



O INSTRUMENTO MATEMÁTICO *CIRCLES OF PROPORTION* ATRAVÉS DE UBP COMO PROPOSTA DIDÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA¹

THE MATHEMATICAL INSTRUMENT *CIRCLES OF PROPORTION* THROUGH UBP AS A TEACHING PROPOSAL IN THE INITIAL TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS

Marina Oliveira Tavares²; Verusca Batista Alves³

RESUMO

A educação matemática tem buscado cada vez mais oferecer recursos metodológicos e teóricos que tragam a superação nas dificuldades encontradas durante o processo de ensino de Matemática nas salas de aula. Nesse sentido, atrelar tais meios ainda na formação inicial de professores, propicia aportes teóricos e metodológicos que contribuam para a prática pedagógica desse, para enriquecimento de sua prática e, consequentemente, trazendo melhorias na aprendizagem matemática. Assim, nesse estudo se busca discutir sobre os elementos iniciais da articulação entre a Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM) e a Unidade Básica de Problemática (UBP) a partir de uma proposta de atividade para a formação inicial de professores de Matemática, orientada por meio dessa relação. Dessa forma, como posicionamento de estudo dessa história, articulando-a ao ensino de matemática, tem-se a Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM), que objetiva estudar a história da matemática considerando não apenas o conhecimento científico construído ao longo do período observado, mas também seu contexto sociocultural, histórico e epistemológico. Porém, a IHEM não se configura como um recurso metodológico, necessitando de um tratamento didático desse estudo para sua inserção no ensino. Assim, como forma de proposta didática, tem-se as atividades investigativas na forma de Unidade Básica de Problemática (UBP), a qual é estruturada por um resgate de determinada prática social realizada por uma comunidade, em determinado período da história, na forma de problematizações. Nesse sentido, o objetivo do trabalho proposto é trazer tal prática através da manipulação do instrumento histórico, por meio de uma proposta didática de UBP, voltada para a formação inicial de professores de Matemática. Dessa forma, os licenciandos tem a oportunidade de conhecer recursos que se utilizam da IHEM e uma proposta didática ainda durante a sua profissionalização, de modo a enriquecer sua prática pedagógica.

¹ Trabalho orientado pela Professora Dra. Ana Carolina Costa Pereira (UECE).

² Mestranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Professora da Secretaria Municipal de Educação e Desporto de Paraipaba. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: marioliveira.tavares@uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-0360-9180>.

³ Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professora do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Regional do Cariri (URCA), Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: verusca.batista@uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9884-679X>.

Palavras-chave: Formação inicial de professores de Matemática; Círculos de Proporção; Interface entre História e Ensino de Matemática; Unidade Básica de Problematização (UBP); Instrumentos históricos.

ABSTRACT

Mathematics Education has increasingly sought to offer methodological and theoretical resources that help overcome difficulties encountered during the process of teaching mathematics in classrooms. In this sense, using such means in the initial training of teachers provides theoretical and methodological contributions that contribute to their pedagogical practice, to enrich their practice and, consequently, bring improvements in mathematical learning. Thus, in this study we present a historical mathematical instrument, Circles of proportion, as well as its manipulation, in order to bring research into the history of mathematics into teaching as a pedagogical practice, even in initial training. Thus, as a position to study this history, linking it to mathematics teaching, we have the Interface between History and Mathematics Teaching, which aims to study the history of mathematics considering not only the scientific knowledge built over the observed period, but also its sociocultural, historical and epistemological context. However, IHEM is not configured as a methodological resource, requiring a didactic treatment of this study for its inclusion in teaching. Thus, as a form of didactic proposal, there are investigative activities in the form of a Basic Unit of Problematization (UBP), which is structured by a rescue of a certain social practice carried out by a community, in a certain period of history, in the form of problematizations. In this sense, the objective of the proposed work is to bring such practice through the manipulation of the historical instrument, through a UBP didactic proposal, aimed at the initial training of mathematics teachers. In this way, undergraduates could learn about resources that are used by IHEM and a didactic proposal even during their professionalization, to enrich their pedagogical practice.

Keywords: Initial training of Mathematics teachers; Proportion Circles; Interface between history and mathematics teaching; Basic Problem Solving Unit (UBP); Historical instruments.

Introdução

A educação matemática tem construído relações com outros campos de pesquisa, tais como a educação, a psicologia, a matemática, a história, dentre outras, a medida em que os conhecimentos têm se tornado cada vez mais especializados. Nessa perspectiva, a temática da formação inicial de professores de Matemática, é um dos focos dessas possíveis relações, que, dentre vários caminhos tomados, enfatizam aspectos de caráter didático-pedagógico e metodológico para as aulas de Matemática.

Ainda sobre a formação inicial de professores, há predominância de técnicas de ensino baseado em modelos expositivos, no qual licenciandos tendenciam a replicar em sua prática, movimentando um ciclo que, em alguns casos, não proporcionam uma correta compreensão de conceitos (Leite; Garcia, 2018; Nóvoa, 2017; Gatti *et al.*, 2019). Nesse âmbito, tal reprodução dissocia a teoria estudada durante a formação inicial de sua prática pedagógica, sendo os recursos tradicionais os mais utilizados. Assim, Gatti (*et al.*, 2019, p. 71) traz alguns pontos que julga importantes na inserção dessa formação inicial:

[...] a prática como componente curricular, a pesquisa como elemento formativo, desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, a

compreensão do processo de construção do conhecimento, a necessária articulação universidade-escola, a tomada da educação básica como eixo de referência dessa formação, o uso das tecnologias educacionais, a interdisciplinaridade, o estímulo às instituições para que elaborem projetos com características próprias, renovando suas perspectivas (Gatti *et al.*, 2019, p. 71).

Nesse sentido, vê-se que a prática, investigação e outros elementos são essenciais ainda nessa formação inicial, de modo que não haja uma replicação de práticas ou repetição de métodos de ensino, para que as aulas de Matemática sejam dinâmicas e construtivas. É importante destacar que a crítica que se busca estabelecer aqui, não diz respeito a julgar métodos como falhos ou como corretos para o ensino, mas sim, discutir a importância da variação de estratégias que o licenciando deve dominar para a sua futura ação docente.

Para tal, uma das relações que a educação matemática vem estabelecendo, é com a história da matemática que, desde a década de 1970, tem sido fortificada tanto em caráter nacional⁴ quanto internacional⁵. Disso, discussões sobre a própria formação do professor de Matemática emergiram, e, na medida em que a história pudesse auxiliar nesse processo formativo, a temática passou a ser do interesse dessa articulação. Assim, compreender como a história da matemática pode ser inserida na formação inicial de professores de Matemática e qual o papel que ela tem nesse processo são direcionamentos que ancoram as discussões no âmbito acadêmico, no qual diversas perspectivas⁶ se desenvolvem.

A perspectiva que se apresenta aqui, considera a história da matemática como um campo autônomo de pesquisa, do qual emergem diferentes recursos que, após a intervenção do educador, podem tornar-se recursos didáticos viáveis a serem inseridos na formação do professor de Matemática. Portanto, não se compreende a história da matemática como método ou metodologia de ensino, mas sim, como um espaço provedor de recursos e de pesquisa.

Assim, esse artigo tem como objetivo discutir sobre os elementos iniciais da articulação entre a Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM) e a Unidade

⁴ Para conhecer alguns estudos que relacionam a história da matemática à educação matemática, em meio nacional, vide: Miguel (1997), Miguel e Miorim (2004), Miguel e Brito (2009), Saito e Dias (2013), Chaquiam (2017); Saito (2019), D'Ambrosio (2021), Silva e Pereira (2021), Mendes (2022) e Sousa (2023).

⁵ Para conhecer alguns estudos que relacionam a história da matemática à educação matemática, em meio internacional, vide: Grattan-Guinness (1973), Bussi (2000), Fauvel, Van Maanen (2002), Tzanakis *et al.*, (2002), Chorlay; Clark; Tzanakis (2022).

⁶ Pode-se citar por exemplo, a Investigação Histórica de Mendes (2009, 2022) e a Aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais de Sousa (2023).

Básica de Problematização (UBP) a partir de uma proposta de atividade para a formação inicial de professores de Matemática, orientada por meio dessa relação. Dessa forma, os pressupostos teóricos e metodológicos, além da atividade, estão inseridos neste escrito, o qual está dividido em seis seções.

A terceira e quarta seções, apresentam sobre a IHEM, sua definição e características, discutida inicialmente por Saito e Dias (2013) e de modo mais recente por Pereira e Saito (2019), e o documento histórico na perspectiva da IHEM, especificamente o instrumento matemático chamado *circles of proportion* e o tratado que versa sobre o objeto, situando-os em seu contexto, de modo que possam permitir estudo sobre a construção do conhecimento matemático para a elaboração de atividades formativas para o professor de Matemática, tanto em aspecto de formação inicial quanto continuada.

No quinto tópico do artigo, traz-se a Unidade Básica de Problematização (UBP), através de uma proposta didática associada a IHEM. Os autores Miguel e Abreu Mendes (2021, p. 131, grifo dos autores) definem que

A rigor, uma UBP não é um artefato metodológico, mas sim um *flash discursivo memorialístico* que descreve uma prática situada (no exemplo aqui considerado, a prática de construção de aquedutos) em um campo de atividade humana (no exemplo aqui considerado, a atividade da construção de obras públicas) que, por alguma razão, é eleita como objeto de problematização [...].

Dessa forma, as práticas sociais aqui resgatadas referem-se à manipulação do instrumento matemático *circles of proportion*, de modo a trazer tal prática para o contexto atual, na forma de problematizações. Essas, são construídas através de linhas discursivas, no sentido de discurso da história sobre o instrumento e sua utilização, voltadas para a formação inicial de professores de Matemática. No tópico seguinte, discorre-se sobre o percurso metodológico utilizado nesse estudo, de forma a nortear o trabalho.

Metodologia

A pesquisa apresenta discussões iniciais a respeito de uma investigação que vem sendo realizada a nível de mestrado pela primeira autora e a nível de doutorado pela segunda autora, sob a orientação da terceira autora. Assim, o estudo, que tem caráter qualitativo, pauta-se “[...] no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos” (Flick, 2008, p. 23). Com isso, o foco não está em medidas e análises a partir de dados numéricos e

quantificáveis, mas sim, na influência do processo com vistas a diferentes perspectivas reflexivas.

Caracteriza-se também, como uma pesquisa cuja natureza é aplicada, de acordo com Prodanov e Freitas (2013, p. 51) visto que, “[...] objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais”. Assim, apresenta-se aqui uma ação que foi desenvolvida para ser aplicada em uma formação inicial de professores de Matemática, que articula elementos da IHEM com a UBP.

Além disso, tomando seu aspecto preliminar, classifica-se também como uma pesquisa exploratória, uma vez que “[...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições locais” (Gil, 2010, p. 41).

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados para o seu desenvolvimento, é uma pesquisa bibliográfica e documental, pois concorda-se com Marconi e Lakatos (2017) de que toda pesquisa tem como etapas as ações bibliográficas e documentais, sejam estudos iniciais ou já constituintes de outros estudos. Portanto, também se consultou

[...] bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão (Marconi; Lakatos, 2017, p. 200).

Ressalta-se que, em relação a sua qualidade documental, as pesquisas podem se valer de materiais que ainda não se realizou um tratamento ou de materiais cujo análise pode ser revisada, sendo esses documentos fontes primárias ou secundárias (Gil, 2010; Marconi; Lakatos, 2017). No caso dessa investigação, no qual os documentos principais são àqueles orientados pela IHEM, baseamo-nos nas ideias de Silva (2018, p. 41) de que são fontes primárias por ser “[...] aquela [e principal] que está sendo analisada, independentemente de ser um documento ou um texto original”. No caso desse estudo, as fontes primárias são o tratado histórico *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* de 1632 e o instrumento *circles of proportion*.

A Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM) na formação inicial de professores de Matemática

A Interface entre a História e o Ensino de Matemática (IHEM), que vem sendo discutida a mais de uma década no Brasil, tem buscado estabelecer relações entre duas áreas de conhecimento, a história da matemática e a educação matemática, visando a “[...] constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática” (Saito; Dias, 2013, p. 92).

A IHEM tem sido direcionada principalmente à formação de professores de Matemática, tanto inicial quanto continuada, conforme Alves (2024), e com o foco nos significados matemáticos que podem ser construídos através do estudo de antigos documentos.

Para tanto, a IHEM considera alguns elementos à sua estruturação. O primeiro é o **diálogo** que é estabelecido entre o historiador da ciência (matemática) e o educador matemático. Ambos os profissionais têm seus objetos de interesse e, os campos de atuação de cada um, os direcionam a investigar com olhares específicos tais objetos. Por exemplo, um dos focos do historiador tem mais a haver com catalogar e compreender contextos inerentes a história de um determinado acontecimento ou objeto. Já o educador, de posse do mesmo item ou situação, tem seu olhar mais direcionado as questões de ensino e aprendizagem.

Na IHEM, esse diálogo faz emergir diferentes situações ou objetos que podem ser de interesse comum, e que, a partir de seus olhares específicos e suas expertises, podem ser inseridos em contextos de ensino, como o da formação de professores de Matemática. Destaca-se que a IHEM não visa sobrepor temas históricos às questões educacionais, mas sim, compreender como os conhecimentos matemáticos foram sendo constituídos ao longo da história, de modo a permitir por meio do estudo da episteme, elementos que possam auxiliar na construção de significados de conceitos matemáticos.

A partir desse diálogo, diferentes documentos podem emergir, tais como “um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros” (Pereira; Saito, 2019, p. 5). Essas fontes⁷, quando analisadas em seu contexto de constituição, se configuram como

⁷ Não será discutido aqui sobre os tipos de fonte. Para isso, recomenda-se a leitura de Silva e Pereira (2021).

importantes fontes para a IHEM. Assim, determinado(s) o(s) documento(s), dois movimentos são previstos na IHEM, a saber: o movimento do contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos e o movimento do pensamento na formação do conceito matemático.

O primeiro está mais relacionado ao movimento da análise histórica do documento principal da interface em desenvolvimento. Para isso, são movimentadas esferas de análise que buscam reconstruir a episteme em torno de um conhecimento matemático específico. Assim, considera-se a interrelação entre as esferas contextual, historiográfica e epistemológica em que:

1) na dimensão epistemológica, o foco permeia na compreensão de aspectos conceituais referentes àquilo que se deseja investigar. 2) a análise sob o viés historiográfico considera a vertente atualizada como forma de compreender os aspectos concernentes ao desenvolvimento do conceito. 3) a articulação dessas duas dimensões citadas à contextual se conecta para buscar expor como ocorreu o desenvolvimento dos conteúdos envolvidos na pesquisa (Alves, 2019, p. 83).

Já o segundo, o movimento do pensamento na formação de conceito, “[...] enfoca, por meio do processo histórico, a formação do conceito matemático em si, pautando-se no objeto matemático em formação que permite a construção de ideias lógicas que componham o movimento do pensamento” (Alves, 2019, p. 83). É importante informar que na IHEM esses movimentos ocorrem de modo simultâneo, não sendo possível separá-los em seu desenvolvimento.

Considerando tais movimentos executados sobre o documento, a IHEM visa a produção de atividades ou ações formativas, levando em consideração elementos de ordem didática-pedagógica e, também, de ordem histórica, promovendo essa articulação entre a história da matemática e a educação matemática. Nesse sentido, uma atividade desenvolvida sob a perspectiva da IHEM perpassa etapas que consideram a realização de um **tratamento didático** no(s) documento(s), uma **intencionalidade** para direcionamento dessa atividade e um **plano de ação**, para nortear a execução da atividade ou ação formativa.

No caso desse estudo, os documentos considerados são o tratado intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* de 1632 e o instrumento matemático denominado de *circles of proportion* (círculos de proporção), apresentado nesse tratado, ambos de autoria do clérigo inglês William Oughtred (1574-1660), os quais serão descritos na seção a seguir.

***Circles of proportion* e o tratado de William Oughtred (1574 –1660)**

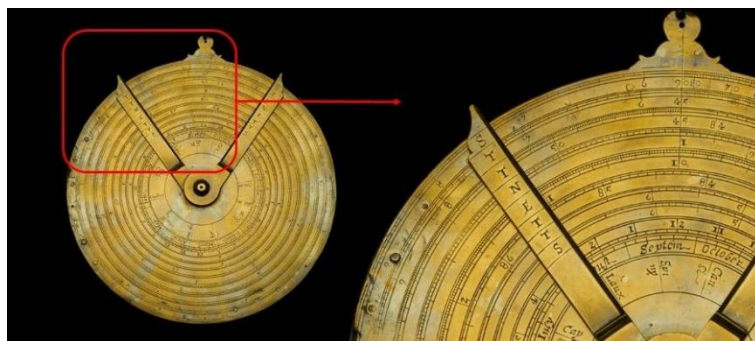
Na história, os séculos XVI e XVII são representados como momentos em que as bases científicas estavam passando por renovações. Na região da Inglaterra, por exemplo, monarcas demonstravam interesse nos conhecimentos que poderiam ser importantes para situações de defesa e de expansão marinha e, para isso, necessitavam de profissionais que tivessem conhecimento sobre temas tais como a astronomia, a navegação, dentre outros.

Outro profissional que também passou a ser requisitado, foram os fabricantes de instrumentos, aqui chamados de praticantes de matemáticas. Esses artesões eram responsáveis por construir objetos que eram utilizados em diversos ofícios os facilitando e, também publicavam tratados que apresentavam esses objetos a sociedade que se interessasse por eles (Saito, 2015).

Em alguns casos, esses praticantes eram contactados por estudiosos que iam até eles com suas ideias de instrumentos para que fossem confeccionados. Esse é o possível caso do instrumento matemático *circles of proportion*. Ele foi idealizado pelo clérigo inglês William Oughtred (1574-1660) e confeccionado por Elias Allen (c. 1588 – 1653) um artesão, praticante das matemáticas, que tinha uma oficina destinada a essa atividade.

Oughtred, além da função religiosa que ocupou em grande parte de sua vida, também se dedicou a estudar a respeito das matemáticas de seu período, tornando-se um influente tutor, que era buscado por seus pupilos para aprenderem sobre temas como trigonometria, aritmética, geometria e também, sobre seus instrumentos, como o *circles of proportion* (Figura 1).

Figura 1 – O instrumento *circles of proportion*, versão de 1650, com escalas ampliadas



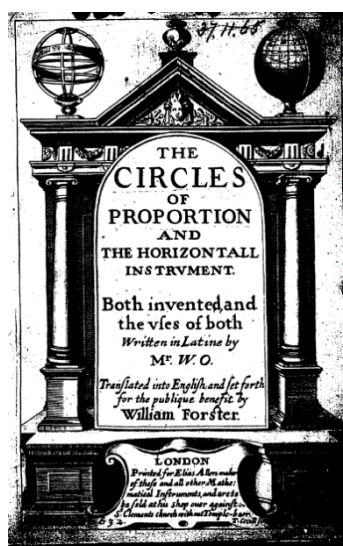
Fonte: Adaptado de National Museum of Scotland (2024).

O instrumento *circles of proportion* é um objeto que à primeira vista parece complexo. Ele é constituído de oito círculos concêntricos fixos graduados com escalas de

senos, de tangentes e de logaritmos. Além disso, possui dois indicadores, chamados de braço antecedente e braço conseqüente, que são movimentados circularmente na realização de cálculos⁸.

Sobre o objeto e como manuseá-lo, Oughtred produziu um manuscrito intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment*, em 1622, publicado em 1632 (Figura 2) por William Forster (fl.1632-1673) um de seus estimados pupilos.

Figura 2 – Frontispício do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* de 1632.



Fonte: Oughtred (1632, frontispício).

As versões até então conhecidas dessa obra (1632, 1633, 1639 e 1660), revelam informações sobre sua organização que, mantem um padrão quanto a divisão do texto, que está dividido em duas partes. No frontispício da edição de 1633, Oughtred direciona a primeira parte do tratado à apresentar

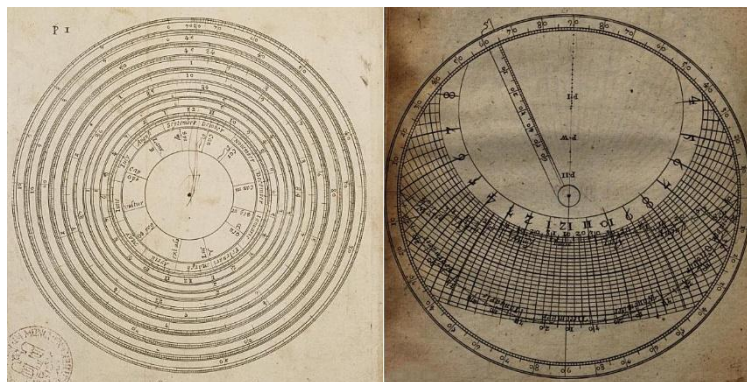
[...] a maneira de trabalhar proporções ambas simples e compostas: e a pronta e fácil resolução tanto na Aritmética, Geometria & Astronomia. E foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação. Todas as regras que também podem ser feitas com a caneta pela Aritmética, e a Regra dos Triângulos (Oughtred, 1633, frontispício, tradução nossa).

O autor informa que existem dois lados no instrumento, ou seja, “De um lado, como que na planície do horizonte, está delineada a projeção da esfera” (Oughtred, 1632,

⁸ Para um aprofundamento sobre a constituição e manuseio do instrumento, recomenda-se o texto de Alves (2019).

p. 1, tradução nossa). Esse lado é referente ao *horizontall instrvment* (Figura 3). “Do outro lado existem diversos tipos de círculos, divididos de várias maneiras, juntamente com um índice a ser aberto à maneira de um par de compassos” (Oughtred, 1632, p. 1, tradução nossa) e que se trata do instrumento *circles of proportion*.

Figura 3 – *Circles of proportion* (esquerda) e o *horizontall instrvment* (direita)



Fonte: Oughtred (1633, p. P1, P195).

Na primeira parte da obra de Oughtred, ele apresenta no primeiro capítulo sobre “[...] o uso do primeiro lado do instrumento, para o trabalho de proporções simples e compostas, e para a pronta e fácil resolução de questões tanto na Aritmética, Geometria e Astronomia, por cálculo” (Oughtred, 1632, p. 1, tradução nossa), ou seja, do *circles of proportion*.

Em seguida, no capítulo dois, William Oughtred discorre sobre regras de proporção, multiplicação e divisão, que são os conhecimentos principais a serem compreendidos para se utilizar os círculos de proporção. É interessante destacar que, Oughtred defendia que primeiro se deveria aprender sobre as ideias de forma teórica e somente após isso, que o instrumento poderia ser utilizado. Observa-se isso na dedicatória escrita por William Forster, no tratado de Oughtred de 1633.

Ele [Oughtred] respondeu que o verdadeiro caminho da Arte não é por instrumentos, mas pela demonstração: e que é um curso de professores vulgares, começar com os Instrumentos, e não com as Ciências, e então em vez de artistas, para fazer seus eruditos, somente praticantes de truques e, por assim dizer, malabaristas: a despeito da Arte, perda de tempo precioso e traição da inteligência disposta e diligente, até a ignorância e a ociosidade. Que o uso dos Instrumentos é de fato excelente, se um homem for um Artista: mas desprezível, sendo estabelecido e oposto à Arte. E, finalmente, que ele queria me recomendar a habilidade dos Instrumentos, mas primeiro ele gostaria que eu fosse bem instruído nas Ciências (Oughtred, 1633, dedicatória, tradução nossa).

A partir desse posicionamento, Oughtred escreve seu texto, preocupando-se com algumas características que enfocam na inserção e utilização de símbolos para facilitação da escrita e compreensão das matemáticas, ênfase no pensamento rigoroso e nos fundamentos lógicos e utilização de instrumentos matemáticos como facilitadores de cálculo.

Nesse sentido, a partir de um estudo orientado sob a perspectiva da IHEM, observa-se tanto no tratado quanto no instrumento *circles of proportion* elementos que são potencialmente didáticos para a formação de professores de Matemática, envolvendo temáticas como a trigonometria e a álgebra, numa articulação entre a história da matemática e a educação matemática.

Pensando nisso, na seção seguinte discute-se a respeito da Unidade Básica de Problematização (UBP) como base na elaboração de uma proposta de atividade para uma ação formativa com licenciandos em Matemática, buscando a associação da IHEM com a UBP.

Unidade Básica de Problematização (UBP) e a construção de uma proposta

No intuito de buscar métodos que tragam a criticidade e reflexão acerca da matemática em sala de aula, tem-se a investigação em matemática no ensino, a qual tem como pressuposto “trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p. 9). Nesse sentido, a investigação leva não só a uma busca por soluções de um problema, mas a construção de um entendimento sobre a determinada questão posta, levando a criticidade e reflexão acerca de tal proposta.

Desse modo, a investigação em história da matemática para o ensino é proposta, de modo a integrar aspectos do cotidiano escolar, científicos e conhecimentos matemáticos, demonstrando a matemática não como uma disciplina advinda de um processo pronto e acabado, mas como uma construção humana, com aspectos sociais e culturais relevantes para a sua compreensão. Tal investigação histórica no ensino de Matemática traz um significado aprofundado ao conhecimento construído na sala de aula, de modo a responder muitos “porquês” que surgem durante o processo de compreensão do conhecimento mediado durante a prática pedagógica (Mendes, 2009).

Assim, como forma de proposta para utilização de tal investigação, utiliza-se as atividades investigativas, as quais encaminhamentos didáticos utilizadas no processo de ensino instigam a criatividade e constroem o conhecimento, durante a busca para

responder as problematizações propostas durante a atividade. Desse modo, o trabalho de investigação não apenas insere o aluno nesse processo, mas como o professor também interage com tais conhecimentos, havendo uma construção mútua durante o aprendizado. Sobre o formato dessas atividades, Mendes (2009, p. 88) afirma que

as atividades históricas devem ser elaboradas a partir de um diálogo conjuntivo entre as ideias matemáticas desenvolvidas e organizadas historicamente e a perspectiva investigatória que caracteriza a construção do conhecimento. É nessa aliança que as atividades investigatórias imprimem maior significado à matemática escolar, pois o conhecimento histórico pode estar implícito nos problemas suscitados na atividade ou explícito nos textos e problemas históricos resgatados de fontes primárias [...], ou secundárias [...].

Nessa perspectiva, como forma de atividade investigativa que faz esse convite ao exercício do pensar, trazendo a investigação em história da matemática na sala de aula, tem-se a UBP, que ao realizar o resgate de práticas socioculturais para o contexto atual, através das problematizações inseridas nessas atividades, articula-se história e ensino de Matemática, e tal movimento traz elementos culturais e sociais para o processo de construção do conhecimento matemático.

Nesse sentido, Mendes e Silva (2017, p. 106) define que “[...] práticas socioculturais podem ser compreendidas como os saberes e fazeres de grupos sociais no interior de uma cultura específica”, ou seja, ela advém de uma busca por soluções a fim de resolver problemas que surgem durante diversos períodos na sociedade. Assim, tais práticas podem inovar ou serem realizadas de forma tradicional, a qual a sua necessidade se dará de acordo com o local que será desenvolvida.

Dessa forma, elas podem estar em diferentes âmbitos e momentos da história, de modo a se organizarem e serem realizadas, sendo caracterizadas pelo local a qual estão inseridas. Na criação das propostas, as práticas socioculturais aqui citadas nas problematizações, mobilizam não apenas o conceito matemático em sua ação, mas também há um estudo e reflexão acerca do seu contexto sociocultural, histórico e epistemológico.

A UBP deve ser construída observando alguns elementos importantes, descritas no decorrer da proposta, de modo a nortear a investigação, tais como a problematização histórica e a problematização em seguida. Na primeira, é tomado como posicionamento de estudo da história acerca da prática sociocultural inserida na manipulação do instrumento, a IHEM, de modo a compreender o contexto social, cultural, histórico e epistemológico acerca do objeto em estudo, compreendendo os conceitos acerca do instrumento, a fim de construir conhecimentos por meio da manipulação. Na segunda

citada, é feito o resgate de tal prática para os dias atuais, de modo a realizar um tratamento didático da prática histórica, problematizando através de linhas discursivas, que realizam questionamentos acerca da manipulação do instrumento, construindo através de cada uma, os conhecimentos acerca do conteúdo matemático proposto na UBP.

A seguir, traz-se a proposta didática de UBP como atividade didática inserida em um curso de extensão universitária formulado para professores em formação inicial de Matemática, do curso de licenciatura, no intuito de trazer as práticas socioculturais inseridas no estudo do instrumento *circles of proportion*, através de problematizações e linhas discursivas propostas.

O curso, com carga-horária total de 15h/a, sendo 12h/a presenciais e 3h/a à distância, teve como título “Ressignificando os logaritmos por meio do manuseio do instrumento de cálculo denominado de círculos de proporção” e ocorreu no período de 27/05/2024 à 10/06/2024, nas segundas, quartas e quintas, no horário de 17h às 18h40.

A ação teve como principal objetivo construir conhecimentos matemáticos, com ênfase nos algébricos, em específico os logaritmos e suas propriedades através do manuseio dos círculos de proporção e do tratado que versa sobre o instrumento. Para isso, planejou-se a execução de vários momentos que pudessem levar os participantes a desenvolverem, ao final do curso, os significados do conceito de logaritmo, suas propriedades e o caso da característica e mantissa de logaritmos decimais.

No curso foram propostos dois momentos presenciais que envolveram a aplicação de uma UBP, sendo que a aplicação da **UBP – Conhecendo os círculos de proporção**, ocorreu no quarto encontro. Em outros momentos, tanto presenciais quanto a distância, foram aplicados outros tipos de atividades e dinâmicas. Não iremos discutir aqui sobre a metodologia de aplicação e desenvolvimento da atividade com os licenciandos, mantendo o foco do texto em apresentar a UBP elaborada.

Quadro 1 – Conhecendo os círculos de proporção

Comentários iniciais
Os instrumentos cálculo do século XVII incorporam em si, diversos conhecimentos matemáticos que refletem o saber-fazer de um período. O instrumento círculos de proporção como um desses artefatos, por exemplo, articula, quando manuseado, conhecimentos que podem ser caracterizados como aritméticos, algébricos, trigonométricos. Desse modo, com o intuito de compreender a respeito de um desses conhecimentos, os logaritmos, a partir da leitura proposta, ira-se trabalhar com o resgate de uma prática social como indutora de reflexões para resignificação de conceitos matemáticos.
Objetivos
Objetivo geral: Conhecer os círculos de proporção em sua estrutura física e os principais conceitos matemáticos inerentes;
Objetivos específicos:

Reconhecer, a partir da leitura do excerto, os conhecimentos matemáticos associados a constituição do instrumento;
Relacionar os conhecimentos matemáticos observados nos círculos de proporção e no excerto do tratado;
Ressignificar os conceitos de característica e mantissa a partir do instrumento círculos de proporção.

Problematização histórica

No contexto inglês dos séculos XVI e XVII, Londres se tornou uma região influente no desenvolvimento do contexto científico. Um dos fatores relacionados a isso, foi a demanda por novos métodos e técnicas que pudessem facilitar diversos segmentos, tais como do agrimensor, do navegador, do comerciante, dentre outros. Desse cenário, uma atividade que esteve em crescimento foi a da construção de instrumentos matemáticos e a publicação de tratados que divulgavam os conhecimentos do período, bem como apresentavam esses aparatos, que poderiam ser inseridos em vários meios, por diversos ofícios. Um desses objetos foi o chamado círculos de proporção, apresentado no tratado intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument* em 1632, do clérigo inglês William Oughtred (1574-1660). A obra, que está dividida em duas partes, no seu capítulo 1 da primeira parte, descreve sobre os círculos da seguinte forma:

CAPÍTULO I

DA DESCRIÇÃO E USO DOS CÍRCULOS NESTE PRIMEIRO LADO

1. Existem dois lados deste instrumento. De um lado, como se fosse à planície do horizonte, é delineada a projeção da esfera. Do outro lado, existem vários tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos. E deste lado vamos falar em primeiro lugar.
 2. O primeiro, ou círculo mais externo é de senos, de 5 graus 45 minutos quase, até 90. Cada grau até 30 é dividido em 12 partes, cada [uma delas] de 5 minutos; a partir daí até 50 [graus] em partes fixas que são [de] 10 minutos; [depois] o pedaço de lá até 75 graus [é dividido] em duas partes que são 30 minutos o pedaço. Depois disso até 85 graus eles não são divididos.
 3. O segundo círculo é de tangentes, de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até 45 graus. Cada grau sendo dividido em 12 partes, que são [de] 5 minutos o pedaço.
 4. O terceiro círculo é de tangentes, de 45 graus até 84 graus e 15 minutos. Cada grau sendo dividido em 12 partes, que são [de] 5 minutos o pedaço.
 5. O sexto círculo é de tangentes de 84 graus até aproximadamente 89 graus e 25 minutos.
- O sétimo círculo é de tangentes de aproximadamente 35 minutos até 6 graus.
- O oitavo círculo é de senos de aproximadamente 35 minutos até 6 graus.
6. O quarto círculo é de Números Desiguais, que são anotados com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1. Quer você os compreenda como números únicos, dezenas, centenas ou milhares, etc. E cada espaço dos números até 5, é dividido em 100 partes, mas depois de 5 até 1, em 50 partes.

O quarto círculo também mostra os verdadeiros ou senos naturais, e tangentes. Pois, se o indicador for aplicado a qualquer seno ou tangente, ele será o verdadeiro seno ou tangente no quarto círculo. E devemos saber que, se o seno ou a tangente estiverem no primeiro ou no segundo círculo, os números do quarto círculo significam tantos milhares. Mas se o seno ou tangente estiverem no sétimo ou oitavo círculo, os algarismos no quarto círculo significam tantas centenas. E se a tangente estiver no sexto círculo, os números do quarto círculo significam muitas vezes dez mil, ou todo o raio.

E por estes meios o seno de $23^{\circ}30'$ será encontrado 3987; e o seno de seu complemento 9171. E a tangente de $23^{\circ}30'$ será encontrada 4348 e a tangente de seu complemento, 22998. E o raio é 10000, que é o número 1 com quatro zeros ou círculos. E assim você pode descobrir tanto a soma [quanto] a diferença de senos e tangentes.

7. O quinto círculo é de Números Iguais, que são anotados com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; e cada espaço é dividido em 100 partes iguais.

Este quinto círculo é raro de qualquer uso, mas [é] somente por meio dele, [que] a distância dada de números pode ser multiplicada ou dividida, conforme necessário.

Por exemplo, se o espaço entre 1,00 e 1,0833+ for setuplicado. Aplique o indicador em 1,0833+ no quarto círculo, e ele cortará no primeiro círculo 03476+; que multiplicado por 7 faz 24333; Então, novamente, aplique o indicador neste número 24333 no primeiro círculo, e ele irá cortar no quarto círculo 1,7512+. E esse é o espaço entre 1,00 e 1,0833+ setuplicado, ou a razão entre 100 e 108, sete vezes multiplicada por ele.

E o contrariamente, se 1,7512 for dividido por 7; Aplique o indicador em 1,7568 no quarto círculo, e ele cortará no círculo apto 24333; que dividido por 7 dá 03476+. Então, novamente para este número no primeiro círculo, aplique o indicador, e no quarto círculo ele será cortado em 1,0833+ para a sétima parte desejada.

A razão no qual [a] operação é, [dá-se] porque este quinto círculo mostra os Logaritmos dos números. Pois, se o indicador for aplicado a qualquer número no quarto círculo, ele será, no quinto círculo, cortado no Logaritmo do mesmo número, de modo que, ao logaritmo encontrado você prefixa uma característica (como o Mestre Briggs o denomina) [que é] o número dos lugares dos inteiros propostos (que você pode preferir chamar de número Gradual). Assim, o logaritmo do número 2 será encontrado 0,30103. E o logaritmo do número 43,6 será encontrado 1,63949. Os números são multiplicados pela adição de seus logaritmos; e eles são divididos pela subtração de seus logaritmos.

8. No meio entre os círculos, está o instrumento duplo Nocturnal, para mostrar a hora da noite.
9. A linha direita passando pelo Centro, em 90 e 45 [graus], eu chamo a Linha da Unidade, ou do Raio.
10. Aquele Braço do Indicador que em cada Operação é colocado no antecedente, ou primeiro termo, eu chamo de Braço Antecedente; e aquele que é colocado no termo conseqüente, eu chamo de Braço Conseqüente.

Oughtred (1632, p. 1-4)

Problematização

Você é professor de uma escola da educação básica de Fortaleza e também gosta muito de se aventurar na pesquisa com a história da matemática. Em seus estudos, teve contato com um objeto do século XVII chamado de círculos de proporção e o tratado que fala sobre esse instrumento, e algo lhe chamou atenção. Percebendo que é um objeto que carrega vários conhecimentos matemáticos em sua constituição, logo se lembrou dos seus alunos e começou a pensar sobre como inserir esse objeto em suas atividades na escola.

Linhas discursivas

A partir das orientações da docente:

- 1) Quais conhecimentos matemáticos você observou na leitura do excerto sobre a estrutura do instrumento?
- 2) Você percebeu algum conceito logarítmico sendo parte da estrutura dos círculos de proporção? De que modo isso acontece?
- 3) Observando o instrumento e a sua descrição, é possível compreender por que existem mais de um círculo graduado com senos e tangentes?
- 4) Qual a função dos indicadores no instrumento?

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

Diante do exposto da proposta, tivemos como objetivo trazer em cada linha discursiva das problematizações, a investigação em história da matemática, mobilizando os conhecimentos acerca da manipulação do instrumento histórico, de modo que tais

problematizações pudessem auxiliar nos processos de significação de novos conhecimentos ou na reinterpretação de conhecimentos já adquiridos, contribuindo para a prática pedagógica do professor de Matemática em formação inicial, tanto de forma individual quanto coletiva.

Considerações finais

O escrito proposto neste artigo busca trazer uma atividade proposta no modelo de uma UBP, de modo a dialogar com a investigação em história da matemática no ensino, visando enriquecer a formação inicial de professores de Matemática com métodos que tragam essa ciência como uma construção humana. Através da inserção de elementos da história e cultura, observa-se que a matemática não é uma mera mecanização de conceitos “prontos e acabados”, mas ao buscar a mobilização desses em sala de aula através de propostas de didáticas com a IHM, observa-se que não há necessidade de reprodução e memorização de conceitos matemáticos, muitas vezes, pré-estabelecidos nas aulas.

Além desses argumentos, o estudo busca trazer, através da UBP como atividade, a manipulação de um instrumento matemático histórico, voltado para cálculo, ainda na formação inicial, de modo a demonstrar para os licenciandos um outro olhar sobre a compreensão e desenvolvimento de significados a respeito dos conhecimentos, de forma a ressignificá-los, através da história da matemática.

Assim, o presente trabalho convida os professores em formação inicial para o exercício do pensar, a partir do estudo dessa manipulação citada, do estudo de um excerto do tratado que versa sobre o objeto, através de uma proposta didática de UBP, no intuito de visualizar uma possibilidade para sala de aula, em seu exercício futuro.

Referências

ALVES, Verusca Batista Alves. Pesquisas que articulam conhecimentos trigonométricos e algébricos por meio de instrumentos matemáticos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–24, 2024. DOI: 10.30938/bocehm.v11i32.12412. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/12412>. Acesso em: 25 jun. 2024.

ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

BUSSI, Maria G. Bartolini. (2000). Ancient instruments in the modern classroom. FAUVEL, John.; MAANEN, Jan. Van. (Eds.). **History in mathematics education: the ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, vol. 6, 2000, p. 343-350.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaaios temáticos: história e matemática em sala de aula**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

CHORLAY, Renaud; CLARK, Kathleen Michelle; TZANAKIS, Constantinos. History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field. **ZDM–Mathematics Education**, v. 54, n. 7, p. 1407-1420, 2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E MATEMÁTICA UMA VISÃO HISTÓRICO-PEDAGÓGICA. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 41–64, 2021

FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (Ed.). **History in Mathematics Education: The ICMI Study**. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002.

FLICK, Uwe. **Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Editora Penso, 2008.

GATTI, Bernadete Angelina; BARRETO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazio Afonso de; ALMEIDA, Patrícia Cristina Albieri de. **Professores do Brasil: novos cenários de formação**. Brasília: UNESCO, 2019.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisas**. São Paulo. Editora Atlas, 2010.

GRATTAN-GUINNESS, Ivan. Not from nowhere: history and philosophy behind mathematical education. **International Journal Of Mathematics Education Technologies**, Chichester, n. 4, p.421-453, 1973.

LEITE, Álvaro Emílio; GARCIA, Nilson Marcos Dias. A formação inicial de professores e o livro didático de Física: passos e descompassos. **Ciência & Educação (Bauru)**, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 411-430, abr. 2018. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320180020010>. Acesso em: 12 maio 2024.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. **Usos da História no Ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências**. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

MENDES, Iran Abreu; SILVA, Carlos Aldemir Farias da. Problematização de práticas socioculturais na formação de professores de Matemática. **Revista Exitus**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 100–126, 2017.

MIGUEL, Antonio. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. In ZETETIKÉ – V.5, Nº. 8. Campinas: CEMPEM/FE – UNICAMP, p.73 –105, julho/dezembro de 1997.

MIGUEL, Antonio; ABREU MENDES, Iran. Mobilizando histórias na formação inicial de educadores matemáticos: memórias, práticas sociais e jogos discursivos. **REMATEC**, Belém, v. 16, p. 120–140, 2021. DOI: [10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p120-140.id324](https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p120-140.id324). Acesso em: 17 maio 2024.

MIGUEL, Antônio; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de; MENDES, Iran Abreu. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: Propostas e desafios. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

NATIONAL MUSEUM OF SCOTLAND. **Calculating instrument, Sundial instrument, Double horizontal dial, Circles of proportion**. Disponível em: https://www.nms.ac.uk/explore-our-collections/collection-search-results/?item_id=218890. Acesso em: 14 mai. 2024.

NÓVA, Antônio. **Um novo modelo institucional para a formação de professores na Universidade Federal do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: Complexo de Formação de Professores, 2017.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment**. London: Augustine Mathewes, 1633.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**. London: Elias Allen, 1632.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [S. L.], v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2164> . Acesso em: 12 maio 2024.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl.; 2. reimp. Belo Horizonte: Autência Editora, 2016.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SAITO, Fumikazu. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, [S. l.], v. 29, n. 62, p. 571–589, 2019.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século xvi. **Ciência & Educação (Bauru)**, [S.L.], v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1516-73132013000100007>.

SILVA, Isabelle Coelho da Silva. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática: buscando critérios na articulação entre história e ensino**. 2018. 92f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 35, n. 69, p. 223-241, jan. 2021. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a11>.

SOUSA, Giselle Costa de. **Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

TZANAKIS, Constantinos *et al.* Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. van. **History in Mathematics Education: The ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, v. 6, 2002. p. 201- 240.

Recebido em: 30 / 06 / 2024
Aprovado em: 06 / 09 / 2024