



# RCEEM

Revista Cearense de Educação Matemática

ISSN: 2764 - 8311



e-ISSN: 2764-8311

DOI: 10.56938/rceem.v3i6.3797



## UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE SOBRE ÂNGULOS PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DO INSTRUMENTO JACENTE NO PLANO

AN ACTIVITY PROPOSAL ABOUT ANGLES FOR THE 6TH YEAR OF ELEMENTARY EDUCATION FROM INSTRUMENTO JACENTE NO PLANO

Henrique Carlos Alexandre<sup>1</sup>; Janeyneide da Silva Batista da Paz<sup>2</sup>, Francisco Wagner Soares Oliveira<sup>3</sup>

### RESUMO

A tentativa de incorporar antigos instrumentos matemáticos no ensino da Matemática, com vistas a favorecer o ensino e a aprendizagem, é uma abordagem de estudos que vem ganhando espaço no âmbito das pesquisas em Educação Matemática. Uma das justificativas para ações nesse sentido é que os instrumentos têm sintetizado não só conhecimentos matemáticos de uma época, mas também conhecimentos do contexto de elaboração e da episteme do período. Essa gama de informações, incorporadas ao aparato, possibilitam que professores e alunos atribuam ainda mais significados aos conceitos matemáticos e, desse modo, eles conseguirão significar e ressignificar esses conceitos. Por reconhecer a importância dessa potencialidade do trabalho com instrumentos matemáticos para o ensino, aqui trabalha-se com um deles, o qual é conhecido por Jacente no Plano, proposto por Pedro Nunes (1502-1578), no século XVI, usado para determinar a altura do Sol acima do horizonte. Diante disso, o objetivo deste estudo é apresentar uma proposta de atividade com o instrumento Jacente no Plano sobre o conceito de ângulos, a ser desenvolvida com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas. A pesquisa tem como base uma abordagem qualitativa de cunho exploratória. A atividade aqui proposta contempla tanto a construção do instrumento, por meio de materiais de fácil acesso, como o uso dele em uma situação prática de medição da altura do

<sup>1</sup> Graduado em licenciatura em matemática pela Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM). Professor de matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Secretaria Municipal de Limoeiro do Norte – Ceará, Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Rua Adalto Felício Maia, 5255, casa, Tabuleiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62960-000. E-mail: [hcaralexandre.01@gmail.com](mailto:hcaralexandre.01@gmail.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0005-3907-9785>.

<sup>2</sup> Graduanda em licenciatura em matemática pela Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM). Professora de matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Secretaria Municipal de Tabuleiro do Norte – Ceará. Tabuleiro do Norte, Ceará, Brasil. Rua José Rebouças, Olho d'Água da Bica, Tabuleiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62960000. E-mail: [janeyneide.batista@aluno.uece.br](mailto:janeyneide.batista@aluno.uece.br).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0008-0084-0639>.

<sup>3</sup> Doutor em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professor adjunto do curso de Licenciatura em matemática da Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM), Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Francisco Remigio, 287, Ap-101, Centro, Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62.930-000. E-mail: [wagneruece.oliveira@uece.br](mailto:wagneruece.oliveira@uece.br).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9296-8200>.

Sol. Levando em consideração o alcance de forma positiva do objetivo, o instrumento Jacente no Plano pode ser construído em sala pelos próprios alunos, dinamizando a aprendizagem deles e motivando-os a utilizá-lo em atividades durante as aulas.

**Palavras-chave:** Ângulos; Instrumento Jacente no Plano; Ensino de Matemática; Ensino de Geometria.

### ABSTRACT

The attempt to incorporate old mathematical instruments into mathematics teaching, with a view to improving teaching and learning, is an approach that has been gaining ground in the field of mathematics education research. One of the justifications for actions in this direction is that the instruments have synthesized not only the mathematical knowledge of an era, but also knowledge of the context in which they were made and the episteme of the period. This range of information, incorporated into the apparatus, enables teachers and students to attribute even more meaning to mathematical concepts and, in this way, they will be able to signify and re-signify these concepts. Recognizing the importance of this potential of working with mathematical instruments for teaching, here we work with one of them, known as Jacente no Plano, proposed by Pedro Nunes (1502-1578) in the 16th century and used to determine the height of the Sun above the horizon. In view of this, the aim of this study is to present a proposal for an activity with the Jacente no Plano instrument on the concept of angles, to be developed with students in the 6th grade of elementary school, under the theoretical framework of the Theory of Didactic Situations. The research is based on a qualitative, exploratory approach. The activity proposed here includes both the construction of the instrument, using easily accessible materials, and its use in a practical situation of measuring the height of the Sun. Taking into account the positive achievement of the objective, the Jacente no Plano instrument can be built in class by the students themselves, making their learning more dynamic and motivating them to use it in activities during lessons.

**Keywords:** Angles; instrumento Jacente no Plano; Mathematics teaching; Teaching Geometry.

### Introdução

O presente trabalho localiza-se dentro do campo da Educação Matemática, em especial, em investigações que buscam utilizar instrumentos matemáticos<sup>4</sup>, desenvolvidos nos séculos XVI e XVII, a fim de favorecer o processo de ensino e aprendizagem<sup>5</sup>. Neste estudo, dentre os inúmeros instrumentos que podem ser explorados, trabalha-se com o instrumento Jacente no Plano, que consiste em um recurso proposto pelo cosmógrafo-mor Pedro Nunes (1502-1578), no contexto da navegação portuguesa do século XVI, tendo como finalidade fornecer a medida da altura do Sol em relação à linha do horizonte.

O instrumento Jacente no Plano é um aparato que tem sido explorado tanto no cenário nacional quanto no internacional. Sabe-se que os estudos a respeito dele, em sua maioria, têm se dedicado a expor informações de caráter histórico e a aproximá-lo do

---

<sup>4</sup> Segundo Saito (2015), instrumentos matemáticos são aqueles utilizados para medir o que Aristóteles chamava de “quantidade”, ou seja, distâncias e ângulos.

<sup>5</sup> Para acesso a algumas das pesquisas que têm explorado instrumentos matemáticos, consulte o levantamento de Albuquerque, Oliveira, Martins e Pereira (2018), o estudo de Batista e Pereira (2023), Oliveira e Pereira (2022a) e o de Saito (2019).

ensino. Dentre as aproximações com a sala de aula, nota-se um foco maior em discussões voltadas à formação inicial de professores de Matemática (Oliveira e Pereira, 2022a).

Com base nos estudos entorno do instrumento *Jacente no Plano*, por exemplo, no trabalho de Oliveira (2019), percebe-se a relevância dos instrumentos matemáticos no ensino da Matemática, principalmente quando estão correlacionados à História da Matemática e a sua importância no dia a dia, pois ajudam a dar sentido e significado aos conceitos matemáticos.

Nesse sentido, cabe ainda acrescentar que o ensino de Matemática, atrelado aos instrumentos matemáticos, pode ser visto como uma prática essencial no encadeamento de desenvolver um ensino de forma contextualizada, ressignificando os conceitos e conhecimentos matemáticos, pois incorpora, além do conteúdo, a prática, possibilitando ao estudante a vivência de um ensino contextualizado. Sabe-se que a contextualização tem um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, visto que ela permite “[...] fundamentar o processo de aprendizagem, pois possibilita estabelecer sentidos do aluno para os significados dos conceitos matemáticos” (Reis e Nehring, 2017, p. 341).

Em suma, a história da Matemática torna-se um importante instrumento de modo a contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, de forma a propiciar o entendimento de diversos conceitos a partir de sua criação, de maneira a considerar as alterações no decorrer da História, facilitando, assim, a compreensão para os estudantes, em que desperte a curiosidade e interesse para possíveis estudos/pesquisas (Oliveira, Alves e Neves, 2008).

Sobre a incorporação da história da Matemática ao ensino, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) deixa claro que “é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (Brasil, 2018, p. 298), o que corrobora com a relevância deste trabalho.

Assim, ressalta-se que a Matemática contribuiu de forma significativa, desde a antiguidade, para o desenvolvimento da sociedade. A respeito disso, podem ser destacadas inúmeras contribuições da História da Matemática, por exemplo e principalmente, na época das grandes navegações, na Astronomia, na Engenharia Civil e na Arquitetura.

Pensando na incorporação de recursos da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem, e diante das possíveis potencialidades do trabalho com o instrumento *Jacente no Plano*, tal como destaca Oliveira (2023), o presente estudo tem

como objetivo apresentar uma proposta de atividade sobre ângulos, usando o instrumento citado, a ser desenvolvida com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Para o desenvolvimento da proposta de atividade, o referido estudo é de abordagem qualitativa e de caráter exploratório, o que permite uma visão geral ou aproximada a respeito da incorporação do instrumento Jacente ao Plano na aula de Matemática. Assim, fornecendo informações que ampliarão o entendimento sobre o instrumento estudado e fazer com que os alunos se familiarizem com essa ferramenta como um recurso didático para sala de aula.

Neste estudo, trazemos na sequência algumas considerações sobre o aporte teórico do instrumento Jacente no Plano como recurso para o processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, posteriormente, discorre-se a respeito da parte metodológica do respectivo trabalho, seguida de uma explicação sobre a proposta de atividade pensada para turmas de 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. Por fim, tem-se as considerações finais e as referências.

### **O instrumento Jacente no Plano como recurso para o ensino e aprendizagem de Matemática**

Considerando a importância do instrumento Jacente no Plano no ensino e aprendizagem de Matemática, vale ressaltar alguns estudos realizados acerca da utilização do respectivo instrumento na Educação Básica e formação inicial de professores de Matemática. Oliveira e Pereira (2020), por exemplo, destacam o uso do respectivo aparato como proposta de atividade para o Ensino Fundamental – Anos Finais, em uma turma de 9º ano, ressaltando, assim, a unidade temática de Geometria, na qual enfatizam a exploração do instrumento Jacente no Plano a partir da semelhança de triângulos.

Em outro estudo, Oliveira e Pereira (2022b) ressaltam ainda o uso do instrumento Jacente no Plano relacionado à congruência de triângulos. O estudo é voltado para estudantes de Licenciatura em Matemática, ou seja, formação inicial de professores. Assim, o referido artigo enfatiza a congruência de triângulos, que é mobilizada a partir do uso do instrumento em uma situação prática de medição, mais especificamente, a partir da sombra projetada por um triângulo posto perpendicularmente sobre a tábua do aparato.

Em outro trabalho, Oliveira e Pereira (2022c) destacam uma atividade desenvolvida com o instrumento Jacente no Plano tendo como público discentes de

Matemática em formação inicial. Nota-se que foi dado foco aos conceitos geométricos mobilizados no instrumento, como forma de elencar o potencial didático do Jacente no Plano no processo de formação inicial, sendo as discussões voltadas ao conceito de paralelismo entre planos.

Sob essa perspectiva, Oliveira (2019) desenvolveu uma atividade junto à formação inicial de professores e buscou elencar as potencialidades didáticas do instrumento Jacente no Plano. Neste trabalho, os discentes utilizaram o instrumento em uma situação prática de uso e mobilizaram diversos conceitos matemáticos, em especial geométricos, como paralelismo entre planos, ângulos, corda e arco, reta tangente e semelhança de triângulos. Também foram mobilizados conceitos de outras áreas, como o de gravidade da Física e o de latitude da Geografia.

Oliveira (2021) apresenta um primeiro olhar sobre a reconstrução do instrumento Jacente no Plano. O estudo se desenvolve a partir de uma atividade com discentes do curso de Licenciatura em Matemática, nota-se que o autor deu foco aos conhecimentos mobilizados durante o processo de construção do instrumento, que, em sua maioria, correspondem a conceitos das construções geométricas.

Por sua vez, Oliveira (2023) também explora conceitos geométricos mobilizados na construção e no uso do instrumento Jacente no Plano. Contudo, o foco dado no estudo é a importância de se iniciar o ensino da Geometria a partir do real, ou seja, da Geometria Espacial. Isso foge um pouco do que comumente tem sido realizado nas escolas, em que se inicia o trabalho pela Geometria Plana. Para sustentar sua tese, o autor elenca várias potencialidades do instrumento Jacente no Plano.

De acordo com Nunes (2008) e Oliveira (2019), existem algumas configurações possíveis para a construção do instrumento Jacente no Plano. Uma das versões é a que se utiliza uma tábua quadrada que tem uma circunferência centralizada, graduada em 360 partes, uma reta tangente e um triângulo retângulo isósceles. Na ilustração a seguir (Figura 1), pode-se observar o aparato na versão descrita.

**Figura 1** - Réplica do instrumento Jacente no Plano



Fonte: Oliveira (2019, p. 70).

Como se pode observar, o aparato tem como partes físicas uma tábua quadrada com a circunferência desenhada e um triângulo retângulo isósceles, que é fixado perpendicularmente à tábua sobre o raio da circunferência. Na superfície, além da circunferência, que se divide em quatro quadrantes onde ficam as marcações das 360 partes congruentes, ainda se tem a incorporação de uma reta tangente à circunferência, a qual passa pelo ponto em que é posto o ângulo de  $90^\circ$  do triângulo fixado (Nunes, 2008; Oliveira, 2019).

### **O conceito de ângulos presente no instrumento jacente no plano**

Como assinalado anteriormente, sabe-se que o instrumento Jacente no Plano é uma concepção de Pedro Nunes (1502-1578), que tem como finalidade fornecer a medida da altura do Sol acima do horizonte. Por traz da validade do instrumento, tem-se alguns conceitos e proposições de Geometria. Cabe destacar que o instrumento tem potencial para pesquisas sobre o cenário historiográfico, contextual e epistemológico do período. O simples fato de fazer parte do tratado *De Arte Atque Ratione Navigandi*, de 1573, que é uma das obras mais importantes de Pedro Nunes, para a navegação, já é uma das provas disso (Oliveira, 2019, 2023).

Focando na Geometria, unidade temática que é mobilizada no trabalho com o instrumento Jacente no Plano, sabe-se que a Geometria desempenha um papel fundamental no currículo escolar, possibilitando que o aluno tenha uma visão ampla do mundo em que vive, ao analisar problemas que envolvem o espaço físico, as formas geométricas planas e espaciais, a construção e medição de ângulos, habilidades de percepções espaciais, entre outros. Além disso, é notória da importância de orientar os estudantes a uma adequada utilização de materiais, como régua, transferidor, compasso e esquadros (Brasil, 1998).

Dentre os objetos de conhecimento da Geometria que são mobilizados no Jacente no Plano, como assinalado anteriormente, neste estudo explora-se o conceito de ângulo. Segundo Jung (2008), ângulo é definido como a união de duas semirretas de mesma origem, um lugar geométrico, uma região entre duas semirretas. Assim, o estudo sobre ângulos deve ser explorado em sala de aula por meio de figuras, formas, instrumentos que possam desenvolver e estimular o aluno a contextualização daquele conteúdo com o seu cotidiano, permitindo, assim, que ele possa expor e representar o mundo em que vivemos de forma mais fiel e ativa (Gadotti, 2008).

Na reconstrução do instrumento Jacente no Plano, podemos ter em mente o conceito de ângulos presente no processo de construção e utilização do aparato. Uma das possíveis configurações para ele, colocada por Pedro Nunes, é a versão que utiliza uma tábua quadrada, com ângulos internos retos. Nessa tábua, existe uma circunferência ( $360^\circ$ ) graduada em 360 partes, ou seja, o aluno deverá dividir a circunferência de acordo com seus ângulos, manuseando adequadamente compasso, régua e esquadro.

Há também uma reta tangente, que deve ser perpendicular ( $90^\circ$ ) ao raio da circunferência construída, e um triângulo retângulo isósceles. Levando em consideração que a soma dos ângulos internos em qualquer triângulo é igual a 180 graus, sabe-se que a soma dos outros dois ângulos deve ser igual a 90 graus, em um triângulo retângulo, e, por ser isósceles, cada um dos demais terá 45 graus.

Assim, a utilização desse instrumento para se trabalhar ângulos em sala de aula é uma maneira de incorporar recursos adaptados para cada situação educacional, fazendo com que os alunos estejam engajados e sejam peças fundamentais em seu processo de aprendizagem. Além de ensinar os alunos a utilizarem adequadamente instrumentos como esse, também se trabalha uma relação importante entre o ensino de construções geométricas e o uso adequado de materiais e recursos.

## **Metodologia**

O presente trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, segundo Oliveira (*et al.* 2020, p. 2), “[...] uma pesquisa de natureza qualitativa busca dar respostas a questões muito particulares, específicas, que precisam de elucidações mais analíticas e descritivas”. Desse modo, o estudo de caráter qualitativo se configura em uma abordagem mais investigativa, no sentido de realizar uma análise mais aprofundada, a fim de obter respostas concretas de forma a atingir os conceitos levantados. Diante disso, compreende-se que esta pesquisa tem abordagem qualitativa pelo fato de explorar, de forma analítica e descritiva, a utilização do instrumento Jacente no Plano para o ensino.

O respectivo artigo se configura ainda como uma pesquisa exploratória, a qual, segundo Gil (1991), se caracteriza a partir de objetivos que visam possibilitar maior familiaridade com o problema, a fim de torná-lo mais explícito e/ou a construção de hipóteses.

Além dessas características do referido estudo, a atividade proposta nesse trabalho, com foco na utilização do instrumento Jacente no Plano como uma ferramenta a ser utilizada no conceito e prática dos ângulos nas aulas de Matemática na turma do 6º

ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, ainda busca um amparo na Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Sobre a TSD, desenvolvida na França por Guy Brousseau (1933-2024), sabe-se que ela é um campo de reflexões para que o ensino da Matemática possa progredir no Ensino Básico, no qual o professor, baseado nessa teoria, conduz e orienta o aluno/aprendiz a desenvolver atividades propostas, de forma coerente e coesa, para apropriar-se de novos conhecimentos e saberes (Teixeira e Passos, 2013 e Oliveira, 2018). Pensando na organização das situações de ensino em sala de aula, a TSD divide-se primordialmente nas fases de ação, formulação, validação e institucionalização.

O momento de ação é quando os estudantes devem ser colocados a par da situação a ser desenvolvida no decorrer da aula. Ainda nesta etapa e a partir de conhecimentos prévios, precisam traçar escolhas e tomar decisões. No momento de formulação, existe um trabalho de cooperação entre os estudantes de um determinado grupo, no sentido de definirem e chegarem em um consenso quanto à linguagem e às estratégias. A validação, por sua vez, é o momento em que existe uma exposição e conversa entre diferentes grupos, tendo como fio condutor as conclusões tomadas e resultados obtidos internamente nos grupos. Por fim, a etapa de institucionalização é o momento em que o professor assume a tarefa de conduzir os resultados dos alunos, no sentido de que os estudantes possam apreender o conteúdo matemático que está previsto na atividade (Teixeira; Passos, 2013; Oliveira, 2018).

Teixeira e Passos (2013) defendem que a TSD é um modelo teórico, no qual o aluno irá se apropriar do conteúdo/saber que lhe está sendo ensinado, sendo considerado um projeto, de forma didática, da apropriação dos conhecimentos matemáticos expostos. Assim, essa teoria discute as formas de apresentação de determinado conteúdo matemático para os alunos, por meio de uma sequência didática planejada, havendo uma intenção clara e objetiva do professor em possibilitar a aprendizagem eficaz do aluno que se ensina.

De início, deve-se iniciar um estudo teórico acerca do assunto que será lecionado em sala de aula sobre os temas que fazem parte da atividade proposta. Nesse caso, um estudo sobre ângulos, apresentando as noções básicas e suas aplicações, juntamente com a História do instrumento Jacente no Plano, mostrando sua funcionalidade, e sua utilização pelos povos antigos, além de outros aspectos históricos presentes nesse aparato.

O Jacente no Plano, de Pedro Nunes (1502-1578), pode ser fabricado de diversas formas, com a utilização de materiais acessíveis que podem ser encontrados em nosso

cotidiano, como caixas de papelão, régua, compasso e transferidor. Há também a possibilidade de esse instrumento ser construído em sala pelos próprios alunos, dinamizando a aprendizagem deles e motivando-os a utilizar o aparato em atividades de sala de aula.

Por fim, a referida atividade é constituída por dois guias, sendo um deles para o(a) professor(a) e outro para o(a)s estudantes. Os respectivos guias são compostos pelos comandos a serem realizados pelo(a) professor(a) e pelos estudantes, para o desenvolvimento da atividade proposta, de forma a orientar e auxiliar os alunos durante a atividade.

### **Proposta de atividade: aprendendo ângulos com o instrumento Jacente no Plano**

#### ***Apresentação da atividade***

A respectiva atividade é direcionada ao público-alvo do Ensino Fundamental – Anos Finais, especificamente para turmas de 6º ano, e, como título para a ação, tem-se: *Aprendendo ângulos com o instrumento Jacente no Plano*. Essa atividade, descrita a seguir, está baseada em conceitos e pesquisas feitas acerca do Jacente no Plano, buscando utilizar esse aparato, a partir de réplicas físicas que serão construídas pelos alunos.

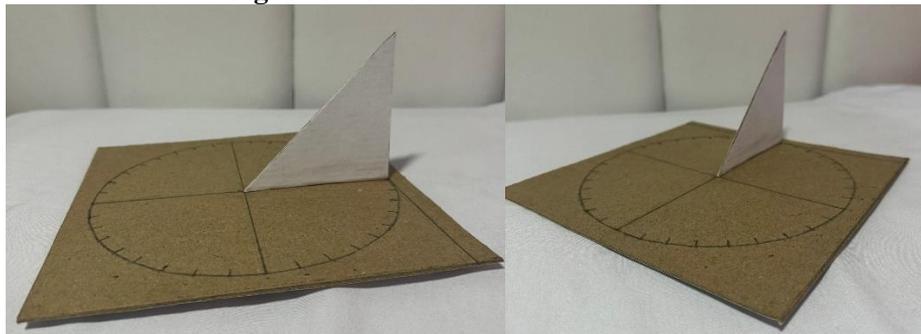
As réplicas servirão como um recurso, o qual deve ser utilizado com o objetivo de contribuir para aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo de ângulos e aproximar as relações do conteúdo com a utilização do instrumento no cotidiano, possibilitando ao aluno a experiência de mobilizar conceitos a partir de uma prática concreta de uso do instrumento Jacente no Plano. Além disso, procura-se fazer relação entre a História da Matemática e do instrumento com o conteúdo lecionado em sala de aula.

Em suma, o intuito é o de transformar um conteúdo teórico, ângulos, em uma atividade prática, divertida e ativa, a qual será impulsionada pela construção do instrumento pelos próprios alunos.

Na sequência, expõe-se o guia do professor, que traz orientações e direcionamentos que podem ser adotados pelo docente no decorrer da proposta. Além disso, tem-se imagens do Jacente no Plano confeccionado com materiais de baixo custo, como papelão, por exemplo (Figura 2).

## Guia do professor

**Figura 2** – Instrumento Jacente no Plano



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

### Elementos que norteiam a atividade

**Quadro 1** – Resumo da prática

<b>Série/Ano</b>	6º ano – Ensino Fundamental (Anos Finais).	
<b>Unidade temática</b>	Geometria.	
<b>Objeto de conhecimento</b>	Ângulos: noção, usos e medida.	
<b>Habilidade</b>	(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (Brasil, 2018, p. 458).	
<b>Objetivos</b>	<b>Docente</b>	Ensinar o conceito de ângulos a partir de uma atividade prática, utilizando o instrumento Jacente no Plano.
	<b>Aluno</b>	Aplicar conceitos básicos de ângulos na solução de um problema do cotidiano, com auxílio do Jacente no Plano.
<b>Materiais necessários</b>	Para a realização do experimento é necessário que o professor esteja com os seguintes materiais disponíveis aos alunos: 1) transferidor; 2) compasso; 3) papelão; 4) régua; 5) tesoura; 6) cola; e 7) folha do aluno.	
<b>Conhecimentos prévios</b>	Para que a prática flua, é necessário que os alunos tenham conhecimento sobre as noções básicas dos ângulos, ou seja, abertura, medir ângulo e triângulo retângulo.	
<b>Duração</b>	3 horas/aulas	

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

### Aspectos gerais do experimento

*Sinopse* – Neste experimento, os alunos construirão um modelo do instrumento Jacente no Plano, e observarão a angulação do Sol em relação à linha do horizonte.

*O experimento* – Consiste em, por meio do Jacente no Plano, obter o ângulo do Sol em relação à linha do horizonte. Para isso, haverá três momentos: o primeiro consiste na construção do instrumento; o segundo, no manejo e utilização dele; e, por fim, no terceiro, será debatido acerca do conteúdo com as atividades realizadas em sala.

### ***Etapas para o desenvolvimento do experimento***

#### *Etapa 1 – Elementos da etapa de ação da TSD*

Esta é a etapa de construção do Jacente no Plano com materiais do cotidiano dos alunos e de baixo custo. A sugestão é que os estudantes sejam orientados a realizar a construção por meio dos seguintes passos:

*1º Passo* – Construir uma circunferência completa de  $360^\circ$  no papelão, com a utilização do compasso.

*2º Passo* – Desenhar os quatro quadrantes, com uso de régua e transferidor para obtenção de ângulos retos. Nesse passo, serão demarcados os 360 espaços congruentes na circunferência, ainda com o auxílio do transferidor.

*3º Passo* – Construir um triângulo retângulo com catetos iguais (triângulo retângulo isósceles), medindo o mesmo tamanho do raio da circunferência.

*4º Passo* – Traçar a reta tangente à circunferência com auxílio de régua e transferidor.

*5º Passo* – Posicionar e fixar o triângulo retângulo utilizando outro material, com um ângulo reto para garantir a perpendicularidade do triângulo.<sup>6</sup>

#### *Etapa 2 – Elementos das etapas de ação e de formulação da TSD*

Em campo, os alunos realizam a manipulação do instrumento e buscam entender o seu funcionamento. No segundo momento da atividade, o professor leva os alunos para fora da sala de aula e pede para eles determinarem a altura do Sol a partir do instrumento para saber a angulação que se posiciona de acordo com o horizonte observado<sup>7</sup>. Para isso, propõe-se os seguintes passos:

*1º Passo* – Posicionar o Jacente no Plano e marcar onde a sombra do Sol toca a reta tangente.

*2º Passo* – Traçar uma reta do centro da circunferência ao ponto marcado no 1º passo na reta tangente.

---

<sup>6</sup> Tendo em vistas otimizar o tempo previsto para a atividade, a sugestão é que, durante o processo de construção, seja dado maior destaque à divisão da circunferência em 360 graus. A construção da reta tangente e o posicionamento do triângulo podem ser feitos de modo mais direto, sem a necessidade de impulsionar discussões sobre os conceitos geométricos mobilizados.

<sup>7</sup> Para a utilização do instrumento Jacente no Plano em uma situação prática, deve-se considerar que sua base, tábua de papelão, deve estar paralela com o horizonte.

3º *Passo* – Anotar, com o auxílio de um transferidor, qual a angulação do Sol em relação ao horizonte, observado de acordo com a reta traçada no 2º passo.

4º *Passo* – Debater acerca da atividade prática executada.

### *Etapa 3 – Elementos das etapas de formulação e validação da TSD*

Esta é a etapa de aplicação dos conhecimentos de ângulos estudados em sala de aula. Depois do processo de utilização do Jacente no Plano, o professor retorna com os alunos para a sala de aula para que possam realizar o debate e a análise dos dados coletados.

Durante o segundo momento da atividade, os alunos escreverão as medidas obtidas no quadro 2 a seguir:

**Quadro 2** – Quadro para registro dos valores

<b>MEDIDAS OBTIDAS</b>	<b>VALORES OBTIDOS</b>
TAMANHO/COMPRIMENTO DA SOMBRA SOBRE A RETA TANGENTE	
ANGULAÇÃO ENCONTRADA DO SOL AO HORIZONTE	

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2024).

O professor pedirá para que os alunos anotem as informações obtidas durante a realização da atividade, na qual aplicaram os conceitos de ângulos estudados, fazendo com que eles compreendam o assunto abordado na prática. Dessa forma, o professor amplia a possibilidade de os estudantes aprenderem o conteúdo trabalhado.

### *Etapa de Fechamento – Elementos da etapa de institucionalização da TSD*

Para o fechamento da atividade, sugerimos que o professor solicite aos alunos que relatem as suas experiências, de forma oral e escrita, junto com os demais colegas em sala de aula, a respeito de como foi realizado o manuseio do instrumento Jacente no Plano e como poderia ser que ele fosse utilizado antigamente. A partir disso, busca-se que a proposta seja sistematizada juntamente com os conceitos mobilizados durante a prática.

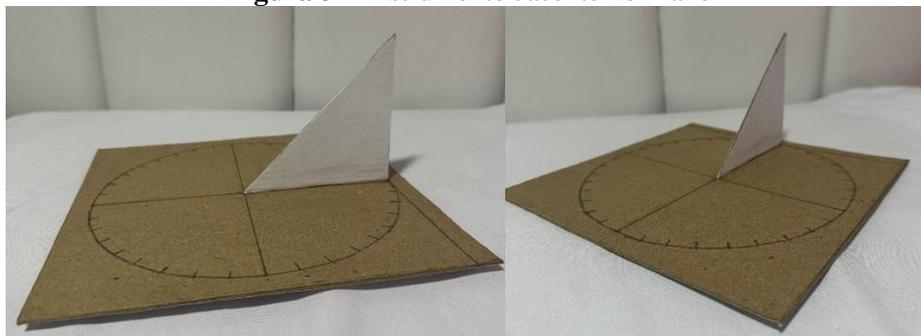
Sob o amparo desse guia do professor, na sequência, tem-se a folha do aluno, a qual orienta os estudantes no que diz respeito às suas ações no decorrer da atividade. Nesse recurso, aos estudantes, são disponibilizadas imagens do Jacente no Plano, confeccionadas nos mesmos materiais que eles utilizaram no decorrer da atividade (Figura 3).

### ***Folha do aluno***

#### *Nome da atividade*

Aprendendo ângulos com o instrumento Jacente no Plano.

**Figura 3** – Instrumento Jacente no Plano



**Fonte:** Elaborado pelos autores (2024).

#### *Comentários iniciais*

O instrumento Jacente no Plano é uma concepção de Pedro Nunes (1502-1578), que tem como finalidade fornecer a medida da altura do Sol acima do horizonte.

O aparato tem como partes físicas uma tábua quadrada com a circunferência desenhada e um triângulo retângulo isósceles, que é fixado perpendicularmente à tábua sobre o raio da circunferência. Na superfície, além da circunferência que se divide em quatro quadrantes e da marcação das 360 partes congruentes, também há a incorporação de uma reta tangente junto ao triângulo fixado (Nunes, 2008; Oliveira, 2019).

O Jacente no Plano de Pedro Nunes pode ser fabricado de diversas formas, com a utilização de materiais acessíveis que são encontrados em nosso cotidiano, como caixas de papelão, régua, compasso, transferidor. Neste experimento, será feita a construção do instrumento Jacente no Plano, bem como seu manuseio, para gerar entendimento a respeito do seu funcionamento, analisando e coletando dados em campo. Dessa forma, é possível trabalhar a noção de ângulo estudada em sala.

#### ***Procedimento***

*Etapa 1 – Construção do Jacente no Plano com materiais de baixo custo que pertencem ao cotidiano dos alunos*

*1º Passo* – Construa uma circunferência completa de 360° no papelão com a utilização do compasso.

2° *Passo* – Desenhe os quatro quadrantes com uso de régua e transferidor para obtenção de ângulos retos. Nesse passo, demarque os 360 espaços congruentes na circunferência, ainda com o auxílio do transferidor.

3° *Passo* – Construa um triângulo retângulo com catetos iguais (triângulo retângulo isósceles), que sejam do tamanho do raio da circunferência.

4° *Passo* – Trace uma reta tangente à circunferência, com auxílio de régua e transferidor.

5° *Passo* – Posicione e fixe o triângulo retângulo utilizando outro material, com um ângulo reto para garantir a perpendicularidade do triângulo.

*Etapa 2 – Realizando a manipulação do instrumento Jacente no Plano em uma situação prática de medição*

1° *Passo* – Posicionem o Jacente no Plano e marquem onde a sombra do Sol toca a reta tangente.

2° *Passo* – Tracem uma reta do centro da circunferência ao ponto marcado no 1° passo na reta tangente.

3° *Passo* – Com o auxílio de um transferidor, façam a medida da angulação do sol em relação à linha do horizonte e anotem o que foi observado de acordo com a reta traçada no 2° passo.

4° *Passo* – Debatam acerca da atividade prática executada. Anotem no quadro (Quadro 3) a seguir alguns valores obtidos durante a prática de medição com o Jacente no Plano.

**Quadro 3** – Quadro para registro dos valores

MEDIDAS OBTIDAS	VALORES OBTIDOS
TAMANHO/COMPRIMENTO DA SOMBRA SOBRE A RETA TANGENTE	
ANGULAÇÃO ENCONTRADA DO SOL AO HORIZONTE	

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2024).

*Etapa 3 – Aplicação dos conhecimentos de ângulos estudados em sala de aula*

Após o retorno para a sala de aula, usem o quadro com os dados e o assunto de ângulos para responder ao seguinte questionamento: *qual o ângulo formado entre o sol e o horizonte do observador? Como chegou a essa conclusão?*

### *Etapa de fechamento*

Nessa etapa, vocês devem contar aos colegas e ao professor(a) como foi a experiência de manusear o Jacente no Plano e como foi a realização da atividade. Deixar claro se foi possível realizar a atividade com êxito e quais foram suas maiores dificuldades, além de mostrar os resultados obtidos para a turma, falando sobre os aspectos mais importantes que foram observados no decorrer da atividade.

### **Considerações finais**

Como mencionado anteriormente, o objetivo desse trabalho foi o de apresentar uma proposta de atividade com o instrumento Jacente no Plano sobre o conceito de ângulos a ser desenvolvida com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, sob o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas (TSD).

No decorrer do estudo, ressaltou-se para professores que o Jacente no Plano pode ser construído em sala pelos próprios alunos, dinamizando a aprendizagem deles e motivando-os a utilizar o aparato nas aulas. Além disso, para a avaliação da atividade proposta, sugere-se que o professor leve em consideração a participação dos estudantes na atividade e nas discussões em sala acerca da temática estudada, além da execução correta do manuseio do instrumento.

Assim, a proposta de atividade exposta nesse trabalho tem colocado o instrumento Jacente no Plano, pertencente à História da Matemática, como recurso didático e manipulável para se trabalhar os conceitos de ângulos no 6º ano. No entanto, o docente que tiver o contato com o presente trabalho pode utilizar o instrumento em outras turmas com outros conteúdos, como é o exemplo da semelhança de triângulos, podendo explorar diversos exercícios e aprofundando o assunto. Além disso, dado a proposta de atividade, o professor pode adaptá-la conforme seus objetivos, seu contexto sociocultural escolar e público-alvo.

Portanto, espera-se que a atividade aqui mencionada seja utilizada por estudantes e professores que atuam na Educação Básica de nosso país, visando a compreensão a respeito do que é instrumento Jacente no Plano e as contribuições que ele tem a oferecer no estudo da Matemática e de sua História.

### **Referências**

ALBUQUERQUE, Suziê Maria; OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Pesquisas envolvendo instrumentos

históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128–144, 2018. DOI: 10.5965/2357724X06122018128. Disponível em: <https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/13367>. Acesso em: 20 fev. 2024.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um levantamento nacional e internacional de pesquisas que mobilizaram ou articularam saberes geométricos e trigonométricos por meio de instrumentos ou tratados antigos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 1–10, 2023. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/94>. Acesso em: 20 fev. 2024.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacional**. Secretaria de Educação Especial. Secretaria de educação Fundamental. – Brasília: SEESP/SEF, 1998.

GADOTTI, Marlene de Fátima. **Definições matemáticas do conceito de ângulo: influências da história, do movimento da matemática moderna e das produções didáticas nas concepções dos docentes**. 2008. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Metodista de Piracicaba. Piracicaba – SP, 2008.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo. Atlas. 1991.

JUNG, Karen M. **Algumas considerações sobre ângulos**. 2008. 49 f. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008.

NUNES, Pedro. **Obras: De Arte Atque Ratione Navigandi**. vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. El concepto de paralelismo entre planos sintetizados en el instrumento Jacente no Plano en la formación inicial de profesores de matemáticas. **PARADIGMA**, Maracay Edo Aragua, v. 43, n. 2, p. 432-452, 2022c. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1150>. Acesso em: 07 fev. 2023.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. El Instrumento Jacente no Plano como Recurso para la Enseñanza de Congruencia de Triángulos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 15, n. 2, p. 116–124, 24 out. 2022b.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O instrumento Jacente no Plano em pesquisas nacionais e internacionais. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Itabaiana, SE, v. 7, n. 2, p. 38-59, 2022a. Disponível em: <https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/17398>. Acesso em: 07 fev. 2023.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma proposta de atividade com o instrumento Jacente no Plano para o nono ano do ensino

fundamental com foco na semelhança de triângulos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 20–27, 2020. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/56>. Acesso em: 21 fev. 2024.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento Jacente no Plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 149 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=109334>> Acesso em: 21 de fevereiro de 2024.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 4, n. 2, p. 10-20, 2018.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento Jacente no Plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019. Disponível em: <https://crephimat.com.br/dissertacoes3>. Acesso em: 07 fev. 2023.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. Um primeiro olhar sobre a reconstrução do instrumento Jacente no Plano de Pedro Nunes na formação do professor de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, CE, v. 7, n. 20, p. 67–79, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2868>. Acesso em: 07 fev. 2023.

OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; CUNHA, Ana Maria de Oliveira; CORDEIRO, Euzane Maria; SAAD, Núbia dos Santos. Grupo Focal: uma técnica de coleta de dados numa investigação qualitativa? In: **Cadernos da Fucamp**, UNIFUCAMP, v.19, n.41, p.1-13, Monte Carmelo, MG, 2020.

OLIVEIRA, José Sávio Bicho de; ALVES, Ângela Xavier; NEVES, Sandra do Socorro de Miranda. **História da matemática: Contribuições e Descobertas para o Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Belém: SBEM, 2008.

REIS, Ana Queli; NEHRING, Cátia Maria. A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas Contextualization in the teaching of mathematics: conceptions and practices. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 19, n. 2, 7 set. 2017.

SAITO, Fumikazu. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 62, p. 571- 589, 2019. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/educacao/article/view/14135>. Acesso em: 07 fev. 2023.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. **Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau**. Zetetiké – FE/Unicamp – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

*Recebido em:* 21 / 02 / 2024

*Aprovado em:* 01 / 05 / 2024