares como uma capacidade a ser desenvolvida pelos estudantes (Brasil, 2018). Entretanto, para que esse desenvolvimento ocorra de forma significativa, é necessário que o ambiente da sala de aula ofereça contextos didáticos que favoreçam a mobilização e a ampliação do RM. Com esse propósito, este trabalho tem como objetivo compreender os processos de RM mobilizados por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental I em práticas com Modelagem na Educação Matemática (MEM) e refletir sobre as ações de professores que apoiam o desenvolvimento do RM. No que se refere aos dados empíricos, no âmbito do Ensino de Matemática, em virtude da limitação de espaço, este artigo apresenta elementos relativos a uma das práticas com a MEM vivenciada pela autora e que compõe um trabalho de pesquisa de maior amplitude.

Em acordo com a Base nacional Comum Curricular (BNCC), no que se refere ao RM, o desenvolvimento progressivo dos estudantes, em um ambiente favorável à verbalização de suas proposições e conclusões sobre a matemática, é potencializado através de “novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos” (Brasil, 2018, p. 58). Há, portanto, a necessidade de se estabelecer um ambiente de comunicação em sala de aula, em que o estudante possa manifestar suas ideias.

Nesse contexto, a busca por metodologias de ensino que favoreçam o desenvolvimento do RM do estudante representa uma temática relevante para a pesquisa em educação. Assim,

assumimos como foco a MEM fundamentada na perspectiva de Burak (1998, 2004), que pode ser compreendida como uma metodologia aberta, ou seja, que permite ao estudante um comportamento ativo, de modo a ser protagonista do seu aprendizado. Com isso, orientamos nossa investigação à luz da interrogação: quais processos de RM dos estudantes e quais ações docentes emergem durante a realização de práticas de MEM com turmas do 5º ano do Ensino Fundamental I?

Em seguida, é apresentada uma fundamentação teórica e metodológica, trazendo reflexões acerca do RM e da MEM na concepção assumida. Também são apresentados os aspectos característicos da investigação em ensino, pautados na pesquisa qualitativa e interpretativa em educação. Por fim, são trazidos os achados da pesquisa e as considerações finais.

## **2 Raciocínio Matemático (RM)**

O desenvolvimento do RM deve ser incentivado no ensino de matemática, e assim julgamos essencial entender o que, de fato, caracteriza o RM. Para Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 781) “raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas” para obter novas conclusões, ou seja, a partir de uma afirmação feita pelo estudante, é necessário utilizar argumentos matemáticos que validem a informação, possibilitando, assim, a formulação de uma conclusão com base na justificação matemática.

Araman e Serrazina (2020) destacam que, embora as definições de RM disponíveis na literatura apresentem diferenças, elas compartilham uma essência comum, “produzir novos conhecimentos a partir de outros já existentes” (p. 119). Moraes, Serrazina, Ponte (2018), entendem o RM como “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumida como verdadeiras (conhecimento prévio)” (p. 555).

Neste sentido, Mata-Pereira e Ponte (2018) ressaltam a importância de aprofundar o conhecimento sobre os processos de RM que os estudantes mobilizam em diferentes áreas da matemática, especialmente em contextos que favorecem o desenvolvimento desse raciocínio. Logo, é importante compreender o modelo proposto por Jeannotte e Kieran (2017) para o RM, no qual são considerados dois aspectos, que foram separados para um melhor entendimento, mas que se complementam: estrutural e processual.

O aspecto estrutural tem natureza estática e está relacionado aos tipos de RM: abdutivo, dedutivo e indutivo. Na presente pesquisa, nosso foco está voltado especificamente para o

aspecto processual do RM (processos), que é mais dinâmico e está dividido em: busca por semelhanças e diferenças (conjectura, generalização, identificação de padrão, comparação e classificação), validação (justificação, prova e prova formal) e exemplificação.

Com o objetivo de identificar os processos principais de RM, consideramos as proposições de Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020), na qual o RM pode ser caracterizado pelos processos de Conjecturar, Generalizar e Justificar, inerentes ao Raciocínio Abduativo (RA), Raciocínio Indutivo (RI) e Raciocínio Dedutivo (RD).

**Quadro 1:** Tipos e Processos de Raciocínio Matemático

<b>Tipo</b>	<b>Processo</b>	<b>Base</b>	<b>Forma</b>
Abduativo (RA)	Conjecturar	- Observação; - Construção; -Transformação do conhecimento prévio; -Combinações de observação, construção e transformação.	- Identificar uma possível solução para um problema; - Formular uma estratégia para resolver um problema.
Indutivo (RI)	Generalizar	- Observação; - Construção; -Transformação do conhecimento prévio; -Combinações de observação, construção e transformação.	-Reconhecer um padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos; -Alargar o domínio de validade de uma propriedade a um conjunto mais alargado de objetos.
Dedutivo (RD)	Justificar	- Definições; -Axiomas, propriedades, princípios gerais; - Representações; - Combinações de definições, propriedades e representações.	- Coerência lógica; -Uso de exemplos genéricos; - Uso de contraexemplos; - Por exaustão; - Por absurdo.

Fonte: elaborado com base em Ponte *et al.* (2020, p. 10)

A estrutura apresentada no Quadro 1 oferece elementos que auxiliam na tipificação do RM - Abduativo, Indutivo e Dedutivo - evidenciados por suas bases, formas e processos. Nessa perspectiva, o quadro pode ser observado da direita para a esquerda. Ao examinar a resolução de uma tarefa pelo estudante, busca-se identificar, primeiramente, a forma, seguida da base, e, por último, o processo que possibilita a classificação do tipo de RM.

Outro fator importante diz respeito às ações do professor que dão suporte ao RM, pois para que o estudante consiga raciocinar matematicamente é “necessária uma melhor compreensão sobre como podem as tarefas ser direcionadas para esse efeito, como devem ser apresentadas aos alunos, como é feita a sua discussão e quais as suas implicações para a compreensão da matemática” (Mata-Pereira, 2012, p. 3). As tarefas propostas devem apresentar diferentes estratégias de resolução e possibilitar aos estudantes a “oportunidades de investigar, analisar, explicar, conjecturar e justificar” (Brodie, 2010, p. 47).

Nessa direção, conforme Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), as ações docentes podem ser categorizadas em: convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar. Para Araman, Serrazina e Ponte (2020), tais ações seguem a estrutura apresentada no Quadro 2.

**Quadro 2.** Ações do professor que apoiam o RM.

CATEGORIAS	AÇÕES DOCENTES
Convidar	- Solicita respostas para questões pontuais.
	- Solicita relatos de como os alunos fizeram.
Guiar/Apoiar	- Fornece pistas aos alunos.
	- Incentiva a explicação.
	- Conduz o pensamento do aluno.
	- Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes.
	- Encoraja os alunos a (re)dizerem suas respostas.
	- Encoraja os alunos a (re)elaborarem suas respostas.
Informar/Sugerir	- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos.
	- Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos.
	- Re (elabora) respostas fornecidas pelos alunos.
	- Fornece informações e explicações.
	- Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.
Desafiar	- Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas).
	- Propõe desafios.
	- Encoraja a avaliação.
	- Encoraja a reflexão.
	- Pressiona para a precisão.
	- Pressiona para a generalização.

Fonte: adaptado de Araman; Serrazina; Ponte (2020, p. 446)

Na categoria Convidar, o professor envolve os estudantes na tarefa, solicita respostas e desperta o interesse. Na categoria de Guiar/Apoiar, o professor encoraja e conduz os estudantes à reflexão, guiando seus pensamentos para os fatos mais relevantes. Nas ações de Informar/Sugerir, o professor valida as respostas, fornece explicações e solicita outras estratégias de resolução. Na categoria Desafiar, o estudante tem a oportunidade de “avançar em um terreno novo, seja em termos de representação, da interpretação de enunciados, do estabelecimento de conexões, ou de raciocinar, argumentar ou avaliar” (Ponte; Mata-Pereira; Quaresma, 2013, p. 59).

Para que o estudante desenvolva os processos de RM, é necessário que o professor proporcione um ambiente de aprendizagem estimulante, com estratégias de ensino diversificadas e atividades desafiadoras que conduzam ao pensamento crítico e lógico.

Assim, vimos na MEM um cenário favorável para que o ensino da matemática seja significativo e propício ao desenvolvimento do RM.

### 3 Modelagem na Educação Matemática (MEM)

Na comunidade acadêmica, não há consenso, a respeito do que é Modelagem na Educação Matemática. Alguns autores a consideram uma alternativa pedagógica (Almeida; Silva; Vertuan, 2012), outros um ambiente de aprendizagem (Barbosa, 2004). Há os que a consideram como um conjunto de procedimentos (Burak, 1992) e os que a entendem como uma estratégia de aprendizagem (Bassanezi, 2002).

A Modelagem Matemática na concepção de Burak (2004, 2010), tem a preocupação com a formação do sujeito, e está embasada nas ciências humanas e sociais, vendo a matemática como uma ferramenta para compreensão do mundo. Segundo o autor, o foco é formar um “cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão” (Burak, 2010, p.17).

Burak, no início de sua trajetória, utilizava a expressão Modelagem Matemática, mas com o aprofundamento dos seus estudos, os novos referenciais permitiram uma nova compreensão a partir do texto sobre os Fundamentos da Educação Matemática de Higginson (1980), quando então passou a utilizar Modelagem na Educação Matemática – MEM, ou simplesmente Modelagem. Neste entendimento o autor coloca quatro pontos que diferenciam a Modelagem na Educação Matemática (MEM) ou Modelagem da Modelagem Matemática (MM) a saber: pelo objeto; pela natureza; pela metodologia e pelas implicações educacionais.

A concepção de Educação Matemática que está apoiada somente nas Ciências Naturais, tem a sua natureza embasada na lógica, o objeto é a construção do conhecimento matemático, apresentando uma educação tradicional e usando o método quantitativo (Burak, 2023).

A concepção de Educação Matemática sob o ponto de vista de Higginson (1980) diz respeito às Ciências Naturais e Humanas (Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia). Está preocupada com os processos de ensino e aprendizagem da matemática, apresentando educação inovadora e usando o método qualitativo (Burak, 2023).

Diante disso, adotamos o encaminhamento metodológico sugerido por Burak (1992), que considera dois princípios básicos: partir sempre do interesse do grupo de participantes e coletar os dados sempre que possível, no local relacionado ao interesse do grupo de participantes. O autor ainda orienta a prática em sala de aula com o desenvolvimento de 5

etapas, não rígidas: Escolha do Tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento dos Problemas; Resolução dos Problemas e o Desenvolvimento do Conteúdo Matemático no Contexto do Tema e Análise Crítica das Soluções.

Na Escolha do Tema, o professor pode elencar alguns temas, ou os próprios estudantes sugerem o assunto que será pesquisado. O professor faz a mediação e deve sempre respeitar o interesse do grupo de estudantes. Na Pesquisa Exploratória, o professor orienta e incentiva os estudantes na busca de informações pertinentes à temática. Dependendo do tema, a busca pode ser feita em *sites*, vídeos, bibliotecas, jornais, documentos ou até mesmo levantamento de dados na pesquisa de campo.

No Levantamento dos Problemas, os estudantes são incentivados a relacionar seu tema com a matemática, embasados pela coleta de dados, podem sugerir questões simples ou complexas, permitindo a utilização dos conhecimentos matemáticos ou de outras áreas.

Na etapa da Resolução de Problemas, acontece o desenvolvimento do conteúdo que será relevante e significativo à matemática ou então à outra área do conhecimento, priorizando a ação do estudante no contexto do tema e na sua elaboração.

A Análise Crítica das Soluções é um ponto forte da modelagem, pois é marcado pela reflexão e criticidade sobre os resultados obtidos, pois “possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como de aspectos não matemáticos, como os ambientais, sociais, culturais e antropológicos, envolvidos no tema” (Burak, 2012, p. 100).

#### **4 Da pesquisa em ensino**

A partir da questão principal de investigação, o estudo busca responder: “Quais processos de RM e quais ações docentes são manifestadas durante a realização de práticas com MEM com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental I?” A partir desse questionamento, o objetivo geral é compreender os processos de RM mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental I e refletir sobre as ações docentes durante as práticas com MEM.

Nesse encaixe, admitimos uma pesquisa empírica classificada como qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan; Biklen, 1994). O ambiente de estudo consiste do desenvolvimento de práticas com Modelagem, no segundo semestre de 2023, com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental I de uma escola municipal do interior do Estado do Paraná.



Os participantes da pesquisa<sup>4</sup> tinham a faixa etária entre 10 e 11 anos e como forma de manter o anonimato foram nomeados por E1 (Estudante 1) a E23 (Estudante 23). A turma era composta por 23 estudantes, sendo 12 meninas e 11 meninos, que foram divididos em grupos (quartetos/trios): G1E1, G1E9, G1E11, G1E21; G2E5; G2E3; G2E16; G3E13, G3E4, G3E2, G3E22; G4E19, G4E12, G4E7; G5E17, G5E18, G5E14; G6E23, G6E6, G6E15; G7E8, G7E20 e G7E10.

A prática foi desenvolvida pela Professora Pesquisadora (PP), autora deste texto, respeitando as etapas sugeridas por Burak (2008). Na primeira etapa, os estudantes elegeram uma temática de interesse comum, ou seja, como eram feitos os uniformes escolares. Na segunda etapa, realizaram as buscas nos *tablets* da escola. De posse dos dados, os estudantes elaboraram as questões (terceira etapa) e posteriormente solucionaram as questões propostas (quarta etapa). Por fim, a PP fez uma retomada de todo conteúdo estudado, ressaltando as diferentes maneiras de resolução (quinta etapa).

Os dados foram recolhidos utilizando gravações em áudio, registros fotográficos, anotações no diário de campo da PP e produções escritas dos discentes. A análise foi conduzida com base na Análise de Conteúdo (Bardin, 2009), à luz do referencial apresentado anteriormente. As atividades realizadas foram planejadas com a orientação dos coautores deste texto, assim como a análise e a interpretação dos dados.

Como instrumento de análise, foram utilizadas as categorizações estabelecidas no Quadro 1, para identificar os processos de RM, e, no Quadro 2, para reconhecer as ações docentes visando ao desenvolvimento do RM dos estudantes durante as práticas com a MEM.

## 5 Descrição da prática e resultados

Para a representação dos resultados obtidos na pesquisa, são apresentados na sequência a análise de alguns excertos representativos de cada etapa da MEM, segundo Burak (1998, 2004), com enfoque nos processos de RM e nas ações docentes manifestadas. Primeiramente, é apresentado o contexto em que os dados foram gerados – etapas 1<sup>a</sup> a 3<sup>a</sup>.

Na **Escolha do Tema (1<sup>a</sup> etapa)**, os estudantes discutem e elegem uma temática de estudo<sup>5</sup> :

- (1) PP: *Já sabem o tema que desejam estudar?*
- (2) E7: *Sim, é sobre moda.*

<sup>4</sup> Foi submetida para apreciação ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (COMEP), com a aprovação conforme parecer 6.286.477.

<sup>5</sup> O número entre parênteses indica a ordem das falas no diálogo; as letras maiúsculas seguidas de dois pontos identificam os participantes, sendo PP a professora pesquisadora e E os estudantes, acompanhados de numeração.



(3) PP: Todos escolheram moda?

(4) E10, E12: Sim.

Na **Pesquisa Exploratória (2ª etapa)**, os estudantes utilizaram os *tablets* – tecnologias educacionais, que são disponibilizados durante um dia determinado pela direção da escola. A PP incentivou a busca de todas as informações possíveis, mesmo que não tivesse relação direta com a matemática:

(5) PP: Agora vamos pesquisar o assunto nos *tablets*.

(6) E13: Eu achei os tamanhos.

(7) PP: Isso, todos devem pesquisar e depois o grupo destaca os fatos relevantes.

Os fatos relevantes pesquisados foram sobre a história da moda, como se faz o molde e de que maneira as lojas virtuais determinam os tamanhos das roupas que vestimos (Figura 1).

**Figura 1.** Medidas de uma Camiseta



CAMISETA 6 ao 16 INFANTIL		
*as medidas podem variar de 2 a 3cm		
	1. COMPRIMENTO	2. LARGURA
6	45cm	35cm
8	48cm	37cm
10	51cm	39cm
12	54cm	41cm
14	57cm	43cm
16	60cm	45cm

Fonte: Mercado Livre,

pesquisa dos estudantes

Durante o **Levantamento dos Problemas (3ª etapa)**, a intervenção e incentivo da PP foram necessários.

(8) PP: Vamos ler a pesquisa e formular as questões. Ok?

(9) E3: Já fizemos três.

(10) PP: Muito bem E3.

(11) E2: Eu não consegui fazer ainda.

(12) PP: A formulação das questões é um trabalho coletivo, assim como todas as etapas.

As questões abordadas pelos grupos, conforme os seus registros, foram:

Onde surgiu a moda?

Como são definidos os tamanhos das roupas?

Podemos seguir os tamanhos disponibilizados pelas lojas para comprar roupa sem provar?

Como as costureiras fazem as camisetas?

Durante a **Resolução do(s) Problema(s) (4ª etapa)**, um dos diálogos referentes aos cálculos realizados pelos estudantes foi:

(13) PP: *O que vocês têm a dizer sobre os tamanhos das roupas encontradas na pesquisa?*

**(Convidar)**

(14) E5: *Eu vi que os números pulam de 2 em 2.*

(15) PP: *Muito bem.*

(16) E7: *É a tabuada do 2.*

(17) E5: *Sim, os tamanhos são 6, 8, 10, 12, 14.*

Em (13), a PP lança uma questão aberta associada a categoria de ação de Convidar, ou seja, solicita respostas para questões pontuais ou solicita relatos de como os alunos fizeram. A partir disso, o estudante E5, em (14), no formato de identificar uma possível solução para um problema, com base na observação dos dados pesquisados, realiza uma conjectura de natureza abdutiva, característica do Raciocínio Abductivo (RA). Em (15), a PP confirma a conjectura visando guiar e apoiar. Então, com base em seus conhecimentos prévios (tabuada), em (16) e (17), E7 realiza uma conjectura de natureza geral, no formato de reconhecer um padrão ou uma propriedade comum ao conjunto de objetos analisados, com base na observação dos dados coletados.

O comprimento das roupas também foi investigado pelos estudantes.

(18) PP: *O comprimento das nossas roupas aumentam com o passar dos anos?* **(Convidar)**

(19) E3: *Sim, a gente fica mais alto.*

(20) PP: *Quantos centímetros aumenta?* **(Guiar/Apoiar)**

(21) E4: *Essa vai indo de 3 em 3 né.*

(22) PP: *Verifiquem se acontece em todos os anos.* **(Informar/Sugerir)**

(23) E3: *Vou somar aqui.*

(24) E11: *A cada dois anos aumenta sempre 3.*

(25) E6: *Eu fiz conta de menos.*

Em (18), a PP faz a intervenção, novamente, que pode ser categorizada como Convidar, isto é, solicita respostas para questões pontuais ou solicita relatos de como os alunos fizeram. Então, em (19), E3 apresenta uma conjectura, porém sem uma justificativa para a sua resposta. E, como os estudantes estavam na fase Operatória Concreta (Piaget 1999), o E3 compreende a relação entre altura e tamanho das roupas (19). As crianças nessa fase são capazes de pensar logicamente e fazer comparações entre objetos.

A PP conduz a discussão coletiva sobre o aumento do tamanho das roupas, em uma ação que pode ser categorizada como Guiar/Apoiar (Quadro 2), em (20), e com isso E4 identifica uma possível solução para o problema, com base na observação dos dados da Figura 1, e apresenta uma conjectura de que o comprimento das roupas aumenta de 3 em 3, em (21), inerente ao RA (Conforme o Quadro 1). Novamente, em (22), com a ação de Informar/Sugerir, a PP fornece informações e explicações, de modo que o estudante E11, confirma a conjectura inicial, estendendo a validade para todos os anos, em (24). Observamos em (23) a (25), a mobilização de diferentes estratégias de resolução, caracterizando o reconhecimento de um

padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos, por meio da construção, sendo um indício da generalização associada ao RI (Quadro 1).

A largura das roupas também foi discutida pelos estudantes:

- (26) PP: *A largura também aumenta ou não?* (**Convidar**)
- (27) E9: *Sim, ele pula de 2 em 2.*
- (28) PP: *Todos concordam?*
- (29) E17: *É igual ao tamanho, vai de 2 em 2.*
- (30) PP: *Qual conta vocês fizeram?* (**Guiar/Apoiar**)
- (31) E20: *Eu fiz de menos.*
- (32) E7: *Eu fiz 35 mais 2, deu 37 e daí fui somando até chegar em 45.*

Com as solicitações de respostas pontuais, em (26), ação categorizada como Convidar (Quadro 2), os estudantes observaram que a largura aumentava de 2 em 2, em (27) e (29). A conjectura apresentada por E9, em (27), é justificada e comparada ao tamanho das roupas, por E17, em (29). Com o incentivo a explicação (Guiar/Apoiar), em (30), pela PP, percebemos a mobilização de duas estratégias de resolução, a subtração, em (31), e a adição, em (32), que neste caso, em específico, associadas ao RI como descritas anteriormente pela identificação de suas bases e formas (conforme o Quadro 1).

A PP solicitou aos estudantes a apresentação dos cálculos da diferença, em centímetros, entre o comprimento e a largura do modelo apresentado.

- (33) PP: *Agora vocês vão fazer a diferença entre o comprimento e a largura.* (**Guiar/Apoiar**)
- (34) E11: *Faz 45 menos 35?*
- (35) PP: *Isso, quantos centímetros temos?*
- (36) E3, E8, E12: *Já fiz, deu 10.*
- (37) PP: *Então façam todas as contas e vamos ver o que vocês encontram.* (**Guiar/Apoiar**)
- (38) E22: *Eu achei 10, 11, 12, 13, 14 e 15.*
- (39) E13: *É a sequência dos números de 1 em 1.*

Em (33), a PP direciona o foco da discussão para fatos importantes (Guiar/Apoiar) (quadro 2), então, E11 apresenta uma dúvida em relação à operação utilizada, mas com o apoio da PP, os estudantes apresentam o resultado, em (36). Já em (37), quando a PP fornece pistas aos estudantes (Guiar/Apoiar), o E22 apresenta os resultados da operação, em (38). Então, o estudante E13 observa com base em seus conhecimentos prévios sobre sequências numéricas, e afirma que nos resultados os números aumentam de 1 em 1 e identifica um padrão, em (39), o que caracteriza a generalização, no contexto atual, associada ao RI.

Durante a **Análise Crítica das Soluções**, a PP fez a retomada de todos os conhecimentos abordados e surgiu o interesse dos estudantes em descobrir se o tamanho da camiseta do uniforme escolar correspondia à medida aproximada disponibilizada pela loja virtual.

A PP levou fitas métricas para a sala de aula e explicou sobre as medições das roupas. Assim, cada grupo escolheu um modelo e anotou as medidas pessoais:

**Figura 2.** Registro do estudante E12



Fonte: autora (2024)

Os estudantes perceberam que as suas medidas pessoais apresentaram diferenças em relação às medidas das lojas virtuais.

- (40) PP: *Estamos fazendo a comparação entre a largura e o comprimento. Certo?*  
**(Guiar/Apoiar)**  
 (41) E12: *O comprimento deu 16 cm de diferença.*  
 (42) PP: *A largura como ficou?* **(Convidar)**  
 (43) E12: *Essa deu bem perto, 6 cm.*  
 (44) PP: *Então qual medida ficou mais próxima da camiseta que vestem?* **(Desafiar)**  
 (45) E3: *A largura, porque os números são tudo abaixo de 10.*

Em (40), a PP conduz o pensamento dos estudantes (Guiar/Apoiar) (Quadro 2) e E12 realiza a operação, formula uma estratégia para resolver o problema embasado nos seus conhecimentos prévios sobre as operações básicas, em (41), e apresenta a conjectura de natureza abdutiva, típica do RA (Quadro 1). Em (42), a PP continua a investigação sobre os conhecimentos dos estudantes e em (44) encoraja a reflexão (Desafiar) (Quadro 2), o que permite que E3 apresente a conjectura através da comparação dos números (45), caracterizando uma justificativa. Por meio de coerência lógica, embasado em seus conhecimentos sobre os números, justifica (RD, Quadro 1) a sua resposta afirmando que a largura possui dados menores que 10.

## 6 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo compreender os processos de RM mobilizados por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental I em práticas com MEM e refletir sobre as ações de professores que apoiam o desenvolvimento do RM.

Os resultados apontam que: 1) em relação ao RM, durante as etapas de resolução de problemas e análise crítica das soluções, os estudantes mobilizaram os processos de conjecturar, identificar padrões e justificar, correspondentes ao RA, RI e RD, respectivamente, conforme as bases e formas descritas no Quadro 1. Ao refletir sobre o tamanho das roupas, o comprimento e a largura, os estudantes apresentaram conjecturas, identificaram padrões (sequência numérica) e justificaram seus raciocínios; 2) as ações da professora estiveram distribuídas

conforme as quatro de categorias, Convidar, Guiar/Apoiar, Informar/Sugerir e Desafiar (Quadro 2) e foram importantes durante o desenvolvimento das etapas de resolução dos problemas e análise crítica das soluções. As ações da professora, sempre iniciaram pela categoria de Convidar, com o objetivo de envolver os estudantes na prática. Gradativamente, foram substituídas pelas ações de Guiar/Apoiar, com questionamentos e incentivos conduzindo à reflexão e ao uso de diferentes estratégias de resolução. As ações de Informar/Sugerir foram importantes na validação dos argumentos dos estudantes ou na indicação de caminhos para se chegar à resolução. Já a categoria de Desafiar foi importante para a validação das conjecturas iniciais apresentadas pelos estudantes.

Por fim, destacamos que a prática da MEM propiciou um cenário favorável ao desenvolvimento do RM dos estudantes. Durante toda a prática, os estudantes foram os responsáveis pelos seus conhecimentos, sendo capazes de tomar decisões, apresentar conjecturas, testar e validar suas ideias com base nos seus conhecimentos prévios.

## 7 Referências

- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação básica. São Paulo: Contexto, 2012. ISBN 9788572446976.
- ARAMAN; E. M. O.; SERRAZINA, M. L.; PONTE, J. P. Raciocínio matemático nos primeiros anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com os seus alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 67, p. 441 – 461, 2020.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como. Por que, p. 73-80, 2004.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. Campinas: Contexto, 2002.
- BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, Brasil: MEC, 2018.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro – SP.
- \_\_\_\_\_. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas – SP.
- \_\_\_\_\_. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat/Paraná**, Curitiba, PR, v. 1, n. 1, p. 32-41, 1998

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM -**Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática.**, 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

\_\_\_\_\_. A Modelagem na concepção de Educação Matemática de Higginson: relações e implicações envolvidas no processo de ensino e a aprendizagem da Matemática. **Educação Por Escrito**, v. 14, n. 1, 2023.

HIGGINSON, W. On the foundations of mathematics education. **For the learning of Mathematics**, v. 1, n. 2, p. 3-7, 1980.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. **A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, p. 1 – 16, 2017.

MATA-PEREIRA, J. F. D. G. **O Raciocínio matemático em alunos do 9º ano no estudo dos números reais e inequações**. 2012. 163p. Dissertação (Mestrado em Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J.P. Promover o Raciocínio Matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 32, n. 62, p. 781-801, dez. 2018.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 4, p. 552-570, set. 2018.

PIAGET, J. Seis estudos de psicologia 24 ed. **Rio de Janeiro: Forense Universitária**, 1999.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 55-82, 2013.

\_\_\_\_\_. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, n. 156, p. 7-11, 2020.

\_\_\_\_\_. Challenging students to develop mathematical reasoning. In: **Mathematical challenges for all**. Cham: Springer International Publishing, 2023. p. 147-167.