



ALGUNS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZADOS NA FABRICAÇÃO DO QUADRANTE DE FIGUEIREDO (1603)

SOME MATHEMATICAL KNOWLEDGE MOBILIZED IN THE FABRICATION OF FIGUEIREDO'S QUADRANT (1603)

Antonia Bianca Braga de Oliveira¹; Antonia Naiara de Sousa Batista²

RESUMO

A educação matemática e a história da matemática são áreas com potenciais didáticos que fornecem diferentes recursos que podem ser utilizados para auxiliar no ensino de matemática. Visando articular ambas, este estudo está pautado na construção de uma interface que busca articular história e ensino de matemática. Mas, para que isso possa acontecer é necessário partir de um recurso que permita esse diálogo, assim, fez-se uso do tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, que possui alguns instrumentos matemáticos, entre eles, o quadrante, abordado nessa pesquisa. Na interface, considera-se dois movimentos: o estudo do contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos; e o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. Neste trabalho, o foco está no primeiro movimento citado. Dessa forma, têm-se como intuito identificar possíveis conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados na fabricação do quadrante contido na Sexta Parte do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*. Quanto à abordagem, esta pesquisa se caracteriza como qualitativa, pois visa conhecer aspectos históricos e matemáticos em torno do instrumento em questão, sem ter o interesse de quantificá-los. Em relação ao seu objetivo se caracteriza como descritiva e aos procedimentos se configura como documental. Partindo do texto que contém a fabricação do quadrante e levando em consideração aspectos do seu período, pode-se identificar diferentes conhecimentos matemáticos mobilizados na construção do instrumento com régua e compasso, entre eles, circunferência, retas perpendiculares e paralelas, bissetriz e trissecção de ângulos, teorema de Tales, dentre outros. Portanto, este estudo visa contribuir para as pesquisas que vêm sendo desenvolvidas para a construção de uma interface.

Palavras-chave: Conhecimentos matemáticos; Quadrante; *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*; História da Matemática; Educação Matemática.

ABSTRACT

Mathematics education and the history of mathematics are areas with didactic potential that provide different resources that can be used to assist in teaching mathematics. In order to articulate

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Discente do curso de Licenciatura em Matemática da UECE. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.740-903. E-mail: bia.braga@aluno.uece.br.
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0000-6662-7293>.

² Doutora em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professora Adjunto do curso de Licenciatura em Matemática da UECE, Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.740-903. E-mail: antonia.naiara@aluno.uece.br.
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2305-7088>.

both, this study is based on the construction of an interface that seeks to articulate history and mathematics teaching. But for this to happen, it is necessary to start with a resource that allows this dialog to take place; thus, use was made of the treatise *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, which has some mathematical instruments, including the Quadrant, which is discussed in this research. In the interface, two movements are considered: the study of the context in which the mathematical knowledge was developed; and the movement of thought in the formation of the mathematical concept. In this work, the focus is on the first movement mentioned. In this way, the aim is to identify possible mathematical knowledge that can be mobilized in the manufacture of the Quadrant, contained in Part Six of the document *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*. Regarding the approach, this research is characterized as qualitative, as it aims to learn about the historical and mathematical aspects surrounding the instrument in question, without being interested in quantifying them. In terms of objective, the research is descriptive and, in terms of procedures, it is documentary. Starting from the text that contains the Quadrant's manufacture and taking into account aspects of its period, different mathematical knowledge mobilized in the construction of the instrument can be identified, including: ruler, compass, circumference, perpendicular and parallel lines, bisecting and trisecting angles, Thales' theorem, among others. Therefore, this study aims to contribute to the research being carried out into the construction of an interface.

Keywords: Mathematical knowledge; Quadrant; *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*; History of Mathematics; Mathematics Education.

Introdução

A educação matemática e a história da matemática são áreas do conhecimento que tiveram seus primeiros estudos desenvolvidos a partir do século XX. E, ao longo dos anos, foram constituindo-se como corpos unificados, de modo que podem ser caracterizados, em especial, a educação matemática, como uma “área de pesquisa que toma como foco, campo e alvo a sala de aula, o trabalho docente, a formação de professores e todas as questões que dizem respeito ao ensino aprendizagem de matemática” (Garcia, 2009, p. 177).

Com relação à história da matemática Mendes (2022, p. 2) afirma que desde a década de 90, iniciaram as pesquisas nessa área, “[...]com vistas à concretização e organização de métodos de ensino, em cujas abordagens didáticas apostassem na formação de um estudante mais pensante, criativo, investigativo e autônomo em seu processo intelectual”. Ressaltando a preocupação, ainda que inicial, com o ensino de matemática e sua forma em sala de aula, mas também destacando a atenção que deveria ser dada para a formação desse aluno por meio de aspectos da história da matemática.

Chorlay, Clark e Tzanakis (2022) destacam que a história da matemática, em articulação com a Educação Matemática, tem contribuído para o desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar de investigação e prática educacional, de modo a proporcionar o levantamento histórico de questões de natureza matemática para o ensino e aprendizagem, diferentes abordagens de ensino, a produção de materiais para o ensino de conteúdos matemáticos e desenvolvimento de teorias.

Considerando esse cenário, tanto a história da matemática como a educação matemática são campos produtivos, que a partir dos seus recursos e estratégias, possibilitam a desmistificação da complexidade existente na matemática. No caso da história da matemática, diferentes recursos podem ser estudados e analisados a partir desse campo. Saito (2015, p. 27) lista alguns deles, destacando que “fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc.”. Ou seja, tem-se uma diversidade de materiais que podem ser incorporados ao ensino e à formação de professores após um tratamento didático.

Dessa forma pesquisas envolvendo esses instrumentos e tratados antigos tem se destacado cada vez mais, como se pode ver nos estudos realizados por Pereira e Saito (2018), no qual relatam sobre o uso desses elementos para a construção de uma interface que vise articular história e ensino de matemática e em Albuquerque *et al.* (2018) que ressalta esse cenário de produção de pesquisas no Ceará, especificamente, pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), salientando a importância dos trabalhos desenvolvidos com o uso desses instrumentos, incorporados a tratados, voltados para o ensino de matemática e sua inserção na formação inicial e continuada de professores.

Logo, este estudo se insere nesse panorama, pautado em um tratado disseminado no início do século XVII, intitulado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, publicado em Lisboa, no ano de 1603 e que apresenta entre os seus seis capítulos, instrumentos voltados para a náutica, astronomia e medições de terra, no qual será dado ênfase apenas ao quadrante. É importante destacar que, mais adiante, será apresentado um panorama dos demais instrumentos matemáticos inseridos na obra

Com relação a esse instrumento, a atenção será dada a sua construção que se encontra no Livro Sexto ou Sexta Parte, do tratado, buscando responder à seguinte questão: Quais conhecimentos de ordem matemática estão incorporados na fabricação do quadrante de Figueiredo (1603)? Assim, tem-se como objetivo identificar possíveis conhecimentos matemáticos que são mobilizados na fabricação do quadrante contido na Sexta Parte do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*

Este estudo encontra-se dividido em seis partes: a primeira está voltada para o tipo de pesquisa realizada a segunda trata de uma apresentação sobre os aspectos metodológicos do estudo; a terceira parte aborda sobre a interface entre História e Ensino

de Matemática (IHEM), proposta por Saito e Dias (2013); na quarta, será apresentada a descrição geral do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*; na quinta, será destacado o instrumento matemático em questão; na sexta parte, serão tratados alguns conhecimentos matemáticos mobilizados na fabricação do quadrante; e, por fim, na sétima, há as considerações finais, contendo as conclusões a respeito do desenvolvimento do estudo.

Caminho metodológico da pesquisa

Esse estudo metodologicamente se configura como uma pesquisa qualitativa pois “[...] não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.” (Gerhardt e Silveira, 2009, p. 31). Ou seja, no espaço deste estudo busca-se aprofundar sobre as particularidades do tratado, *Chronographia, Reportorio dos Tempos*, envolvendo o instrumento quadrante, em torno do século XVII, no qual será possível compreender a fabricação desse instrumento a partir do período, com vista a usá-lo na IHEM.

Além disso, quanto ao seu objetivo, esta pesquisa, se caracteriza como descritiva, que visa “a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis” (Gil, 2002, p. 42). Sendo assim, adiante será possível observar a descrição de conhecimentos matemáticos mobilizados na fabricação do quadrante. E considerando os procedimentos realizados para alcançar o objetivo da pesquisa, o estudo se delinea como documental, pois segundo Marconi e Lakatos (2021), têm-se por base uma fonte de coleta de dados escrita, primária, que nunca passou por uma análise mais aprofundada, no caso, quanto ao instrumento quadrante.

Esta pesquisa tem como base a interface proposta por Saito e Dias (2013)³, sendo assim, dois movimentos são descritos no processo, que são: o contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos e o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. Para melhor aprofundamento desses movimentos, é possível visualizar melhor nas pesquisas de Saito e Dias (2013), Pereira e Saito (2018) e Batista (2018).

Este estudo está voltado para o primeiro movimento da interface, que é apresentar o contexto histórico ao qual o documento está vinculado, isso quer dizer que, irá-se ar dispor sobre o período em que o tratado está inserido, de modo que seja possível iniciar

³ A escolha da construção dessa interface se justifica pelo fato de que, nela, a História é abordada sob uma perspectiva historiográfica atualizada, no qual o estudo do recurso histórico é realizado a partir do passado.

uma abordagem sobre o texto que descreve a fabricação do quadrante, para, assim, identificar alguns conhecimentos matemáticos que estavam presentes no documento e na época.

Conhecendo brevemente a interface entre história e ensino de matemática

Diferentes pesquisas têm sido desenvolvidas com vista a estabelecer um diálogo entre a história e o ensino de matemática, entre eles, pode-se destacar, Mendes (2022) e Chaquiam (2022). Neste estudo, será apresentada a construção de uma interface pautada em Saito e Dias (2013, p. 92), que a definem como a “[...] constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”.

Na construção da IHEM que vise articular ambos os campos, história da matemática e ensino de matemática, sem sobrepor-los, considera um diálogo entre historiadores e educadores matemáticos (Saito e Dias, 2013). Nesse diálogo a história da matemática é contemplada por um viés atualizado em que se estuda o objeto matemático do passado pelo passado, sem atribuir a ele necessidades ou significados do presente (Saito, 2015).

Na IHEM, considera-se dois movimentos: o estudo do contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos; o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. É importante destacar que não há uma ordem de execução desses movimentos. O primeiro citado, se refere ao estudo do “conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado” e o segundo, “no processo histórico o movimento do pensamento da apreensão do objeto e, portanto, do desenvolvimento do conceito” (Pereira; Saito, 2018, p. 113).

Mas, para que as ações e produções na IHEM possam ser desenvolvidas é necessário ter nesta articulação, algum recurso advindo da história da matemática, podendo ser um instrumento ou tratado⁴, que no caso desse estudo, tem-se o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, publicado em 1603 e escrito por Manoel de Figueiredo (1568 – c.1625), que contém a fabricação e uso de três instrumentos matemáticos, voltados entre eles para a navegação, astronomia e agrimensura. Neste

⁴ Segundo Saito (2015, p. 27), outros recursos podem ser utilizados além dos instrumentos e tratados, sendo eles “cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas etc.”.

trabalho o foco estará especificamente no quadrante de Figueiredo (1603), como objeto de estudo inicialmente nessa articulação.

Esse processo é necessário para que se possa restituir o objeto matemático na sua malha histórica, considerando aspectos de ordem contextual, matemática, epistemológica, visando, oferecer condições para realizar o movimento do pensamento entre o passado e o presente, visando construir o conhecimento matemático.

Uma descrição sobre o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603)

O tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (Figura 1), do português e cosmógrafo-mor interino⁵ Manoel de Figueiredo (1568 – c.1625) foi escrita e publicada no final do século XVI para o início do século XVII, na cidade de Lisboa. O presente tratado possui 284 folhas que estão subdivididas em seis partes, no qual encontra-se reunidos diversos campos do saber que estavam sendo disseminados nesse período, entre eles, a astronomia, a geografia, a astrologia, cosmografia, cosmologia, entre outros.

Figura 1 – Frontispício de *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*



Fonte: Figueiredo (1603)

Dessa forma, o Quadro 1 a seguir contém um resumo com os principais assuntos de cada parte do documento em questão. O texto que se apresenta na coluna “TÍTULO”

⁵ Era o alto cargo da função pública, do Reino de Portugal, que se dedicava à cosmografia.

foi, em grande parte, retirado do próprio tratado, com algumas adaptações para oferecer melhor compreensão ao leitor.

Quadro 1 - Síntese dos assuntos tratados na *Chronographia*, Reportorio dos Tempos...

PARTE	TÍTULO	CONHECIMENTOS ABORDADOS
P1	Do tempo e suas partes.	• Contagem do tempo, em horas, dias e meses de um ano. • Dispõe de conteúdos históricos (um catálogo dos reis de Portugal) e religiosos do cristianismo.
P2	Da astronomia, na qual se trata do céu, e de suas partes, e de como nele pois DEUS o tempo, juntamente com todos os seus movimentos, estrelas, planetas, orbes, eixos, polos, círculos da esfera, e com todas as mais coisas que DEUS nele criou, ordenou.	• Como os astrônomos definiam os conceitos geográficos em relação ao planeta terra (sistema geocêntrico), de modo que era possível compreender por meio de regras práticas. • A presença da astronomia, com ênfase, na relação estabelecida entre os astros, de forma a dispor de regras para visualizar as constelações. • Apresenta as constelações dos signos com exceção do signo de aquário. • Dispõe de Catálogo de algumas constelações.
P3	Da geografia em que declaramos a terra, a qual teve o terceiro lugar nas palavras da sagrada escritura, DEUS criou o céu, e a terra.	• Como os portugueses dividiam o mundo (Ásia, África, Europa e América). • Apresenta os conceitos de longitude e latitude. Ademais, mostra como pode-se encontrar qualquer latitude e longitude segundo as definições pré-estabelecidas pelos geógrafos. • Trata sobre o uso de alguns instrumentos, como a Agulha de Marear e o Astrolábio. • Aborda sobre como se localizar por meio da estrela do norte. • Trata de paralelos e meridianos, de modo que existe um capítulo sobre paralelos. Já os meridianos são bastante citados no texto, porém não há um capítulo especificadamente sobre esse

		conceito, entretanto, há uma tabela com algumas cidades de diversos países com seus respectivos meridianos.
P4	Da astrologia rústica, muito necessária para a agricultura, e para todo o lavrador curioso amigo da lavoura, e com um tratado muito necessário, e proveitoso a saúde humana para os físicos,urgiões, e sangradores, e pronosticação dos eclipses do sol, e da lua.	• Estações do ano sem a presença da primavera, em vez dessa palavra existe estio que seria uma espécie de verão. Logo, as estações apresentadas no texto são: verão, estio, inverno e outono. • Apresenta a agricultura, marcando o tempo da colheita pelos elementos; ar, fogo, terra e água. Pode-se notar a presença dos signos como influência na plantação e colheita dos grãos. • A influência de cometas em desastres naturais da terra. • É citado sobre a criação de animais, como galinhas, patos, carneiros, abelhas e a melhor época do ano para pôr ovos, nascerem os filhotes e a produção do mel, entre outros. • Anatomia do corpo humano.
P5	Do calendário, epacta, número áureo, endiçam, temporas, e da pronosticação dos 12 meses do ano, e do lunário de 603 até 630 com os eclipses no cabo do lunário, e suas significações.	• Sistema de contagem de dias pelas mãos. • Apresenta a influência da religião católica, as vezes citando papas e bispos romanos. • Calendários com datas comemorativas da igreja católica. • Eclipses no meridiano de Lisboa.
P6	Da fabrica, e uso da balhestilha, ou radio astronômico, e do uso e fabrica, do quadrante geométrico e da fabrica, e uso dos relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares declinantes a todas as partes do mundo, e inclinantes.	• Fabricação e uso da balhestilha. • Fabricação e uso do quadrante. • Regras para calcular a distância pelo quadrante. • Proposições da geometria. • Relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares, declinantes e inclinante.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

A primeira parte contém 38 capítulos, com o total de 40 folhas, e mostra o quanto a religião era importante na época. Em 1603, a religião que predominava em Portugal era o cristianismo, de modo que sua influência culminava em um calendário próprio a ser seguido para a contagem do tempo. Para explicar a cômputo do tempo no período,

Figueiredo (1603) percorre por outras civilizações, juntamente com suas respectivas religiões, citando a Grécia, o Egito, a Babilônia, a Roma, entre outras. Pode-se notar que em cada civilização há um sistema de organização do tempo, e isso está totalmente ligado ao calendário da religião predominante na região.

Segundo Silva (2005), Figueiredo era defensor do modelo geocêntrico, sistema sociopolítico a qual estava inserido, isto é, afirmava que a terra estava no centro do universo e o restante dos corpos celestes orbitavam em torno dela. Observando essa crença de Figueiredo (1603), é possível vê-la refletida na segunda parte do documento, pela maneira que o autor dispõe as definições relacionadas aos astros. Essa parte da contém 32 capítulos com 77 folhas.

Os conhecimentos referentes à terceira parte do documento, tratam exclusivamente da geografia, contendo 47 capítulos e 69 folhas. A princípio o autor declara quatro elementos, são eles, a terra, o ar, o fogo e à água, que se manifestam de diversas formas nos capítulos posteriores. Uma forma que Figueiredo (1603) introduziu esses elementos, são nos climas de cada parte do mundo. Pode-se também visualizar o conceito de paralelos e meridianos, bem como, da latitude e longitude, para aplicação em torno de dois instrumentos matemáticos, a agulha de marear e o astrolábio.

Na quarta parte, há a continuidade do estudo sobre os astros, entretanto com uma perspectiva diferente. Com 47 capítulos e 69 folhas, os conhecimentos abordados estão relacionados à astrologia. Com base no autor é possível perceber que a astrologia não era vista com bons olhos pela igreja, justamente pelas previsões de acontecimentos no dia a dia e no futuro de alguém. Nessa parte do tratado é possível identificar previsões na agricultura, saúde humana, animais e eclipses solares e lunares.

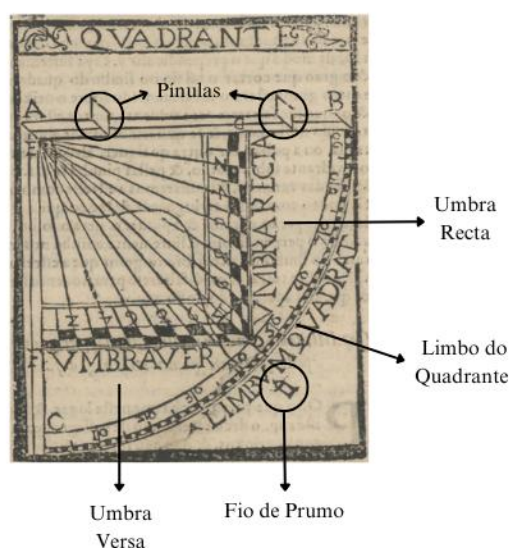
A quinta parte é de caráter religioso, apresentando calendários com datas comemorativas da santa Igreja Romana distribuídos em 34 capítulos e 48 folhas. Além disso, nesse tópico é possível encontrar técnicas para contagem de dias com os dedos das mãos, usando isso para achar o número áureo e a epacta, de modo a possibilitar o encontro do dia da Páscoa e outras festas.

Por fim, a sexta parte ou livro sexto, que é dedicado apenas para os instrumentos matemáticos, contém 12 capítulos num total de 18 folhas (34 páginas), sendo dois capítulos destinados à balestilha ou radio astronômico, quatro capítulos atribuídos ao quadrante e, por fim, nove capítulos apresentando diversos tipos de relógios com preposições de ordem matemáticas.

Uma breve descrição do quadrante de Figueiredo (1603)

Partindo do Capítulo III intitulado, *Da fabrica do quadrante* é possível contemplar o instrumento matemático, denominado por Figueiredo (1603), como quadrante (Figura 2). No decorrer da leitura, o autor o distingui, apresentando a dualidade relacionada ao uso do instrumento confeccionado de latão, podendo ser utilizado na navegação e na geometria.

Figura 2 - Quadrante exposto na *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603, f. 269).

Ao observar a Figura 2, é possível identificar o formato do instrumento, composto por um quarto de círculo e um quadrado inscrito no seu centro. Estes formatos são acompanhados de escalas distintas, uma angular e a outra linear, respectivamente. Assim, os elementos que compõe o quadrante são: o limbo do quadrante que tem uma escala angular; duas pínulas alinhadas, utilizadas para a visualização; um fio de prumo, para a marcação da escala no instrumento; e por fim, *Umbra Versa* e *Umbra Recta*, escalas lineares do quadrante.

O limbo do quadrante tem uma escala angular muito utilizada na navegação para localização em alto mar, isso quer dizer que é possível medir distâncias angulares entre dois astros por meio de sua graduação de 0° (horizonte) a 90° (zênite), sendo assim, é possível obter a latitude do local.

As pínulas são posicionadas no lado superior do quadrante, segmento $\overline{AB}$, e é descrito pelo autor como dois quadrados de mesmo tamanho, de modo que eles tenham “[...] dois buraquinhos [um orifício em cada quadrado] por onde se observa o sol, & por cima deles duas fendas por onde se observam as estrelas [...]” (Figueiredo, 1603, f. 268).

A princípio pode-se pensar que esses buraquinhos e fendas são iguais, porém percebe-se que são distintos, pois possuem finalidades diferentes, servindo para observações solares e das estrelas, respectivamente.

O autor descreve o fio de prumo que a princípio deve-se fixar no vértice E, de modo a ressaltar que “[...] no centro onde se fabricou será fixado um fio muito sutil com um peso de meio aratal [...]”. Dando ênfase à palavra “aratal”, pode-se levantar como hipótese um erro de escrita durante a confecção do tratado, pois, em 1499, houve uma reforma de unidades de pesos em Portugal no Reinado Dom Manuel I, com o objetivo de padronizar os pesos em todo país (Lopes, 2018). De acordo com o autor, esse sistema de pesos entrou em atividade no século XV e caiu em desuso no século XIX, mais especificamente, no ano de 1852 e a nomenclatura correta seria “arrátel” que equivale a 0,4590kg.

Enquanto, a *Umbra Versa* e a *Umbra Recta*, são escalas lineares, divididas em 12 partes iguais, situada no quadrando inscrito no $\frac{1}{4}$ de círculo, destinada para medir distância de comprimento, largura e profundidade. Como se pode ver, neste tópico, buscou-se detalhar aspectos físicos do instrumento. E mais adiante, os conhecimentos matemáticos que estão incorporados na construção do instrumento.

Conhecimentos matemáticos mobilizados na fabricação do quadrante num quarto de círculo

A obra *Chronografia, Reportorio dos Tempos...* apresenta a construção ou fabricação do quadrante num quarto de círculo que se encontra na *Sexta Parte* ou Livro Sexto, mais especificamente no capítulo III intitulado *da fabrica do quadrante*. A fabricação está dividida em seis momentos, como mostra o quadro a seguir:

Quadro 2 - Possíveis etapas presente na fabricação do quadrante

MOMENTOS	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES
1	Construção de um quarto de círculo.
2	Divisão em 90 partes iguais para a escala angular fixada no limbo do quadrante.
3	Parte superior para a especificação das pínulas.
4	Fixação do fio de prumo.
5	Construção do quadrado inscrito em um quarto de círculo.
6	Divisões em 12 partes iguais para as escalas lineares, denominada <i>Umbra Versa</i> e <i>Umbra Recta</i> .

Fonte: Figueiredo (1603).

De acordo com o Quadro 2, pode-se notar uma ampla visão dos processos abordados durante a fabricação do quadrante. Figueiredo (1603), inicia a construção argumentando que não há nenhuma dificuldade no modo de fabricar um quadrante; adiante o autor aponta o formato do instrumento e as divisões em partes iguais no limbo do quadrante, descrito da seguinte forma “Nenhuma dificuldade haverá no modo de fabricar um quadrante, o qual é retirado de uma quarta parte de círculo, cujo arco dividiremos em noventa partes iguais como se divide cada quarto de círculo [...]” (Figueiredo, 1603, f. 268).

De acordo com as orientações do autor, o instrumento é fabricado a partir de um círculo, do qual se tira $\frac{1}{4}$ e, a partir disso, divide-se o arco em partes iguais. Ao ler a citação anterior, percebe-se que em nenhum momento Figueiredo (1603) está preocupado em mostrar o passo a passo de como é construído o instrumento. Sendo assim, pode-se dizer que o Quadrante não era um instrumento simples de ser fabricado, pois, pela leitura, é possível entender que a construção era direcionada a um público específico.

Pode-se notar que Figueiredo (1603) não auxilia nas dimensões do instrumento e nem em como construir um quarto de círculo. Entretanto, no *Livro Sexto* existe um *Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes, e universais, ou polares*, no qual, em seu capítulo VII, é aparecem, algumas proposições que podem auxiliar na construção do quadrante. A proposição quinta contida no capítulo VII, descreve como é possível construir um quarto de círculo da seguinte forma:

Dado um círculo como o partiremos em dois semicírculos, e pelo conseguinte em quatro partes. Colocaremos a regra a no centro do círculo, e lançando uma linha que toque a circunferência ficará partida em duas partes iguais, ou em dois semicírculos, e pondo compasso nas extremidades da tal linha lançaremos arco de uma parte, e outra de se cruza a ponta da régua sobre as tais cortaduras lançaremos outra linha dentro da circunferência do círculo com a qual ficará partida em quatro partes iguais. (Figueiredo, 1603, f. 276).

Conforme a citação acima, alguns conhecimentos matemáticos são mobilizados, entre eles, circunferência, semicircunferência e retas perpendiculares para construir o quarto de círculo. Ainda pontuando a mobilização dos conhecimentos matemáticos, ao construir o limbo do quadrante é possível notar a mobilização de conhecimento sobre bissetriz e trissecção de um ângulo. Evidência desses indícios pode ser visualizada no Cap. VIII intitulado, *Da divisão de uma quarta de círculo em noventa partes iguais*, no qual o autor descreve as divisões da seguinte forma:

[...] tomaremos uma quarta de círculo, e partiremos em três partes iguais, e pelo conseguinte tornaremos a partir cada uma em outras três partes iguais, e serão nove e cada uma dessas em duas, e ficará toda a quarta partida em dezoito partes iguais, e cada parte destas partiremos em cinco partes iguais, e ficará toda a quarta em noventa partes[...] (Figueiredo, 1603, f. 277)⁶.

Além disso, ainda focando na *Sexta Parte*, encontra-se outras proposições de ordem matemática, mas conhecidas como construções geométricas realizadas com compasso e régua não milimetrada. Isso indica que, durante essa parte da fabricação do instrumento, foram utilizados esses procedimentos.

No terceiro momento, Figueiredo (1603, f. 268) descreve a parte superior do quadrante como: “[...] e no lado $\overline{AB}$ onde acabarão os noventa graus lhe fixaremos dois quadrados da mesma matéria em que se fabricar, de latão, nos quais haverá dois buraquinhos por onde se observa o sol, e por cima deles duas fendas por onde se observarem as estrelas [...]”. Durante essa passagem do texto, o autor fala sobre dois quadrados que mais adiante é denotado como pínulas. Sendo assim, essas pínulas têm como objetivo a visualização do astro para saber sua localização por meio da sua angulação vista no limbo do quadrante.

No quarto momento, Figueiredo (1603, f.268) descreve o fio de prumo que a princípio deve-se fixar no vértice E, de modo a ressaltar que “[...] no centro onde se fabricou será fixado um fio muito sutil com um peso de meio aratal [...]”. Além disso, Figueiredo (1603) não expõe para que o fio de prumo é utilizado, entretanto nos capítulos posteriores é possível visualizar sua aplicação na navegação e na geometria, ou seja, além de auxiliar na marcação nas escalas que veremos adiante, o fio de prumo tem como finalidade o equilíbrio do instrumento trabalhando os conceitos de paralelismo e perpendicularidade.

Por fim pode-se ver a construção da escala linear do quadrante, utilizado para agrimensura. Ao observar a Figura 2 é possível visualizar um quadrado inscrito em um quarto de círculo e uma escala que é dividida em doze partes iguais cada lado, Figueiredo descreve da seguinte forma:

[...] da circunferência para dentro se põe outro quadrado, o qual será para a geometria, o qual é partido por dois lados em doze partes iguais cada um, acabará em doze na linha media que é a que o atravessa do canto a canto, a qual os geômetras chamam diagonal FED e o lado do quadrado $\overline{GD}$ colocaremos a Umbra Recta e o lado $\overline{FD}$ colocaremos Umbra Versa como na presente figura vemos. (Figueiredo, 1603, f. 269).

⁶ É importante destacar que a língua na qual foi escrita esse texto é o português de Portugal no século XVII, no qual havia algumas diferenças relacionados a grafia das palavras.

Ao ler a citação acima, alguns conhecimentos matemáticos são mobilizados, entre eles, o conhecimento de circunferência, retas paralelas e perpendiculares para a construção do quadrado inscrito em um quarto de círculo. Já para o desenvolvimento das escalas lineares tem-se o conhecimento de bissetriz, ponto médio, mediatriz e teorema de Tales.

Agora dando ênfase nas escalas lineares através do seu significado. Segundo Sampaio (2008), a palavra *Umbra Versa* tem por definição “sombra reversa” e estaria atrelada à nossa atual tangente e a *Umbra Recta*, que tem por significado “sombra verdadeira” estaria relacionada com a cotangente, ou seja, naquele período já se usava a trigonometria, no entanto, não com esse nome.

Conhecimentos matemáticos mobilizados na fabricação do quadrante num quarto de círculo

A obra *Chronografia, Reportorio dos Tempos...* apresenta a construção ou fabricação do quadrante num quarto de círculo que se encontra na *Sexta Parte* ou Livro Sexto, mais especificamente no capítulo III intitulado *da fabrica do quadrante*. A fabricação está dividida em seis momentos, como mostra o quadro a seguir:

Quadro 2 - Possíveis etapas presente na fabricação do quadrante

MOMENTOS	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES
1	Construção de um quarto de círculo.
2	Divisão em 90 partes iguais para a escala angular fixada no limbo do quadrante.
3	Parte superior para a especificação das pínulas.
4	Fixação do fio de prumo.
5	Construção do quadrado inscrito em um quarto de círculo.
6	Divisões em 12 partes iguais para as escalas lineares, denominada <i>Umbra Versa</i> e <i>Umbra Recta</i> .

Fonte: Figueiredo (1603).

De acordo com o Quadro 2, pode-se notar uma ampla visão dos processos abordados durante a fabricação do quadrante. Figueiredo (1603), inicia a construção argumentando que não há nenhuma dificuldade no modo de fabricar um quadrante; adiante o autor aponta o formato do instrumento e as divisões em partes iguais no limbo

do quadrante, descrito da seguinte forma “Nenhuma dificuldade haverá no modo de fabricar um quadrante, o qual é retirado de uma quarta parte de círculo, cujo arco dividiremos em noventa partes iguais como se divide cada quarto de círculo [...]” (Figueiredo, 1603, f. 268).

De acordo com as orientações do autor, o instrumento é fabricado a partir de um círculo, do qual se tira $\frac{1}{4}$ e, a partir disso, divide-se o arco em partes iguais. Ao ler a citação anterior, percebe-se que em nenhum momento Figueiredo (1603) está preocupado em mostrar o passo a passo de como é construído o instrumento. Sendo assim, pode-se dizer que o Quadrante não era um instrumento simples de ser fabricado, pois, pela leitura, é possível entender que a construção era direcionada a um público específico.

Pode-se notar que Figueiredo (1603) não auxilia nas dimensões do instrumento e nem em como construir um quarto de círculo. Entretanto, no *Livro Sexto* existe um *Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes, e universais, ou polares*, no qual, em seu capítulo VII, é aparecem, algumas proposições que podem auxiliar na construção do quadrante. A proposição quinta contida no capítulo VII, descreve como é possível construir um quarto de círculo da seguinte forma:

Dado um círculo como o partiremos em dois semicírculos, e pelo conseguinte em quatro partes. Colocaremos a regra a no centro do círculo, e lançando uma linha que toque a circunferência ficará partida em duas partes iguais, ou em dois semicírculos, e pondo compasso nas extremidades da tal linha lançaremos arco de uma parte, e outra de se cruza a ponta da régua sobre as tais cortaduras lançaremos outra linha dentro da circunferência do círculo com a qual ficará partida em quatro partes iguais. (Figueiredo, 1603, f. 276).

Conforme a citação acima, alguns conhecimentos matemáticos são mobilizados, entre eles, circunferência, semicircunferência e retas perpendiculares para construir o quarto de círculo. Ainda pontuando a mobilização dos conhecimentos matemáticos, ao construir o limbo do quadrante é possível notar a mobilização de conhecimento sobre bisettriz e trissecção de um ângulo. Evidência desses indícios pode ser visualizada no Cap. VIII intitulado, *Da divisão de uma quarta de círculo em noventa partes iguais*, no qual o autor descreve as divisões da seguinte forma:

[...] tomaremos uma quarta de círculo, e partiremos em três partes iguais, e pelo conseguinte tornaremos a partir cada uma em outras três partes iguais, e serão nove e cada uma dessas em duas, e ficará toda a quarta partida em dezoito partes iguais, e cada parte destas partiremos em cinco partes iguais, e ficara toda a quarta em noventa partes[...] (Figueiredo, 1603, f. 277)⁷.

⁷ É importante destacar que a língua na qual foi escrita esse texto é o português de Portugal no século XVII, no qual havia algumas diferenças relacionados a grafia das palavras.

Além disso, ainda focando na *Sexta Parte*, encontra-se outras proposições de ordem matemática, mas conhecidas como construções geométricas realizadas com compasso e régua não milimetrada. Isso indica que, durante essa parte da fabricação do instrumento, foram utilizados esses procedimentos.

No terceiro momento, Figueiredo (1603, f. 268) descreve a parte superior do quadrante como: “[...] e no lado $\overline{AB}$ onde acabarão os noventa graus lhe fixaremos dois quadrados da mesma matéria em que se fabricar, de latão, nos quais haverá dois burachinhos por onde se observa o sol, e por cima deles duas fendas por onde se observarem as estrelas [...]”. Durante essa passagem do texto, o autor fala sobre dois quadrados que mais adiante é denotado como pínulas. Sendo assim, essas pínulas têm como objetivo a visualização do astro para saber sua localização por meio da sua angulação vista no limbo do quadrante.

No quarto momento, Figueiredo (1603, f.268) descreve o fio de prumo que a princípio deve-se fixar no vértice E, de modo a ressaltar que “[...] no centro onde se fabricou será fixado um fio muito sutil com um peso de meio aratal [...]”. Além disso, Figueiredo (1603) não expõe para que o fio de prumo é utilizado, entretanto nos capítulos posteriores é possível visualizar sua aplicação na navegação e na geometria, ou seja, além de auxiliar na marcação nas escalas que veremos adiante, o fio de prumo tem como finalidade o equilíbrio do instrumento trabalhando os conceitos de paralelismo e perpendicularidade.

Por fim pode-se ver a construção da escala linear do quadrante, utilizado para agrimensura. Ao observar a Figura 2 é possível visualizar um quadrado inscrito em um quarto de círculo e uma escala que é dividida em doze partes iguais cada lado, Figueiredo descreve da seguinte forma:

[...] da circunferência para dentro se põe outro quadrado, o qual será para a geometria, o qual é partido por dois lados em doze partes iguais cada um, acabará em doze na linha media que é a que o atravessa do canto a canto, a qual os geômetras chamam diagonal FED e o lado do quadrado $\overline{GD}$ colocaremos a Umbra Recta e o lado $\overline{FD}$ colocaremos Umbra Versa como na presente figura vemos. (Figueiredo, 1603, f. 269).

Ao ler a citação acima, alguns conhecimentos matemáticos são mobilizados, entre eles, o conhecimento de circunferência, retas paralelas e perpendiculares para a construção do quadrado inscrito em um quarto de círculo. Já para o desenvolvimento das escalas lineares tem-se o conhecimento de bissetriz, ponto médio, mediatriz e teorema de Tales.

Agora dando ênfase nas escalas lineares através do seu significado. Segundo Sampaio (2008), a palavra *Umbra Versa* tem por definição “sombra reversa” e estaria atrelada à nossa atual tangente e a *Umbra Recta*, que tem por significado “sombra verdadeira” estaria relacionada com a cotangente, ou seja, naquele período já se usava a trigonometria, no entanto, não com esse nome.

No tratado, é possível perceber que o autor não descreve nenhuma dimensão do instrumento, e nem como realizar o passo a passo para as divisões em partes iguais das escalas do quadrante, entretanto temos como apoio as proposições vinculadas aos relógios de sol. De acordo com Batista (2023, p.42) Figueiredo (1603) pode ter se apoiado em, *Os Elementos*, de modo “que três das suas proposições, superfície, círculo e diâmetro, possuem o texto muito semelhante às definições, chamadas por Euclides”. Assim, apresento os conhecimentos mobilizados na fabricação do quadrante por meio da instrução dada por Figueiredo (1603).

Considerações Finais

É interessante destacar que o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, não é um manual do tipo “faça você mesmo”, ou seja, Figueiredo (1603) não estava preocupado em ensinar o passo a passo da construção dos instrumentos. Dito isso, é notório que os conhecimentos matemáticos estão de forma implícita no tratado, já que se pode por hipótese, levantar a questão de que o autor se apoiou em outras partes do tratado, principalmente nas proposições contidas no *Livro Sexto*.

Diante do estudo da fabricação do quadrante de Figueiredo (1603), é possível perceber os conhecimentos matemáticos que emergiram do tratado foram, principalmente as construções geométricas com régua e compasso. Além disso, não há indícios que o autor teria construído o instrumento físico, entretanto, durante a leitura nota-se uma sequência de passos destinados para quem tinham conhecimento a respeito desses processos.

Este estudo buscou mostrar que, a partir da construção desses instrumentos históricos, dando ênfase ao quadrante, é possível encontrar diversos conhecimentos matemáticos vinculados ao período em que estava em uso. Portanto, diante das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas em torno da construção de uma interface para articulação entre história e ensino de matemática, este estudo segue a contribuir para esse diálogo, de modo a apresentar outros documentos originais, em especial, os instrumentos

matemáticos, que podem ser utilizados como objeto de estudo em pesquisas voltados para a construção do conhecimento matemático.

Referências

ALBUQUERQUE, Suziê Maria *et al.* Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128 - 144, 2018. DOI: 10.5965/2357724X06122018128.

BATISTA, A. N. de S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BATISTA, Antonia Naiara De Sousa. **A articulação de saberes geométricos com trigonométricos por meio da fabricação da balhestilha de Figueiredo (1603) para a construção de uma interface.** 2023. 195 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

CHAQUIAM, Miguel. História e Matemática: um elo e quatro contextos: History and Mathematics: a link and four contexts. **Revista Cocar**, [S. l.], n. 14, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5511>.

CHORLAY, Renaud; CLARK, Kathleen Michelle; TZANAKIS, Constantinos. History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field. **ZDM–Mathematics Education**, v. 54, n. 7, p. 1407-1420, 2022.

FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos:** esfera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclipses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relogios. Lisboa. 1603.

GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto. Fundamentação teórica para as perguntas primárias: o que é matemática? por que ensinar? como se ensina e como se aprende?. **Educação**, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 176-184, ago. 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LOPES, Luís Seabra. A coleção de pesos de ferro sem forma determinada do Museu Nacional Machado de Castro. **Revista portuguesa de arqueologia**, v. 21, n. 1, p. 197-208, 2018.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica.** 5. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2021.

MENDES, Iran Abreu. História para o ensino de matemática: fundamentos epistemológicos, métodos e práticas: History for teaching mathematics: epistemological grounding, methods and practices. **Revista Cocar**, [S. l.], n. 14, 2022.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.225.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da Ufrgs, 2009.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013

SAMPAIO, Helenara Regina. **Uma abordagem histórico-filosófica na educação matemática: contribuições ao processo de aprendizagem em trigonometria no ensino médio**. 2008. 173f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, Vasco Jorge Rosa de. Manuel de Figueiredo: contributo de um torrejano para a História da Astronomia Portuguesa. **Nova Augusta**, Torres Novas, Câmara Municipal, 2005, n.º 17, p. 131-155

Recebido em: 01 / 07 / 2024
Aprovado em: 06 / 09 / 2024