EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
em Revista

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES RACIONAIS FRACIONÁRIAS: UM ESTUDO DE CASO NAS ESCOLAS DE MOÇAMBIQUE

António Fernando Zucula[1]
Maria Isabel Ramalho Ortigão[2]

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de uma investigação sobre estratégias de estudantes do ensino médio, em uma escola secundária da cidade de Maputo, República de Moçambique, para resolver inequações racionais fracionárias. Trata-se de uma pesquisa conduzida em 2011, para responder as seguintes indagações: que estratégias os estudantes utilizam para resolver inequações algébricas fracionárias? Que tipos de erros são cometidos? Para a análise e discussão dos resultados foram utilizadas as categorias criadas por Douady (1986) e por Tsamir (1998). A partir dos resultados foi possível verificar que os erros mais frequentes incidem sobre: "multiplicar ou dividir por fatores que não são necessariamente positivos" e "dedução incorreta de sinais de fatores a partir do sinal do produto/quociente". Esses erros são decorrentes do processo de ensino-aprendizagem das inequações, o qual privilegiou técnicas de resolução em vez de conceitos e propriedades matemáticas.

Palavras-chave:

Inequações Racionais Fracionárias. Análise. Dificuldades. Estratégias.

Introdução

A Matemática lecionada na escola implica, sobretudo, desenvolver o pensamento matemático e as habilidades do aluno. Estes dois aspectos são necessários para a compreensão de diferentes situações, incluindo aquelas do cotidiano e, também, servem de ferramenta a outros campos de conhecimento. Analisando esta situação, a partir da política educacional moçambicana e compreendendo que a educação é a chave para o desenvolvimento econômico, sociocultural e político de um país, nos propusemos a investigar dificuldades na resolução de inequações racionais fracionárias por estudantes moçambicanos, matriculados no ensino médio.

Segundo a literatura, os estudantes mostram, em geral, grandes dificuldades na resolução de inequações desde os primeiros anos da escola secundária até a universidade. Para Costa (1998) e Huillet (1996), na sua resolução, tais estudantes aplicam um processo puramente algébrico e, muitas vezes, resolvem-nas como se de equações se tratassem, pois o fazem substituindo

[1]Academia de Ciências Policiais de Moçambique (ACIPOL). Doutorando UERJ/Bolsista CAPES - PEC-PG. E-mail: zucula_antonio@yahoo.com.br
[2]Universidade do Estado do Rio de Janeiro. E-mail: isabelortigao@terra.com.br

apenas o sinal de igualdade pelo sinal de desigualdade, o que parece ilustrar uma transferência mecânica de procedimentos.

Este estudo tem como suporte a Educação Algébrica, pois além de se tratar de um tema presente no cotidiano escolar do ensino médio de Moçambique, já que é parte integrante dos Programas Curriculares do Ensino Básico e do Ensino Secundário Geral, também, tem sido objeto de discussão, estudos e análise de professores e pesquisadores por todo o mundo. Em Moçambique, por exemplo, estudos envolvendo resolução de equações algébricas têm sido conduzidos, particularmente, por Huillet (1996), Costa (1998), Monjane (2001) e Zucula (2012).

No Brasil, Ribeiro (2007) investigou os significados da noção de equação algébrica, sob a luz das teorias de Registros de Representação Semiótica, de Durval e da Transposição Didática de Chevallard. O autor chama a atenção para os multissignificados encontrados em sua pesquisa. Outros estudos brasileiros envolvem conhecer os erros que os estudantes cometem ao se envolverem em resoluções de equações (AZEVEDO, 2002; FREITAS, 2002).

Quando os alunos terminam o ensino médio, tem-se a expectativa de que eles tenham desenvolvido suas capacidades de pensar e aplicar raciocínios numéricos, espaciais, algébricos, lógicos, gráficos e estatísticos. Essa capacidade desenvolve-se ao longo do tempo e relaciona-se diretamente às experiências pelas quais eles irão passar e aos diversos tipos de pensamento que estão associados aos diferentes campos da Matemática, que deverão ser trabalhados de forma integrada e organizados num grau crescente de complexidade.

Com relação à álgebra, predomina, ainda, uma visão tradicional do ensino desse campo da Matemática vinculado à aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações e expressões. Este pode ser um dos motivos que faz com que muitos estudantes tenham dificuldades, levando-os a formarem uma opinião de que a álgebra estudada na escola não tem nenhuma relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o mundo cotidiano.

Tsamir e os seus colegas (1998, p. 56) identificam algumas dificuldades dos estudantes com relação à resolução de inequações fracionárias:

$$\frac{A}{B} > 0 \Rightarrow A > 0 \ e \ B > 0; A^2 > B^2 \Rightarrow A > B \vee A^2 < B^2 \Rightarrow A < B$$

> - Dificuldades com valores excluídos: as restrições, para cada inequação proposta, foram denominadores não podendo ser nulos. Segundo eles, os estudantes produziram, em geral, soluções erradas ao negligenciarem essas restrições. Isto significa que os autores detectaram dificuldades nos estudantes em relação às condições da existência de soluções no conjunto dos números reais.
> - Escolha inapropriada de conetivos lógicos: os estudantes, com frequência, inverteram o uso dos conetivos "e" e "ou".
> - Dedução incorreta de sinais de fatores a partir do sinal do produto/quociente: a origem desse tipo de dificuldade advém do uso de afirmações insuficientes do tipo:
> - Resolver equação no lugar de inequação: Alguns estudantes, em algumas inequações, simplesmente trocaram o sinal de desigualdade (> ou <) pelo sinal de igualdade (=) e resolveram inequações como se fossem equações.
> - Multiplicar ou dividir por fatores que não são necessariamente positivos: uma boa parte dos estudantes multiplicou ambos os membros de inequações pelo denominador sem levar em conta o caso em que o denominador era negativo.

O autor classificou os erros cometidos pelos estudantes nas cinco categorias acima, afirmando, em especial, que as duas últimas decorrem do uso de procedimentos de resolução válidos para a equação como se fossem válidos para a inequação. Neste sentido, a nosso ver, o impacto das similaridades estruturais entre equações e inequações cria um forte sentimento intuitivo de que os procedimentos usados para resolver equações poderão ser usados, também, para inequações.

Douady (1986, p. 11) identifica as seguintes, representações usadas como recursos na resolução de inequações:

- RA (uso da representação algébrica somente);
- RA+RG (combinação entre a representação algébrica e a representação gráfica);
- RA+RN (combinação entre a representação algébrica e a representação numérica).

Para Douady (1986), ao trabalhar com inequações, é necessário que o professor mobilize ou crie condições, por meio de tarefas, que permitam aos estudantes a mobilização para lidarem com diferentes representações.

O texto aqui proposto baseia-se nos resultados de uma investigação conduzida com o propósito de investigar as dificuldades dos estudantes matriculados no 11º ano do Ensino Médio Geral, de uma escola pública da cidade de Maputo, Moçambique.

Na sequência, apresentamos a pesquisa referenciada no texto e descrevemos, brevemente, a estrutura do sistema educacional em Moçambique. Na continuidade, discutimos os resultados da pesquisa e finalizamos com nossas considerações finais. Cabe observar que, devido a limitações com relação ao número de páginas, apresentamos aqui duas das questões propostas aos estudantes.

A Pesquisa

A pesquisa referenciada nesse texto buscou responder as seguintes questões:

(a) Que tipo de dificuldades, erros e ideias alternativas apresentam os estudantes do 11º ano na resolução de inequações racionais fracionárias?

(b) Qual é a forma de representação que induz ao erro ou facilita a resolução correta de cada tipo de inequação racional fracionária?

Para a condução da pesquisa (ZUCULA, 2012), foi selecionada uma amostra de 55 estudantes do 11º ano do ensino médio de uma escola pública moçambicana. Os estudantes foram convidados a responder a um rol de questões envolvendo a resolução de inequações. Optou-se por propor questões típicas elaboradas com base em livros didáticos usuais nas escolas públicas de Moçambique (VUMA; CHERINDA, 2009; FAGILDE, 2011; NEVES et al, 1990; NETTO; ALMEIDA, 1991). Foram realizadas, ainda, a observação de aulas e a análise de documentos curriculares oficiais (Plano Curricular do Ensino Secundário Geral-PCESG e Programa de Matemática do Ensino Médio). Após a aplicação do instrumento investigativo, realizou-se inicialmente uma categorização dos 55 testes em relação ao desempenho, separando-os em três grupos: respostas certas, respostas erradas e respostas em branco.

O Sistema educacional moçambicano

O Sistema da Educação em Moçambique é regido pela Lei nº 6/92 de 6 de Maio de 1992 e apresenta a seguinte estrutura:

- Ensino pré-escolar, que abrange as crianças de zero aos cinco anos de idade, em creches e jardins de infância.
- Ensino primário, que compreende as sete primeiras séries, subdivididas em: Ensino primário do 1º Grau (EP1) que vai da 1ª a 5ª séries, e o Ensino primário do 2º Grau (EP2) que abarca a 6ª e a 7ª séries. As crianças devem ingressar no Ensino primário no ano em que completam seis anos de idade.
- Ensino Secundário Geral, que compreende dois ciclos, nomeadamente: o 1º ciclo (ESG1) que cobre a 8ª, 9ª e 10ª séries e o 2º ciclo (ESG2) que abrange a 11ª e a 12ª séries. Este segundo ciclo também é denominado de ensino médio.
- Ensino Técnico-Profissional (ETP), que estrutura-se em ensino Elementar, Básico e Médio, que correspondem ao EP2, ESG1 e ESG2, respectivamente.

A formação de professores para o Ensino Primário é realizada por meio do nível básico ou médio. Para atuar nos Ensino Primário, exige-se no mínimo, que se tenha concluído a 10ª série, mais um ano de formação pedagógica. Para a atuação no Ensino secundário é necessário a formação em nível superior, em universidade. O Ensino Superior (ES) forma estudantes que concluíram o ESG2 ou equivalente e a sua duração varia entre 4 a 5 anos para a licenciatura (graduação). A idade mínima para o ingresso na Universidade é 18 anos.

De modo geral, a estrutura do sistema educacional moçambicano é diferente do brasileiro, embora a educação básica se complete, em ambos, em doze anos. Outra diferença é a idade de ingresso no nível superior, que no Brasil, não se exige idade mínima, mas apenas que o estudante tenha concluído o ensino médio.

Estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de inequações racionais fracionárias

Como afirmado anteriormente, foram propostas aos estudantes a resolução de seis inequações, das quais duas são apresentadas a seguir, com o intuito de descrever os tipos de dificuldades, erros e ideias alternativas apresentadas por eles em sua resolução. A tabela 1, apresentada a seguir, apresenta o percentual de acertos e erros cometidos pelos estudantes.

Categorias	Inequação 1: $\frac{5}{x-2} > 0$	Inequação 2: $\frac{2x-5}{x-2} < 1$
Respostas certas	(14) 25%	(20) 36%
Respostas erradas	(27) 50%	(30) 55%
Respostas em branco	(14) 25%	(5) 9%
Total	(55) 100%	(55) 100%

Tabela 1 – Desempenho dos estudantes
Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.

Observa-se que 14 estudantes acertaram a primeira inequação e 20 acertaram a segunda inequação. Dos 14 estudantes que acertaram, 12 resolveram a inequação de forma simples, ou seja, eles apenas impuseram a condição de que se $x - 2 > 0$, então $x > 2$, acertando a atividade em poucas passagens.

Constatamos, na resolução desta inequação, que 50% do total de testes (27 estudantes) continham uma resposta errada, dos quais 33% (9 estudantes) cometeram o erro do tipo "multiplicar ou dividir por fatores (MDF) que não são necessariamente positivos". Um exemplo desse tipo de erro cometido é o seguinte:

$$\frac{5}{x-2} > 0 \Rightarrow 5 > 0(x-2) \Rightarrow 5 > 0$$

Observando o erro descrito e a justificativa contida na figura 1 (apresentada na sequência), constatamos que o estudante não se preocupou com o domínio de existência, isto é, com o fato de o denominador de $\frac{5}{x-2}$ não poder ser nulo, nem com o sinal que $(x-2)$ pode ter. A causa do erro esteve no fato de o estudante não ter colocado a condição de existência, isto é, não ter se preocupado com o denominador de $\frac{5}{x-2}$, que não pode ser nulo.

Na figura 1, que se segue, pode-se compreender melhor, na justificativa, o raciocínio do estudante e a causa do erro, quando diz "Em 1º lugar sabemos que o denominador do zero é 1; então ficamos com 0/1. Assim sendo, podemos usar o produto dos meios e extremos que consiste na multiplicação do numerador do 1º membro pelo denominador do 2º e o denominador do 1º pelo numerador do 1º e temos $5.1 > 0(x-2)$ ". Isto é consistente com a visão científica em termos matemáticos. Todavia, tratando-se da resolução de inequação, essa visão ou esse procedimento do estudante não está correto (a). Na figura 1, apresentamos um exemplo de teste contendo este tipo de erro.

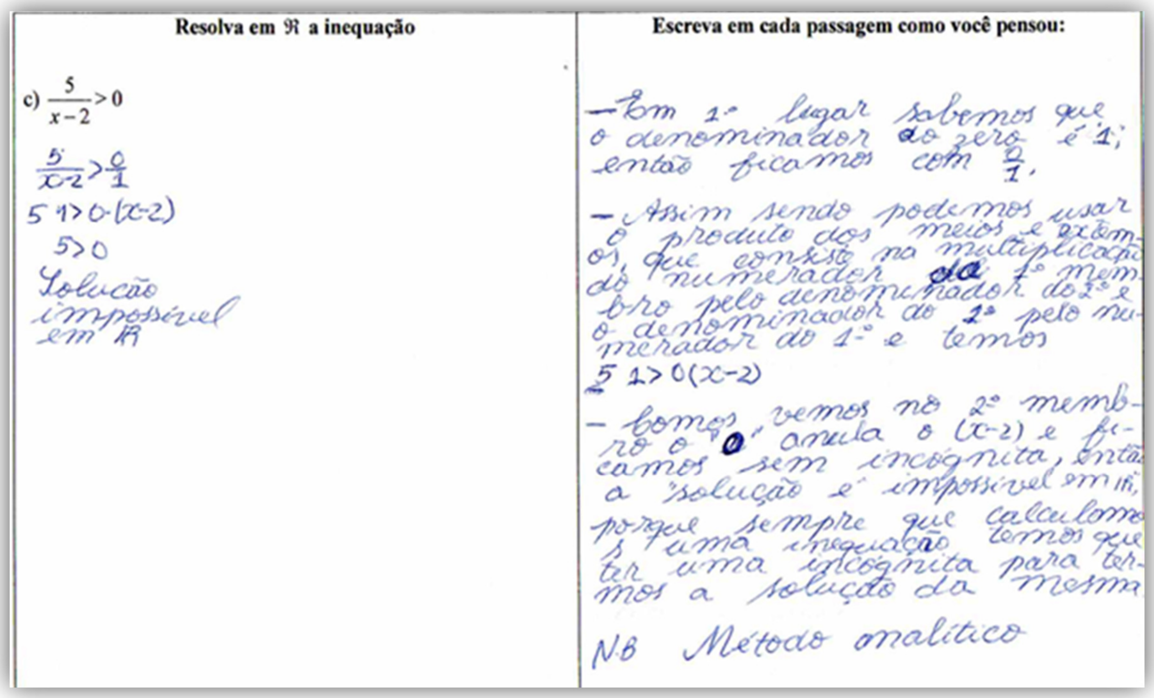

Resolva em $\Re$ a inequação	Escreva em cada passagem como você pensou:
c) $\frac{5}{x-2}>0$ $\frac{5}{x-2}>\frac{0}{1}$ $5\cdot 1>0\cdot(x-2)$ $5>0$ Solução impossível em $\mathbb{R}$	— Em 1º lugar sabemos que o denominador do zero é 1; então ficamos com $\frac{0}{1}$. — Assim sendo podemos usar o produto dos meios e extremos, que consiste na multiplicação do numerador da 1º membro pelo denominador do 2º e o denominador do 2º pelo numerador do 1º e temos $5\cdot 1>0(x-2)$ — Como vemos no 2º membro o 0 anula o $(x-2)$ e ficamos sem incógnita, então a solução é impossível em $\mathbb{R}$, porque sempre que calculamos uma inequação temos que ter uma incógnita para termos a solução da mesma NB Método analítico

Figura 1: Exemplo de erro do tipo multiplicar ou dividir por fatores (MDF) que não são necessariamente positivos.
Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.

Nos 27 testes com respostas incorretas, observamos ainda que 9 estudantes deixaram de mencionar a condição de existência, ou seja $x \neq 2$, o que corresponde a um erro do tipo "dificuldades com valores excluídos". Em relação aos 14 (25%) testes em branco, os estudantes só iniciaram as resoluções, abandonando-as num estágio preliminar que não permitia dizer se eles alcançariam respostas certas ou erradas. Por esta razão, se categoriza esses testes como contendo respostas em branco.

As constatações nesta inequação $\frac{2x-5}{x-2}<1$ foram que 60% do total de testes continha reposta errada, o que corresponde a 30 dos 50 estudantes que a resolveram. Também verificamos que 57% desses 30 estudantes que não acertaram (17 estudantes) cometeram o seguinte tipo de erro: Para resolver a inequação $\frac{2x-5}{x-2}<1$ os estudantes apresentaram a seguinte resolução:

$$\frac{2x-5}{x-2}<\frac{1}{1} \Leftrightarrow \frac{2x-5}{x-2}<\frac{x-2}{x-2} \Leftrightarrow 2x-5<x-2 \Leftrightarrow 2x-x<-2+5 \Leftrightarrow x<3 \Leftrightarrow x\in\Re:]-\infty;3[$$

Nessa resolução, os estudantes multiplicaram e dividiram os fatores (MDF) que não são necessariamente positivos. Eles só apresentaram apenas uma possibilidade de resolução, e não consideram outras possibilidades. Neste caso, o *x* não satisfaz ambas as desigualdades. Deveriam primeiro notar que $\frac{2x-5}{x-2}$ é indefinida em $x=2$. Feito isto, eles deveriam transformar a inequação na forma padrão, isto é,

$$\frac{2x-5}{x-2}-1<0 \Leftrightarrow \frac{2x-5}{(x-2)}-\frac{1}{(x-2)}<0 \Leftrightarrow \frac{2x-5-(x-2)}{x-2}<0 \Leftrightarrow \frac{2x-5-x+2}{x-2}<0$$
$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2}<0$$

Então $x-3>0$ e $x-2<0$ ou $x-3<0$ e $x-2>0$. Este procedimento é equivalente a resolver os dois sistemas de inequações S_1 e S_2, resolução que é apresentada a seguir, fazendo posteriormente a união entre as respectivas soluções. Os sistemas citados são:

$$S_1 = \begin{cases} x-3>0 \\ x-2<0 \end{cases} \quad ou \quad S_2 = \begin{cases} x-3<0 \\ x-2>0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x>3 \\ x<2 \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} x<3 \\ x>2 \end{cases}$$

Conjunto de soluções $S =]\ 2,\ 3\ [$

O equívoco que descrevemos é descrito como sendo a dedução incorreta de sinais (DIS) de fatores a partir do sinal do produto/quociente. A justificativa do aluno, apresentada na figura 2, reflete claramente como ele realiza a resolução: "... passar incógnitas para o 1° membro e os termos independentes para o 2° membro e ...", numa sequência de procedimentos automáticos que culmina com a transposição do coeficiente alterando também o sinal.

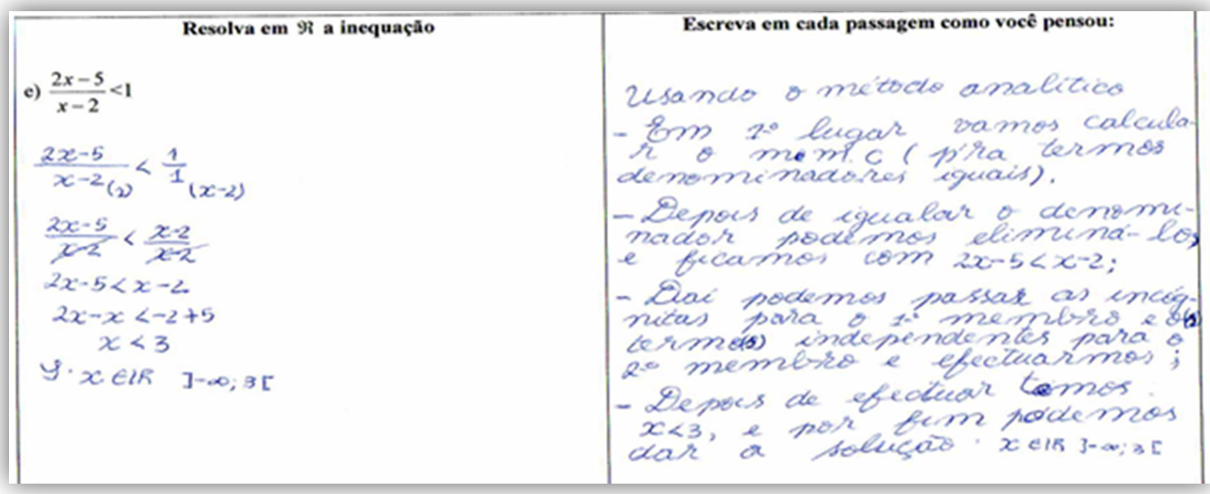

Resolva em ℜ a inequação	Escreva em cada passagem como você pensou:
e) $\frac{2x-5}{x-2}<1$	Usando o método analítico
$\frac{2x-5}{x-2_{(1)}} < \frac{1}{1_{(x-2)}}$	- Em 1º lugar vamos calcular o m.m.c (pra termos denominadores iguais).
$\frac{2x-5}{\cancel{x-2}} < \frac{x-2}{\cancel{x-2}}$	- Depois de igualar o denominador podemos eliminá-los e ficamos com $2x-5<x-2$;
$2x-5<x-2$ $2x-x<-2+5$ $x<3$	- Daí podemos passar as incógnitas para o 1º membro e os termos independentes para o 2º membro e efectuarmos;
S: $x \in IR\ ]-\infty; 3[$	- Depois de efectuar temos $x<3$, e por fim podemos dar a solução $x \in IR\ ]-\infty; 3[$

Figura 2 – Exemplo de erro do tipo "multiplicar ou dividir por fatores (MDF) que não são necessariamente positivos" e "dedução incorreta de sinais (DIS) de fatores a partir do sinal do produto/quociente".
Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.

Análise de influências de tipo de representação que induz ao erro ou facilita a resolução correta de cada tipo de inequação

Nesta seção, está em destaque a análise da influência de tipos de representações que induzem ao erro ou facilitam a resolução correta de cada tipo de inequação tendo como bases teóricas as contribuições de Douady (1986).

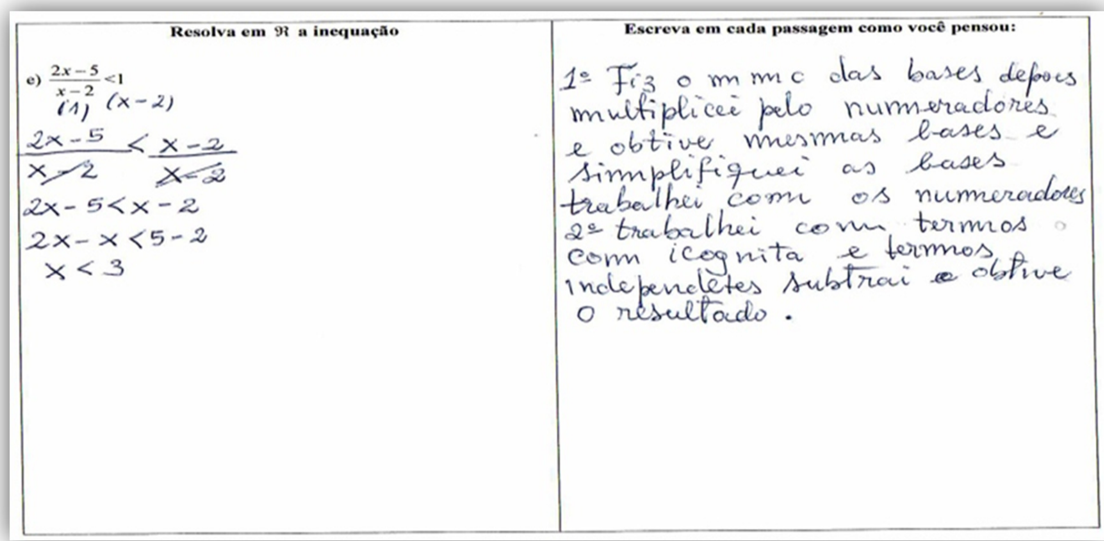
A questão que foi aplicada aos estudantes que participaram da pesquisa foi a seguinte: $\frac{2x-5}{x-2}<1$. A tabela 2, apresentada a seguir, descrimina tipos de representações usadas pelos estudantes para resolverem a inequação.

Inequação	Representações usadas pelos alunos			Reposta em Branco
	RA	RA+RG	RA+RN	
$\frac{2x-5}{x-2}<1$	21 (4)*	29 (16)**	0	5

Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.
(*) Entre parênteses são dados os números de estudantes que resolveram corretamente em cada representação.
(**) Entre parênteses são dados os números de estudantes que resolveram corretamente em cada representação.

Quando elaboramos as inequações que fariam parte do teste, para além de seguirmos as sugestões de Neves e Alves (1990), Netto e de Almeida (1991), Vuma e Cherinda (2009) e Fagilde (2011), também nos preocupamos em escolher inequações cujas resoluções pudessem apresentar a combinação entre representações.

Entre os 50 estudantes que resolveram a inequação, 21 (42%) optaram por usar, apenas, a representação algébrica (RA). Destes, apenas 4 estudantes acertaram e os 17restantes erraram. A escolha de usar somente a representação algébrica (RA) não foi adequada e, possivelmente, isso contribuiu para o alto índice de resultados errados. Segue-se o extrato do teste de um estudante que usou apenas a representação algébrica (RA) e, por esse fato, obteve o resultado errado.



Resolva em $\Re$ a inequação	Escreva em cada passagem como você pensou:
e) $\frac{2x-5}{x-2} < 1$ $(1)\ (x-2)$ $\frac{2x-5}{\cancel{x-2}} < \frac{x-2}{\cancel{x-2}}$ $2x-5 < x-2$ $2x-x < 5-2$ $x < 3$	1º Fiz o mmc das bases depois multipliquei pelo numeradores e obtive mesmas bases e simplifiquei as bases trabalhei com os numeradores 2º trabalhei com termos com icognita e termos independetes subtrai e obtive o resultado.

Figura 3 – Uso da representação algébrica (RA)
Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.

Observando-se a resolução, juntamente com as justificativas apresentadas na figura 3, constata-se que se trata da representação algébrica (RA). Nas justificativas ficou claro o emprego da citada representação, conforme os dizeres do estudante:

> Fiz o mmc das bases depois multipliquei pelo numerador e obtive mesmas bases e simplifiquei as bases, trabalhei com os numeradores, trabalhei com termos incógnita termos e independentes subtrai e obtive o resultado (ESTUDANTE A).

Contudo, no que concerne à expressão “bases”, pode representar uma concepção alternativa e/ou dificuldade conceptual do estudante. Esse estudante não consegue diferenciar os conceitos “bases” e “denominador”.

Dos 50 estudantes que resolveram esta inequação, 29 (58%) optaram pela combinação entre as representações algébrica (RA) e gráfica (RG), dos quais 16 resolveram corretamente. Como exemplo da combinação entre a representação algébrica (RA) e gráfica (RG) na inequação, segue o extrato do teste de um estudante que resolveu a atividade de modo equivocado.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA *em Revista*

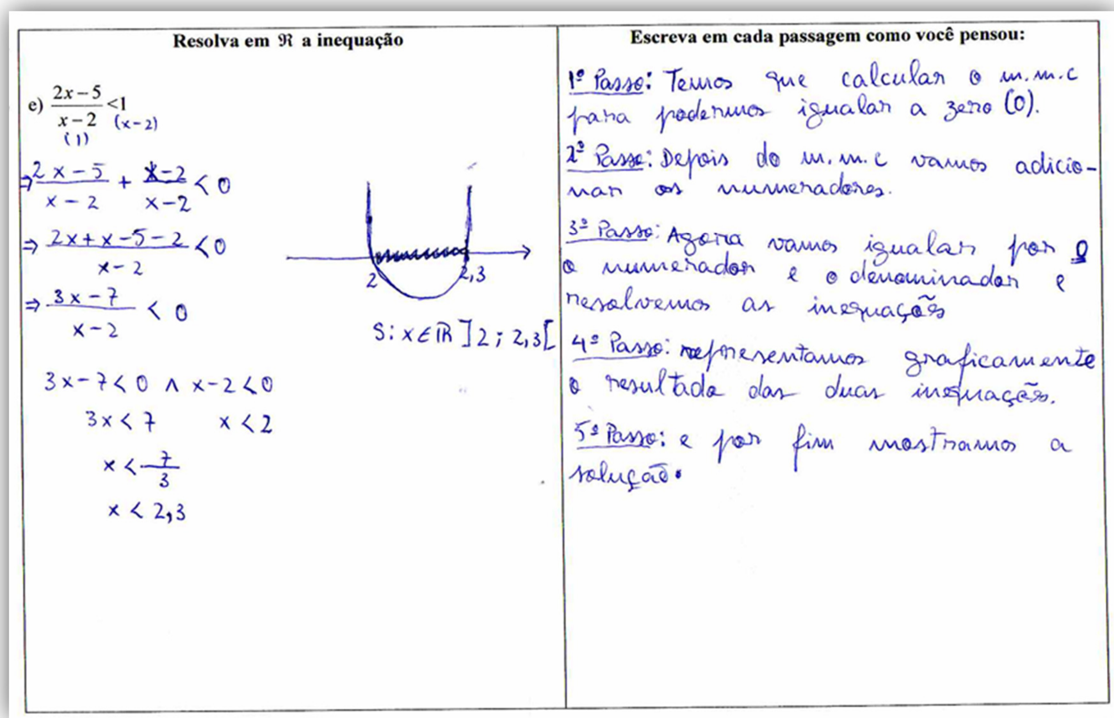


Figura 4 – Uso da combinação entre representações (RA+RG)
Fonte: Dados da pesquisa 2011, elaboração dos autores.

Categorizamos como combinação entre as representações algébrica e gráfica (RA+RG), pois, de acordo com a justificação do estudante:

> Temos que calcular o m.m.c para podermos igualar a zero (0) depois do m.m.c vamos adicionar os numeradores. Agora vamos igualar por 0 o numerador e o denominador e resolvemos as inequações, representamos graficamente o resultado das duas inequações e por fim mostramos a solução (ESTUDANTES B).

Todavia, a parte relativa à expressão "igualar o" pode representar uma concepção alternativa ou erro conceitual do estudante, pois ele faz confusão entre o sinal de igualdade e o de desigualdade.

Para essa atividade, tivemos que, dos 55 estudantes, 21 (38%) usaram somente a representação algébrica, 29 (53%) optaram pela combinação de RA e RG e 5 (9%) não resolveram a inequação.

Considerações finais

No estudo referenciado neste trabalho, buscou-se identificar as estratégias utilizadas por estudantes do ensino médio de uma escola moçambicana para resolver inequações algébricas fracionárias. Em nossas análises, percebemos que, de modo geral, os estudantes fazem uso de esquemas técnicos, sem uma devida compreensão de seus significados. Possivelmente, isso reflita uma perspectiva tecnicista de ensino em que o aspecto algorítmico seja priorizado em detrimento do aspecto conceitual (conceitos, propriedades e princípios). Tais perspectivas estão presentes não somente em escolas moçambicanas, mas também no Brasil e em outros países.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em Revista

Esperamos que este estudo contribua para a investigação em Educação Matemática de maneira que avancemos na qualidade da educação, no país e no mundo em geral, do ponto de vista da melhoria qualidade da aprendizagem na área. O uso das diferentes representações, nomeadamente: algébrica, gráfica e numérica, de uma forma combinada no ensino de inequações, poderá permitir que os estudantes aprendam a resolver, de várias maneiras, problemas relacionados com inequações racionais fracionárias.

Os professores poderão trabalhar simultaneamente com equações e inequações (mesmo que antes disso tenham trabalhado sequencialmente com equações e depois com inequações), fazendo um paralelo na tentativa de evitar analogias inapropriadas entre os procedimentos de resolução desses dois conteúdos matemáticos, de modo a usar um quadro comparativo que espelhe semelhanças e diferenças. Assim, eles poderão minimizar as dificuldades dos estudantes na aprendizagem desse conteúdo matemático.

Referências

AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas.** 2002. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 2002..

COSTA, MA. J. **Visualização e mudança de quadros numa perspectiva construtivista: uma contribuição para o estudo das inequações**. Trabalho de diploma. Universidade Pedagógica: Moçambique, 1998.

DOUADY, RE. Jeux de cadre et dialectique outil-objet dans l'ensignement des mathématiques. **Recherches en didactique des mathématiques**, Paris, v. 7, n. 2, p. 5-31, 1986.

FAGILDE, SA. A. M. **M11-Matemática 11ª classe.** Programa actualizado. Textos Editores: Lda-Moçambique, 2011.

FREITAS, M. A. **Equação do 1° grau:** métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2002.

HUILLET, DA. Analytical or graphical resolution? The inequalities case. **Proceedings of the 2nd National Congress of Association for Mathematics Education of South Africa**: Cape Town, p. 79-89, 1996.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA (MEC) E INSTITUTO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO (INDE). **Plano Curricular do Ensino Secundário Geral (PCESG)**: Documento Orientador, objectivos, Política, Estrutura, Plano de estudos e Estratégias de Implementação, 2007.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. **Programa de Matemática do ensino secundário, 2° ciclo**. Maputo: Moçambique, 2009.

MOÇAMBIQUE. Lei 6/92, de 6 de Maio. **Reajusta e adequa a Lei 4/83 do Sistema Nacional de Educação.** Boletim da República, I série, n.º 19, Maputo, p. 104 (8-13), 1992.

MONJANE, TE. L. M. **Análise de erros dos alunos da 8ª classe na resolução de sistemas de equações com duas incógnitas**. UP. FCNM, 2001.

NETTO, S. DI P.; DE ALMEIDA N. S. **Matemática Curso Fundamental**. 2ª ed. Vol. 1, 2° Grau, São Paulo: Editora Scipione. 1991.

NEVES, MA. A.; VIEIRA. M. T. C.; ALVES, A. G. **Livro de texto de matemática do 10° ano**, 2ª ed. 1° Volume, Porto Editora,1990.

RIBEIRO, A. J. **Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. 2007. 141f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2007.

TSAMIR, P.; ALMOG. N.; TIROSH. D. Students` Solutions of inequalities. **Proceedings of PME 22. Stellenbosch, South African**, v. IV, p. 129-136. 1998.

VUMA, JO. P.; CHERINDA, MA. **Matemática 11ª classe, Pré-Universitário:** Novo currículo do ensino secundário. Maputo: Longman Moçambique, 1ª ed., 2009.

ZUCULA, A. F. **Resolução de Inequações Racionais Fracionárias por estudantes moçambicanos:** um estudo de caso. 2012. 86f. Dissertação (Faculdade de Educação da Universidade Eduardo Mondlane), Maputo, Moçambique, 2012.