Artigo

A ÁREA DO PARALELOGRAMO NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DO CONTRATO DIDÁTICO E DAS VARIÁVEIS DIDÁTICAS[1]

Marilene Rosa dos Santos – UFRPE[2]
Paula Moreira Baltar Bellemain – UFPE[3]

Resumo: O presente estudo teve como objetivo identificar regularidades em uma coleção de livros didáticos, relativas à área do paralelogramo, à luz de conceitos da Didática da Matemática francesa, mais especificamente das noções de contrato didático e variável didática. Observamos que o desenho prototípico do paralelogramo apresenta o lado de maior comprimento na posição horizontal e é "inclinado para a direita". Os aspectos numéricos são enfatizados, mas há também escolhas que favorecem a construção da noção de área como uma grandeza. O tratamento dado à fórmula da área de um paralelogramo contribui para a construção de seu significado e não se limita à aplicação mecânica. Entretanto, observamos também escolhas das quais discordamos. A predominância de certos valores de variáveis didáticas (base do paralelogramo horizontal, por exemplo) e a ênfase insuficiente em questões tais como a invariância da área com relação à escolha do lado tomado como base, sobretudo nos textos referentes à sistematização pelo professor, podem provocar lacunas no conhecimento dos alunos acerca desse tema.

Palavras-chave: Livro didático, área do paralelogramo, contrato didático e variável didática.

INTRODUÇÃO

Este trabalho insere-se no domínio da Didática da Matemática francesa que estuda os fenômenos relacionados com a aprendizagem e o ensino de matemática, focando a especificidade dos conteúdos envolvidos. Nosso objeto de estudo é o ensino-aprendizagem do conceito de área das figuras planas, em particular da área do paralelogramo. Com o intuito de situarmos mais precisamente nosso objeto de estudo, é feita a revisão da literatura referente à figura do paralelogramo, ao conceito de área de superfícies planas, e à área do paralelogramo. Neste trabalho, adota-se o modelo de área como grandeza, proposto por Douady e Perrin Glorian (1989) e utilizado nos trabalhos de Bellemain e Lima (2002), e tomam-se como instrumentos teóricos de análise os conceitos de contrato didático e variável didática, ambos elementos da Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986).

De forma geral, na matemática escolar, a área é tratada como um conteúdo do campo da geometria. Tal escolha encobre um aspecto central em nosso trabalho: a consideração da área como uma grandeza associada a figuras geométricas, o que traz como conseqüência a necessidade de levar em conta no ensino-aprendizagem os aspectos inerentes ao conceito de grandeza[4]. Portanto, o conteúdo área, assim como comprimento, volume e ângulo, é aqui tomado como componente do campo das grandezas geométricas. Esse campo está incluso no domínio das grandezas e medidas e tem forte conexão com a geometria. Consideramos as grandezas geométricas como conteúdos que fazem fronteira entre o campo das grandezas e medidas e o da geometria.

Tanto a geometria como as grandezas geométricas sofreram um abandono na matemática escolar brasileira nas últimas décadas (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; PEREZ, 1995; CÂMARA DOS SANTOS e CÂMARA, 1999, por exemplo). Um dos indícios desse abandono era a posição predominante dos capítulos dedicados a esses temas no final dos livros didáticos. Observa-se, mais recentemente, uma tendência de resgate da importância desses campos para a formação dos alunos, mas persistem grandes dificuldades no estudo desses temas. Consideramos que há dificuldades intrínsecas ao tratamento desses campos e que elas são amplificadas pelo descaso com que foram tratados na escola durante um longo período.

[1] Este artigo é um recorte da pesquisa desenvolvida em dos SANTOS (2005).
[2] marilene-rosa@bol.com.br
[3] pmbaltar@ufpe.br
[4] Para um aprofundamento da noção de grandeza, o leitor poderá consultar Bellemain e Lima (2002)

Desde o final da década de 90, com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs -, propõe-se que os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental sejam organizados em 4 grandes blocos: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações[5] e Tratamento da Informação. Preconiza-se, nesse documento nacional de referência curricular, que os conteúdos sejam trabalhados de forma articulada, privilegiando as conexões intra-matemáticas, da matemática com outras disciplinas ou ainda com situações da vida cotidiana e das práticas sociais. O estudo dos ângulos é contemplado no bloco *Espaço e Forma* e o bloco das *Grandezas e Medidas* inclui o estudo de grandezas físicas (tempo, temperatura, massa, etc.) e geométricas (comprimento, área e volume) e de suas medidas, assim como os conceitos de perímetro e capacidade.

As grandezas geométricas têm importante papel no currículo de Matemática, entre outras razões, por favorecerem a articulação entre os grandes eixos da matemática escolar. Ao mesmo tempo, pesquisas anteriores (DOUADY e PERRIN-GLORIAN, 1989; LIMA, 1995; BALTAR, 1996; BELLEMAIN e LIMA, 2002; BARBOSA, 2002; BARROS, 2002; DUARTE, 2002; OLIVEIRA, 2002; BELLEMAIN, 2003; BRITO, 2003; FACCO, 2003; de MELO, 2003; SOUZA e RODRIGUES NETO, 2004) revelam a existência de lacunas conceituais importantes no ensino-aprendizagem dessas grandezas. Em relação à área de figuras planas, avaliações de rede realizadas no Brasil sobre o desempenho dos alunos, como, por exemplo, as do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco - SAEPE (2003), indicam dificuldades conceituais dos alunos a respeito das grandezas geométricas, em especial área.

Não encontramos na literatura pesquisada estudos que analisassem, sob diferentes focos, a questão específica da área do paralelogramo e os erros associados a ele, o que reforçou o nosso interesse por esse tema.

ESTUDOS ANTERIORES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DO PARALELOGRAMO, DA ÁREA DE SUPERFÍCIES PLANAS E DA ÁREA DO PARALELOGRAMO.

Em observações assistemáticas, constatamos que a figura do paralelogramo aparece muitas vezes, nos livros didáticos brasileiros ou na própria abordagem do professor, com o lado de maior comprimento na posição horizontal, "inclinação para a direita" e altura interna. Tomaremos, aqui, o termo "inclinação" de maneira coloquial, designando para que lado o paralelogramo está voltado, seja para a direita (figura 1a) ou para a esquerda (figura 1b).

Figura 1a: paralelogramo "inclinado para a direita"

Figura 1b: paralelogramo "inclinado para a esquerda"

Dessa forma, os alunos, por vezes, não o econhecem em outra posição, em outra "inclinação" ou, ainda, apresentam dificuldades na resolução de problemas envolvendo a área do paralelogramo quando o desenho usado para ilustrar o paralelogramo é diferente do habitual. O paralelogramo é muito mais facilmente reconhecido na figura 2a abaixo do que na figura 2b.

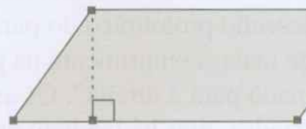


Figura 2a: paralelogramo com características usuais

Figura 2b: paralelogramo com características pouco usuais

Pesquisa realizada por Brito, Pirola e Lima (1997), em uma escola pública do Estado de São Paulo, com alunos de 1ª e 3ª séries do Ensino Médio, mostrou que poucos sujeitos conseguiram relacionar o atributo "lados paralelos" à figura do paralelogramo. Um fato que merece ser assinalado é que 46,7% dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio não souberam definir esta figura. Interpretamos esse resultado, sob a ótica da distinção entre desenho e figura, proposta na didática francesa: o aluno não conhece as características do paralelogramo como figura geométrica e lida com desenhos de paralelogramos, os quais freqüentemente têm as características usuais explicitadas acima.

Para Capponi e Laborde (1994), o desenho é a representação gráfica de uma idéia, enquanto a figura geométrica é um objeto geométrico descrito pelo texto que a define. Analisando a relação existente entre desenho e figura, afirmam que, no ensino da geometria,

[5] A álgebra, no terceiro e quarto ciclo, está inserida no bloco Números e Operações.

parece não existir diferença entre esses dois conceitos e ressaltam a complexidade dessa relação, alegando que a passagem de um para o outro depende da interpretação e do conhecimento prévio de quem o analisa.

Esses autores enfatizam que *"desenhos prototípicos de objetos geométricos constituíram-se ao longo do tempo, resultantes de influências ao mesmo tempo perceptivas e culturais"* (p. 53). Apresentam um desenho prototípico de paralelogramo na França e explicitam no texto que a diagonal AC é perpendicular ao lado AD. Para maiores esclarecimentos, a seguir apresentamos um paralelogramo com essas características:

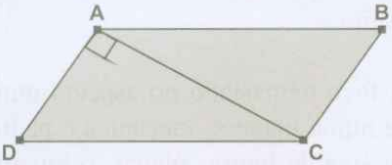


Figura 3: Exemplo de paralelogramo prototípico na França, segundo nossa interpretação.

Observa-se que, além da característica explicitada (perpendicularidade entre diagonal e lado), o desenho prototípico de um paralelogramo na França apresenta as características que apontamos como freqüentes no ensino de Matemática no Brasil: o lado de maior comprimento na posição horizontal e a "inclinação" do paralelogramo para a direita.

Segundo Noirfalise (1990), os desenhos prototípicos[6] têm o papel de viabilizar resoluções de problemas, na medida em que elas condensam informações. Eles têm, portanto, uma função importante no ensino e na aprendizagem, no sentido de introduzir uma noção ou auxiliar no resgate dos conhecimentos prévios, por exemplo. É o caso da relação entre horizontal e vertical como modelo prototípico para introduzir a relação de perpendicularidade. Da mesma forma, o chão funciona como modelo prototípico para a idéia de base. O resgate dessas idéias é importante para o estudo das características do paralelogramo. Entretanto, o reforço demasiado desses modelos prototípicos pode provocar problemas de aprendizagem, como o não reconhecimento de figuras nos casos em que os desenhos não apresentam as características dos modelos prototípicos. Entendemos que o ensino das figuras geométricas deve apoiar-se nos desenhos prototípicos, mas também deve ampliar a noção da figura, incluindo desenhos menos usuais.

Quanto à aprendizagem do conceito de área, um dos resultados importantes é a classificação das concepções de área em dois pólos - as concepções geométricas (ou concepção forma) e as concepções numéricas (ou concepção número) - proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) e por Balacheff (1988).

Segundo Balacheff (1988), as concepções geométricas caracterizam-se pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno. Como se sabe, duas figuras não precisam ser idênticas para possuir a mesma área. Entretanto, para um aluno que mobiliza uma concepção geométrica, a área é a própria figura e, conseqüentemente, figuras diferentes têm necessariamente áreas diferentes. Um dos erros associados a essa concepção é a confusão entre área e perímetro, uma vez que, como conseqüência das concepções geométricas, figuras de mesma área têm sempre mesmo perímetro, e reciprocamente.

Para Douady e Perrin-Glorian (1989), as concepções numéricas são aquelas segundo as quais o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo. Os alunos que mobilizam uma concepção numérica consideram que a área é um número, e os aspectos geométricos são desconsiderados. Concepções numéricas podem provocar erros, como, por exemplo, a omissão ou utilização inadequada das unidades de medida e o uso de fórmulas errôneas. É o caso do cálculo da área de um paralelogramo fazendo o produto dos comprimentos de seus lados (BALTAR, 1996).

Douady e Perrin-Glorian afirmam que alguns alunos desenvolvem uma concepção forma ou uma concepção número, ou ambas, mas de forma isolada, e destacam que uma aprendizagem consistente da área exige a articulação entre os aspectos geométricos e numéricos desse conceito. Em Bellemain (2004), discute-se que as concepções geométricas e numéricas da área podem se constituir em obstáculos para a aprendizagem desse conceito.

A partir da caracterização das concepções geométricas e numéricas e da identificação de erros decorrentes dessas concepções, Douady e Perrin-Glorian (1989) propõem que a abordagem do conceito de área enquanto grandeza favorece a construção das relações necessárias entre os aspectos geométricos e numéricos e preconizam que uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre as grandezas comprimento e área.

Compreendemos que a construção do conceito de área como grandeza articula-se, portanto, com a superação de concepções numéricas e geométricas, pelo menos, em nível local.

Na abordagem da área como grandeza, proposta por Douady e Perrin Glorian, é preciso distinguir e ar-

[6] Noirfalise (1990) utiliza a expressão "figuras prototípicas", mas, a fim de mantermos a coerência com a distinção entre desenho e figura proposta por Laborde e Capponi (1994), preferimos chamar desenhos prototípicos ou modelos prototípicos.

ticular três domínios: o geométrico, o das grandezas e o numérico. As figuras pertencem ao domínio geométrico; a área é elemento do domínio das grandezas; e as medidas de área são números reais positivos, elementos do domínio numérico. Assim, figuras distintas podem ter a mesma área e mudanças de unidade provocam mudança na medida de área, mas a grandeza área permanece inalterada. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida são uma maneira de designar área como grandeza. O termo medida, nessa abordagem, corresponde ao número obtido por meio da escolha de uma unidade de área. Assim, dizemos que, tomando o metro quadrado como unidade, a medida da área de certa região R é 36. Se tomarmos o centímetro quadrado como unidade de área, a medida da região R será diferente (360.000). Na nossa abordagem, 36 m^2 e 360.000 cm^2 são duas maneiras distintas de designar a área da região.

Entendemos que muitas vezes utiliza-se o termo medida como um par (número, unidade), mas, assim mesmo, é o aspecto numérico que está em foco, e os aspectos geométricos envolvidos não são suficientemente considerados, o que pode reforçar as concepções numéricas e gerar uma conceitualização da área pouco consistente. Outra observação que reforça essa nossa compreensão é a afirmação de que "medir é comparar". É claro que na medida está implícita uma comparação e é importante explicitar essa relação. Entretanto, é perfeitamente possível comparar sem medir. Por exemplo, não precisamos conhecer as medidas das áreas do estado da Paraíba e as do território brasileiro para saber que a área da Paraíba é menor. Apesar da importância das medidas, muitos aspectos do conceito de área não dependem dos números.

Pesquisas anteriores, tais como Vinh Bang & Lunzer (1965) e Baltar (1996), evidenciam importantes dificuldades conceituais de aprendizagem relativas à área do paralelogramo. Destacam-se a distinção entre área e perímetro, os efeitos das deformações do paralelogramo sobre área e perímetro e o uso de fórmulas. Há indícios de uma origem não apenas didática, mas também epistemológica para as lacunas, para os erros e as dificuldades dos alunos relativas a esse conteúdo, uma vez que em contextos educacionais distintos percebem-se semelhanças nítidas nos comportamentos dos alunos. É preciso, entretanto, questionar se a maneira como esse conteúdo vem sendo abordado na escola favorece a superação ou reforça as dificuldades dos alunos.

Freqüentemente, os conceitos matemáticos são apresentados ao estudante de forma pronta e acabada. É o caso, por exemplo, do professor que, ao ensinar a área do paralelogramo, apresenta verbalmente a fórmula: *"a área do paralelogramo é a base vezes a altura"*. Exigem-se do aluno apenas o conhecimento e a aplicação, geralmente mecânica, da fórmula em exercícios do tipo:

Calcule a área do paralelogramo abaixo

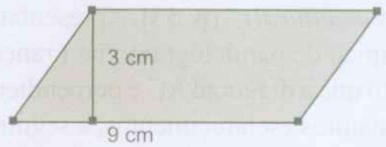


Figura 4: Exemplo de exercício envolvendo área de paralelogramo

Há um foco demasiado no aspecto numérico, nas fórmulas e numa maneira mecânica e padronizada de trabalhar a área de figuras planas, reforçando as concepções numéricas. Esse tipo de abordagem não dá o relevo necessário a alguns aspectos conceituais importantes, tais como o significado atribuído aos termos base e altura e a possibilidade de tomar qualquer dos lados do paralelogramo como base.

Essa forma de apresentação do conceito insere-se num processo de ensino-aprendizagem de Matemática, amplamente criticado, no qual as fórmulas e as regras são trabalhadas sem compreensão e apenas baseadas no processo de repetição.

Nossas reflexões teóricas e nossa experiência apontam para a necessidade de tratar com mais cuidado as noções de base e altura de um paralelogramo. Percebemos que esses termos têm muitos significados tanto na língua materna como na Matemática, o que pode trazer interferências importantes na construção, pelo aluno, do conceito de área do paralelogramo. Sabemos que a idéia de base na língua materna tem vários significados, entre eles aquele ligado a chão, piso ou alicerce. Essa idéia contribui para atribuir significado ao sentido que se quer explorar no estudo da área de um paralelogramo, mas também pode gerar dificuldades na medida em que os lados do paralelogramo não precisam ser posicionados na horizontal para serem tomados como base.

Também há ambigüidade quanto ao significado da base de um paralelogramo: base no sentido de se referir ao objeto geométrico, quando dizemos, por exemplo, "a base é este lado", ou à grandeza comprimento, ao falarmos "esse paralelogramo tem 3 cm de base". Da mesma forma, a altura ora designa o segmento, ora a grandeza associada a ele. Desse modo, os conceitos de base e altura permeiam o quadro geométrico e o das grandezas. No entanto, não encontramos em pesquisas anteriores uma abordagem em que esse aspecto fosse enfatizado, discutindo os possíveis reflexos dessas questões na aprendizagem.

VARIÁVEIS DIDÁTICAS E CONTRATO DIDÁTICO

Por meio do conceito de contrato didático, procuramos investigar os direitos e as deveres implícitos dos alunos e do professor, com relação ao objeto do saber matemático em foco, ou seja, a área do paralelogramo. A variável didática, por sua vez, é uma ferramenta teórico-metodológica importante na categorização dos problemas matemáticos propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras de ação errôneas, na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos. Os conceitos contrato didático e variável didática estão inseridos na Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau e seus seguidores.

O termo *didático* na França, onde surgiu a noção de contrato didático, está relacionado a conteúdos específicos e não à didática geral. No entanto, essa noção é fortemente confundida com a noção de contrato pedagógico. É comum observarmos os professores listarem regras de disciplina, de comportamento e de convivência que não são específicas de um saber e intitularem-nas de contrato didático. No entanto, estão se referindo, de uma forma geral, ao que no nosso campo teórico de referência é entendido como contrato pedagógico, o qual rege as interações entre alunos e professores, independentemente do conteúdo do estudo, ou seja, regulam os aspectos mais amplos que afetam o ambiente escolar.

Outra particularidade do contrato didático em relação aos demais contratos é o fato de grande parte de suas regras ser implícita. A visibilidade das cláusulas de contrato se dá sobretudo quando há transgressão por um dos parceiros da relação didática (professor ou aluno).

Segundo Brousseau (1986, p.51), o contrato didático consiste em um:

> *conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e em um conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo de que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro. Este sistema de obrigações recíprocas se assemelha a um contrato. O que nos interessa é o contrato didático, quer dizer, a parte do contrato que é específica ao conteúdo: o conhecimento matemático visado.*

Entendemos o contrato didático como um instrumento teórico de modelagem das relações didáticas entre professor e alunos relativa a conhecimentos matemáticos específicos. Então, o contrato didático existe no contexto de uma relação didática, a qual é constituída do conjunto de trocas entre os alunos e o professor relativas ao saber.

Sabemos que nas relações entre professor e aluno, como em qualquer relação humana, ambos ensinam e ambos aprendem. Entretanto, para efeito de análise, na perspectiva da Didática da Matemática, focaliza-se o aspecto assimétrico da relação entre professor e aluno relativa aos saberes matemáticos em foco na aprendizagem. Embora o aluno tenha conhecimentos prévios acerca dos conteúdos visados pela aprendizagem, o professor tem uma relação com esses objetos de saber que deve lhe permitir contribuir para que o aluno amplie seus conhecimentos acerca desses saberes.

Almouloud (1996) evidencia algumas regras freqüentes de contrato didático relativas à resolução de problemas nas aulas de matemática, como, por exemplo: na matemática, um problema resolve-se a partir de operações; todos os dados necessários à resolução de um problema encontram-se no enunciado, raramente são apresentados dados inúteis, e há sempre uma resposta para uma questão matemática, e o professor a conhece. Exemplificando as regras de contrato didático acima, no processo de ensino e aprendizagem, Chevallard[7] (1988, citado em Silva, 1999) analisa o entendimento de 97 alunos, entre 7 e 8 anos, quanto à resolução do problema que ficou conhecido como *A Idade do Capitão:* "Num navio há 26 carneiros e 10 cabras. Qual a idade do capitão?". Dos 97 alunos, 76 calcularam a idade do capitão realizando operações numéricas com os números que aparecem no enunciado. O autor analisa as respostas dos alunos deslocando a questão da logicidade do enunciado para a questão do contrato didático e conclui que a lógica que rege o contrato didático é a de que um problema tem uma, e uma só resposta, e, para se chegar a ela, todos os dados propostos devem ser utilizados. Sob essa ótica, o comportamento dos alunos é norteado por regras implícitas, internalizadas, reguladas pela expectativa que têm do seu próprio papel e do papel do professor.

[7] Chevallard, Y. Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contrat et de situation. Publication de l'IREM d'Aix-Marseille, 14. 1988.

O contrato didático foi inicialmente definido em termos de expectativas, direitos e deveres de professor e aluno. Em seguida, Bessot & Le Thi Hoai (1994) investigaram o contrato didático relativo ao conceito de raiz quadrada, sem referência direta à sala de aula, por meio da caracterização da abordagem desse conteúdo em uma coleção de livros didáticos complementada e cruzada com a análise de procedimentos de resolução de problemas típicos e atípicos.

O outro elemento teórico central na nossa pesquisa são as variáveis didáticas, as quais, segundo Grenier (1988), são características do problema que têm influência sobre as regras de resolução utilizadas pelo aluno, o que provoca uma mudança no status das respostas.

Por exemplo, na resolução de problemas relativos à medida de área de figuras planas no Ensino Fundamental, uma variável didática potencial é o tipo de figura. Retângulo, paralelogramo, círculo ou ainda figuras não usuais que podem ser decompostas em figuras para as quais dispomos de métodos para medir a área são alguns dos valores possíveis dessa variável. Dependendo do tipo de figura, os procedimentos de resolução privilegiados podem ser diversos: cálculo usando uma fórmula, decomposição e adição das áreas de subfiguras, decomposição e recomposição seguida do cálculo de área usando uma fórmula, entre outros. Os diferentes valores da variável "tipo de figura" conduzem ao favorecimento de distintos modos de resolução, envolvendo conhecimentos também diversos.

Ao escolher diversos valores para a variável didática, o professor enriquece o processo de ensino-aprendizagem, no sentido de fazer surgir vários conhecimentos relativos a um mesmo conteúdo. Na análise dos livros didáticos, verificamos se a abordagem do conteúdo área do paralelogramo contempla uma diversidade de valores para as variáveis didáticas em foco, permitindo assim uma construção de conhecimentos consistente.

Assim, o objetivo visado no recorte da nossa pesquisa, em foco no presente artigo foi identificar regularidades na coleção de livros didáticos, relativas aos conteúdos área e paralelogramo, sob a ótica das noções de contrato didático e de variável didática.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Adotamos os procedimentos metodológicos construídos por Bessot & Le Thi Hoai (1994) a respeito da noção de raiz quadrada, no nível equivalente ao 3º ciclo do Ensino Fundamental no Brasil. Nesta pesquisa, a análise dos livros didáticos evidenciou candidatos a cláusulas de contrato didático. Em seguida, a análise dos procedimentos utilizados por alunos, usuários da coleção analisada, quando os problemas propostos rompiam com o contrato didático em vigor, permitiu validar ou não os candidatos a regras de contrato.

A referida pesquisa apóia-se na hipótese de que as interrelações entre o texto-aula do livro e os exercícios revelam, em parte, um contrato didático, uma vez que elas especificam o conjunto de ações legitimamente exigidas dos alunos pelo professor, que adota os livros didáticos e reconhecidos como tal pelos alunos, usuários do livro em relação ao conhecimento matemático em foco.

Analogamente, em nossa pesquisa, a partir da análise de uma coleção de livros didáticos, buscamos a divisão de responsabilidade entre professor e aluno (ambos hipotéticos e usuários do livro) quanto à resolução de problemas sobre área do paralelogramo e aplicamos um teste aos alunos usuários da coleção analisada[8]

Foram analisados os livros de 5ª a 8ª série, tomando os seguintes focos: a organização das sessões do livro didático sob a ótica do contrato didático, a abordagem da figura do paralelogramo (e as características dos desenhos correspondentes), a abordagem do conceito de área e a abordagem da área do paralelogramo.

A descrição da organização das sessões do livro didático visou caracterizar a relação entre *texto-aula* e *exercícios*, a qual irá subsidiar nossa análise, sob a ótica do contrato didático, em termos da divisão de responsabilidade entre alunos e professores (ambos hipotéticos e usuários do livro).

Quanto à abordagem da figura do paralelogramo[9], verificamos a freqüência e a conexão com outros conteúdos, identificando regularidades nos desenhos e nas escolhas de valores de algumas variáveis didáticas relativas à figura do paralelogramo privilegiado na coleção.

Na caracterização da abordagem do conceito de área, tomamos como foco identificar características que reforçam concepções numéricas ou geométricas, assim como escolhas que favorecem a construção do conceito de área enquanto grandeza.

E, finalmente, analisamos a abordagem da área do paralelogramo, enfatizando o estudo da fórmula, o tratamento dado aos conceitos de base e altura e a invariância da área com relação à escolha do lado tomado como base.

A coleção analisada foi **MATEMÁTICA,** de Imenes e Lellis, a qual era utilizada pelos alunos que foram sujeitos da pesquisa.

[8] Na pesquisa que originou este artigo, utilizamos dois instrumentos de coleta de dados: a análise documental do livro didático e a aplicação de um teste. No entanto, nosso foco aqui é a análise da coleção de livros didáticos.
[9] Consideramos os paralelogramos não-retângulos para essa análise.

RESULTADOS

Organização das sessões do livro didático sob a ótica do contrato didático

A coleção analisada organiza seus conteúdos de maneira espiral. Uma das preocupações explícitas no manual pedagógico é a de não esgotar um determinado conteúdo numa série, respeitando a integração dos temas a serem estudados e priorizando uma abordagem voltada para a solução de problemas ao ensinar conceitos novos. Dessa forma, o aluno estuda o mesmo tópico com enfoques diferentes e novo aprofundamento.

Os livros dessa coleção organizam-se em capítulos, os quais são subdivididos em itens temáticos. Em cada item temático encontramos sistematicamente uma seção de leitura, que aqui chamaremos de *texto-aula*, uma seção intitulada *conversando sobre o texto*, outra de *exercícios* a serem realizados em sala de aula e outra de *exercícios para casa*. Observam-se, ainda, algumas seções intituladas *ação* propondo atividades práticas. Podemos encontrar ao final de cada livro, seções intituladas *supertestes e dicionário ilustrado*. Particularmente, na 8ª série encontra-se também o *vestibulinho*.

A parte relativa ao *texto-aula* não se limita a textos informativos. Abordam-se questionamentos para o aluno, informações, exemplos, apresentam-se ilustrações, histórias em quadrinhos, situações da vida cotidiana. Interpretamo-los como tendo o papel de problematizar as noções que estão sendo trabalhadas. Segundo o manual pedagógico, essa parte pode ser lida individualmente, em grupo ou junto com o professor.

Conversando sobre o texto é o momento que permite refletir sobre a leitura realizada anteriormente e discutir o tema que está sendo abordado. Segundo o manual pedagógico:

> *Trata-se de um grupo de questões que surgem após o texto, que devem ser formuladas e respondidas oralmente. O professor deve considerá-las como ponto de partida do diálogo e, sempre que desejar, enriquecê-las. O conversando é uma inovação importante: incentiva a troca de idéias; promove a exposição e a organização do pensamento de cada um; reforça o aprendizado. (p.11)*

A seção *Ação* não aparece em todos os itens. Tem caráter variado, podendo ser uma entrevista, uma dobradura, uma atividade de medida, a dedução de uma fórmula, um jogo, etc. Tais atividades são promovidas pelo professor, mas sua realização é da responsabilidade do aluno.

Nas seções relativas aos *Exercícios*, a análise feita da coleção indica um nível de reflexão no trabalho do aluno, no sentido de resolver os exercícios, individualmente ou em grupo, na própria sala de aula. Nesse momento, tem a oportunidade de verificar as mais variadas soluções encontradas para o mesmo problema; além do mais, o professor pode colaborar, orientar e discutir as principais soluções.

As análises feitas da coleção, quanto aos *Exercícios para casa*, designam um nível de aplicação no trabalho do aluno. É o momento de resolver as questões, sozinho e em casa, aprofundando o conhecimento estudado. Segundo o manual pedagógico, *"aqui, sem dúvida, é o momento em que os alunos, trabalhando individualmente, podem comprovar a interiorização dos conceitos e técnicas aprendidos em sala de aula"* (p.11).

A abordagem da figura do paralelogramo

Como destacam Laborde e Capponi (1994), a construção de conhecimentos relativos à figura do paralelogramo se dá por meio de uma articulação entre as propriedades que são declaradas acerca dessa figura e as características dos desenhos que a representam.

O paralelogramo é apresentado nessa coleção em todas as séries, mas em algumas, nas quais ela é objeto de estudo, a freqüência é maior, como podemos perceber na tabela a seguir:

Tabela 01: Freqüência do desenho de paralelogramos na coleção analisada

	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série	Total de figuras
Número de vezes em que aparece um desenho de paralelogramo	20	13	31	14	78
Percentual (%)	25,6	16,6	39,8	18	100

Ao longo de toda a coleção, o paralelogramo é articulado com diversos conteúdos, quando se estuda(m): ângulos, polígonos, quadriláteros, paralelismo, medida, simetria, área, perímetro, semelhança, etc.

Encontramos no dicionário ilustrado da 5ª a 8ª série, a definição de paralelogramo como sendo *"um quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos"*. Em todos os volumes, exceto no livro da 8ª série, além disso, é apresentado um desenho de paralelogramo que tem as seguintes características: um de seus lados (o de maior comprimento) encontra-se na posição horizontal e a "inclinação" do desenho é "para a direita".

A figura do paralelogramo é vista logo no primeiro capítulo da 5ª série, nos itens *giros, cantos e ângulos, mosaicos e polígonos e quadriláteros,* estendendo-se aos demais capítulos e séries. No item *quadrilátero*, na parte referente ao *texto-aula*, os autores definem quadrilátero e apresentam exemplos da vida real em que aparecem trapézios, paralelogramos, losangos, quadrados e retângulos. Em relação ao paralelogramo, o exemplo da vida real apresentado é a imagem, no chão, de uma janela de vidros retangulares atravessada pela luz solar. O desenho que representa a figura do paralelogramo é apresentado, nesse momento, com um dos lados (o de maior comprimento) na posição horizontal e sua "inclinação" é para a direita. Em seguida, os alunos usuários do livro são convidados a conhecer as propriedades das figuras nos exercícios para sala de aula.

Vamos, em seguida, analisar os valores atribuídos a algumas variáveis didáticas relativas aos desenhos de paralelogramos: "posição dos lados", "orientação do lado de maior comprimento", "comprimento do lado horizontal" e "inclinação do desenho".

Na tabela a seguir[10], podemos verificar a síntese dos resultados relativos à posição dos lados nos desenhos de paralelogramos na coleção analisada. Consideramos três valores para essa variável: "um dos lados encontra-se na posição horizontal"; "um dos lados encontra-se na posição vertical"; ou "ambos os lados estão em posição oblíqua".

Tabela 02: Resultados relativos à posição dos lados do paralelogramo na coleção analisada

Série	Total de desenhos	Um dos lados na posição horizontal		Um dos lados na posição vertical		Ambos os lados em posição oblíqua	
5ª	20	16	80%	01	5%	03	15%
6ª	13	07	54%	02	15,5%	04	30,5%
7ª	31	29	93,6%	01	3,2%	01	3,2%
8ª	14	11	78,6%	0	0%	03	21,4%

Os dados apresentados na tabela acima indicam que há uma preocupação na coleção em explorar desenhos nos quais os lados do paralelogramo encontram-se em diversas posições (inclusive naquela em que ambos os lados são oblíquos), mas há predominância nítida dos desenhos nos quais um dos lados do paralelogramo encontra-se na posição horizontal (pelo menos 50% dos desenhos que representam paralelogramos, em cada série).

Tomando os desenhos nos quais um dos lados encontra-se na posição horizontal, analisamos, em seguida, as variáveis "comprimento dos lados" e "inclinação" do desenho.

Na tabela a seguir, os resultados são referentes à variável "orientação do lado de maior comprimento", e os valores a ela atribuídos são: "o lado horizontal é aquele de maior comprimento" e "o lado horizontal é aquele de menor comprimento".

Tabela 03: Resultados relativos à orientação do lado de maior comprimento na coleção analisada

Série	Total de desenhos que apresentam um dos lados na posição horizontal	Lado na posição horizontal de maior comprimento		Lado na posição horizontal de menor comprimento	
5ª	16	14	87,5%	02	12,5%
6ª	07	06	86%	01	14%
7ª	29	25	86%	04	14%
8ª	11	08	73%	03	27%

Como podemos perceber na tabela acima, em todos os volumes da coleção analisada há desenhos de paralelogramos nos quais o lado horizontal é aquele de menor comprimento. Entretanto, pelo menos em 70% dos

[10] Não consideramos, para essa análise, os retângulos nem os losangos.

desenhos de paralelogramos de cada série, nos quais um dos lados é horizontal, este lado é aquele de maior comprimento.

Na tabela a seguir, apresentamos os resultados referentes à variável "inclinação" do desenho que representa paralelogramo, cujos valores atribuídos são "inclinação para a esquerda" e "inclinação para a direita":

Tabela 04: Resultados relativos à "inclinação" do paralelogramo na coleção analisada

Série	Total de desenhos nos quais um dos lados é horizontal	"Inclinação para a esquerda"	"Inclinação para a direita"	Percentual de freqüência para a direita (%)
5ª	16	0	16	100
6ª	07	0	07	100
7ª	29	3	26	89
8ª	11	0	11	100

A tabela acima evidencia que a "inclinação" do paralelogramo para a direita prevalece demasiadamente nos livros desta coleção. Inclusive, nos livros da 5ª, 6ª e 8ª séries, todas as representações gráficas de paralelogramos são "inclinadas para a direita". Essa observação nos leva a questionar se o aluno sentirá dificuldade ou até mesmo bloqueio ao resolver problemas nos quais o desenho do paralelogramo seja "inclinado para a esquerda".

As análises confirmam o que nossas observações assistemáticas antecipavam: o desenho prototípico do paralelogramo na coleção analisada tem as características que discutimos na fundamentação teórica: um dos lados (o de maior comprimento) encontra-se na posição horizontal e a "inclinação" do desenho é para a direita. Por outro lado, há uma intenção nítida de não restringir a figura do paralelogramo a essas características.

Abordagem do conceito de área[11]

Como se sabe, o tema área é abordado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, e o trabalho desenvolvido a partir da 5ª série resgata e aprofunda o que foi estudado anteriormente.

Procuramos, no dicionário ilustrado, o significado da palavra área, com o intuito de perceber se a definição proposta fortalecia alguma concepção. Em todos os livros desta coleção, encontramos a mesma definição para área: *medida de uma superfície*. Essa escolha poderá, a nosso ver, reforçar a concepção de área enquanto número, embora, como discutido na fundamentação teórica, o significado do termo medida possa ser tomado como um par (número, unidade).

A coleção introduz esse tema no livro da 5ª série, com um problema de comparação de dois pátios, no qual se espera que o aluno conte quantas lajotas há em cada pátio. O texto conclui afirmando que *"Aquele com mais lajotas é o mais espaçoso, ou seja, o de maior área. Usando a lajota como unidade de medida, a área de cada pátio é o número de lajotas que ele contém"* (p. 219). Em seguida, apresentam-se as unidades de medida de área convencionais mais usadas: quilômetro quadrado, metro quadrado e centímetro quadrado.

Essa atividade introdutória tem alguns méritos. Primeiro, porque se parte de um problema contextualizado, referente a aspecto da vida cotidiana. Segundo, o problema proposto é de comparação de áreas e não apenas de medida. Por fim, na situação proposta não há necessidade do uso de fórmulas, nem de unidades convencionais.

Por outro lado, algumas escolhas podem reforçar as concepções numéricas. O fato de partir de uma situação de comparação, para cuja solução há necessidade de medir, fortalece o aspecto numérico. Da mesma forma, que, afirmar-se que a *"área de cada pátio é o número de lajotas que a contém"* pode reforçar também a idéia de que é preciso medir (no caso, usando o procedimento de ladrilhar) para poder comparar as áreas. Para Douady e Perrin-Glorian (1989), uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre diferentes grandezas.

No volume da 5ª série, destaca-se ainda o cuidado em explorar a importância da unidade de área. Por exemplo, o exercício 4 (p. 221) explora a situação em que duas figuras são ladrilhadas com quadradinhos de tamanhos distintos e destaca que a contagem de unidades não é suficiente para comparar as áreas de figuras, e, no exercício

[11] Esta análise diz respeito apenas aos capítulos de cada série em que a área é tomada como objeto de estudo: capítulo 9 da 5ª série, capítulo 12 da 6ª série, capítulo 9 da 7ª série e capítulo 5 da 8ª série.

7 (p. 222), uma mesma figura é medida com unidades distintas. Exercícios como esses favorecem a superação de concepções numéricas. Outro aspecto positivo do trabalho desenvolvido no volume da 5ª série é a exploração das diferenças entre área e perímetro.

No volume da 6ª série, explora-se o conceito de área por meio da decomposição e composição de figuras com o uso do tangram. Esse aspecto é interessante, pois fortalece a idéia de área enquanto grandeza - destacando que figuras diferentes podem ter a mesma área. A dissociação entre área e perímetro é novamente enfocada.

A decomposição e a recomposição de figuras é ampliada na 7ª série. No item *idéias para o cálculo de área*, a parte referente ao *texto-aula* apresenta recursos de decomposição e recomposição de figuras quaisquer, com o objetivo de formar retângulos, estabelecendo que, se *"nenhum pedaço da figura foi inutilizado, a área do retângulo é igual à área da figura inicial"* (p. 187). Na parte *conversando sobre o texto*, são lançadas duas perguntas[12]: *"Que fórmula se usa para calcular a área de um retângulo? Explique essa fórmula e o seu porquê"* e *"Quais são as idéias que o texto apresenta para o cálculo de áreas?"*. A dedução das fórmulas de área, abordada neste capítulo, apóia-se na decomposição e na recomposição, no completamento e no recobrimento das figuras; na adição e na subtração de áreas. São explorados exercícios de comparação de áreas, embora freqüentemente sejam seguidos da medida da área das figuras envolvidas. Nos exercícios, há várias figuras em posições pouco habituais e algumas atividades de comparação de áreas sem medida.

Finalizando, no livro da 8ª série são resgatadas as estratégias de medida de área (exata e aproximada) exploradas nas séries anteriores (uso de malha, decomposição e recomposição, fórmulas de área) e explora-se a área do círculo.

Abordagem da área do paralelogramo

O nosso objeto de estudo central, a área do paralelogramo, aparece explicitamente, pela primeira vez, no livro da 7ª série, no capítulo 9, intitulado *Perímetros, áreas e volumes,* e retorna no capítulo 5 da 8ª série, sob o título *Medidas*, no item *Calculando áreas e volumes*.

A área do paralelogramo é trabalhada inicialmente no exercício 4 (p. 189, 7ª série), previsto para ser realizado em sala de aula:

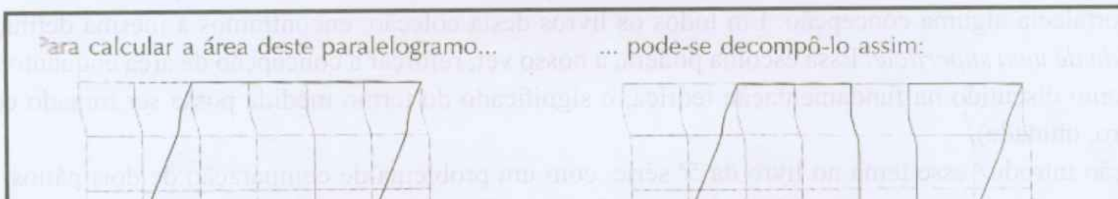


Figura 05: exercício extraído do livro didático da 7ª série, página 189

A compreensão do significado da fórmula da área do paralelogramo apóia-se, portanto, na invariância da área por decomposição e recomposição, com o suporte da malha centimetrada e na fórmula da área do retângulo (conteúdos trabalhados nas séries anteriores e/ou retomados no início deste capítulo). Esse procedimento é reinvestido no exercício 14 (p. 192, 7ª série), na sessão de exercícios para casa:

[12] A fórmula de área do retângulo foi introduzida no livro da 5ª série.

Este quadrilátero é um paralelogramo:

a) Qual é sua área?

b) Quais são as medidas de seus lados?

c) Para obter a área do paralelogramo, Ricardo multiplicou as medidas de AB e AD. Esse procedimento é correto?

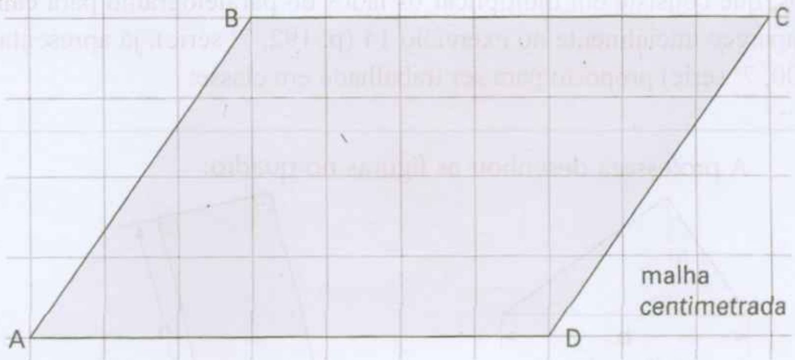
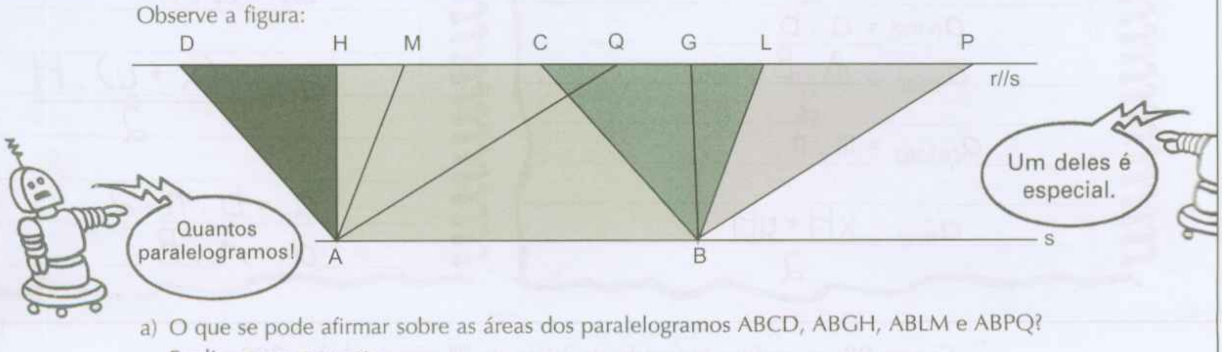


Figura 06: exercício extraído do livro didático da 7ª série, página 192

O item *Fórmulas para o cálculo de áreas* inicia-se com uma parte à qual atribuímos o status de *texto-aula*, onde é feita a sistematização da dedução da fórmula da área do paralelogramo. Afirma-se que a área de um retângulo é obtida multiplicando comprimento por largura, mas, nessa passagem, o uso de um desenho em perspectiva nos parece uma escolha inadequada. Perceptivamente, a figura desenhada parece um paralelogramo, uma vez que a perpendicularidade entre os lados do retângulo não é evidente nem explicitada na figura. Observamos também que a condição para que a decomposição-recomposição ilustrada permita obter um retângulo de mesma base, mesma altura e mesma área é que a altura considerada seja interna. Não encontramos nem no livro do aluno, nem no manual pedagógico uma discussão acerca da justificativa da validade da fórmula em situações diferentes desta. A decomposição-recomposição do paralelogramo em um retângulo de mesma área é novamente objeto de estudo no exercício 29 (p. 142, 8ª série) e, no desenho que acompanha o enunciado, a altura relativa ao lado tomado como base é interna e vertical. Nesse exercício não são apresentados dados numéricos e enfatiza-se o aspecto algébrico, apoiado no procedimento geométrico de decomposição-recomposição.

A distinção entre a área e o perímetro de paralelogramos é trabalhada em várias ocasiões. No exercício 4 (p. 189, 7ª série) supracitado e no exercício 23 (p. 202, 7ª série), destaca que um paralelogramo e um retângulo de mesma área, obtidos por decomposição e recomposição, têm seus perímetros diferentes. Essa questão ainda é abordada no exercício 24 (p. 202, 7ª série), como podemos observar a seguir:

Observe a figura:



a) O que se pode afirmar sobre as áreas dos paralelogramos ABCD, ABGH, ABLM e ABPQ? *Explique sua resposta.*

b) O que se pode afirmar sobre seus perímetros?

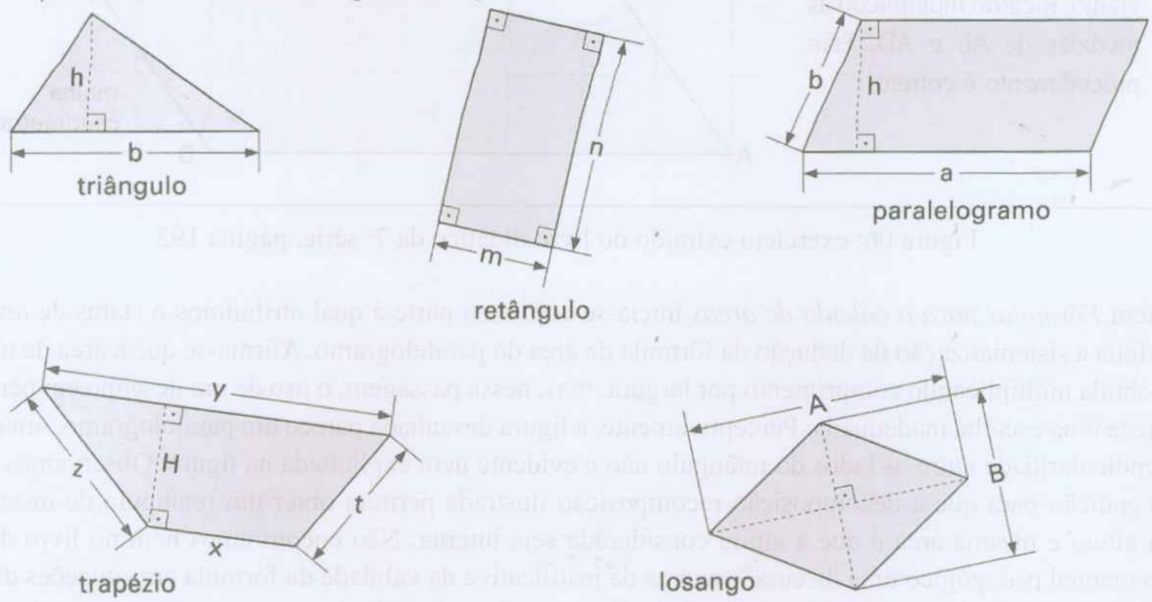
Figura 07: exercício extraído do livro didático da 7ª série, página 202, questão 24

Trata-se de um exercício[11] que aborda a comparação de áreas sem medida e que também amplia a idéia de área como grandeza, uma vez que trabalha a idéia de que figuras qualitativamente diferentes podem ter mesma área. Nesse caso, a fórmula da área do paralelogramo não é usada para calcular e sim para comparar.

[11] Esse exercício é comentado no Manual Pedagógico (p. 47).

Outro aspecto conceitual importante, trabalhado na coleção, é o procedimento errôneo, freqüente entre os alunos, que consiste em multiplicar os lados do paralelogramo para calcular sua área. A desestabilização desse erro aparece inicialmente no exercício 14 (p. 192, 7ª série), já apresentado acima, e é retomada no exercício 18 (p. 200, 7ª série) proposto para ser trabalhado em classe:

A professora desenhou as figuras no quadro:



Depois, pediu que os alunos escrevessem fórmulas sobre áreas para cada figura. Observe os cadernos de dois alunos:

$$a_{triang.} = \frac{b.h}{2}$$
$$a_{paral.} = a \cdot b$$
$$a_{losan.} = \frac{A.B}{2}$$
$$a_{retang.} = m.n$$
$$a_{trap.} = \frac{xH + yH}{2}$$

$$a_r = n.m$$
$$a_p = a.h$$
$$a_{trap} = \frac{(x+y).H}{2}$$
$$a_t = b.h:2$$
$$a_l = A.B$$

Figura 08: exercício extraído do livro da 7ª série, página 200.

O erro que consiste no cálculo do produto dos comprimentos dos lados, focado no exercício acima, é um dos mais freqüentes e persistentes entre os alunos (BALTAR, 1996), e o caminho adotado para discuti-lo, usando o artifício de alunos fictícios, nos parece interessante. Esse aspecto é discutido também no *texto-aula* (p. 195, 7ª série) quando se afirma que os comprimentos dos lados do retângulo e do paralelogramo são diferentes. Consideramos, entretanto, que deveria ser mais explícito no *texto-aula* e comentado no Manual pedagógico o destaque de que o cálculo da área do paralelogramo, usando o produto dos comprimentos dos seus lados, é um procedimento incorreto e freqüentemente encontrado entre os alunos. A invariância da área em relação ao lado tomado como base é focada no exercício 20 (p. 201, 7ª série) a ser trabalhado em sala de aula:

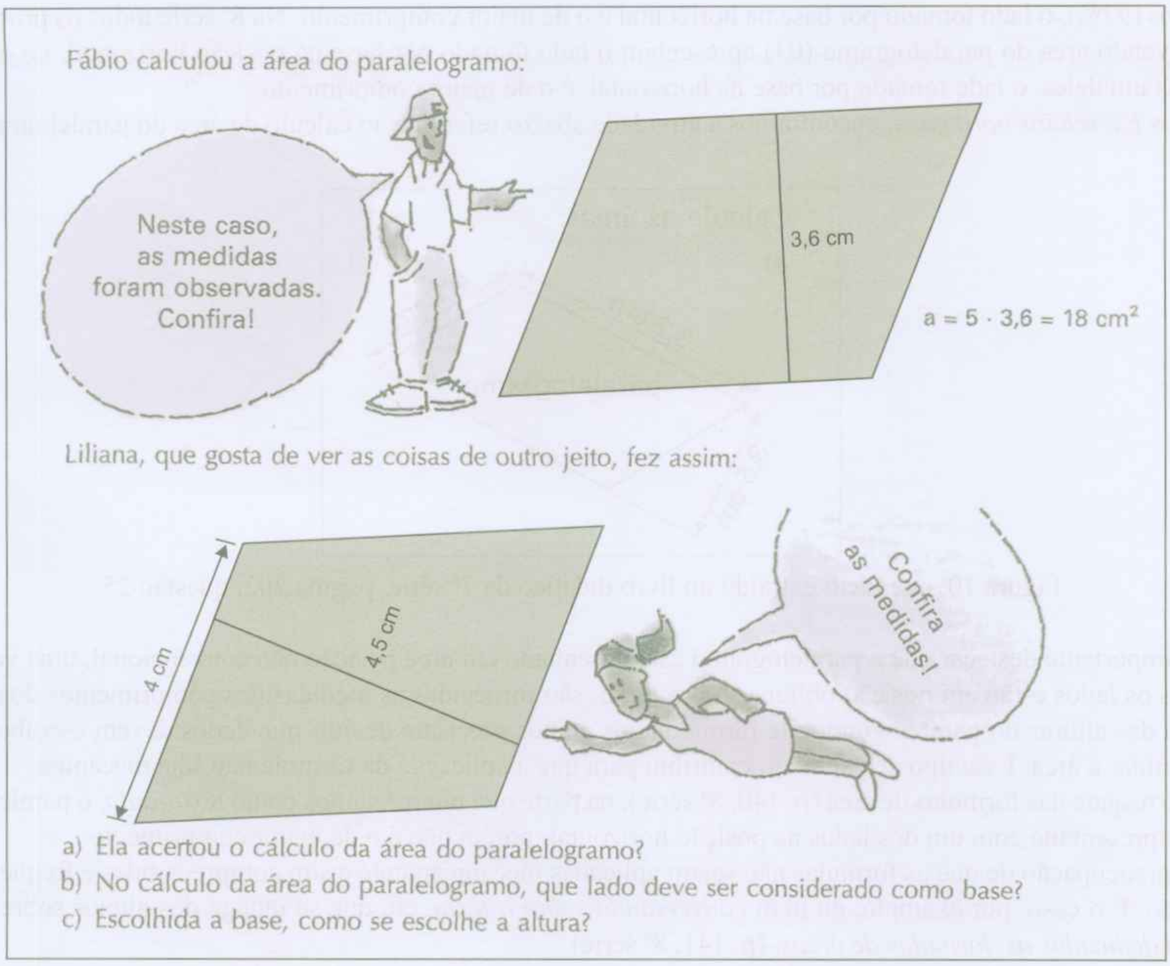


Figura 09: exercício extraído do livro da 7ª série, página 201.

O paralelogramo é posicionado com um dos lados na horizontal, mas o cálculo da área é feito ora tomando o lado horizontal, ora tomando o lado oblíquo como base, e é induzida a constatação de que o produto das medidas independe do lado tomado como base.

Na parte que interpretamos como *texto-aula* (p. 196, 7ª série), afirma-se que, "depois de escolher o lado que será a base, a altura é a distância dos pontos mais distantes da base até ela", o que pressupõe que qualquer dos lados do paralelogramo pode ser tomado como base. Parece-nos, entretanto, que essa questão não é suficientemente trabalhada. O desenho do paralelogramo que é apresentado em seguida tem algumas características pouco usuais: é inclinado para a esquerda e o lado horizontal é aquele de menor comprimento. Apesar disso, observamos que o lado tomado como base, no desenho, está posicionado na horizontal. Sabemos que, na língua materna, o termo base está ligado à idéia de chão, e a escolha de posicionar o paralelogramo com o lado tomado por base na horizontal pode fortalecer essa idéia ao invés de favorecer a ampliação do significado de base. Além disso, a frase "obtemos a área de um paralelogramo multiplicando o comprimento de sua base por sua altura" (p. 195, 7ª série) pode fortalecer no aluno a idéia de que "a base" do paralelogramo é um de seus lados (provavelmente um lado horizontal ou aquele de maior comprimento). No exercício 29 (p.142, 8ª série), as marcas na linguagem também remetem à unicidade da base e da altura.

Fato que merece atenção especial é o de que, na imensa maioria dos problemas envolvendo o cálculo de área do paralelogramo (82% na 7ª série e 100% na 8ª série), o lado tomado por base é o que se encontra na posição horizontal. Por outro lado, verificamos que, na 7ª série, 70% dos problemas que envolvem cálculos da área do paralelogramo, o lado tomado por base é o de maior comprimento. Já na 8ª série esse percentual cai para 33%, o que acreditamos ser importante. Chamou-nos a atenção o fato de que, durante a análise dos livros da 7ª e 8ª séries, só encontramos um paralelogramo no qual é tomado como base o lado de menor comprimento e a altura estava no interior do paralelogramo. Dentre todos os problemas envolvendo área do paralelogramo na 7ª série (16), cerca de 80% deles (13) apresentam o lado tomado por base na posição horizontal. Além disso, em 12 desses paralelogramos (92%), o lado tomado por base na horizontal é o de maior comprimento. Na 8ª série todos os problemas envolvendo área do paralelogramo (03) apresentam o lado tomado por base na posição horizontal, no entanto apenas um deles, o lado tomado por base na horizontal, é o de maior comprimento.

Nos *Exercícios para casa*, encontramos a atividade abaixo referente ao cálculo de área do paralelogramo:

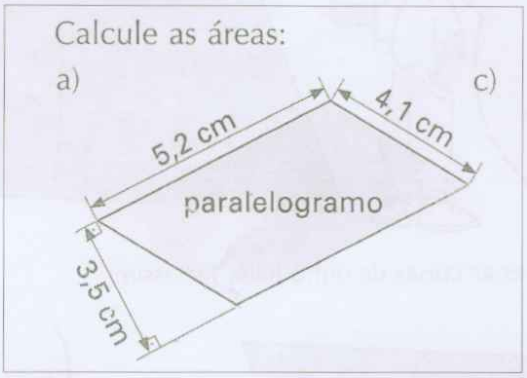


Figura 10: exercício extraído do livro didático da 7ª série, página 202, questão 25

É importante destacar que o paralelogramo está desenhado em uma posição não convencional, uma vez que ambos os lados estão em posição oblíqua. Além disso, são fornecidas as medidas dos comprimentos dos lados e uma das alturas do paralelogramo, de forma que os alunos precisam decidir que dados devem escolher para determinar a área. Esse tipo de exercício contribui para que a aplicação da fórmula não seja mecânica.

No resgate das fórmulas de área (p. 140, 8ª série), na parte que interpretamos como *texto-aula,* o paralelogramo é apresentado com um dos lados na posição horizontal, porém não é o de maior comprimento.

A preocupação de que as fórmulas não sejam aplicadas mecanicamente e sim compreendidas é freqüente na coleção. É o caso, por exemplo, do item *conversando sobre o texto*, em que se indaga dos alunos sobre *como foram deduzidas as fórmulas de áreas.* (p. 141, 8ª série).

Constatamos que, em todos os problemas que envolvem cálculo de área do paralelogramo, existe a presença de desenhos. Sabemos que problemas nos quais o enunciado não vem acompanhado de figuras, dependendo da maneira como são propostos e formulados, podem ressaltar uma aplicação mecânica da fórmula, o que prejudica a aprendizagem. Por outro lado, indagamo-nos se o fato de termos a inexistência de problemas nos quais não haja figura poderá gerar alguma lacuna nos alunos, no sentido de que, ao se defrontarem com um problema em que não seja respeitada essa condição, sintam dificuldade de resolvê-lo.

Percebemos também que, embora a abordagem do livro explore diversos procedimentos em relação à natureza das soluções, a ênfase maior é em problemas que requerem uma solução numérica.

Tabela 05 : Resultados relativos à natureza das soluções

Categoria	Série	Há exigência de solução numérica	Não há exigência de solução numérica
Natureza da solução	7ª	05	02
	8ª	02	01

Qestionamo-nos sobre se a predominância de exercícios que exigem solução numérica não cria uma expectativa no sentido de que, diante de um problema, por exemplo, de comparação de área sem medida, o aluno sinta a necessidade de calcular.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa análise mostra algumas regularidades na abordagem da figura do paralelogramo e da área dessa figura, as quais correspondem a valores das variáveis didáticas privilegiados:

1- Sempre existe a presença de figuras nos problemas sobre área do paralelogramo;
2- A posição predominante do paralelogramo é de tal forma, que um dos lados encontra-se na horizontal;

3- No paralelogramo, o lado horizontal é freqüentemente o de maior comprimento;
4- Na maioria das ilustrações, a "inclinação" do paralelogramo é para a direita.

Assim, nossas análises mostram que o desenho prototípico do paralelogramo, nessa coleção, tem o lado de maior comprimento posicionado na horizontal e a sua "inclinação" é para a direita, confirmando a hipótese feita na fundamentação teórica, a partir de observações assistemáticas. Apesar de minoritárias, encontram-se também ilustrações de paralelogramos que não respeitam essas condições. A predominância de ilustrações nas quais um dos lados do paralelogramo está posicionado na horizontal e/ou de maior comprimento reforça o significado atribuído à palavra *base* na língua portuguesa (apoio, alicerce), o que poderá provocar dificuldades aos alunos, na resolução de problemas envolvendo área do paralelogramo, quando nenhum dos lados estiver na horizontal ou simplesmente for mais conveniente tomar como base um lado vertical, oblíquo ou de menor comprimento. Da mesma maneira, a baixa freqüência de ilustrações de paralelogramos inclinados para a esquerda pode provocar uma conceitualização limitada dessa figura.

Com relação à abordagem do conceito de área, observamos que alguns aspectos podem reforçar as concepções numéricas, tais como: iniciar por ladrilhamento, definir área como a medida de uma superfície, ou a pouca ênfase na possibilidade de comparar sem medir.

Por outro lado, o caminho escolhido na coleção trabalha implicitamente a noção de grandeza, embora não seja o ponto de partida, como é preconizado na pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1989). Com efeito, o fato de destacar a invariância da área por composição e decomposição de figuras, explicitar a dissociação entre área e perímetro (trabalhando, por exemplo, figuras de mesma área com perímetros diferentes e reciprocamente) ou, ainda, trabalhar a medida da área de figuras com diferentes unidades, são escolhas que contribuem para invalidar as concepções geométricas e numéricas e para construir a noção de área como grandeza.

Quanto à fórmula da área de um paralelogramo, a coleção contempla uma variedade de procedimentos de resolução nos *exercícios* propostos e nos *textos-aula* e aborda questões conceituais importantes, como a dissociação entre área e perímetro, o uso de ilustrações de paralelogramos com características diferentes do desenho prototípico, a escolha do lado tomado como base, situações em que o aluno deverá selecionar dados para calcular, situações em que se apresentam vários paralelogramos diferentes e de mesma área, ou ainda erros habituais, como o produto dos comprimentos dos lados. Essas características certamente contribuem para que o aluno atribua significado à fórmula da área do paralelogramo e não se limite a uma aplicação mecânica da mesma, o que é uma preocupação explícita no manual pedagógico: "Dar fórmulas sem dizer de onde vêm tende a robotizar os alunos. Em vez de desenvolver o raciocínio, apenas prepara-os para obedecer ordens" (p. 38, 7ª série).

Entretanto, alguns aspectos não nos parecem suficientemente trabalhados, considerando-se a persistência das dificuldades conceituais apresentadas pelos alunos. Embora focados nos *exercícios*, achamos que deveriam ser mais enfatizadas nos *textos-aula*: a invariância da área em relação ao lado tomado como base; a validade da fórmula da área do paralelogramo quando o lado tomado como base não permite que a decomposição-recomposição ilustrada para justificar a fórmula se faça efetivamente; a desestabilização do erro que consiste no produto dos comprimentos dos lados do paralelogramo.

Se pensarmos em divisão de responsabilidade entre professor e aluno (ambos hipotéticos), usuários do livro, podemos nos perguntar: o que se espera de um aluno diante de um problema envolvendo área do paralelogramo?

A revisão de literatura mostrou que uma das regras de contrato didático, freqüentes na resolução de problemas de Matemática, é aquela segundo a qual todos os dados necessários à resolução de um problema encontram-se no enunciado e raramente são apresentados dados inúteis. Ou seja, é da responsabilidade do professor oferecer os dados do problema e não cabe ao aluno selecionar dados. Com relação ao cálculo de área do paralelogramo, essa regra é confirmada quando são dadas exclusivamente as medidas de comprimento de um lado e da altura correspondente.

Constatamos que na coleção analisada existe nitidamente uma preocupação em não fortalecer essa regra nos problemas que envolvem área do paralelogramo. Pois, embora sejam dadas exclusivamente as medidas de comprimento de um lado e da altura correspondente (em duas das sete questões da 7ª série e em uma das três questões da 8ª série), há momentos em que essa regra é rompida, ou seja, são fornecidos dados desnecessários.

Majoritariamente, constatamos que, nos problemas que envolvem área do paralelogramo, as ilustrações são traçadas de forma que o lado de maior comprimento está posicionado na horizontal. Quando tais condições não são respeitadas simultaneamente o lado tomado por base ora é o que se encontra na posição horizontal ora é o de maior comprimento.

Na maioria das situações, o professor hipotético tem a atribuição de designar qual é o lado tomado como base e do aluno é exigida a realização do produto dos comprimentos dessa base pela altura relativa a ela. Inclusive nas atividades com malha quadriculada, embora não sejam dadas medidas, existe implicitamente a escolha de um dos lados como base, que é aquele que está traçado sobre o papel quadriculado, seja ele na vertical ou na horizontal, e não o que está inclinado.

Quando essa regra é rompida, ou seja, quando o problema não fornece explicitamente o comprimento de um dos lados, ou fornece os comprimentos de ambos os lados e das alturas relativas aos mesmos, o aluno vai mobilizar uma idéia de base e altura. Acreditamos que, apesar de esse aspecto ser trabalhado na coleção, a ênfase dada não é suficiente para que o aluno compreenda que a área do paralelogramo não é o produto do comprimento de apenas um de seus lados pela altura relativa a ele, ou seja, a área é invariante relativamente à escolha do lado tomado como base.

Apesar das observações feitas acima, nada impede que professor e aluno, ambos reais, estabeleçam entre si outras regras de contrato didático, uma vez que a postura do professor, os exemplos de atividades, a interação entre professor e alunos podem alterar significativamente o que o livro didático propõe.

A coleção analisada é uma das mais antenadas com a produção científica em Educação Matemática e traz uma contribuição efetiva à construção de conhecimentos matemáticos pelos alunos. No tratamento específico do tema em foco na nossa pesquisa, apresenta algumas características elogiáveis e algumas escolhas que consideramos inadequadas. Acreditamos que é papel da pesquisa acadêmica, na medida em que pode focar e aprofundar conteúdos específicos, apontar elementos que podem ser aperfeiçoados pela coleção analisada e possivelmente também por outras coleções de livros didáticos. Apostamos no diálogo construtivo entre vários parceiros, tais como pesquisadores em educação matemática, autores de livros didáticos e professores usuários das coleções – na medida em que as contribuições de cada um são complementares. Esse nos parece um bom caminho para a melhoria da Educação Matemática de nossas crianças e jovens.

Referências Bibliográficas:

ALMOULOUD, S. A. **Didática da Matemática.** São Paulo: PUC, 1996.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BALACHEFF, N. **Processus de preuve chez des élèves de collège**. 1988. Tese (doctorat d'état en Didactique des Mathématiques). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1988.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma seqüência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2002.

BARROS, J. S. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório.** Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE, 2002.

BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental.** Natal: SBHMat, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. A aprendizagem das relações entre comprimento e área no ensino fundamental. In: **II SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2003, Santos - SP. 2003.

________________ Um candidato a obstáculo à aprendizagem dos conceitos de comprimento e área como grandezas. In: **II HTEM - Colóquio História e Tecnologia no Ensino de Matemática,** 2004, Rio de Janeiro. Anais do segundo colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: IME-UERJ, 2004. p. 183-189.

BESSOT, A.; LE THI HOAI, A. Une étude du contrat didactique à propos de la racine carrée. In : **Petit x**, n 36, p. 39-60, 1993-1994

BRITO, A.F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental**. Recife, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. In: **RDM**, Paris, v. 7, n. 2, p.33-115, 1986.

CÂMARA DOS SANTOS, M.; CÂMARA, P. R. **Pequeno perfil de participantes dos programas de extensão da UFPE para professores de matemática**. Cadernos de Extensão da UFPE, n. 2 Recife: Editora Universitária, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contrat et de situation**. Publication de l'IREM d'Aix Marseille, 14. 1988.

DOUADY R.; PERRIN-GLORIAN M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. vol.20, n. 4, p. 387-424, 1989.

DOUADY R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. In: **RDM**, Paris, v. 7, n. 2, p.5-31, 1986.

DUARTE, J. H. **Investigação de uma seqüência didática para construção do conceito de área.** Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

FACCO, S. R. **Conceito de área. Uma proposta de ensino-aprendizagem**. São Paulo, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). PUC-SP, 2003.

GRENIER, D. **Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième.** 1988. Tese de Doutorado- l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, 1988.

IMENES, L.M ; LELLIS M . **Matemática**. (5ª série) 1ª ed. São Paulo: Scipione, 1998.

____________ **Matemática**. (6ª série) 1ª ed. São Paulo: Scipione, 1998.

____________ **Matemática**. (7ª série) 1ª ed. São Paulo: Scipione, 2001.

____________ **Matemática**. (8ª série) 1ª ed. São Paulo: Scipione, 1999.

LABORDE, C. ; CAPPONI, B. **Aprender a ver e a manipular o objeto geométrico além do traçado no cabri-géometre.** Em Aberto, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun.1994.

LIMA, P. F. Considerações sobre o Ensino do conceito de área. In: **SEMANA DE ESTUDOS EM PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 1, 1995, Recife. Anais... Recife: UFPE, 1995.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **Educação Matemática em Revista** - SBEM, ano III, n.4 p. 3-13, 1º semestre. 1995

de MELO, M. A. P. **Um estudo de conhecimentos de alunos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental sobre os conceitos de área e perímetro**. Recife, 2003. Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.

NOIRFALISE, R. Figures prégnantes en géométrie. In **Repères IREM**, n. 2, Pont-à-Mousson- França: Topiques Editions, 1990.

OLIVEIRA, G. R. F. **Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental**: um estudo de caso. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

PAVANELLO, R. M. O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. In: **Zetetiké,** n.1, p.07-17, Unicamp, mar. 1993.

PEREZ, G. A realidade sobre o Ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. In: **Educação Matemática em Revista** – SBEM, ano III, n.4, p. 54-62, 1995.

PERRIN-GLORIAN M. J.; DOUADY R. Conceptions des élèves à propos d'aires de surfaces planes. In Laborde C. (org.) **Actes du premier colloque Franco-Allemand de Didactique de Mathématiques et de l'informatique**. Grenoble: La Pensée Sauvage, p.161-172, 1988.

PIROLA N.A.; BRITO M.R.F. A formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M.R.F (Org.) **Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa**. Florianópolis: Insular, 2001.

SAEPE: **Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco**. Relatório 2002/ Secretaria de Educação e Cultura. Recife, PE, 2003.119p.

SANTOS, M.R **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Recife, 2005. Dissertação de Mestrado no Ensino das Ciências - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SILVA,B.A Contrato didático. In: MACHADO, S.D.A (Org.) **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999.

SOUZA, C. F. ; RODRIGUES NETO, F. P. Estudo de manipulação algébrica das fórmulas de área de polígonos e dedução da fórmula da área do círculo. In: **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**: Recife, 2004.

VINH BANG, LUNZER. **Conservations spatiales: Etude d'épistémologie génétique**. Paris: PUF, 1 965.