



ALGEPLAN COMO RECURSO DIDÁTICO NO ESTUDO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU: UM OLHAR PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA

ALGEPLAN AS A DIDACTIC RESOURCE IN THE STUDY OF QUADRATIC EQUATIONS: A LOOK INTO ALGEBRA TEACHING

Mayza Cavalcante Ferreira¹; Jair Dias de Abreu²

RESUMO

Motivados pela frequente resolução de equações do 2º grau apenas pela fórmula de Bhaskara, discutimos a importância de outras estratégias de estudo, incluindo o uso de materiais didáticos como o Algeplan. Diante disso, este estudo teve como objetivo analisar as potencialidades e limitações do material didático Algeplan no processo de ensino e aprendizagem das equações do 2º grau, explorando suas características a partir do conceito geométrico de área de figuras planas. Nosso questionamento de pesquisa busca analisar: quais são as potencialidades e limitações do material didático Algeplan no estudo das equações do 2º grau? Este trabalho é caracterizado como uma investigação exploratório-descritiva, realizada em uma turma da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública do Estado da Paraíba. Para coletar os dados, elaboramos uma atividade, que foi aplicada durante a pesquisa de campo, realizado em dois dias, divididos em dois momentos. No primeiro momento, investigamos os conhecimentos prévios dos alunos para, a partir disso, desenvolver um trabalho que relacionasse o Algeplan com o estudo das equações do 2º grau, culminando no segundo momento. Para registrar os dados coletados na aplicação, utilizou-se diário de bordo e registros fotográficos. O material didático Algeplan foi utilizado em sala de aula na forma física, possibilitando aos alunos uma nova forma de resolver equações do 2º grau. A análise dos registros coletados na atividade revelou as dificuldades dos alunos no processo de transição do pensamento geométrico para o algébrico. Um ponto destacado nesta pesquisa, relacionado ao Algeplan durante a elaboração da atividade, foi a limitação das peças disponíveis, as quais não permitiram a resolução de todas as equações do 2º grau apresentadas. Os resultados do estudo indicaram que o Algeplan, quando combinado com atividades bem planejadas e elaboradas, pode contribuir positivamente para a compreensão e aprendizagem das equações do 2º grau.

Palavras-chave: Equações do 2º grau; Material Didático; Algeplan; Geometria.

ABSTRACT

Motivated by the frequent use of the quadratic formula to solve quadratic equations, we discuss the importance of other study strategies, including the use of educational materials such as Algeplan. Therefore, this study aimed to analyze the potential and limitations of the Algeplan

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: mayza.ferreira@aluno.uepb.edu.br

ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0000-0181-7109>.

² Doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professor no Departamento de Matemática do Centro de Ciência e Tecnologia da UEPB, Campina Grande, Paraíba, Brasil. E-mail: jairedmat@gmail.com.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8844-2406>.

teaching material in the teaching and learning process of quadratic equations, exploring its characteristics based on the geometric concept of the area of plane figures. Our research question seeks to analyze: what are the potentialities and limitations of the Algeplan teaching material in the study of quadratic equations? This is characterized as an exploratory-descriptive investigation conducted with a first-year high school in the state of Paraíba. To collect data, we developed an activity applied during the field research, conducted over two days and divided into two stages. In the first stage, we investigated the students' prior knowledge to develop a project relating Algeplan to the study of quadratic equations, culminating in the second part. To record the collected data, we used a logbook and photographic records. The Algeplan teaching material was used physically in the classroom, providing students with a new way to solve quadratic equations. The analysis of the data collected from the activity revealed the students' difficulties in transitioning from geometric to algebraic thinking. A point highlight in this research, related to Algeplan during the development of the activity, was the limitation of the available pieces, which did not allow for the resolution of all quadratic equations presented. The study results indicated that Algeplan, when combined with well-planned and designed activities, can positively contribute to the understanding and learning of quadratic equations.

Keywords: 2nd degree equations; Courseware; Algeplan; Geometry.

Introdução

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), no 7^o ano, os alunos têm o seu primeiro contato com as expressões algébricas, nas quais, inicialmente, é contruída a ideia de utilizar uma variável. É importante que eles dominem as propriedades aritméticas para que possam ter um bom desenvolvimento do pensamento algébrico. Na Álgebra, eles começam a estudar números, como já de costume, e, junto deles, as letras, que são inicialmente chamados de incógnitas, pois representam números desconhecidos e surgem para promover uma generalização. Ponte (2005) afirma que a maior parte dos alunos enfrenta dificuldade nesse processo de compreensão por não conseguir perceber o sentido de uma expressão algébrica.

Em contrapartida, os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) (BRASIL, 1998, p. 63) destacam que “as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia e dedução.” Portanto, é fundamental voltar o olhar para essas dificuldades, a fim de buscar meios que auxiliem no ensino da Álgebra e, desse modo, promover uma aprendizagem com compreensão e dinamismo.

Na busca por meios que auxiliem no ensino, Lorenzato (2010) trata da importância do uso dos Materiais Didáticos (MD), pois possibilita o aluno a descobrir e verificar regularidades, além de auxiliar na percepção de propriedades e na formação de uma aprendizagem com compreensão.

A partir dessas reflexões iniciais, a presente pesquisa visa analisar, através de uma atividade prática experimental, as potencialidades e limitações do recurso didático manipulável, o Algeplan, especificamente no trabalho com o conteúdo de equações do 2º grau. A escolha do material didático Algeplan se deu pela forte característica que une as três áreas da matemática: a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, pois dispõe do estudo de expressões algébricas e suas representações por meio dos conceitos de perímetro e área de figuras planas, unindo assim o contexto aritmético, algébrico e geométrico.

Diante disso, busca-se responder à seguinte questão de pesquisa: quais são as potencialidades e limitações do material didático Algeplan no estudo das equações do 2º grau? Para respondermos esta pergunta, a presente investigação relaciona, a partir do uso do Algeplan, a representação algébrica e geométrica, analisando as contribuições deste recurso didático para a aprendizagem das equações do 2º grau.

Essa pesquisa caracteriza-se como qualitativa, pois, com base em Oliveira (2005), esse tipo de pesquisa trata da análise de um fato que é um fenômeno da realidade. Além disso, esta pesquisa se caracteriza como uma investigação exploratório-descritiva. Fiorentini e Lorenzato (2012) definem essa investigação como uma sondagem de uma ideia, e, a partir dessa sondagem, verificar se a ideia proposta é viável para um determinado contexto. Ademais, segundo Gil (2002), é uma pesquisa de campo que busca obter dados descritivos através de uma atividade de pesquisa, aplicada em uma escola pública do Estado da Paraíba, tendo como sujeitos deste estudo uma turma da 1ª série do ensino médio, composta por 18 alunos. A escolha da turma se deu por, nesse período da pesquisa, ser uma turma que tinha estudado recentemente o conteúdo de equações do 2º grau, ou seja, no ano anterior, quando estavam no 9º ano.

Os dados foram coletados a partir de diário de bordo, registros fotográficos e produção das atividades de pesquisa realizadas pelos alunos de forma escrita para posterior análise reflexiva e crítica. Durante a descrição da pesquisa, os alunos foram identificados por códigos alfanuméricos (A1, A2, A3, ...) para preservar a identidade. Ao final de encontro, os dados passaram por análise crítica buscando compreender como esses resultados seriam capazes de responder o nosso problema de pesquisa.

Para a realização da pesquisa em campo, foi elaborada uma atividade de pesquisa contendo seis questões, com o objeto de coletar os dados para a nossa investigação. No primeiro dia da pesquisa, foi utilizada uma aula de 50 minutos para responder às três primeiras questões. Esse primeiro momento caracteriza-se como uma investigação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre as equações do 2º grau. No segundo dia,

utilizando duas aulas de 50 minutos, foram desenvolvidas as três últimas questões da atividade, fazendo uso do material didático Algeplan. Esse momento caracteriza-se como uma nova proposta para esses alunos no estudo das equações do 2º grau, pois, no momento de investigação, os alunos relataram conhecer apenas a fórmula de Bhaskara como método de resolução, além de reconhecer limitações no uso do Algeplan.

Este fato também se configura como uma das justificativa para o uso do Material Didático, pois surge para eles como uma nova forma de resolver uma equação do 2º grau. Desse modo, a motivação para desenvolver esse estudo são realidades como as desses alunos, pois durante o curso da educação básica nos foi apresentado apenas esse método para resolver as equações do 2º grau, nos inquietando a necessidade de conhecer outras estratégias de resolução.

A seguir, apresentamos textos baseados em leituras que nortearam o embasamento da presente pesquisa, fazendo um breve levantamento bibliográfico sobre a Álgebra no currículo escolar, além de estudos que relatam a importância do uso dos materiais didáticos como recurso para o ensino e aprendizagem da Álgebra. No terceiro tópico, são expostos os resultados da nossa pesquisa, em que descrevemos e analisamos criticamente os dados obtidos.

Álgebra e materiais didáticos: do currículo à sala de aula de matemática

O estudo da Álgebra foi introduzido no ensino secundário do Brasil no início do século XIX. A partir disso, ela juntou-se às outras áreas que já eram abordadas no currículo escolar, sendo elas Aritmética, Geometria e Trigonometria. Com a reforma Francisco Campos, em 1931, esses conteúdos foram denominados pelo termo que se conhece atualmente: “Matemática” (MIGUEL, FIORENTINI, MIORIN, 1992). O ensino da Álgebra ganhou espaço no currículo escolar, porém, para Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), ainda havia um “descaso” com essa área por parte dos pesquisadores em Educação Matemática.

Se, inicialmente, voltarmos a nossa atenção para os aspectos quantitativos desta produção, e mais particularmente para os trabalhos ditos de pesquisa, veremos que as mais de 150 teses e dissertações de mestrado ou doutorado produzidas no Brasil entre 1972 e 1990, tendo como objeto de pesquisa a educação matemática, 9 têm como preocupação básica o ensino da Aritmética, 8 o ensino da Geometria, e nenhuma o ensino da Álgebra Elementar. (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIN, 1992, p.39)

Diante desse percurso histórico, o ensino da Álgebra se apresentava com uma estrutura defasada. Reconhecendo essa realidade, a área da matemática vem avançando em estudos e mudando essa situação. Contudo, mesmo com os avanços no ensino da Álgebra, ainda se percebe uma importância inferior em relação aos estudos das outras áreas. Entre 1987 e 1990, aconteceram três Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) e um Encontro Paulista de Educação Matemática. Foram registradas 42 apresentações voltadas para o ensino da Geometria, 32 sobre o ensino da Aritmética e apenas seis comunicações sobre o ensino da Álgebra. (MIGUEL, FIORENTINI, MIORIN, 1992)

O ensino da Álgebra passou por muitas transformações, incluindo reformas e o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que buscava repaginar a Álgebra mecânica. Essas transformações contribuíram para a Álgebra que temos hoje no ensino brasileiro. Atualmente, pode-se afirmar que a Álgebra conquistou seu espaço nos livros didáticos. Contudo, mesmo diante de muitas reflexões realizadas a respeito do ensino deste conteúdo, ainda não foi suficiente para resolver todas as problemáticas do ensino vinculadas à compreensão dos conceitos e procedimentos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca o pensamento algébrico como um tipo especial de pensamento para o aluno, pois desenvolve situações essenciais, como na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas. Além disso, ressalta a importância da Álgebra para o desenvolvimento do pensamento computacional:

Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. (BRASIL, 2018, p. 226)

Desse modo, enxerga-se a importância de um bom desempenho na aprendizagem da Álgebra para o desenvolvimento matemático do aluno. Para Martins (2014), o estudo da Álgebra, mais especificamente das equações, reflete muitos desafios de compreensão na vivência dos alunos com esse conteúdo. Isso ocorre porque é um assunto matemático que envolve pensamento abstrato, principalmente em comparação com a Aritmética, que foi explorada anteriormente e envolve problemas com números conhecidos. Já a Álgebra

introduz uma nova simbologia e conceitos mais complexos. Diante desses fatos, torna-se importante a busca por meios que auxiliem no processo de aprendizagem da Álgebra.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998) destacam que a Geometria é um instrumento positivo para o ensino da Álgebra, pois é uma área que costuma despertar o interesse do aluno, levando-o a observar e identificar regularidades, o que auxilia na aprendizagem de números e medidas, proporcionando uma melhor compreensão das expressões algébricas. Somando a isso, os PCN mencionam que:

Interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem simbólica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece que o aluno construa a ideia de Álgebra como linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p. 117).

A Álgebra possui um espaço importante no ensino de matemática, pois, a partir dela, o aluno adquire uma ferramenta para a resolução de diversos problemas, além de aguçar o potencial de generalização. Os PCNs (BRASIL, 1998) mencionam o uso de elementos que contribuam para a compreensão do ensino da Álgebra, sendo citados, entre esses elementos, os recursos didáticos.

Segundo Lorenzato (2010), as palavras não são capazes de proporcionar um ensino por si só, mas têm a função de auxiliar. Ele relata que os objetos e imagens contribuem mais para o ensino do que as palavras, referindo-se aos materiais didáticos. O autor ainda acrescenta a importância de começar pelo concreto, algo que parte da intuição humana. Quem sabe ensinar, sabe o potencial de utilizar o concreto para a aprendizagem. Partindo da crença na natureza humana, Lorenzato (2010, p. 18) estabelece as seguintes reflexões:

O “ver com as mãos” é mais popular do que geralmente se supõe: você já viu alguém numa loja escolher uma roupa sem passar as mãos nelas? E a criança em loja de brinquedos consegue apenas olhá-los? Como comprar um veículo sem passar a mão nele? Por que inúmeras lojas que vendem cristais expõem avisos dizendo “não toque”? Quantas vezes ouvimos de crianças a expressão “dexovê”, a qual já vem acompanhado do movimento da mãozinha para pegar o objeto a ser visto? As pessoas precisam “pegar para ver”, como dizem as crianças. (LORENZATO, 2010, p. 18).

A abstração é uma ferramenta que vai muito além da Aritmética, com grande potencial para o aluno, capacitando-o a resolver muitos problemas matemáticos.

Lorenzato (2006) afirma que é preciso partir do concreto para se chegar à abstração e, assim, construir a formação de conceitos.

No âmbito educacional, os Materiais Didáticos (MD) são instrumentos utilizados para proporcionar a aprendizagem, incluindo cadernos, canetas, giz, jogos, calculadoras, cartazes etc. Lorenzato (2006) cita especialmente o material didático concreto, que possui duas vertentes: uma mais abrangente, que insere as imagens gráficas, e outra com a potencialidade do manipulável. Mais à frente, ele contempla o uso do MD manipulável, afirmando que “existem, ainda, aqueles dinâmicos, que, permitindo transformações por continuidade, facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 19).

Os MDs podem ser usados de diversas maneiras, realizando várias funções. Antes de utilizar um MD, o professor deve se questionar sobre seu uso. Lorenzato (2006) afirma que, para escolher o material mais benéfico para uma determinada aula, deve-se refletir sobre a função que se deseja desempenhar. O momento de escolha do MD é de fundamental importância para selecionar um material que realmente contribua para o determinado assunto, possibilitando ao professor atingir seu objetivo e proporcionar uma aprendizagem significativa aos alunos.

O uso dos MDs no ensino de matemática vem sendo analisado ao longo dos anos por pesquisadores, visando evidenciar se esses materiais contribuem para a aprendizagem da matemática. Estudando como um material manipulável pode influenciar no ensino fundamental, no que tange à compreensão das expressões algébricas e à capacidade dos alunos em visualizar e interpretar as simbologias existentes na Álgebra, Santos (2018) desenvolveu sua pesquisa de cunho qualitativo e interpretativo em uma turma da 1ª série do Ensino Médio. Ela coletou seus dados através de um questionário respondido pelos alunos sobre suas dificuldades e analisando o efeito do uso do material manipulável por meio de questões abertas.

Ao perceber as dificuldades encontradas no estudo deste conteúdo, a autora comenta que grande parte das defasagens no ensino se deve à falta de reflexão. Os alunos não conseguem compreender os procedimentos algébricos, gerando conflitos entre eles e o ensino de matemática. A partir disso, o material manipulável selecionado por Santos (2018) foi o Algeplan, que relaciona dois campos de ensino da matemática, Álgebra e Geometria, facilitando a compreensão das expressões algébricas.

Dessa forma, fica evidenciado pelos autores supracitados os benefícios do uso de materiais didáticos para o ensino de matemática. Fiorentini e Miorim (1990) destacam a

importância de permitir ao aluno o direito de desfrutar de um bom ensino, e os materiais didáticos, quando utilizados corretamente, proporcionam um ensino de qualidade, refletindo em uma aprendizagem significativa.

O Algeplan na sala de aula de Matemática

No primeiro momento, foi apresentado de forma oral aos alunos o propósito desta pesquisa em sala de aula, evidenciando a importância da participação efetiva no desenvolvimento das atividades, que é o instrumento de coleta de dados. Os alunos desenvolveram as questões da atividade de forma espontânea, sem a mediação do professor. A primeira parte é composta pelas três primeiras questões, e esse momento é definido como a identificação dos conhecimentos já adquiridos nas séries anteriores sobre as equações do 2º grau.

O primeiro momento da atividade de pesquisa foi uma investigação com o objetivo de analisar se os alunos conhecem a estrutura de uma equação do 2º grau. Nosso estudo tem foco especificamente nesse tipo de equação, portanto, é necessário que todos os alunos tenham esse conhecimento, como assim afirmaram. Caso houvesse algum aluno sem esse conhecimento, seria necessário apresentar o conteúdo de forma breve para que todos os alunos pudessem participar.

Desse modo, a presente proposta reúne oito equações, entre elas, equações do primeiro ao quarto. O momento de análise dos questionários não foi feito em sala de aula, já que o objetivo da atividade era resgatar os conhecimentos prévios. Foi solicitado que os alunos identificassem e marcassem apenas as equações do 2º grau. Dentre os 18 alunos presentes em sala, um aluno não marcou nenhuma equação. Dos 17 alunos que responderam à primeira questão, apenas um aluno errou, demonstrando confusão ao reconhecer uma equação do 2º grau, pois marcou também equações de grau três, conforme mostra na figura 1:

Figura 1 – Resposta do A1

1) Identifique e circule apenas as Equações do 2º Grau:

$x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 = 0$, $2x^2 + 5x + 3 = 0$
 $-x^2 - 3x - 2 = 0$, $10x - 2 = 0$, $x^3 + 2x^2 + 5x - 2 = 0$, $3x^3 + x^2 + 2x - 1 = 0$
 $3x - 5 = 0$, $x^2 - 2x + 1 = 0$

Fonte: Dados da pesquisa.

A segunda questão era subjetiva, apresentando apenas uma equação do 2º grau para ser resolvida pelos alunos, com o objetivo de identificar os métodos de resolução conhecidos por eles. Como imaginávamos, o método utilizado foi a fórmula de Bhaskara. Dos 17 alunos que responderam a essa questão, todos utilizaram esse recurso e relataram não conhecer outra forma de resolver.

Inicialmente, os alunos tiveram dificuldade para resolver a questão, pois não lembravam exatamente como era a fórmula de Bhaskara, o que indica que, durante o processo de aprendizagem das equações do 2º grau, provavelmente tiveram contato com esse conteúdo de forma mecanizada, apenas memorizando a fórmula. Portanto, após todos os alunos relatarem que conheciam apenas o método de Bhaskara para resolução de equações do 2º grau, a fórmula foi escrita no quadro para que pudéssemos continuar o desenvolvimento da questão.

Diante das respostas, observamos que o aluno A1 não respondeu à primeira questão também não apresentou resposta para esta segunda. No entanto, como ele afirmou conhecer as equações do 2º grau no início da pesquisa, podemos justificar a falta de desenvolvimento das questões pelo desinteresse durante a aula, um comportamento recorrente durante as aulas de matemática. Além disso, 15 alunos resolveram a questão corretamente, e dois alunos cometeram erros. Um aluno apresentou um erro na relação de sinal, mas, mesmo com valores incorretos, desenvolveu o raciocínio correto e encontrou as duas raízes. Já o erro do aluno A2 chamou atenção, pois, além de não ter realizado a primeira parte da atividade com êxito, nesta questão ele não conseguiu desenvolver o que foi pedido, resolvendo apenas o delta, como mostra a figura 2:

Figura 2 – Resposta do A2

2) Com seus conhecimentos prévios, resolva a equação:

- $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Podem existir vários motivos para os alunos cometerem erros como o do aluno A2, e é necessária uma análise para identificar a real causa disso. Sabemos que grande parte dos erros como esse pode ser atribuída ao desinteresse pela matemática, falta de conhecimento ou, por vezes, à falta de raciocínio lógico, onde o aluno não sabe o que é a resolução de uma equação porque não vê significado nesse conteúdo.

Após resolverem a equação do 2º grau, os alunos enfrentaram a questão 3, que conta com subquestões de a) a e). Nesse primeiro momento, os alunos desenvolveram apenas os monômios. Fazendo um comparativo com as outras questões relatadas acima, percebe-se uma maior dificuldade dos alunos em operar termos algébricos, pois demonstraram uma considerável falta de compreensão em suas resoluções. Dos 18 alunos, cinco não concluíram a questão com êxito, apresentando erros de sinais, enquanto outros confundiram multiplicação com soma. Veja a tabela abaixo, que exhibe as respostas dos cinco alunos que não responderam corretamente a essa questão:

Quadro 1 – Erros cometidos pelos alunos na 3º questão

| 3) Resolva os monômios | | | | | |
|------------------------|--------|---------|---------|---------|--------|
| | A1 | A5 | A8 | A9 | A10 |
| a) $x + x$ | x^2 | x | $2x$ | $2x$ | x^2 |
| b) $2x + 3x$ | $5x^2$ | $5x^2$ | $5x$ | $5x$ | $5x^2$ |
| c) $x \cdot x$ | x^2 | x^2 | x^2 | x^2 | x^2 |
| d) $2x \cdot x$ | $2x^2$ | $2x^2$ | $3x^2$ | $2x$ | $2x^2$ |
| e) $-2x \cdot 2x$ | $4x$ | $-4x^2$ | $-4x^2$ | $-4x^2$ | $4x$ |

Fonte: Dados da pesquisa.

Como observado no quadro 1, na questão a), o aluno A1, em vez de somar as incógnitas que resultariam em $2x$, operou com a multiplicação, resultando em x^2 , e repetiu o mesmo raciocínio na questão b), somando os números dos monômios e multiplicando as incógnitas. Isso demonstra uma dificuldade em um conteúdo básico, que são as operações, além de uma confusão em operar com expressões algébricas.

Em seguida, analisando a atividade do aluno A5, na questão A, ele inicialmente fez uma multiplicação dos termos algébricos, mas depois apagou o expoente, deixando visível a sua primeira resposta. Mesmo assim, o resultado ainda estava errado, pois a resposta correta seria $2x$. A questão b) também está incorreta, pois o aluno somou os

coeficientes e multiplicou as incógnitas, quando deveria apenas somar os termos algébricos.

O aluno A8, representado na quarta coluna da tabela, mostrou um bom desenvolvimento na resolução das primeiras expressões, mas cometeu um pequeno erro na questão d), somando os coeficientes e, apesar de ter realizado a multiplicação das incógnitas corretamente, respondendo $3x^2$ quando deveria ser $2x^2$.

Observando a quinta coluna da tabela, podemos perceber que o aluno A9 só errou a questão d), onde temos $2x \cdot x$, cujo resultado correto seria $2x^2$, mas o aluno colocou o resultado como $2x$. Ao analisar suas respostas, é possível perceber que ele se mostrou confuso, inicialmente respondendo corretamente como $2x^2$ e depois apagando o expoente, mostrando dificuldade no pensamento algébrico.

Por fim, o aluno A10 foi quem demonstrou mais erros na questão, apresentando erros em operações básicas, evidenciando sua dificuldade em resolver expressões algébricas. Como observado, os alunos apresentam erros em conteúdos básicos como soma e multiplicação, especialmente em operações entre termos algébricos. Muitas vezes, esses erros derivam da falta de interpretação de um termo algébrico, não enxergando as incógnitas como representações de valores desconhecidos. Isso resulta de um ensino e aprendizagem sem interpretação do conteúdo algébrico. Sabemos que este não é um assunto matemático trivial para os alunos e, nesse contexto, torna-se importante o uso de recursos que auxiliem na visualização algébrica.

Com isso, finalizamos o primeiro dia da pesquisa com essa parte inicial da atividade realizada. Nesse primeiro momento, nosso objetivo era analisar os conhecimentos dos alunos sobre as equações do 2º grau. Podemos perceber que todos os alunos já tinham tido contato com as equações do 2º grau e que o único método de resolução conhecido por eles é a fórmula de Bhaskara. No entanto, um ensino mecanizado muitas vezes leva ao esquecimento do conteúdo, como os alunos demonstraram durante a pesquisa.

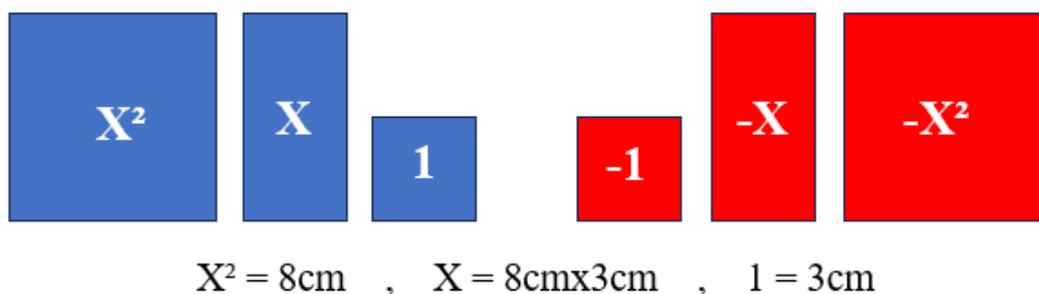
Além disso, os erros encontrados nas questões desenvolvidas têm, como um dos possíveis fatores, a má interpretação das expressões algébricas, gerando desinteresse por parte dos alunos. Finalizamos a primeira aula concluindo essa análise dos conhecimentos já existentes e informando oralmente aos alunos que, no próximo momento do estudo, seria apresentada uma nova forma de resolver uma equação do 2º grau, utilizando um material didático manipulável.

No segundo dia de encontro, participaram apenas 14 alunos, pois quatro estudantes não frequentaram a escola neste dia. Utilizamos uma hora e 40 minutos para a finalização da atividade. Inicialmente, foi apresentado o Algeplan e suas características.

O Algeplan é um jogo composto por 26 peças com formatos geométricos. Suas peças possuem faces de cores distintas, com uma face azul representando os termos positivos e a outra face vermelha representando os termos negativos.

Além disso, a nomenclatura das peças advém do cálculo da área de cada figura geométrica. O jogo possui três tipos de figuras: 6 unidades do quadrado de área x^2 , 10 unidades do retângulo de área x , e 10 unidades do quadrado de área 1. A seguir, a figura 3 apresenta uma imagem ilustrativa do Algeplan:

Figura 3 – Peças do Algeplan

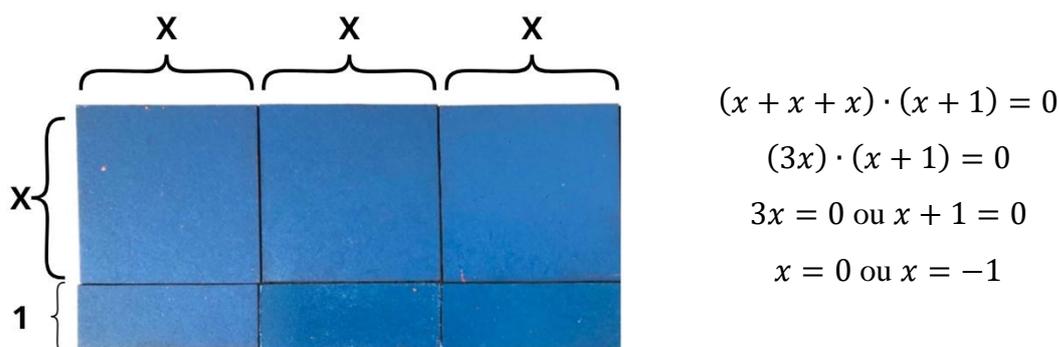


Fonte: Dados da pesquisa.

Uma parte muito interessante desse material é a relação que ele proporciona entre dois campos de estudos da Matemática: a Álgebra em contato direto com a Geometria. Por exemplo, quando os alunos falam em x^2 ou alguma outra letra do Algeplan, eles não estarão se referindo apenas à abstração das letras, mas também estarão utilizando as representações geométricas. Inclusive, os PCN (BRASIL, 1998) relatam a importância de propor situações desse tipo aos alunos, pois eles passam a enxergar uma maneira de expressar regularidades, saindo do mecanismo das expressões algébricas. Dessa forma, essa passa a ser a motivação principal do uso do Algeplan nesse estudo.

Antes de seguir para a quarta questão, foi feito um exemplo desenvolvido na lousa, utilizando o material. Este momento ilustra como se dá a resolução com o uso do Algeplan, com vista à representação geométrica e algébrica da equação do 2º grau. Inicialmente, a equação encontra-se na sua forma fatorada, e desenvolve-se até chegar às suas raízes, conforme a Figura 4:

Figura 4 – Representação algébrica e geométrica de uma equação do 2º grau



Fonte: dados da pesquisa.

Assim, a partir das relações existentes entre a expressão algébrica e as representações geométricas, é possível resolver a questão encontrando suas raízes de forma bem mais significativa do que uma resolução com o uso mecanizado de uma fórmula pronta.

Prosseguindo para a resolução da quarta questão, os alunos utilizaram o material para resolver a equação $3x^2 + 5x - 2 = 0$ usando as peças do Algeplan com o intuito de formar um quadrado ou um retângulo que correspondesse a equação. Os alunos apresentaram como resposta o que consta na Figura 5.

Figura 5 – Tentativa de representar a equação $3x^2 + 5x - 2$ no Algeplan



Fonte: Dados da pesquisa.

Algebricamente os alunos apresentaram $(3x + 2) \cdot (x - 1) = 0$ como forma fatorada da equação em estudo a partir da representação da Figura 5, não se atentando a correspondência entre os lados paralelos do retângulo construído com as peças do Algeplan. Seguindo seu raciocínio os alunos deram continuidade com a resolução algébrica, como podemos observar a partir do destaque da resposta dos alunos A6 e A7.

Figura 6 – Respostas de A6 e A7 respectivamente

4) Com o uso do recurso didático Algeplan, resolva a equação $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

$$(3x+2) \cdot (x-1) = 0$$

$$3x+2=0 \quad 3 \cdot \frac{-2}{3} + 2 = 0$$

$$3x = -2 \quad \frac{-6}{3} + 2 = 0 \quad -2 + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

$$x-1=0$$

$$1-1=0$$

$$x = 1$$

4) Com o uso do recurso didático Algeplan, resolva a equação $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

$$(3x+2) \cdot (x-1) = 0$$

$$3x+2=0 \quad 3 \cdot \frac{2}{3} + 2 = 0$$

$$3x = -2 \quad \frac{-6}{3} + 2 = 0 \quad -2 + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

$$x-1=0$$

$$1-1=0$$

$$x = 1$$

Fonte: Dados da pesquisa.

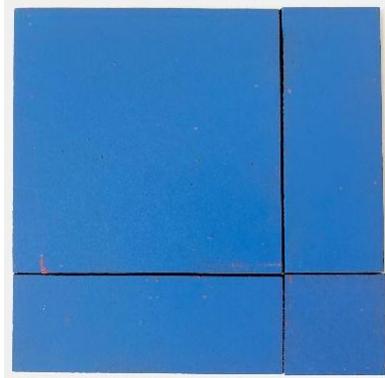
Este momento foi oportuno para que discutíssemos as limitações do Algeplan quanto à representação das equações do 2º grau, ao mesmo tempo em que percebemos, por parte dos alunos, uma tentativa de continuar com a resolução, mesmo achando que poderia não estar correta, por acreditarem que, se o professor pediu para fazer, é porque existe uma solução.

Além de destacar as limitações do Algeplan, esse fato enfatiza o papel crucial do professor como mediador do conhecimento, especialmente quando o recurso didático falha. Também revela a disposição dos alunos em continuar a resolução de problemas, mesmo quando inseguros, confiando na orientação do professor, mas evidenciando uma possível dependência de validação externa. Essa situação oferece uma oportunidade para promover discussões e reflexões críticas sobre o uso de recursos didáticos na educação matemática e a importância de incentivar a autonomia dos alunos e uma compreensão profunda dos conceitos, além de valorizar o processo de aprendizagem tanto quanto as respostas.

A penúltima questão propõe um caminho inverso ao da atividade anterior. Nela, é pedido aos alunos se organizem em cinco grupos e montem um quadrado ou retângulo, utilizando no mínimo uma peça de cada tipo do material $(X^2, X, 1)$. Ao formar o retângulo escolhido por eles, calculando a parte superior e a lateral direita, encontra-se a forma fatorada. A partir disso, desenvolvendo a multiplicação das equações dentro dos

parênteses, encontra-se a equação do 2º grau correspondente ao retângulo formado. Vejamos as Figuras 7, 8, 9, 10 e 11, que são as figuras formadas pelos cinco grupos:

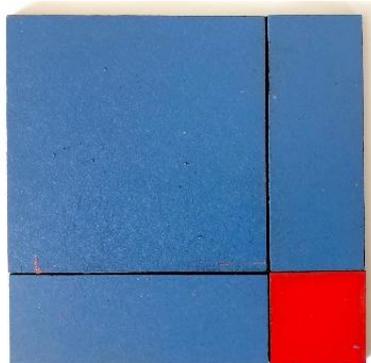
Figura 7 – Figura criada pelo Grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa.

O Grupo 1 formou sua figura desenvolvendo um quadrado usando 4 peças do Algeplan, (Figura 7), onde a parte superior do quadrado é representada por $(x + 1)$ e a lateral também por $(x + 1)$. Com isso, eles obtiveram a forma fatorada da equação $(x + 1) \cdot (x + 1) = 0$, chegando assim à equação $x^2 + 2x + 1 = 0$, que corresponde à figura criada. Esse processo é fundamental para o pensamento algébrico dos alunos, pois, através da criatividade conseguem associar uma figura geométrica a uma equação do 2º grau, desenvolvendo um significativo pensamento algébrico.

Figura 8 – Figura criada pelo Grupo 2

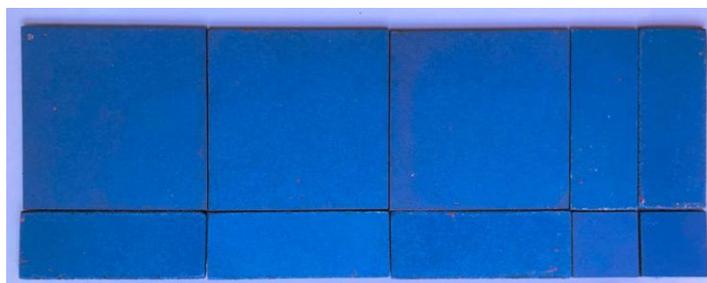


Fonte: Dados da pesquisa.

O segundo grupo criou uma figura semelhante à do Grupo 1 (Figura 8), mas optaram por usar peças que representam termos negativos, apresentando $(x + 1) \cdot (x -$

1) como forma fatorada da equação, resultando em $x^2 + 2x - 1 = 0$. Diante dessa resposta, percebemos a incompreensão das limitações na representação geométrica usando o Algeplan e erros algébricos entre a forma fatorada e completa da equação do 2º grau.

Figura 9 – Figura criada pelo Grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa.

O retângulo formado pelo Grupo 3 (Figura 9), foi feito usando todas as peças positivas, como forma de solucionar a limitação da Figura 5. O grupo seguiu o mesmo processo de resolução dos grupos anteriores. Ao calcular a parte superior do retângulo, encontraram $(3x + 2)$, e ao calcular a lateral direita, encontraram $(x + 1)$. Portanto, chegaram à forma fatorada $(3x + 2) \cdot (x + 1) = 0$, e assim encontraram algebricamente suas raízes e a equação do 2º grau completa $3x^2 + 5x + 2 = 0$ e suas raízes.

Figura 10 – Figura criada pelo Grupo 4

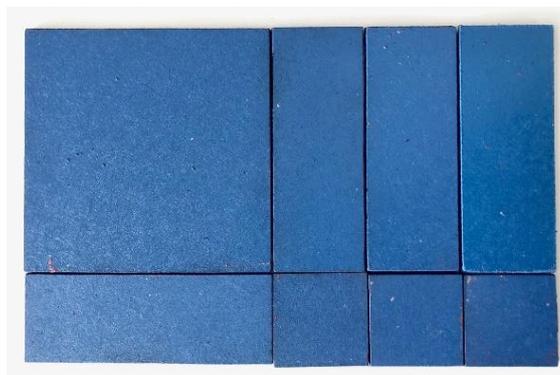


Fonte: Dados da pesquisa.

O Grupo 4 criou um retângulo exposto na figura 10. Eles seguiram o mesmo processo dos demais grupos, encontrando a expressão algébrica da parte superior como $(2x + 1)$ e a lateral direita como $(x + 1)$. Desse modo, chegaram à forma fatorada $(2x + 1) \cdot (x + 1) = 0$ e, ao realizar os cálculos, encontraram as raízes e a equação

correspondente ao retângulo criado, $2x^2 + 3x + 1 = 0$. Um fator importante a ser mencionado é o desenvolvimento desse processo na questão, onde os alunos, a partir de um material com representações geométricas, desenvolvem vários conteúdos matemáticos, como operações com monômios, multiplicação e soma de termos algébricos, distributividade, fatoração, e equações de 1º e 2º grau.

Figura 11 – Figura criada pelo Grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

O Grupo 5 utilizou oito peças do Algeplan para formar um retângulo cuja parte superior é representada pela expressão $(x + 3)$ e a lateral direita é $(x + 1)$, resultando na forma fatorada da equação $(x + 3) \cdot (x + 1) = 0$, correspondendo à equação $x^2 + 4x + 3 = 0$. Dessa forma, os alunos partiram do pensamento geométrico para formar figuras geométricas usando as peças do Algeplan, encontrando as equações do 2º grau correspondentes a cada figura. Esse é um dos potenciais importantes desse material didático, que estabelece uma relação entre a Álgebra e a Geometria em seu uso, utilizando visualização e manipulação das representações geométricas para relacionar características às expressões algébricas. Além disso, é relevante mencionar que os alunos resolveram essa questão em grupos utilizando o material didático.

A última questão é de cunho subjetivo, considerando que os alunos já haviam resolvido questões sem o suporte do recurso didático e, posteriormente, utilizando o material. A questão solicitava a seguinte pergunta: "Você acha importante o uso do Algeplan para o ensino das Equações do 2º Grau? Por quê?" Todos os alunos afirmaram achar importante o uso desse material didático para o ensino das equações do 2º grau. Seguem abaixo as respostas relatadas pelos alunos neste momento da atividade de pesquisa:

A1: “Sim, pois com o uso do Algeplan o aprendizado fica mais leve e interpretativo.”

A2: “Sim, porque eu gostei muito de participar.”

A3: “Sim, porque é divertido.”

A4: “Sim, pois é uma forma mais fácil e rápida de se resolver a equação do 2º grau.”

A5: “Acho sim! Porque ajuda-nos a interagir mais com a aula e se divertir.”

A6: “Sim. Porque é novo e mais divertido, pois usa formas.”

A7: “Sim, porque usa as peças e são diferentes.”

A8: “Sim.”

A9: “Sim, porque é mais divertido.”

A10: “Sim. Muito legal e divertido.”

A11: “Sim, é muito mais divertido, eu gostei mais!”

A12: “Sim, por facilitar a resolução das equações.”

A13: “Sim, porque foi mais fácil resolver o método.”

O aluno A1 chamou nossa atenção durante a atividade de pesquisa. No primeiro dia, onde foram desenvolvidas as três primeiras questões, o aluno cometeu erros e demonstrou desmotivação. No segundo dia de pesquisa, notamos uma considerável motivação desse aluno ao usar o Algeplan, respondendo corretamente às duas últimas questões. Sua resposta na última questão destacou-se positivamente ao uso do Algeplan. Isso reflete uma nova perspectiva desses alunos em relação às equações do 2º grau. Portanto, o Algeplan ao ser usado pelos alunos, promove dinamicidade enquanto desenvolve o conteúdo, tornando a aprendizagem mais leve, significativa, o que impulsiona o uso desse material no ensino e aprendizagem das equações do 2º grau, apesar de suas limitações.

Considerações finais

Concluimos este trabalho fazendo um retomado dos objetivos desta pesquisa e deslocando o olhar para os resultados obtidos a partir da atividade aplicada, para assim podermos analisar as potencialidades e limitações do Algeplan como recurso didático para a aprendizagem das equações do 2º grau.

É importante destacar a relevância deste estudo, pois, considerando as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao passar da Aritmética para Álgebra, é necessário encontrar abordagens metodológicas que possam facilitar essa transição no ensino e na

aprendizagem, fazendo com que os alunos compreendam de fato o poder da generalização contida na Álgebra para a resolução de diversos problemas e como a Geometria é capaz de contribuir com esse processo.

De modo geral, ao compararmos as experiências apresentadas na atividade, em que os alunos partiram de seus conhecimentos prévios sobre equações do 2º grau, com erros e memorização de fórmulas, e as experiências vivenciadas com o Algeplan, destaca-se o bom desenvolvimento e participação dos alunos nas questões propostas. Eles progrediram passo a passo na atividade, fazendo descobertas e alcançando resultados significativos, evidenciando a eficácia e positividade dessa abordagem com o recurso didático para superar as dificuldades identificadas nas questões iniciais da atividade.

Sabemos das limitações de alguns MDs, entre eles o Algeplan.. Mesmo diante dessa realidade, o mesmo foi capaz de proporcionar uma nova forma de resolver algumas equações do 2º grau, dando significado ao seu estudo a partir da representação geométrica. Além disso, suas limitações podem servir como ponto de partida para novas investigações e ampliação do potencial desse MD.

O Algeplan demonstra possuir ricas potencialidades, como a interpretação geométrica dos termos algébricos, o apelo visual para as expressões algébricas e a ludicidade envolvida, promovendo estímulo e dinamismo na sala de aula.

Assim, espera-se que esta pesquisa e a atividade apresentada sirvam como inspiração para os professores de matemática, incentivando-os a refletir sobre suas práticas de ensino e a buscar o uso de materiais didáticos como alternativas para um ensino e aprendizagem mais dinâmicos e significativos, algo que fica limitado apenas com o uso da lousa e o pincel. Além disso, seria pertinente para estudos futuros um olhar atento para possíveis melhorias no material didático Algeplan, como uma expansão das peças, o que poderia enriquecer ainda mais os benefícios para o ensino e a aprendizagem da Álgebra.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, Dario.; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LORENZATO, Sérgio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

MARTINS, Helena Sofia Sousa Garcez. **Dificuldades na Resolução de equações de 2.º grau dos alunos do 8.º ano**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa Instituto de Educação, 2014.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1(7), 1992.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

SANTOS, Maria Gisabelle Bezerra dos. **O uso do algeplan como recurso didático na aprendizagem da Álgebra do Ensino Fundamental: potencialidades e fragilidades**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

Recebido em: 01 / 07 / 2024

Aprovado em: 06 / 09 / 2024