



A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO VIA *PROMPTUARIO* DE JOHN NAPIER

RESOLUTION OF PROBLEMS IN THE MULTIPLICATIVE CONCEPTUAL FIELD WITH JOHN NAPIER'S PROMPTUARY

Pedro Henrique Sales Ribeiro¹; Ednaldo Nunes da Silva²;
Adriana Nogueira de Oliveira³

RESUMO

As pesquisas em Educação Matemática destacam, em consonância com o que está previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a necessidade de diferentes estratégias de ensino que possibilitem a aprendizagem. Nesse contexto, compreende-se a História da Matemática como uma provedora de recursos possivelmente didáticos que podem configurar-se como tais estratégias. Dentre esses recursos, destaca-se, neste artigo, um instrumento matemático intitulado como *Promptuario*, desenvolvido pelo estudioso escocês das matemáticas John Napier (1550 – 1617) e direcionado para a realização de multiplicações. Desse modo, valendo-se desse instrumento e da Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud, em especial acerca dos estudos em torno do Campo Conceitual Multiplicativo, tem-se como objetivo discutir a resolução de situações-problemas do campo multiplicativo, envolvidas na relação quaternária, por meio do instrumento histórico *Promptuario*, de John Napier. Para tanto, adota-se uma abordagem qualitativa e de procedimentos técnicos da pesquisa bibliográfica e documental. Com isso, foi possível apresentar um panorama do ensino de multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como uma síntese da Teoria dos Campos Conceituais e das classificações dos problemas envolvidos no Campo Conceitual Multiplicativo. Além disso, destacou-se acerca do instrumento *Promptuario* e sua utilização, bem como apontou-se possibilidades para a resolução de problemas multiplicativos, contextualizados historicamente, sendo um acerca do comércio de tecidos e outro sobre a conversão de moedas. Portanto, percebeu-se que a utilização desse recurso pode contribuir para a ressignificação de nuances do algoritmo multiplicativo, como os valores posicionais dos algarismos que compõem o multiplicando e o multiplicador, e o *salto* dado ao iniciar a multiplicação com o próximo dígito do multiplicador. Em suma, faz-se a defesa das

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestrando em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Av. Dr. Silas Munguba, 1700, Campus do Itaperi, Serrinha, Fortaleza – CE. CEP: 60740 – 903. E-mail: henrique.ribeiro@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9270-5339>.

² Licenciado em Pedagogia pela Universidade Vale do Acaraú (UVA). Mestrando em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Professor na Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza (SME-Fortaleza), Fortaleza, Ceará, Brasil. Av. Dr. Silas Munguba, 1700, Campus do Itaperi, Serrinha, Fortaleza – CE. CEP: 60740 – 903. E-mail: ednaldo.nunes@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-2470-4611>.

³ Licenciada em Pedagogia e Mestra em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Av. Dr. Silas Munguba, 1700, Campus do Itaperi, Serrinha, Fortaleza – CE. CEP: 60740 – 903. E-mail: nogueira.oliveira@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1542-2452>.

potencialidades didáticas do *Promptuario* em inserções na formação de professores que ensinam Matemática e em práticas pedagógicas em salas de aula da Educação Básica.

Palavras-chave: Operação de Multiplicação; Teoria dos Campos Conceituais; Instrumento Matemático; História da Matemática.

ABSTRACT

In line with the provisions of the National Common Core Curriculum (BNCC), research in Mathematics Education highlights the need for different teaching strategies that enable learning. In this context, the History of Mathematics is understood as a provider of possibly didactic resources that can be configured as such strategies. Among these resources, this article highlights a mathematical instrument called the *Promptuario*, developed by the Scottish math scholar John Napier (1550 - 1617) and aimed at performing multiplications. Thus, using this instrument and the Theory of Conceptual Fields proposed by Gérard Vergnaud, especially regarding studies on the Multiplicative Conceptual Field, the aim is to discuss the resolution of problem situations in the multiplicative field, involved in the quaternary relationship, using John Napier's historical instrument *Promptuario*. To this end, a qualitative approach was adopted, using the technical procedures of bibliographical and documentary research. As a result, it was possible to present an overview of the teaching of multiplication in the early years of elementary school, as well as a synthesis of the Conceptual Fields Theory and the classifications of the problems involved in the Multiplicative Conceptual Field. In addition, the *Promptuario* instrument and its use were highlighted, as well as possibilities for solving historically contextualized multiplicative problems, one about the cloth trade and the other about currency conversion. Therefore, it was noted that the use of this resource can contribute to re-signifying nuances of the multiplicative algorithm, such as the positional values of the digits that make up the multiplicand and multiplier, and the *leap* made when starting multiplication with the next digit of the multiplier. In short, we defend the didactic potential of *Promptuario* for use in the training of teachers who teach mathematics and in pedagogical practices in primary school classrooms.

Keywords: Multiplication Operation; Theory of Conceptual Field. Mathematical Instrument. History of Mathematics.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que o ensino de Matemática, na Educação Básica, deveria acontecer por meio de diferentes dinâmicas e estratégias que estabelecessem conexões entre a realidade do aluno e o conteúdo a ser ensinado, de modo que estes sujeitos pudessem se apropriar do conhecimento por meio de atividades práticas (Brasil, 2018).

Nesse contexto, uma problemática tem sido enfrentada referente à formação de professores que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois esses profissionais enfrentam dificuldades em aprender e ensinar Matemática e, portanto, têm encontrado uma realidade árdua para atender às novas demandas de ensino orientadas pela BNCC.

Diante disso, o debate em torno de práticas pedagógicas mais envolventes e sobre uma formação docente com ênfase na construção de uma base de conhecimentos para o ensino têm se tornado temáticas recorrentes em pesquisas no campo da Educação Matemática. Em meio a esses estudos, encontramos, por exemplo, Magina, Merlini e Santos (2016), Reges (2020), Santana (2010) e Pinheiro (2020), que se dedicaram a

apresentar a Teoria dos Campos Conceituais como um marco teórico que possibilita o ensino das operações aritméticas por meio de situações-problemas.

Considerando, pois, as potencialidades dessa teoria, neste artigo, aborda-se a articulação entre ela e o *Promptuario*, de John Napier, um instrumento matemático histórico, isto é, um recurso direcionado à realização de “[...] cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros” (Ribeiro e Pereira, 2023, p. 2). Dessa forma, pode-se destacar que as pesquisas citadas acerca da Teoria dos Campos Conceituais não apresentam descrições acerca das possibilidades existentes entre a resolução de situações-problemas por meio da manipulação de instrumentos matemáticos.

Nesse sentido, este estudo tem por objetivo discutir a resolução de situações-problemas do campo multiplicativo, envolvidas na relação quaternária, por meio do instrumento histórico *Promptuario*, de John Napier. Considera-se que o tratamento didático proporcionado pelo campo multiplicativo e abordado na formação de professores, com o recurso do instrumento histórico, pode favorecer a construção de conhecimentos matemáticos e novas possibilidades de ensino e aprendizagem.

Posto isso, este artigo é dividido em sete seções, sendo a primeira esta introdução, que apresenta a problemática e o objetivo geral. A segunda explora brevemente os aspectos metodológicos que guiaram esta pesquisa. Já a terceira trata do ensino de multiplicação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Na quarta seção, apresenta-se alguns conceitos acerca da Teoria dos Campos Conceituais e o campo multiplicativo. A quinta seção, por sua vez, explica acerca do instrumento matemático *Promptuario*, de John Napier, e, na sequência, a sexta seção aborda as possibilidades de resolução das situações-problemas do campo multiplicativo contextualizadas historicamente por meio do *Promptuario*, de John Napier. Por fim, a sétima e última seção traz considerações sobre os resultados encontrados no estudo.

Aspectos metodológicos

Neste artigo, adota-se uma abordagem qualitativa no escopo da Educação Matemática, entendendo que

o qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências [...] (Bicudo, 2019, p. 116).

Além disso, quanto aos procedimentos técnicos, há elementos tanto da pesquisa documental quanto da pesquisa bibliográfica, valendo-se da compreensão de que

a pesquisa documental é muito próxima da pesquisa bibliográfica. O elemento diferenciador está na natureza das fontes: a pesquisa bibliográfica remete para as contribuições de diferentes autores sobre o tema, atentando para as fontes secundárias, enquanto a pesquisa documental recorre a materiais que ainda não receberam tratamento analítico, ou seja, as fontes primárias. Essa é a principal diferença entre a pesquisa documental e pesquisa bibliográfica (Sá-Silva; Almeida; Guindani, 2009, p. 6).

Nesse sentido, o documento primário utilizado para compor a pesquisa documental foi o tratado *Rabdologiae*⁴, especialmente para o entendimento do instrumento *Promptuario*, abordado em seções posteriores. Quanto à pesquisa bibliográfica, valeu-se de produções científicas que tratam do ensino de multiplicação e da Teoria dos Campos Conceituais para a fundamentação teórica deste artigo.

O ensino de multiplicação no Anos Iniciais do Ensino Fundamental

A BNCC, documento de caráter normativo que rege e define as aprendizagens essenciais, aborda, no componente curricular da Matemática, a operação de multiplicação, a partir do 2º ano do Ensino Fundamental (EF). Essa operação é progressivamente desenvolvida, por meio das habilidades e dos objetos de conhecimento, estabelecendo relações entre as ideias, como adição de parcelas iguais, proporcionalidade, disposição retangular e combinação.

Em relação a cada unidade temática, a BNCC apresenta os conteúdos e os objetivos de aprendizagem a serem trabalhados com os alunos. Na unidade temática Números, espera-se que eles consigam “desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (Brasil, 2018, p. 266). No Quadro 1, apresentam-se os objetos de conhecimento e habilidades relacionados à multiplicação, do 2º ao 5º ano do EF, de acordo com a BNCC.

⁴ Nome abreviado do tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*.

Quadro 1 – Operação de multiplicação

UNIDADE TEMÁTICA	ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	2º	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação).	(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
		Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte.	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
Números	3º	Construção de fatos fundamentais da [...] multiplicação.	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos [...] da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.
		Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação [...]: adição de parcelas iguais, configuração retangular, [...].	(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentado sem disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.
Números	4º	Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10.	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
		Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais.	(EF04MA04) Utilizar as relações entre [...] multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo. (EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
		Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação [...]: adição de parcelas iguais, configuração retangular,	(EF04MA06) resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo

		proporcionalidade, [...].	por estimativas, cálculo mental e algoritmos.
		Problemas de contagem.	(EF04MA08) Resolver, com suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
Números	5º	Problemas: multiplicação [...] de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais.	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação [...] com números naturais [...], utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
		Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”	(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Segundo Kuhn e Pereira (2020), os objetos de conhecimento e habilidades a serem construídos pelos alunos vão aumentando de complexidade e progredindo a cada ano com situações propostas, envolvendo a multiplicação. Ao tratar do 2º ano, os autores mencionam que as situações previstas são do Campo Conceitual Multiplicativo envolvendo a multiplicação aditiva e a comparação entre razões, explorando-se os significados da multiplicação com adição de parcelas iguais e proporcionalidade. Ainda segundo Kuhn e Pereira (2020), as situações do Campo conceitual multiplicativo envolvendo a configuração retangular, no 3º ano, devem ser acrescentadas. E, no 4º ano, além das situações multiplicativas anteriores, explora-se o raciocínio combinatório.

Por fim, ao final das séries iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC orienta que os professores abordem as quatro situações multiplicativas do Campo Conceitual Multiplicativo e os quatro significados da multiplicação: adição de parcelas iguais, proporcionalidade, configuração retangular e análise combinatória.

Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2023), os professores pedagogos, em um modo geral, são instruídos em contextos, dando pouca ênfase em abordagens que beneficiem as atuais tendências existentes nos documentos curriculares e, em particular, a tendência da História da Matemática que orienta a proposta didática desse trabalho.

Além da formação dos professores, é relevante destacar também que, ao observamos os livros didáticos atuais, nota-se que eles apresentam tarefas com as diferentes ideias das estruturas multiplicativas, mas acabam finalizando de forma tradicional e procedimental o pensamento matemático (Cerqueira; Silva; Côco, 2019).

Nesse contexto, é necessário pensar a formação desses professores com um currículo que transcenda o ensino do algoritmo e cálculos mecanizados, fundamentada na teoria histórico-cultural para desenvolver uma concepção dos conceitos matemáticos, sobretudo da multiplicação, que os mesmos não se findam ao que utilizamos atualmente, mas que é o resultado de um longo período histórico e social, para entender esses conceitos como são colocados hoje em sua forma mais sistematizada (Cerqueira; Silva; Côco, 2019).

Dessa forma, há a possibilidade do exercício de uma Matemática de significado, na qual o aluno possa formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento. Estudantes e professores estarão envolvidos no controle desse processo que, então, tomaria uma forma mais democrática (Skovsmose, 2001).

Conceitos básicos da Teoria dos Campos Conceituais e o Campo Multiplicativo

A Matemática envolve diferentes conjuntos de relações, conceitos e noções que se interligam uns sobre os outros formando novos conhecimentos. Todavia, o ensino da Matemática não pode seguir a mesma ordem que o matemático a expõe no meio científico, uma vez que esse processo é diferente do modo como as crianças aprendem (Oliveira, 2022).

Sendo assim, a Teoria dos Campos Conceituais apresenta uma caracterização que interessa à didática do ensino de Matemática por se tratar de um marco teórico do campo da psicologia cognitiva que procura trabalhar as relações, conceitos e noções matemáticas de forma mais simples com as crianças. Segundo essa teoria, para a aprendizagem de um conceito é preciso considerar que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (Vergnaud, 1996, p. 156).

Dessa forma, o estudo sobre formação e funcionamento da Teoria dos Campos Conceituais, bem como sua relação com a didática e o ensino de Matemática, tem significado, na articulação entre conhecimento do conteúdo e aprendizagem, por meio de fundamentos teóricos que dão subsídio ao surgimento de vivências de ensino duradouras. De acordo com Vergnaud (1986, p. 76), “[...] as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam”. Em decorrência disso é que o conhecimento se forma de modo prático a partir de problemas a serem resolvidos.

A partir disso, essa teoria assume como proposta “compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo do conhecimento” (Vergnaud, 1996, p. 11). Essas afirmativas fundamentam que o conhecimento emerge mediante o domínio de situações, e autoriza a utilização, neste texto, do termo *situações-problemas*, ou seja, situações e problemas como sinônimos para tratar da estrutura dessa teoria. Assim, as situações podem ser entendidas como

classes de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação; e classes de situações para as quais o sujeito não dispõe, o que o obriga a reflexões, hesitações, tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao insucesso na resolução da tarefa. (Pinheiro, 2020, p. 51).

Em outras palavras, a Teoria dos Campos Conceituais mobiliza experiências que levam ao descobrimento de outras estratégias de resolução de problemas e à formação de conhecimentos que emergem desse movimento cognitivo, em que os sujeitos são colocados diante de situações diferentes das quais precisam buscar meios para sua resolução. Conforme esses princípios, um Campo Conceitual é reconhecido como

“[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição” (Vergnaud, 1982, p. 40, tradução nossa)⁵.

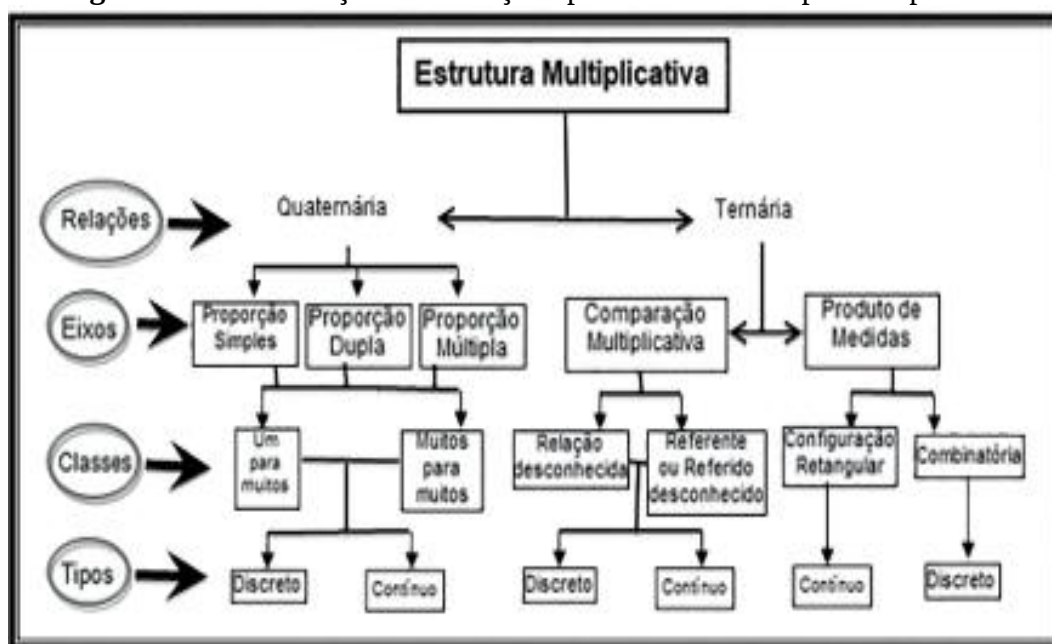
Considerando essa definição, compreende-se que não faz sentido estudar conceitos isoladamente e sim dentro de campos conceituais que envolvem uma variedade de situações que “possuem características e naturezas específicas, que abarcam níveis de

⁵ Em inglês, lê-se: “[...] an informal and heterogeneous set of problems, situations, concepts, relationships, structures, contents, and operations of thought, connected to one another and likely to be interwoven during the process of acquisition” (Vergnaud, 1982, p. 40).

difficultades próprios e distintos, seja quanto aos aspectos conceituais ou cognitivos” (Pinheiro, 2020, p. 55). Dessa maneira, não seria possível abordar todo o conjunto de situações envolvidas em diferentes campos matemáticos, e por isso, neste texto, o foco é discutir o campo multiplicativo formado por problemas que envolvem operações de multiplicação, divisões ou combinações entre ambas.

Para a aplicação dessas situações, Vergnaud propôs uma ordem de classificação possibilitando o estudo profundo de cada uma delas. A partir disso, outros pesquisadores propuseram classificações alternativas à proposta do autor, como Franchi (1995) e Nunes e Bryant (1997). Dentre essas propostas, encontramos também a de Magina, Merline e Santos (2016), usada como referência nesta pesquisa. Sob essa perspectiva, a Figura 1 apresenta a classificação feita por essas autoras.

Figura 1 – Classificação das situações-problemas do campo multiplicativo



Fonte: Magina, Merline e Santos (2016, p. 69).

Como se pode observar, as situações-problemas do campo multiplicativo têm uma classificação diversa, e isso significa que os conceitos de multiplicação e divisão envolvidos neles podem ser abordados de diferentes formas a partir do movimento seguido na aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, antes de demonstrar esse conjunto de situações é preciso registrar o marco conceitual desse campo que

“[...] nas situações envolvendo o raciocínio multiplicativo, o que está em jogo é uma relação fixa (invariante) entre duas quantidades. Logo, toda situação multiplicativa envolve duas quantidades (de naturezas iguais ou distintas) e uma relação constante entre elas” (Magina; Santos; Merlini, 2014, p. 519)

Dessa forma, os conhecimentos desenvolvem-se na dinâmica de continuidades e rupturas, envolvendo formações de complexidade relativa às classes de problemas e procedimentos enfrentados, considerando as representações simbólicas como reflexos da realidade e instrumento de sua simulação (Pinheiro, 2020).

Na sistematização elaborada por Magina, Merlini e Santos (2016), o campo multiplicativo é dividido por relações quaternárias e ternárias. As situações de relação quaternária são compostas pelos eixos de proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Já os problemas de relação ternária são divididos em dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. Sobre essas composições,

destaca-se que as grandezas envolvidas nas situações, se passíveis de contagem, são caracterizadas como do tipo discreto; quando passíveis de mensuração e de representação por valores decimais (quantidade em metros, quantidade em quilogramas, valor em dinheiro...), são consideradas do tipo contínuo (Pinheiro, 2020, p. 57).

Essa estrutura caracteriza as situações do campo multiplicativo que podem ser elaboradas envolvendo relações cotidianas dos alunos e aproximando-os do contexto prático que mobiliza o desenvolvimento da aprendizagem por meio da resolução de problemas. Nesse sentido, Vergnaud (2009) destaca que a relação quaternária é importante por apresentar uma estrutura que possibilita introduzir a multiplicação na escola.

Baseado nisso, este texto detém-se em trabalhar com as situações de relação quaternária, considerando que essas auxiliam no emergir de conhecimentos que são necessários para que os alunos desenvolvam outras aprendizagens matemáticas. Portanto, no Quadro 2 apresenta-se uma sistematização de problemas simples de relações quaternária.

Quadro 2 – Classificação e exemplos envolvendo problemas de relação quaternária

Classificação	Exemplos
Proporção simples um para muitos	Melina sabe que em um pacote há 8 biscoitos. Ela tem 6 pacotes. Quantos biscoitos Melina tem?
Proporção simples muitos para muitos	Para fazer 3 fantasias, são necessários 5m de tecido. Emely tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

Proporção múltipla	Dona Anália vende caixas com pacotes de doce. Em uma caixa há nove pacotes. Cada pacote contém 20 doces. Se vender cinco caixas, quantos doces o cliente levará?
Proporção dupla um para muitos	Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Interessa, portanto, oportunizar reflexões sobre práticas de ensino que envolvam essa proposta teórica do campo multiplicativo. Por se tratar de um estudo inicial, não foram levadas em consideração todas as situações-problema que podem ser estruturadas a partir da classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016).

No entanto, a partir dessas considerações, é possível apresentar possibilidades de resolução de dois tipos de problemas, notadamente, os de proporção simples um para muitos e de proporção múltipla, por meio do manuseio do *Promptuario*, de John Napier, mostrando que o campo multiplicativo é um aporte teórico e didático que pode ser inserido tanto na formação de professores, para que esses possam ressignificar suas práticas de ensino de Matemática, quanto na Educação Básica, no ensino de multiplicação.

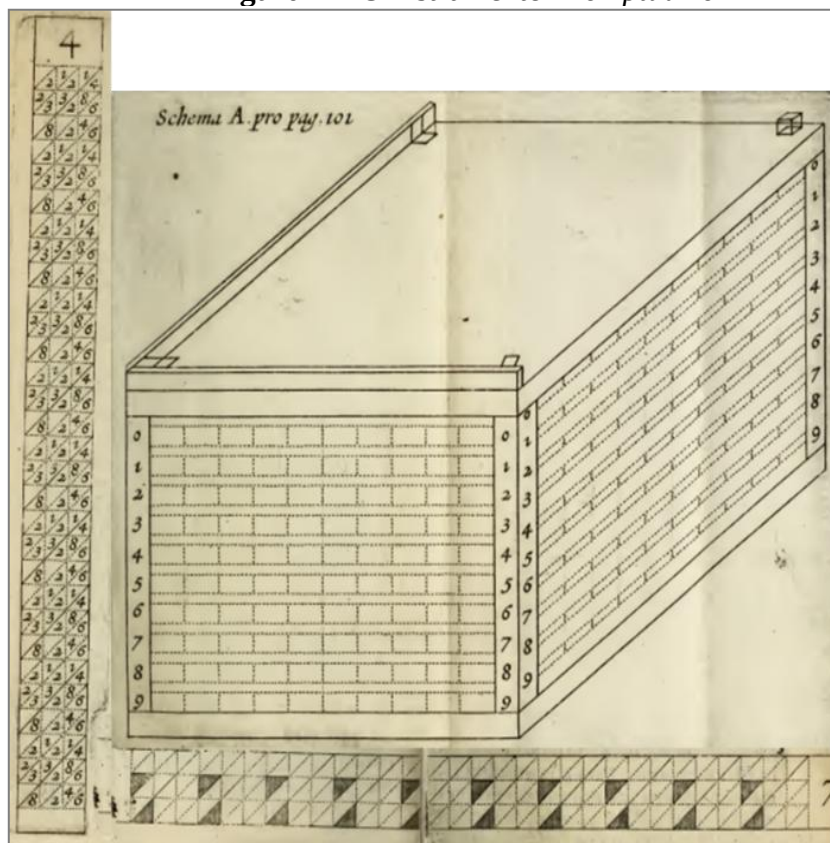
Algumas considerações sobre o *Promptuario* de John Napier

Desenvolvido pelo estudioso escocês das matemáticas, John Napier, e descrito no tratado *Rabdologiae* (Napier, 1617), o *Promptuario* (Figura 2) é um dos três⁶ instrumentos matemáticos históricos idealizados pelo autor. Esse instrumento é utilizado para a realização da operação de multiplicação com números naturais, sendo manipulado a partir de dois conjuntos de varetas, verticais e horizontais, que contêm, respectivamente, os dez primeiros múltiplos naturais dos dez algarismos e perfurações em locais determinados⁷.

⁶ Os outros dois são as Barras de Calcular – vide Martins (2019) – e o Tabuleiro de Xadrez performado com a Aritmética de localização – vide Almeida (2022), Almeida e Pereira (2020; 2024)

⁷ Para uma maior compreensão acerca da construção e graduação do *Promptuario*, vide Ribeiro, Cavalcante e Pereira (2020) e Ribeiro e Pereira (2021).

Figura 2 – O instrumento *Promptuario*



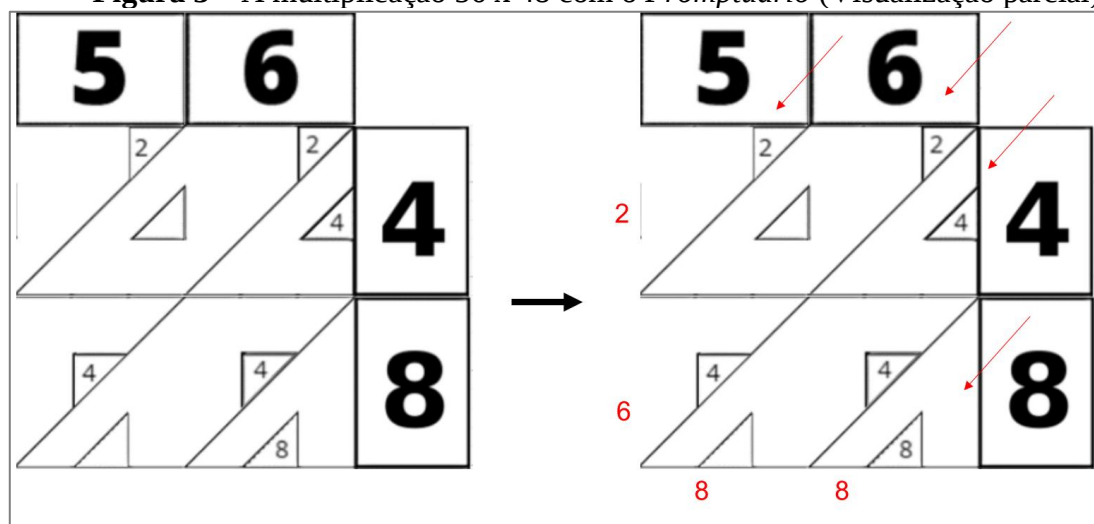
Fonte: Adaptado de Napier (1617, p. 94, 95 e 101).

Na Figura 2, pode-se observar a presença de três elementos que formam o *Promptuario*: (i) A caixa utilizada para guardar as varetas e guiar a sua disposição de acordo com o tratado; (ii) Uma das varetas verticais, com o número 4 em sua margem maior na parte superior e (iii) Uma das varetas horizontais, com o número 7 em sua margem maior do lado direito. É importante destacar que, embora Napier (1617) leve em consideração a caixa para explicar a correta disposição das varetas no cálculo da multiplicação, é possível realizar essa operação sem o seu auxílio.

Desse modo, para efetuar as multiplicações⁸, necessita-se apenas dos conjuntos de varetas verticais e horizontais, que devem ser sobrepostas, com as horizontais acima das verticais. Esse procedimento bloqueará a maior parte dos números inscritos nas verticais, ficando visíveis, por meio das perfurações, apenas os produtos parciais necessários para a obtenção do produto desejado. A Figura 3 ilustra uma multiplicação realizada por meio do *Promptuario*.

⁸ Um estudo mais aprofundado acerca da operação de multiplicação com o *Promptuario* pode ser encontrado em Ribeiro (2023) e Ribeiro e Pereira (2023).

Figura 3 – A multiplicação 56×48 com o *Promptuario* (Visualização parcial)



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

No exemplo da Figura 3, percebe-se que, ao sobrepor as varetas horizontais 4 e 8 sobre as verticais 5 e 6, apenas 6 números continuaram visíveis. Esses números, então, foram somados conforme as diagonais presentes no instrumento, que funcionam como separadoras das ordens decimais. Assim, o produto encontrado foi 2.688.

Dessa forma, com base nesse instrumento, destacam-se na seção posterior dois problemas historicamente contextualizados de relação quaternária do campo multiplicativo, como forma de apontar possibilidades para a sua resolução valendo-se desse aparato.

Possibilidades de resolução de problemas via *Promptuario*, de John Napier

O primeiro problema destacado (Quadro 3) aborda o comércio de tecidos durante a transição da Idade Média para a Idade Moderna no contexto europeu, momento no qual cresceu a produção de tratados que abordavam a aritmética prática, especialmente aqueles direcionados a comerciantes (Swetz, 1987).

Quadro 3 – Problema de venda de tecidos

De acordo com Swetz (1987), a Aritmética de Treviso, tratado comercial do século XV, informa o preço de diversos tecidos, sendo um deles o algodão, que custava 36 ducados⁹ por quintal¹⁰. Sabendo disso, quanto ducados um nobre que desejasse comprar 9 quintais de algodão iria gastar?

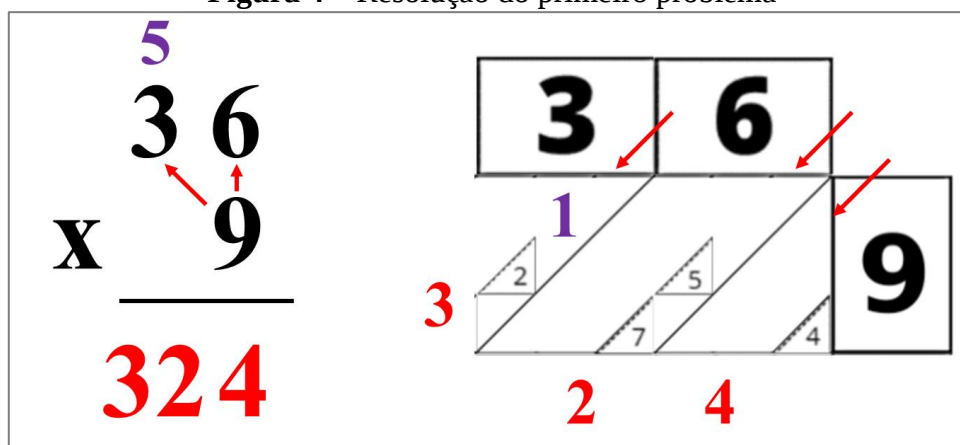
⁹ Moeda antiga, utilizada principalmente em transições internacionais no continente europeu durante a idade média.

¹⁰ Unidade de medida de massa que se refere a aproximadamente 50 Kg.

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Classificando esse problema com base na estrutura do campo conceitual multiplicativo, trata-se de um problema de relação quaternária, do eixo de proporção simples e da classe um para muitos. Para resolvê-lo, é necessário que seja realizada a multiplicação do valor de cada quintal de algodão, 36 ducados, pela quantidade de quintais que se deseja comprar, 9 ducados. A Figura 4 ilustra essa resolução por meio do algoritmo simplificado da multiplicação, com a utilização do *Promptuario*.

Figura 4 – Resolução do primeiro problema



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Nesse primeiro exemplo de problema, no qual a resolução é realizada apenas a partir de uma única multiplicação simples, percebe-se que o *Promptuario* pode ser utilizado tanto para confirmar o cálculo feito com o algoritmo simplificado quanto para compreender aspectos menos explícitos do algoritmo, como os valores posicionais dos dígitos do multiplicador e do multiplicando.

Um segundo tipo de problema que pode ser resolvido com a utilização desse aparato são os de proporção múltipla, da classe um para muitos, como o que está disposto no Quadro 4, abordando o problema de conversão de moedas, também muito difundidos em tratados de aritmética prática do início da idade moderna.

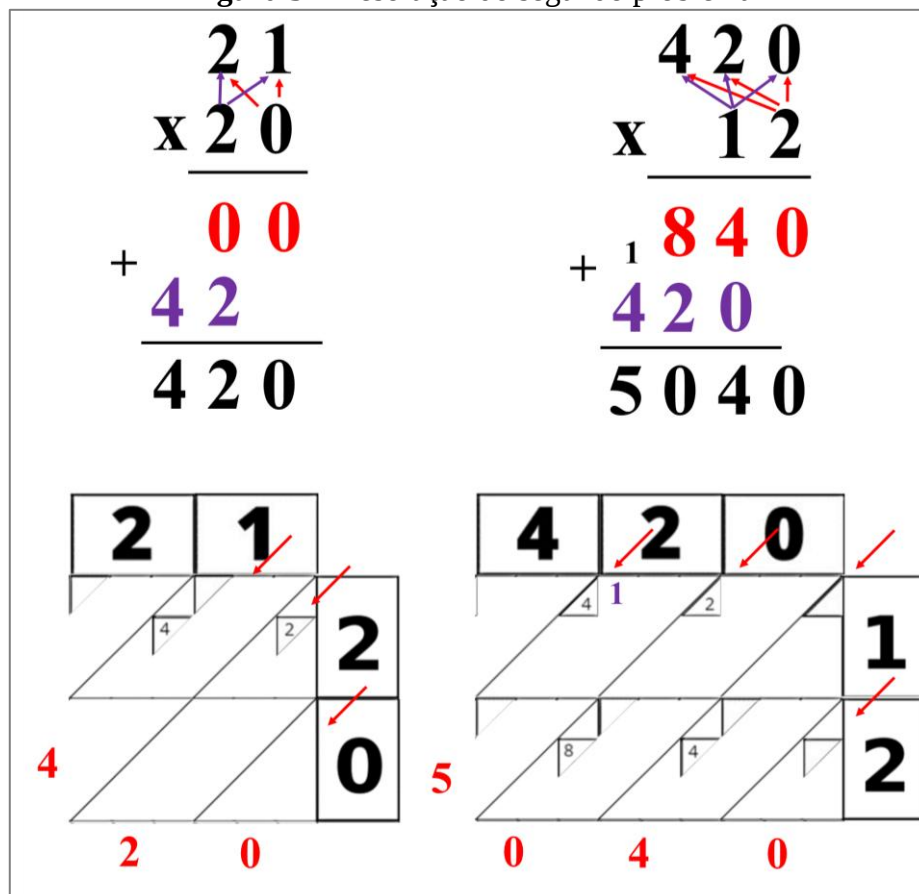
Quadro 4 – Problema de conversão de moedas

Swetz (1987) explica que havia um padrão na Europa durante o período de transição da idade média para a idade moderna no que se refere ao valor das moedas. De acordo com ele, 1 Libra de prata correspondia a 20 *Shillings*¹¹, e cada *Shilling* tinha o valor de 12 *Pennies*¹². Com essas informações, quantos *Pennies* correspondem a 21 Libras de prata?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Para resolver esse problema, deve-se realizar duas multiplicações, que possuem um maior nível de complexidade que as do problema anterior. Primeiro, deve-se multiplicar a quantidade de Libras de prata informada pelo seu valor em *Shillings*, realizando então 21×20 . Com o resultado desse cálculo, deve-se multiplicar o valor de cada *Shilling* em *Penny*, 12. Portanto, deve-se calcular $21 \times 20 \times 12$, o que está ilustrado na Figura 5, tanto com o algoritmo simplificado quanto com *Promptuario*.

Figura 5 – Resolução do segundo problema



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

¹¹ Moeda comum no continente europeu até a adoção do sistema monetário atual.

¹² Idem.

Nessa resolução, o *Promptuario* também pode, assim como no exemplo anterior, ser utilizado apenas para a conferência dos cálculos realizados com o algoritmo simplificado, mas, além disso, o aparato pode contribuir para a compreensão do discente acerca do “salto” dado ao iniciar a multiplicação com o próximo dígito do multiplicador.

Acerca disso, é possível visualizar, na Figura 5, que, ao realizar a multiplicação 420×1 no algoritmo simplificado, escrevemos como produto parcial apenas o próprio 420, ficando um espaço vazio ao final de maneira inexplicada. No *Promptuario*, o número 420 também aparece, contudo, iniciando a partir da segunda diagonal do aparato, que representa as dezenas. Portanto, trata-se de 4 unidades de milhar, 2 centenas e 0 dezenas, o que não é explicitado durante o algoritmo convencional.

Considerações Finais

Embora seja crescente a realização de estudos¹³ acerca da utilização de materiais concretos para o ensino das operações aritméticas, ainda se identifica uma lacuna no que se refere à utilização de objetivos advindos da História da Matemática alinhados à proposta da Teoria dos Campos Conceituais.

Nesse sentido, este estudo buscou discutir a resolução de situações-problemas do campo multiplicativo envolvidas na relação quaternária, por meio do instrumento histórico *Promptuario*, de John Napier, de forma a contribuir para as pesquisas em Educação Matemática que se apropriam de elementos da História.

Tal objetivo foi alcançado valendo-se de uma abordagem essencialmente qualitativa, bem como dos procedimentos de pesquisa bibliográfica, para a fundamentação teórica acerca do ensino de multiplicação e da Teoria dos Campos Conceituais, bem como da pesquisa documental, que permitiu a compreensão do funcionamento do instrumento *Promptuario* e suas potencialidades para a resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo.

Desse modo, percebeu-se que a utilização desse instrumento na resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo possibilita o entendimento e ressignificação de nuances do algoritmo simplificado da multiplicação que, em geral, são negligenciadas no processo de ensino dessa operação. Assim, defende-se que ele possui potencialidade didáticas que podem auxiliar tanto na formação de professores que

¹³ Vide, por exemplo, Frazão e Barroso (2020) e Souza (2017).

ensinam Matemática quanto na própria inserção em práticas pedagógicas na Educação Básica.

Referências

ALMEIDA, Jeniffer Pires de. **A operação de multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier para o estudo de conceitos matemáticos na formação do professor**. 2022. 83 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2022.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A aritmética de localização de John Napier para a multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 43–56, 2020. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/59>. Acesso em: 29 jun. 2024.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O Tabuleiro de Xadrez de John Napier para um estudo da operação de divisão. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 47, p. e2024009, 2024. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024009.id580. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/580>. Acesso em: 29 jun. 2024.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. Cap. 4. pp. 111 – 124.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CERQUEIRA, Yolando Pinto dos Santos; SILVA, Sandra Aparecida Fraga da; CÔCO, Dilza; **Ações envolvendo multiplicação e divisão em formação continuada de professores dos anos iniciais** – Vitória: EdIfes, 2019.

FRANCHI, Anna. **Compreensão das situações multiplicativas elementares**. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

FRAZÃO, Samara Sales; BARROSO, Maria Cleide da Silva. Arithmetic and manipulable objects: a methodological proposal for the early years of elementary school. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 9, n. 6, p. e153962579, 2020. DOI: 10.33448/rsd-v9i6.2579. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2579>. Acesso em: 29 jun. 2024.

KUHN, Malcus Cassino; PEREIRA, Jesiane de Freitas. A multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental: da teoria para a prática. **Revista Thema**, Pelotas, v. 17, n. 2, p. 464–482, 2020. DOI: 10.15536/thema.V17.2020.464-482.1753. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1753>. Acesso em: 23 Jun. 2024.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; MERLINI, Vera Lucia.; SANTOS, Aparecido dos. A estrutura multiplicativa à luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, J. A.; BARRETO, M. C.; BARGUIL, P. M.; MAIA, D. L.; PINHEIRO, J. L. (org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016. p. 65–82.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517–533, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1590/1516-73132014000200016>. Acesso em: 20 de jun. 2024.

MARTINS, Eugenio Brito. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das Barras de Calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2023.

NAPIER, John. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas**: cum appendice de expeditissimo multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. Edimburgo: Andrew Hart, 1617.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Adriana Nogueira de. **Conhecimentos do conteúdo e pedagógicos do conteúdo sobre o campo conceitual aditivo elaborados por licenciandos em pedagogia em processo formativo**. 2022. 121 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2022. Disponível em: <http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=105741> Acesso em: 20 de agosto de 2024.

PINHEIRO, Joserlene Lima. **Formação docente acerca do campo conceitual multiplicativo a partir do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo**. 2020. 322f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2020.

REGES, Maria Auricélia Gadelha. **Formação de professores que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo**. 2020. 195f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2020.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales. **Um estudo da operação de multiplicação por meio da manipulação do promptuario de John Napier por licenciandos em matemática da UECE**. 2023. 86 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2023) –

Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=112907>> Acesso em: 20 de agosto de 2024.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; CAVALCANTE, Davi Sousa. PEREIRA, Ana Carolina Costa. O procedimento de construção das varetas do Promptuario de John Napier (1550-1617). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 112–121, 2020. DOI: 10.30938/bocehm.v7i21.4453. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4453>. Acesso em: 29 jun. 2024.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O processo de graduação e uma utilização do Promptuario para multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [s. l.], v. 7, n. 2, p. 1–11, 2021. Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/75>. Acesso em: 29 jun. 2024.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, [S. l.], v. 4, p. e023021, 2023. DOI: 10.51281/impa.e023021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/impa/article/view/12298>. Acesso em: 29 jun. 2024.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Estruturas aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** 2010, 338f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, [S. L.], p. 1-15, jul. 2009.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Capinas, SP: Papirus, 2001.

SOUZA, Felipe da Silva. **Prática Pedagógica com auxílio tecnológico e material concreto para o ensino de geometria e fração no 6º ano do ensino fundamental**. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática). Manaus: UEA, 2017. 85 f. SWETZ, Frank. **Capitalism and Arithmetic: the new math of the 15th century including the full text of the Treviso arithmetic of 1478**. Illinois: Open Court, 1987.

VERGNAUD, Gérard. A classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In: VERGNAUD, G. **Addition and subtraction: a cognitive perspective**. New Jersey: Lawrence Erlbaun, 1982. p. 39-59.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos campos conceituais. In: BRUNO, Jean (Dir.). **Didática das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET. 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 5, n. 1, p. 75–90, 1986. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.12/2150>. Acesso em: 8 jun. 2024.

Recebido em: 08 / 07 / 2024

Aprovado em: 04 / 10 / 2024