

Pesquisa com Implicações para Sala de Aula



Competências de Modelagem Matemática: Uma Reflexão com professores do Ensino Médio

Cristina Cavalli Bertolucci¹

Resumo

A introdução do ensino em termos de competências comporta reflexões e mudanças na prática escolar. Professores e alunos assumem responsabilidades diferentes no processo de ensino e aprendizagem, com a intensão de consolidar conhecimentos e colocá-los em prática nas mais diversas situações do cotidiano. A modelagem matemática como uma metodologia de ensino é um instrumento para mobilizar e aprimorar diversos conhecimentos e habilidades. A pesquisa, apresentada neste trabalho, tem por objetivo conhecer algumas ideias dos professores de matemática a respeito das competências de modelagem matemática dos alunos. A partir de entrevistas realizadas, observa-se que os professores têm dificuldades em identificar essas competências; os obstáculos no processo de modelagem referem-se à falta de conhecimento dos estudantes e a aspectos relacionados ao sistema de ensino. Os professores indicaram sugestões de intervenções na prática educativa para promover a modelagem matemática como uma competência.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Competências de Modelagem Matemática. Reflexão com Professores.

Introdução

A Educação Matemática, nos últimos anos, tem focalizado seus objetivos em ajudar alunos a desenvolverem habilidades para reconhecer a relação entre o mundo cotidiano dos estudantes e a Matemática que lhes é ensinada (UNESCO, 2012). Segundo Blum et al. (2002), quase todas as perguntas e problemas relativos à aprendizagem humana e ao ensino da matemática influenciam e são influenciados pelas relações entre a matemática e o mundo real. Nessa perspectiva, a modelagem matemática² pode ser um motor de inovação educacional, capaz de promover a interação dinâmica entre o mundo real e o mundo matemático; elemento chave do processo de ensino-aprendizagem (NISS; HØJGAARD, 2011).

¹Doutoranda da Escola de Doutorado de Ciências Pedagógicas, da Educação e da Formação, UNIPD, Pádua, Itália. E-mail: tinabertolucci@gmail.com

A partir desse momento, utilizaremos o termo modelagem para referir-se a modelagem matemática.

A partir dos anos 2000, inicia-se, em vários países, a introdução dos currículos escolares por competências. O objetivo principal da formação por competências é construir, nas escolas, condições de aprendizagens autênticas, que transformem o conhecimento em patrimônio pessoal (UNIÃO EUROPEIA, 2006). O ensino tradicional caracteriza-se por fornecer uma série de aprendizagens, deixando ao aluno a responsabilidade de compreender como utilizá-las. Um ensino por competências oportuniza o estudante a construir significados ao que aprende e a utilizar os próprios conhecimentos nas situações do cotidiano (UNESCO, 2012). Um ensino voltado às competências deve envolver os alunos em uma série de descobertas e reflexões relacionadas com os conceitos e habilidades propostas, encorajando-os a uma contínua verbalização de ideias, intuições e propostas.

A modelagem como uma metodologia de ensino é um instrumento para mobilizar e ampliar diversos conhecimentos e habilidades matemáticas (BLUM et al., 2002). Nesse sentido, desenvolver estratégias para aprimorar as competências de modelagem implica em conhecer o processo de raciocínio utilizado pelo estudante nas resoluções de problemas (SCHOENFELD, 1985) e no desenvolvimento do processo de modelagem (MAAß, 2006). Tal entendimento é de fundamental importância para aquele que ensina e é um ponto de partida ao professor para refletir sobre sua prática didática e projetar outras metodologias.

Neste artigo, apresentamos os resultados de uma pesquisa exploratória realizada com professores de matemática do ensino médio, cujo objetivo foi conhecer quais são suas ideias ou entendimentos a respeito das competências de modelagem dos estudantes. Eles foram questionados sobre quais são os momentos ou situações em sala de aula em que têm a oportunidade de identificar as competências de modelagem dos estudantes, quais são os maiores obstáculos no processo de modelagem e quais são as iniciativas que a escola pode tomar para promover o desenvolvimento da competência analisada.

Competências desenvolvidas por meio da modelagem

Matematicamente, uma das definições do processo de modelagem é que esse consiste em uma técnica ou habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (MAAß, 2006). Frequentemente trabalhada em atividades de grupo, a modelagem proporciona uma interação entre colegas e exige um efetivo envolvimento do estudante. Além disso, o aluno pode exercitar a capacidade de formular hipóteses, reconhecer e identificar problemas do cotidiano e transformá-los em problemas matemáticos (BLUM;

**COMPETÊNCIAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA REFLEXÃO COM PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO**

NISS, 1991). É um processo que coloca em jogo diferentes competências.

Após diversos trabalhos de pesquisa, Niss, Blum e Galbraith (2007) definiram competência de modelagem como “a capacidade de identificar questões relevantes, variáveis, relações e hipóteses de uma determinada situação real, para traduzi-los matematicamente, interpretando e validando a solução do problema matemático em relação a uma dada situação” (NISS; BLUM; GALBRAITH, 2007, p.12, tradução nossa). Algumas reflexões teóricas apresentam competências complementares às competências de modelagem. Ao identificar *quais são as competências de modelagem*, os matemáticos Werner Blum e Gabriele Kaiser (1997, apud MAAß, 2006) especificaram em detalhes essas competências, reconstruindo-as em uma lista de subcompetências, relacionadas a compreensão do processo de modelagem:

Competências para entender o problema real e criar um modelo baseado na realidade: fazer suposições para o problema e simplificar a situação; identificar quantidades que influenciam a situação; construir relações entre as variáveis.

Competências para estabelecer um modelo matemático a partir do modelo real: matematizar quantidades relevantes e suas relações e reduzir, se necessário, a sua quantidade e complexidade; escolher notações matemáticas apropriadas.

Competências para resolver questões matemáticas dentro do modelo matemático: usar estratégias heurísticas como a divisão do problema em partes, estabelecer relações com problemas semelhantes, reformular ou vê-lo de forma diferente, variar as quantidades ou os dados disponíveis; usar conhecimento matemático para resolver o problema.

Competências para interpretar resultados matemáticos em uma situação real: interpretar os resultados matemáticos em contextos extra matemático; generalizar soluções que foram desenvolvidas em uma situação particular; visualizar soluções para um problema usando a linguagem matemática apropriada.

Competências para validar a solução: refletir criticamente sobre as soluções encontradas; rever partes do modelo ou repassar pelo processo de modelagem se as soluções não se encaixam na situação; refletir se as soluções podem ser desenvolvidas de forma diferente; questionar o modelo. (BLUM; KAISER, 1997, apud MAAß, 2006, p. 4, tradução nossa, grifo nosso).

Competências de modelagem não se restringem ao ato de aplicar conceitos e métodos matemáticos para resolver situações do mundo real. Ao confrontar-se com uma tarefa nova e complexa, entram em jogo a consciência crítica que se tem sobre a bagagem das competências já adquiridas e disponíveis e a percepção da situação que se deve enfrentar. De acordo com Pellerrey (2011), essa é uma passagem fundamental que envolve a coordenação de um processo de origem meta cognitivo: a capacidade de levar em consideração não somente as competências já desenvolvidas, mas também os conhecimentos, as habilidades e as outras disponibilidades internas consolidadas e a essas relacionadas. Segundo o autor, para alcançar competências diferentes e mais complexas, ou ainda, para transferir as que já se possui a um patamar mais elaborado, é necessário analisar as exigências que se colocam em termos de aprendizagens de novos conhecimentos ou habilidades, de crescimento pessoal e de exercícios práticos.

Formação por competências e o ensino da modelagem

Na formação em termos de competência, combate-se a tendência da escola em ensinar por ensinar e de não perder tempo praticando a mobilização dos saberes para situações extra escolares. Segundo Perrenoud (1999), a escola deve preocupar-se em formar competências e colocá-las em sinergia frente a situações complexas. A transferência e a mobilização das capacidades e dos conhecimentos não são dadas em automático: é preciso trabalhá-las e exercitá-las. Isso exige tempo, etapas didáticas e situações apropriadas. Para desenvolver competências é preciso, antes de tudo, trabalhar por problemas e por projetos, propor tarefas complexas e desafios que incitem os alunos a mobilizar seus conhecimentos e, em certa medida, completá-los (PERRENOUD, 2000). A conexão da teoria matemática ao mundo cotidiano estimula o interesse do aluno e promove uma aprendizagem ativa, interpretando o processo de estudo como uma descoberta, além de promover a compreensão de determinados conceitos matemáticos.

No processo de modelagem, o aluno deve assumir um papel ativo na construção do próprio saber, isso requer uma organização e reflexão sobre os processos de resolução do problema abordado. Essa reflexão está ligada às habilidades do sujeito em planificar as estratégias de resolução, enfrentando situações problemáticas mais complexas e menos familiares ao seu contexto (BLUM; NISS, 1991).

Segundo De Corte (2007), é através da modelagem que se desenvolvem o pensamento e as competências matemáticas. Em consequência disso, tal processo depende substancialmente dos conhecimentos, habilidades e competências dos professores. Para refletir sobre a didática realizada e propor novas práticas, o professor deve comprometer-se em conhecer e considerar como funciona o pensamento do aluno.

A pesquisa realizada

Os dados relatados neste artigo são parte de uma tese de doutorado realizada na Universidade de Pádua³, Itália; trata-se de uma pesquisa exploratória e qualitativa. A metodologia utilizada para a coleta e análise dos dados foi a *entrevista qualitativa do conteúdo* (CORBETTA, 1999; KVALE, 2007): é uma entrevista semiestruturada, na qual o entrevistador permite que o entrevistado se expresse livremente, de modo que possa falar aquilo que observa e pensa, garantindo que todos os temas relevantes sejam discutidos e que as informações necessárias sejam coletadas.

³Escola de Doutorado de Ciências Pedagógicas, da Educação e da Formação, Universidade de Pádua.

COMPETÊNCIAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA REFLEXÃO COM PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO

Para contemplar os objetivos da pesquisa, foram convidados *informadores privilegiados*⁴. A entrevista aos informadores privilegiados prevê a participação de especialistas em um certo fenômeno ou em uma determinada área (CORBETTA, 2009). Na pesquisa realizada, todos os participantes fazem parte de um grupo de pesquisa em didática da matemática. Os professores individuados como possíveis informadores privilegiados⁵ foram convidados por e-mail a participar da pesquisa; aqueles que deram a disponibilidade voluntária foram, então, contatados para escolher o dia e horário da entrevista. Participaram quatro professores de matemática que foram entrevistados individualmente em um único encontro com duração média de 1 hora cada. As entrevistas foram filmadas e em seguida transcritas. Todos os participantes afirmaram já ter trabalhado com modelagem em sala de aula.

Antes de iniciar a entrevista, realizamos um momento instigador com os professores. Apresentamos três resoluções de problemas de modelagem feitas por estudantes do ensino médio⁶. Após analisarem as atividades e as argumentações exibidas, associado as suas experiências profissionais, os informadores privilegiados foram questionados sobre:

(A) Em quais momentos da prática didática você consegue *identificar as competências de modelagem* dos seus estudantes? (B) Quais são os *maiores obstáculos* enfrentados pelos estudantes no processo de modelagem? (C) O que a escola pode fazer para promover o *desenvolvimento da competência* analisada?

Os dados da entrevista qualitativa foram examinados através da análise do conteúdo (KVALE, 2007), organizados segundo as problemáticas semelhantes e representados em categorias abertas. A análise seguiu um procedimento de codificação orientada pelos temas que foram objetos da investigação.

Resultados

Os professores tiveram dificuldades em reconhecer as competências de modelagem dos estudantes. Em resposta aos questionamentos colocados aos professores: (A) Em relação à ocasião na sala de aula onde têm a oportunidade de conhecer as competências de modelagem dos alunos, os entrevistados apresentaram alguns exemplos e foram unânimes em identificar os “momentos nos quais os alunos não são avaliados”⁷, destacando:

⁴Esses podem não fazer parte do fenômeno estudado em si, mas se tratam de pessoas que ocupam uma posição privilegiada em relação ao fenômeno estudado, mesmo como observador (CORBETTA, 2009).

⁵A individualização também levou em consideração os anos de docência (de 4 a 30 anos no ensino médio) e a diversidade das instituições onde trabalham (Liceus Científico, Linguístico e Institutos Técnicos).

⁶A realização de atividades de modelagem por estudantes foi objeto de estudo da primeira fase da pesquisa; os fragmentos apresentados aos professores foram selecionados das entrevistas e das resoluções dos estudantes.

⁷As expressões entre aspas são registros da fala dos professores.

**COMPETÊNCIAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA:
UMA REFLEXÃO COM PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO**

discussões indiretas em aula, expressão de opiniões em um novo conteúdo, trabalhos e dinâmicas de grupo, prática de jogos matemáticos, correção de exercícios realizadas pelo aluno no quadro negro.

(B) Os obstáculos identificados pelos entrevistados referem-se ao “limitado conhecimento” ou à “falta de experiência” dos alunos, como: decodificar o texto e entender a situação a ser resolvida, reconhecer estruturas matemáticas de referimento, isolar os dados significativos do problema, construir as relações pertinentes, flexibilidade de pensamento na construção do modelo matemático, escolha do conteúdo matemático apropriado à situação, passar de uma linguagem informal a uma linguagem matemática formal, organizar os dados para construir uma equação ou modelo matemático que represente a situação real, trabalhar com os modelos construídos e confrontá-los com outras possibilidades, confrontar-se com a credibilidade dos procedimentos adotados para a resolução, fazer estimativas numéricas, trabalhar com o conceito de proporcionalidade.

Segundo os relatos, a dificuldade em decodificar um texto não se limita à matemática, apresentando-se também em outras disciplinas. Os maiores obstáculos identificados referem-se à criação do modelo matemático, apontando dificuldades específicas relacionadas à matemática. Questionar-se sobre a credibilidade dos procedimentos realizados é uma prática pouco realizada pelos estudantes. Durante a entrevista foram constatados alguns obstáculos que não competem ao aluno, mas ao sistema de ensino escolar, como a prática de uma “didática standard”: excessivo uso do livro didático, dinâmicas frequentemente no quadro negro, experiências voltadas para a avaliação, concepção do erro como fracasso, falta da ação estimulante docente; denso programa escolar a ser cumprido e o pouco tempo disponível, didática baseada em exercícios e não em problemas matemáticos.

(C) Para as possíveis iniciativas que a escola pode promover no desenvolvimento da competência de modelagem, os entrevistados identificaram aspectos que competem ao professor, como: inserir a modelagem na didática cotidiana, iniciar a aula ou introduzir um novo argumento com atividades de modelagem, trabalhar nos laboratórios de matemática, realizar atividades interdisciplinares, quando em aula explicitar diferenças em conceitos como modelo ou abstração, explicando o que é um *modelo matemático*, bem como “as suas dimensões” e a relativa distância da realidade. Promover o raciocínio matemático conjectural e habituar o estudante a construir as fórmulas necessárias para trabalhar os conteúdos matemáticos, estimular o uso de instrumentos matemáticos, dar mais espaço ao estudante para expor o seu raciocínio e evidenciar as hipóteses implícitas construídas por

eles; promover trabalhos de grupo em sala de aula, iniciar a prática da modelagem já no ensino fundamental.

Os professores também identificaram algumas iniciativas que competem à instituição de ensino, tais como: ter à disposição um maior material didático de referência, aumentar as horas de matemática em sala de aula e a realização de avaliações formativas do professor.

Considerações finais

As competências de modelagem exigem um elemento de reflexão do aluno sobre os processos necessários ou utilizados para resolver um problema. Eles estão relacionados com a capacidade de planejar estratégias de solução e aplicação, enfrentando áreas problemáticas mais complexas e menos familiares. O sistema educativo deve ir além de adotar o termo *competências*. Necessita-se criar oportunidades de formação e reflexão sobre a promoção das competências.

Segundo os relatos dos informadores privilegiados, percebe-se que existe pouco entendimento sobre o que são competências de modelagem. Os professores indicaram momentos em sala de aula nos quais têm a oportunidade de conhecer as competências dos estudantes, mas tiveram dificuldades em identificar competências específicas de modelagem, apresentando-as junto a outras competências matemáticas e de estudo.

Eles reconheceram pontos importantes que obstaculizam o processo de modelagem, tais como aspectos relacionados ao estudante e ao sistema escolar. No entanto, a tentativa de atenuar as dificuldades encontradas é ainda pouco prevalente. Os professores se concentram muito em identificar os problemas do estudante, como a falta de conhecimento, de experiência e de atitude, ao invés de propor metodologias diferentes ou de conduzir a atividade de modo a contemplar a construção das competências.

As possíveis iniciativas para promover o desenvolvimento dessas competências foram pouco específicas, algumas já evidentes no âmbito da modelagem. No entanto são atitudes não praticadas por eles.

Se a concepção da competência de modelagem não vem examinada a fundo junto aos professores, então como podemos projetar ambientes didáticos mais dinâmicos e direcionados ao desenvolvimento de competências, se a prática realizada em classe continua desconectada dos conceitos fundamentais?

Referências

BLUM, W. et. al. ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. **Educational Studies in Mathematics**. v. 51, n.1/2, p. 149-171. 2002.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**. v. 22, n. 1, p. 37 – 68. 1991.

CORBETTA, P. **Metodologia e tecniche della ricerca sociale**. Bologna: Il Mulino, 1999.

DE CORTE, E. Learning from instruction: the case of mathematics. **Learning Inquiry**, v.1, p.19 - 30. 2007.

KVALE, S. **Doing interviews**. London: Sage, 2007.

MAAß, K. What are modelling competencies? **ZDM**, v.38, n.2, p. 113 – 142. 2006.

OCDE, **Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy – A Framework for PISA 2006**. Paris: OCDE Publishing, 2006. Disponível em <http://www.fmmeduacion.com.ar/Sisteduc/Informes/PISA2006_alfabetizacioncientymatem.pdf> Acesso em: 17 abr. 2013.

NISS, M.; BLUM, W.; GALBRAITH, P.L. Introduction. In: BLUM, W.; GALBRAITH, P.L.; HENN, H-W.; NISS, M. (Org.) **Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study**. New York: Springer, v.10, p. 3- 32. 2007.

PELLEREY, M. Lessico pedagogico. **Education Sciences & Society**, Roma: Armando Editore, v. 2, n.1, p. 171 – 180. 2011.

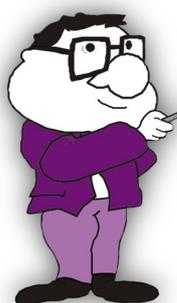
PERRENOUD, P. **Construir as Competências desde a Escola**. Porto Alegre: Artmed Editora, 1999.

PERRENOUD, P. A Arte de construir competências. **Revista Nova Escola**, São Paulo: Abril Cultural, set., p. 19-31. 2000.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. New York: Academic press, 1985.

UNESCO. **Challenges in basic mathematics education**. Paris: UNESCO, 2012. Disponível em: <<http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776e.pdf> > Acesso em 20 mai. 2012.

UNIÃO EUROPEIA. **Recomendação do Parlamento Europeu e do Conselho sobre as Competências-chave para a Aprendizagem ao Longo da Vida.** Diário Oficial da União Europeia, 30 dez 2006. L394. p. 10-18. Disponível em: <<http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:PT>> Acesso em: 06 fev. 2012.



**O site da SBEM está repleto de recursos
que poderão lhe ajudar em sala de aula!
Acesse agora!**

Base Nacional Comum Curricular

Conheça, discuta, colabore
Faça o cadastro e encaminhe sugestões

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>



Veja mais em www.sbem brasil.org.br