



RCEM

Revista Cearense de Educação Matemática

ISSN: 2764 - 8311



e-ISSN: 2764-8311

DOI: 10.56938/v4i8.4766



CONSTRUÇÃO DE SOLUÇÕES DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES PELO MÉTODO DE ELIMINAÇÃO DE GAUSS: UMA ABORDAGEM ANALÍTICA DA MEDIAÇÃO DO PROFESSOR A PARTIR DO ENFOQUE DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

CONSTRUCTION OF SOLUTIONS OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS USING THE GAUSSIAN ELIMINATION METHOD: AN ANALYTICAL APPROACH TO TEACHER MEDIATION BASED ON THE THEORY OF DIDACTIC SITUATIONS

Caires Alberto Sassupe¹; Joaquim Bernardino de Oliveira Lopes²,
José Paulo Cerdeira Cleto Cravino³

RESUMO

Os sistemas de equações lineares desempenham um papel preponderante na descrição de vários fenómenos. Entretanto, face à complexidade dos fenómenos, torna-se necessário a busca de formas (métodos) de resolução robustos que possam ser eficazes para a resolução dos sistemas de equações lineares que traduzam esses fenómenos. Neste contexto, no presente trabalho, investiga-se a influência da mediação do professor em tarefas orientadas para a construção de soluções de sistemas de equações lineares pelo Método de Eliminação de Gauss, por Estudantes do 1.º Ano de um Curso de Engenharia Eléctrica, a partir do enfoque da Teoria das Situações Didáticas. Os dados empíricos para análise foram obtidos do Acervo de Narrações Multimodais da UTAD, com realce para as páginas 1663 à 1695. Participaram do mesmo cerca de 18 estudantes de um total de 31 inscritos na Unidade Curricular de Álgebra Linear e um professor. Para o tratamento dos dados obtidos foram adotados (empregues) como métodos a análise de conteúdo e, o estudo de caso. Com a presente investigação, procurou-se aferir (perceber e identificar) as ações levadas a cabo pelo professor enquanto mediador das aprendizagens dos estudantes, com vista a melhorar

¹ Mestre em Ensino da Matemática pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (FCT-UC). Docente do Departamento de Ciências Exactas da Escola Superior Pedagógica do Bié (ESPE-Bié), actual Instituto Superior de Ciências da Educação do Bié (ISCED-Bié), Cuito, Bié, Angola. Endereço para correspondência: Bairro Sassonde II, Huambo, Huambo, Angola. E-mail: cairesalbertosassupe@gmail.com. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1651-7322>.

² Doutor em Física pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD). Director do Curso de Doutoramento em Didática de Ciências e Tecnologias da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), Vila Real, Membro do Centro de Investigação em Didática na Formação de Formadores (Aveiro), Portugal. Departamento de Física da UTAD: Quinta dos Prados, Vila Real, Vila Real, Portugal. CEP: 5000-801. E-mail: blopes@utad.pt. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9961-1538>.

³ Doutor em Física pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD). Pró-Reitor para Inovação Pedagógica da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD), Vila Real, Membro do Centro de Investigação em Didática na Formação de Formadores (Aveiro), Portugal. Departamento de Física da UTAD: Quinta dos Prados, Vila Real, Vila Real, Portugal. CEP: 5000-801. E-mail: jcravino@utad.pt. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5376-6128>.

os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática, com realce para área de Álgebra Linear, focando-se na resolução de problemas que podem ser descritos por sistemas de equações lineares recorrendo ao Método de Eliminação Gauss. O referido estudo é de natureza qualitativa e tem um alcance descritivo. Os resultados obtidos sugerem que a mediação do professor pode influenciar significativamente o rendimento pedagógico dos estudantes. Contudo, é necessário que a mesma seja efetivada de forma adequada, para garantir que os estudantes realizem progressos na sua aprendizagem. Espera-se contribuir com uma alternativa pedagógica baseada na Teoria das Situações Didáticas para análise da mediação do professor com vista a obtenção de uma visão (percepção) mais ampla sobre o papel da mediação do professor nas aprendizagens dos estudantes, com destaque para a construção de soluções de sistemas de equações lineares que descrevem diversos problemas aplicando o Método de Eliminação de Gauss.

Palavras-chave: Soluções de sistemas de equações lineares; Método de Eliminação de Gauss; Mediação do Professor; Narrações Multimodais; Teoria das Situações Didáticas.

ABSTRACT

This study investigates the influence of teacher mediation on tasks aimed at constructing solutions to systems of linear equations using the Gaussian Elimination Method, by first-year Electrical Engineering students, from the perspective of the Theory of Didactic Situations. Empirical data for analysis were obtained from the UTAD Multimodal Narrative Collection, with particular emphasis on pages 1663 to 1695. Approximately 18 students out of a total of 31 enrolled in the Linear Algebra course and one teacher participated. Content analysis, case study, were employed as methods for processing the data obtained. This investigation aimed to assess (understand and identify) the actions carried out by the teacher as a mediator of student learning, with a view to improving teaching and learning processes in mathematics, with emphasis on the area of linear algebra, focusing on solving problems that can be described by systems of linear equations using the Gaussian elimination method. This study is qualitative in nature and has a descriptive scope. The results obtained from this study suggest that the teacher's mediation can influence meaningfully students' academic performance. However, it is necessary that it be implemented properly to ensure that students make progress in their learning. This aims to contribute a pedagogical alternative based on the Theory of Didactic Situations for analyzing the teacher's mediation, with a view to obtaining a broader understanding of the teacher's role in student learning, particularly regarding the construction of solutions to systems of linear equations that describe various problems using the Gaussian Elimination Method.

Keywords: Solutions to systems of linear equations; Gaussian Elimination Method; Teacher Mediation; Multimodal Narratives; Theory of Didactic Situations.

Introdução

Desde sempre o homem encontrou na Matemática alternativas para solução das suas preocupações. Muitas destas tinham que ver direta ou indiretamente com elementos ligados à Álgebra Linear, com realce para os sistemas de equações lineares e o Método de Eliminação de Gauss, que pode ser um método eficaz para a resolução desses sistemas. Santos *et al.* (2017). Por este fato, a Matemática tem sido considerada como sendo não apenas uma linguagem, mas uma linguagem mais a lógica, uma linguagem mais o raciocínio, um instrumento para raciocinar. Não obstante a isso, tem sido difícil apresentar os seus ramos de forma unânime, mas têm sido destacados alguns, de entre os quais a Álgebra, onde aparece a Álgebra Linear, enquadrada como linha da presente investigação,

que por sua vez, apresenta diversos tópicos, com destaque para os sistemas de equações lineares e o Método de Eliminação de Gauss, foco da presente investigação.

Diversos autores, como por exemplo Santos *et al.* (2017), Silva *et al.* (2017), Teixeira e Fontenele (2017), Santana *et al.* (2019), em suas abordagens têm mostrado, uma grande preocupação com a maneira como determinados tópicos de Álgebra Linear têm sido ensinados e concomitantemente aprendidos. Esta situação, tem levado muitos investigadores, como por exemplo Siqueira *et al.* (2020), Cruz *et al.* (2022), assim como muitas organizações, nacionais e internacionais, como por exemplo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), a Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM), a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), a Sociedade Espanhola de Investigação em Educação Matemática (SEIEM), a dedicarem tempo para analisar e testar diferentes estratégias pedagógicas e recursos que possam garantir uma aprendizagem eficaz e significativa por parte dos estudantes.

Nesta senda, Dorier (2008, *apud* Teixeira; Fontenele, 2017) aponta que os problemas no ensino e na aprendizagem estão associados ao carácter complexo e abstrato dos conceitos e definições da Álgebra Linear, bem como a fatores históricos, didáticos e epistemológicos. E na mesma linha, Rogalski (1994, *apud* Teixeira; Fontenele, 2017), identificou que as dificuldades vivenciadas pelos estudantes devem-se ao excesso de formalismo presente nos exercícios, pois, ao entrar num curso universitário, o estudante depara-se com uma matemática bem mais complexa e formal, com teoremas e demonstrações rigorosas que causam estranheza e dificuldades de compreensão de seus significados.

Com o advento da tecnologia, a Matemática em geral, e a Álgebra Linear em particular não ficam para trás, procuram caminhar em paralelo a esta, servindo-se dos distintos recursos digitais que a tecnologia oferece e que podem ser utilizados para a elaboração de vários conceitos e/ou procedimentos que a priori podem parecer muito abstratos e difíceis de serem compreendidos e apreendidos. Esta tecnologia tem proporcionado o desenvolvimento de distintos *softwares* matemático-computacionais, como são os casos do Scilab, do Geogebra, do Mathematica, de entre outros, que podem ser utilizados para o tratamento conceitual e/ou procedimental dos sistemas de equações lineares.

O conhecimento sobre sistemas de equações lineares é útil na resolução de distintos problemas em Ciências, Engenharias e Tecnologias, uma vez que este pode facilitar e simplificar o tratamento de vários fenómenos que podem ser descritos

matematicamente por expressões algébricas, como é o caso dos sistemas de equações lineares. Esta preocupação de vários investigadores sobre a problemática em investigação, traduz a relevância e a necessidade da busca contínua por estratégias que contribuam para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra Linear e em particular do tratamento de sistemas de equações lineares.

Neste contexto, a reflexão (análise/investigação) sobre o papel da mediação do professor nestes processos torna-se relevante, como defendem Engel e Conant (2002) e Cunha *et al.* (2014, *apud* Araújo *et al.*, 2019), realçando que as ações de mediação do Professor têm influência no envolvimento produtivo dos estudantes e, por conseguinte, na sua aprendizagem. Por sua vez, o tratamento do tópico relacionado aos sistemas de equações lineares e ao método de eliminação de Gauss pode tornar-se muito abstrato ou demasiado fastidioso para os estudantes, mas o recurso as tecnologias (como por exemplo os *softwares*), pode ajudar bastante nesta situação, desde que não se descarte a hipótese de que estes (os *softwares*), não garantem por si a aprendizagem dos estudantes.

De salientar que, as ações de mediação do professor podem favorecer a aprendizagem da construção de soluções de sistemas de equações lineares recorrendo ao método de eliminação de Gauss, por estudantes do 1.º Ano de um Curso de Engenharia Eléctrica, quando estes utilizam também como recurso educativo as tecnologias (*softwares*) na realização de tarefas orientadas para a aprendizagem. Em uma investigação, Cunha *et al.* (2014, *apud* Araújo *et al.*, 2019), concluíram que determinadas ações de mediação do Professor estão associadas a um maior envolvimento produtivo do estudante, enquanto outras o reduzem. Estes autores defendem também que, se o Professor constantemente interferir na atividade do estudante, se responder de imediato às questões que lhe são colocadas, privando os estudantes de obterem por si próprios as respostas, pode levar à situações de não envolvimento ou a uma redução do envolvimento. Deste modo, torna-se pertinente investigar a problemática em causa e para tal formulou-se a questão de investigação, seguinte: Qual a influência da mediação do Professor em tarefas orientadas, para a construção de soluções de sistemas de equações lineares pelo Método de Eliminação de Gauss, por estudantes do 1.º Ano de um Curso de Engenharia Eléctrica? Face a questão de investigação formulada traçou-se como objetivo: Investigar a influência da mediação do Professor em tarefas orientadas, para a construção de soluções de sistemas de equações lineares pelo Método de Eliminação de Gauss, por estudantes do 1.º Ano de um Curso de Engenharia Eléctrica.

Estado da Arte

Na busca pelo estado da arte, foram encontrados contributos de alguns autores tais como Ausubel (1963, *apud* Biasotto; Fim; Kripka, 2020), defendem que para promover a aprendizagem significativa é necessário que sejam considerados os conhecimentos já apreendidos pelos estudantes, bem como a organização cognitiva desses, dentro da mente dos estudantes. Essa potencialidade pode ser aproveitada para a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra Linear, com realce para a construção de soluções de sistemas de equações lineares aplicando o Método de Eliminação de Gauss.

O papel do professor como mediador é de capital importância na orientação das aprendizagens dos estudantes. Nesta perspectiva, Smetana e Bell (2012), Hsu *et al.* (2015, *apud* Araújo *et al.*, 2019) realçam que, independentemente da fonte da orientação, essa orientação deve ser sempre adaptada às necessidades dos estudantes, ao seu conhecimento e experiência.

Assim, Lopes *et al.* (2010), defendem que as decisões pedagógicas que o Professor toma são da sua responsabilidade, mas estas dependem do comportamento dos estudantes, da interação destes com os seus pares, com o Professor e com o objeto epistêmico que interagem. Já para Engle e Conant (2002), o envolvimento é produtivo quando os estudantes fazem progressos intelectuais. O que constitui produtividade depende da disciplina, da tarefa, do tema específico e onde os estudantes se situam cognitivamente quando começam a resolver um problema (Lopes *et al.*, 2010).

Por outro lado, a Teoria das Situações Didáticas, é uma metodologia (estratégia didática) que busca criar um modelo (uma descrição) da interação entre o estudante, o saber e o meio no qual a aprendizagem deve se desenrolar. Esta Teoria foi desenvolvida por Guy Brousseau (1986) no intuito de modelar (descrever) o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos (*apud* Almouloud, 2010).

Brousseau (1978, *apud* Almouloud, 2010), ao apresentar sua Teoria, subdivide-a em duas partes, nomeadamente a situação didática e a situação adidática, definindo-as da seguinte forma: uma situação didática corresponde ao conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um estudante ou grupo de estudantes, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses estudantes adquiram um saber constituído ou em constituição.

Já para uma situação adidática, como parte essencial da situação didática, diz que é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao estudante, mas foi

imaginada, planejada e construída pelo Professor para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que se deseja ensinar.

Neste contexto, Brousseau (1986, *apud* Almouloud, 2010) realça que, no processo de organização de uma situação didática, recorrendo a Teoria das Situações Didáticas, torna-se necessário considerar: a etapa (situação/dialética) de ação, a etapa (situação/dialética) de formulação, a etapa (situação/dialética) de validação e a etapa (situação/dialética) de institucionalização.

A etapa de ação, consiste em colocar o aprendiz (estudante) numa situação, tal que:

- coloca-se um problema para o estudante cuja melhor solução, nas condições propostas, é o conhecimento a ensinar;
- o estudante possa agir sobre essa situação e que ela lhe retorne informações sobre sua ação.

Na etapa de formulação, o estudante troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais.

Na etapa de validação, o estudante deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação), ao julgamento de um interlocutor.

Na etapa de institucionalização, o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber (Almouloud, 2010).

Nesta perspectiva, dizer que se verifica uma tendência crescente para o uso de tecnologias (como por exemplo *softwares*) no ensino da Matemática, particularmente em Álgebra Linear, concretamente no que diz respeito a construção de soluções de sistemas de equações lineares. Esta forma de trabalhar torna o ensino mais dinâmico e motivador e como consequência proporciona uma aprendizagem mais eficaz e significativa para os estudantes envolvidos nas distintas tarefas, fruto da colaboração que vai sendo estabelecida entre o professor e os estudantes.

Por outro lado, o domínio das ferramentas tecnológicas como por exemplo, o Scilab, o Geogebra, o Mathematica ou outros implementados em dispositivos como computadores, tablets, ou telemóveis pode ajudar na construção de diversos conceitos e/ou procedimentos matemáticos. Esta estratégia de integração dos recursos tecnológicos em tarefas de aprendizagem, orientadas pelo professor, pode auxiliar o professor e o estudante na optimização dos seus esforços, valorizando cada etapa da construção de um determinado conhecimento matemático.

Por sua vez, Siqueira *et al.* (2020), ao advogarem as vantagens do uso da tecnologia, fazem uma breve incursão histórica sobre o *software* Scilab, argumentando que o mesmo teve as suas tentativas iniciais na década de 1980, com o Blaise. No ano de 1984, com as contribuições de Delebecque e Steer, o Blaise tornou-se Basile e em 1990 foi renomeado para Scilab. Em 2003, o Instituto responsável decidiu criar o Scilab Consortium com apoio de empresas e organizações académicas. Por outro lado, Santana *et al.* (2019), salientam que o *software* Geogebra, foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001, na Universidade de Salzburgo, para ser uma ferramenta de utilização em sala de aula e, hoje em dia, conta com a colaboração de muitos pesquisadores e membros de comunidades, que continuam trabalhando em seu aprimoramento e divulgação. Sobre o *software* Mathematica, Wolfram (2018, *apud* Vilchez-Quesada, 2019), diz que, foi construído por Stephen Wolfram em 1988 e tem vindo a gerar junto da comunidade científica uma grande revolução em ciências da computação através da implementação exitosa de distintos projetos de inovação tecnológica.

De salientar que, ao integrar-se os recursos educativos como são os casos do Scilab, do Geogebra, ou do Mathematica em tarefas de aprendizagem preparadas e orientadas pelo Professor, é necessário saber em que momento da realização da tarefa o *software* deve ser enquadrado e que vantagens esse recurso poderá trazer para eles, evitando o risco de os estudantes ficarem retidos nas questões algorítmicas e não conseguirem construir importantes conceitos e/ou procedimentos matemáticos. Para tal, as tarefas programadas para o efeito deverão ser desafiadoras, a ponto de convidar os estudantes a serem autónomos, reflexivos, críticos e criativos.

Nesta senda, Dorier (2008 *apud* Teixeira; Fontenele, 2017), realça que, determinados obstáculos podem constituir-se num obstáculo de ordem didática se o entrave para sua superação encontrar resistência por conta de escolhas equivocadas feitas pelo docente. Por exemplo, ante as dificuldades epistemológicas, a atitude, em geral, tomada pelos professores é a de dar menos atenção à parte conceitual do ensino e maior ênfase às tarefas algorítmicas. Desse modo, a algoritmização é, então, um meio de negociar a redução do conflito, permitindo diminuir o aspecto de novidade (e evitar, ao mesmo tempo, a dificuldade conceitual).

Muller (2000 *apud* Biasotto; Fim; Kripka, 2020) realça que os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática são, geralmente, complexos e desafiadores, pois a compreensão necessita de práticas que favoreçam a formação de conceitos. Em seu

trabalho sobre as tendências atuais da educação matemática, indica que o uso tradicional dos problemas, reduzidos à aplicação e sistematização dos conhecimentos, atrai a antipatia e o desinteresse do estudante, impedindo o seu pleno desenvolvimento intelectual. O treino excessivo de definições, técnicas e demonstrações se torna uma atividade rotineira e mecânica, em que se valoriza apenas o produto final. A desconsideração das etapas de exploração e comunicação das ideias lógico-matemáticas impede a necessária construção dos conceitos.

Daí que há necessidade do professor como mediador das aprendizagens dos estudantes, organizar tarefas autênticas e desafiadoras que possam influenciar positivamente as aprendizagens dos estudantes na construção dos conhecimentos matemáticos, em particular das soluções dos sistemas de equações lineares aplicando o Método de Eliminação de Gauss, utilizando sempre que possível as tecnologias (*softwares*) procurando, garantir uma aprendizagem mais eficaz e mais significativa.

Assim, realçar que uma equação linear é toda e qualquer equação onde as incógnitas presentes na mesma têm grau um. A solução de uma equação linear corresponde aos valores que as incógnitas podem assumir que tornam a equação em uma identidade verdadeira. Já um sistema de equações lineares será o conjunto de duas ou mais equações lineares. A solução de um sistema de equações lineares corresponderá aos valores que as incógnitas presentes nas equações podem assumir que tornam simultaneamente o sistema de equações em uma identidade verdadeira, ou seja, que satisfazem as equações do sistema de forma simultânea.

Existem vários métodos para a construção de soluções de sistemas de equações lineares, em que se destaca o Método de Eliminação de Gauss, em função das suas potencialidades e flexibilidades, como confirmam Silva, Souza e Romanini (2017, p. 43), realçando que “este método consiste em transformar um sistema linear num sistema linear equivalente, sendo a matriz final triangular”.

O Método de Eliminação de Gauss divide-se em duas partes: a primeira, chamada de fase de eliminação, consiste em transformar o sistema dado em um sistema triangular superior através de operações elementares sobre as linhas do sistema. A segunda, chamada de fase de substituição, consiste em resolver o sistema triangular superior através da retrossubstituição (Santos *et al.*, 2017, p. 2).

Este método pode tornar-se em uma ferramenta importante para auxiliar os agentes envolvidos em determinados fenómenos, como por exemplo o processo de ensino e de aprendizagem em domínios como por exemplo Ciências, Engenharias e Tecnologias.

Neste sentido, em investigações sobre o processo de ensino e de aprendizagem, as Narrações Multimodais, jogam um papel importante por causa da descrição cronológica, autocontida e multimodal que elas apresentam, tal como confirmam Lopes *et al.* (2010 *apud* Cruz; Lopes; Cravino, 2022), realçando que as Narrações Multimodais permitem uma observação aprofundada dos vários acontecimentos que se passaram na sala de aula, relativos às ações do professor enquanto mediador das aprendizagens dos estudantes, fomentando a reflexão do professor e, deste modo, podem contribuir para uma melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem.

A análise de Narrações Multimodais deve ser vista como um caso de estudo profundo, para que se possam vislumbrar as suas potencialidade e limitações, tal como defende Yin (2010, p. 39), realçando que “um estudo de caso é uma investigação empírica que está relacionada com um fenómeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenómeno e o contexto não são claramente evidentes”.

Ao proceder-se uma análise qualitativa dos dados, como por exemplo os recolhidos de uma Narração Multimodal, haverá necessidade de categorizá-los. Nesta perspectiva, dizer que, as categorias são rubricas significativas, em função das quais o conteúdo será classificado e eventualmente quantificado (Grawitz, 1993, *apud* Carmo; Ferreira, 2008). Em continuação defendem que estas categorias podem ser definidas *a priori* ou *a posteriori*. No primeiro caso (definição *a priori*), significa que foram formuladas hipóteses e o investigador pretende verificá-las, tendo para tal definido antecipadamente as categorias de análise. No segundo caso (definição *a posteriori*), significa que as categorias não foram definidas antecipadamente. Este tipo de análise é designado por procedimento exploratório. Assim, a unidade de registo é o segmento mínimo de conteúdo que se considera necessário para poder proceder à análise, colocando-o numa dada categoria. (Grawitz, 1993, *apud* Carmo; Ferreira, 2008)

Para Bardin (1977), a análise de conteúdo consiste num conjunto de técnicas de análise de comunicações que usam procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens.

Portanto, a análise de conteúdo é uma metodologia que possibilita a interpretação do conteúdo de diversos tipos de documentos, como, narrações multimodais, entrevistas, textos, jornais, revistas, relatos autobiográficos etc. É uma abordagem metodológica em que se analisa, interpreta e categoriza os dados que se quer investigar, fazendo inferências a partir deles. Essa metodologia assenta na interpretação dos dados disponíveis e parte do

pressuposto de que em qualquer documento se podem identificar palavras, frases, expressões ou associações que são susceptíveis de serem categorizadas. (Bardin, 1977)

Metodologia

No desenvolvimento deste trabalho recorreu-se à um estudo qualitativo que de acordo com Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 376) “consiste em compreender e aprofundar os fenômenos, que são explorados a partir da perspectiva dos participantes em um ambiente natural e em relação ao contexto”, com um alcance descritivo. Utilizaram-se, como métodos, a análise de conteúdo que de acordo com Bardin (1977, p. 31) “consiste num conjunto de técnicas de análise de comunicações que usam procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens” e o estudo de caso conforme defendido por Yin (2010, p. 39) e com estes foi possível seleccionar-se a Narração Multimodal (NM) 2 – Aula de Álgebra Linear (2011), do acervo de Narrações Multimodais da UTAD, disponível em <http://multimodal.narratives.utad.pt>, das aulas narradas pelo Professor Rafael, ligadas ao Ensino Superior – Matemática, de uma Instituição Politécnica Pública em Portugal, cujos tópicos foram: *sistemas de equações lineares e método de eliminação de Gauss*, do material elaborado por Lopes e Cravino (2017, p. 1663 – 1695).

A aula decorreu no dia 17, de Novembro, de 2011 e esteve ligada à Unidade Curricular Matemática Discreta e Álgebra Linear, leccionada aos estudantes do 1.º Ano do Curso de Engenharia Eléctrica. Participaram da mesma, 18 estudantes, de um total de 31 estudantes inscritos na Unidade Curricular, perfazendo 58,06 % do total de estudantes e o Professor. Os estudantes foram da faixa etária maior de 18 anos. A referida aula teve a duração de 110 minutos aproximadamente e foi no caso a 5.ª aula da componente Álgebra Linear, tendo decorrido no Laboratório de Electrónica da referida Instituição.

Para o conhecimento do estado da arte sobre a problemática em estudo, foram rastreados vários trabalhos (artigos e livros) de diferentes bases de dados, como a Scielo, a Web of Science e outras, utilizando operadores booleanos como por exemplo and, or, e as palavras-chave, como por exemplo Sistemas de Equações Lineares, Método de Eliminação de Gauss, Tecnologias (*Softwares*), Narrações Multimodais, Mediação do professor, Teoria das Situações Didáticas, entre outras e alguns critérios de inclusão utilizados foram: seleção de trabalhos publicados no período de 2017 à 2023, exceptuando alguns casos, seleção de trabalhos relevantes e representativos da linha de investigação, seleção de trabalhos com um desenho de estudo qualitativo, entre outros. O

trabalho que não respondesse a esses requisitos mínimos, era então excluído da lista de candidatos.

Neste sentido, ao analisar-se o conjunto de dados selecionados (NM), direcionou-se a atenção para aspectos da mediação do Professor que podem influenciar positiva ou negativamente as aprendizagens dos estudantes. A mesma foi feita na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas com o propósito de aferir a influência da mediação do professor em tarefas orientadas para aprendizagem dos estudantes. As categorias de análise, foram definidas *a priori*, o que permitiu a partida formular como hipótese a probabilidade de encontrar excertos da Narração Multimodal que coadunassem com as 4 (Quatro) etapas da Teoria das Situações Didáticas, nomeadamente: a etapa de ação, a etapa de formulação, a etapa de validação e a etapa de institucionalização, mediante leituras sucessivas dos textos que traduzissem os episódios que compõem a Narração Multimodal, e num processo conexo, identificando segmentos de conteúdo que traduzissem unidades de registo e indicadores relacionados as categorias estabelecidas *a priori*.

Assim, a Narração Multimodal selecionada foi utilizada como um instrumento metodológico consolidado (material empírico) que contém dados organizados recolhidos da prática de ensino do professor que leccionou a aula, a fim de investigar-se a influência da mediação do Professor em tarefas orientadas para a construção de soluções de sistemas de equações lineares pelo Método de Eliminação de Gauss à luz das etapas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização). Desta feita procedeu-se à uma análise preliminar tendo em conta a leitura, a codificação e a categorização da Narração Multimodal selecionada, conforme ilustrados no Quadro 1.

Quadro 1- Análise Preliminar

Leitura da NM	Codificação da NM	Categorização da NM
Fez-se uma leitura da NM relacionada a Álgebra Linear, com realce para os tópicos de sistemas de equações lineares e método de eliminação de Gauss, com o propósito de se obter as unidades de registo.	Fruto da leitura levada a cabo, foi possível a identificação de elementos que traduzem as unidades de registo seleccionadas.	Em função da leitura feita e da consequente identificação das possíveis unidades de registo elaboraram-se os indicadores tendo em conta as categorias estabelecidas <i>a priori</i> , o que permitiu aglutinação e redução significativa dos dados analisados.

Fonte: Adaptada de Farias; Impolcetto e Benites (2020)

Este procedimento (Quadro 1) contribuiu para a orquestração e surgimento das informações que aparecem na seção de resultados, com destaque para a construção do Quadro 2.

Resultados

Numa primeira etapa relacionada ao delineamento do processo de análise da Narração Multimodal Seleccionada (Análise Preliminar), foi possível obter 3 momentos, conforme se descreve a seguir:

1º Momento → Leitura da Narração Multimodal Seleccionada.

2º Momento → Codificação da Narração Multimodal Seleccionada.

3º Momento → Categorização da Narração Multimodal Seleccionada.

Após a etapa anterior, seguiu-se a fase da categorização detalhada dos dados, atendendo o enfoque da Teoria das Situações Didáticas, para aferir aspectos da mediação do Professor ao longo da atividade desenvolvida (aula administrada) e foi possível obter os resultados apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 - Resultados da Análise da Mediação do Professor

Situação	Categoria	Indicador	Unidade de Registo
de Ação	Colocação do Estudante numa Situação de Ação	Colocação de um Problema para o Estudante Solicitação da ação do Estudante no problema	1-Como a presente aula pressupunha a realização de uma tarefa de aproximação à resolução de sistemas com m equações e n incógnitas, no final da aula anterior informei os estudantes do tipo de tarefa que estava prevista. 2-Esta tarefa, constituída por três subtarefas, foi delineada para, ao longo do capítulo, funcionar como aproximação a novos conceitos em situações concretas e no contexto de formação. 3-No final, em termos da resolução do sistema de equações lineares, referenciei o ainda desconhecido método de eliminação de Gauss como assunto central da presente aula.
de Formulação	Promoção da Troca de Informações Disponibilização de condições para a construção de uma linguagem compreensível...	Troca de informações com uma ou várias pessoas... Criação de um modelo explícito...	4-Face à informação prévia do trabalho a realizar, os estudantes reagiram naturalmente à minha proposta de resolução de uma tarefa. 5-Os estudantes envolveram-se positivamente na resposta à subtarefa proposta e a postura, quer individual, quer em termos de grupo, foi sempre adequada. 6-Os estudantes foram se mostrando sempre muito dinâmicos e interventivos, tendo eu reconhecido o seu desempenho. Foi uma boa resposta ao meu desafio de

			considerarem este trabalho de delinear “a melhor operação” como se de um jogo se tratasse. 7-Continuando a passar pelos restantes grupos, inteirei-me que estavam a escrever as equações corretamente.
de Validação	Promoção da Validade do Modelo Criado	Justificação da Exatidão e da Pertinência do Modelo Criado Fornecimento de uma validação semântica e sintática	8-Até que lancei a seguinte questão, dirigida à turma: - Quantas equações para as malhas vão ter? Já têm isso presente? - Quatro – respondeu o Hugo. - Três – contrapôs o Pedro. - Tem duas – disse o Evan. -Para mim tem três – afirma curiosamente a Cátia, pois como era do grupo do Evan, significava que ainda não tinham escrito estas equações. 9-Ouviram-se ainda outras respostas relacionadas com estes números. Continuei: - Não sei ... não vou dizer obviamente! 10-Mas já ouvi que há quem diga que tem duas, outros três e outros quatro. Não sei ... decidam.
de Institucionalização	Fixação convencional e explícita do estatuto cognitivo do saber	Fixação convencional do estatuto cognitivo do saber Fixação explícita do estatuto cognitivo do saber	11-Primeiro, com recurso a um exemplo do texto de apoio, explorei as limitações do método gráfico, face ao aumento do número de equações. 12-Posteriormente, recorrendo a outro exemplo, conduzi os estudantes à conclusão de que o método de substituição só se torna eficaz quando a matriz simples do sistema de equações lineares estiver na forma escalonada. 13-Por último e por questões de tempo, apenas percorri rapidamente um terceiro exemplo, no contexto do método da adição ordenada, realçando apenas as operações realizadas. 14-Finalizei esta parte da aula, afirmando que a articulação do método de substituição com este último seria a base do método de eliminação de Gauss, cuja aprendizagem se seguia. 15-Perto de metade do tempo da aula, avancei para a formalização do método de eliminação de Gauss,

			reiterando a importância do assunto na aprendizagem da álgebra linear. 16-Neste contexto, tenho repetidamente transmitido a importância do uso dos computadores nos procedimentos algorítmicos e interpretações geométricas. 17-Uma das opções metodológicas adotada para as aulas é o recurso, por minha parte e dos estudantes, aos <i>softwares</i> de cálculo Scilab e de geometria dinâmica GeoGebra. 18-Utilizo ainda, como ferramenta auxiliar de ensino, o <i>software</i> Mathematica, dadas as potencialidades deste e algumas limitações daqueles ao nível das representações geométricas, mas quanto ao qual os estudantes não têm licença de utilização.
--	--	--	---

Fonte: Elaborado pelos Autores

O Quadro 1 ilustra a orquestração levada a cabo para a realização de uma análise preliminar, tendo em conta a leitura, a codificação, assim como a categorização da narração multimodal selecionada.

O Quadro 2 ilustra a orquestração realizada para a análise da mediação do professor elaborada em função (com o enfoque) das etapas da TSD, das categorias construídas, dos indicadores traçados, bem como das unidades de registo consideradas.

Discussão

Os resultados obtidos confirmam a preocupação de investigadores sobre a problemática da busca por metodologias (alternativas) pedagógicas (estratégias didáticas) de melhoria do processo de ensino e de aprendizagem das Ciências em geral e da Álgebra Linear em particular, com destaque para os sistemas de equações lineares, em que a mediação do professor pode influenciar positiva ou negativamente na aprendizagem significativa dos estudantes.

Neste contexto, Lopes *et al.*, (2008, *apud* Lopes *et al.*, 2010), destacam a mediação do professor como sendo as ações e as linguagens (naturais e outras) do Professor construídas e postas em prática como resposta sistemática aos desafios de aprendizagem dos estudantes nos seus percursos para atingir os resultados de aprendizagem

(capacidades, valores, atitudes, conhecimentos e competências) pretendidos por um determinado currículo.

O Método de Eliminação de Gauss sendo um dos métodos que permite a construção de soluções de sistemas lineares com grande número de equações e de incógnitas que modelam vários problemas matemáticos e afins, ao ser aplicado necessita que o resolvidor o empregue da maneira mais adequada possível, evitando-se determinadas situações que possam comprometer a construção eficaz de soluções, por parte dos estudantes. E neste contexto, procurar associá-lo sempre que possível a um recurso educativo digital (tecnologia) como são os casos dos *softwares* Scilab, do Geogebra, do Mathematica, de entre outros, aproveitando as vantagens desta integração para melhorar a eficácia da mediação do Professor em tarefas elaboradas e efetivadas com vista a potenciar as aprendizagens dos estudantes.

A metodologia ligada a Teoria das Situações Didáticas, aconselha que durante a realização de uma determinada situação didática, devem ser vivenciadas todas as etapas que a subentendem, desde a etapa de ação até a etapa de institucionalização, para que de facto haja um processo de construção de conhecimentos matemáticos mais eficaz e mais significativo.

Nesta perspectiva, Brosseau (1986, *apud* Almouloud, 2010), realça que uma das características das situações adidáticas como parte essencial das situações didáticas é que o Professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) proposta(s).

A presente investigação, centrada na análise da Mediação do Professor à luz da Teoria das Situações Didáticas com vista a construção de soluções de sistemas de equações lineares com recurso ao Método de Eliminação de Gauss, apresentou resultados relevantes no que diz respeito à mediação docente e ao desenvolvimento da autonomia dos estudantes. No entanto, algumas limitações do presente estudo e sugestões para trabalhos futuros devem ser reconhecidas.

Limitações do presente estudo:

- A passagem do sistema de equações lineares para a matriz e o uso de operações elementares podem ser abstratos demais para os estudantes, dificultando a compreensão do porquê o método funciona.
- A conexão do método de eliminação de Gauss com a visualização geométrica dos sistemas (interseção de retas, planos, etc.) pode ser perdida, limitando o entendimento do significado das soluções (única, infinita ou nenhuma).

- Após a eliminação, o processo de substituição regressiva para encontrar a solução pode ser confuso para os estudantes, especialmente com sistemas maiores.
- Os estudantes podem ter problemas para reconhecer sistemas inconsistentes (sem solução) ou sistemas com infinitas soluções, pois o método de eliminação pode levar a resultados que exigem interpretação.
- Enquadramento pouco edequado da tecnologia como por exemplo um *software* em uma determinada tarefa pode diminuir ou limitar o envolvimento dos estudantes da realização das tarefas elaboradas e comprometer o rendimento pedagógico dos mesmos no tópico tratado.

Sugestões para trabalho futuro

- Desenvolver problemas que motivem o uso da eliminação de Gauss e a substituição regressiva. Por exemplo, problemas de engenharia que envolvam o controle de tráfego ou balanceamento de equações químicas podem ser usados para dar significado ao processo.
- Utilizar outros *softwares* e recursos visuais para mostrar como o método transforma a geometria do sistema, explicitando o que acontece quando o sistema tem solução única, infinitas ou nenhuma.
- Permitir que os estudantes usem outros *softwares* de álgebra linear para explorar o método, concentrando-se na compreensão dos resultados e na interpretação dos dados obtidos.
- Desenvolver sequências de atividades com a Teoria das Situações Didáticas, procurando criar sequências de problemas que guiem os estudantes de forma intuitiva e gradual para a compreensão do método, permitindo a construção de um sistema simples e a transição para a forma matricial, enfatizando as operações elementares, a matriz triangular e a substituição.
- Focar nas diferentes soluções, mediante a incorporação de atividades que explicitem a diferença entre solução única, falta de solução e infinitas soluções, através da modificação de problemas específicos para gerar essas diferentes condições de solução e analisar como o algoritmo de Gauss lida com cada uma delas.

Conclusões

O estudo realizado permitiu concluir que existe uma grande preocupação por parte dos investigadores em garantir cada vez mais uma aprendizagem eficaz, que se prenda

com o saber e com o saber fazer, para responder as diferentes exigências que a sociedade impõe em cada etapa do progresso da mesma.

Foi possível ampliar a visão que se tinha sobre a influência da mediação do professor em tarefas orientadas para a aprendizagem de um determinado conhecimento conceitual e/ou procedimental, por parte dos estudantes, com realce para a construção de soluções de sistemas de equações lineares aplicando o Método de Eliminação de Gauss e em muitos casos recorrendo à tecnologias (como por exemplo os *softwares*).

Em particular, da análise dos resultados obtidos, foi possível confirmar a perspectiva das etapas da Teoria das Situações Didáticas na aula administrada, conforme se pode aferir no **Quadro 2**, e que a mediação do Professor contribuiu para um maior envolvimento dos estudantes nas tarefas orientadas, garantindo a construção eficaz do conhecimento matemático, em particular algébrico, pelos estudantes envolvidos na atividade.

O uso de tecnologias, como por exemplo os *softwares* Scilab, Geogebra e/ou o Mathematica, estão em curso em algumas realidades, mas em outras é necessário que se comunique mais para que as demais comunidades académicas usufruam destas ferramentas e de outras disponíveis e que possam ser adotadas e adaptadas a cada realidade para potenciar o seu enquadramento na sala de aula e alavancar os processos de ensino e de aprendizagem.

Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos de didática da Matemática**. Edição Actualizada. Editora: UFPR, Curitiba, 2010. URI: <https://books.google.com>

ARAÚJO, F. M.; LOPES, B.; SOARES, A.; CRAVINO, J. Eficácia da mediação do professor no ensino da estrutura corpuscular da matéria. **Comunicações**, Piracicaba, maio-agosto, v. 26, n. 2, p. 259-276. 2019. URI: <https://www.researchgate.net/publication/33777736...>

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luis Antero Reto e Augusto Pinheiro. Edições 70, Ltda. São Paulo. 2016. Original **L'analyse de contenu**, 1977. URI: <https://madmunifacs.files.wordpress.com/anc3a...>

BIASOTTO, L. C.; FIM, C. F.; KRIPKA, R. M. L. A teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel: uma alternativa didática para a educação matemática. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n. 10, p. 83187-83201, oct. 2020. URI: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/BRJD/article/view>

CARMO, H.; FERREIRA, M. M. **Metodologia da Investigação. Guia para auto-aprendizagem**. Edição: 2.^a. Editora: Universidade Aberta. Lisboa. ISBN: 978-972-674-512-9. 2008. URI: [https://repositorioaberto.uab.pt/.../Coleção Universitária](https://repositorioaberto.uab.pt/.../Coleção%20Universit%C3%A1ria)

CRUZ, E. C.; OLIVEIRA LOPES, J. B.; CRAVINO, J. P. Análises da adequação Didática de aulas de Álgebra Linear utilizando *Softwares* Computacionais. **Ensino-Aprendizagem em Ciências, Matemática e Tecnologia**, São Paulo, n. 3, 71-94. 2022. URI: <https://www.researchgate.net/publication/39758778...>

FARIAS, A. N.; IMPOLCETTO, F. M.; BENITES, L. C. A análise de dados qualitativos em um estudo sobre educação física escolar: o processo de codificação e categorização. **Pensar a prática**, Goiás, n. 23, e57323. 2020. URI: <https://revistas.ufg.br/fef/article>

LOPES, J. B.; CRAVINO, J. P. Práticas de Ensino de Ciências e Tecnologia-Acervo de Narrações Multimodais. **Science and Technology Teaching Practices-Multimodal Narratives Collection**, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, 1663-1695. 2017. URI: <https://multimodal.narratives.utad.pt/2018/01>

LOPES, J. B.; SILVA, A. A.; CRAVINO, J. P.; VIEGAS, C.; CUNHA, A. E.; SARAIVA, E.; BRANCO, M. J.; PINTO, A.; SILVA, A.; SANTOS, C. A. **Investigação sobre a Mediação de professores de Ciências Físicas em Sala de aula**. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. ISBN: 978-989-704-000-9. 2010.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). **Principles and Standards for School Mathematics**. NCTM. URI: <https://www.nctm.org>

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. D. B. P. **Metodologia de Pesquisa**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Editora: Penso-Mc-Graw-Hill. 5.^a Edição. Título Original: **Metodología de La Investigación**. 2013. URI: <https://ifsp.pergamum.com.br/acervo>

SANTANA, F. T.; MACEDO, I. M. A.; MARCONE, M. H. F.; SANTANA, F. L. Inovação no processo de ensino e aprendizagem de álgebra linear usando o software geogebra. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 5, n. 9, p. 15095-15105. sep. 2019. URI: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/BRJD/article>

SANTOS, C. E. R.; ARAÚJO, A. L.; LIMA, P. V. N.; SILVA MENEZES, M.; MEZZOMO, I. Comparativo entre os métodos numéricos exatos fatoração Cholesky e método de eliminação de Gauss. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, UFERSA, v. 5, n. 1, p. 1-2. 2017. URI: <https://www.researchgate.net/publication/31622221...>

SILVA, N. R.; SOUZA, F. P.; ROMANINI, E. Método de fatoração LU para solução de sistemas lineares. In **Colloquium Exactarum**, Três Lagoas, v. 9, n. 4, p. 41-47. 2017. URI: <https://journal.unoeste.br/article/download>

SIQUEIRA, A. C.; JUNIOR, V. S.; LAHM, R. A.; VIALI, L. Tecnologias no ensino de matemática: recursos e possibilidades do *software* SCILAB para o ensino de matrizes. **Revista Ciências & Idéias**, PUCRS, v. 11, n. 3, p. 1-11. sep-dec, 2020. URI: <https://revistascientificas.ifrj.edu.br/reci/article>

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SBEM). URI: <https://www.sbembrasil.org.br>

SOCIEDADE ESPANHOLA DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SEIEM). URI: <https://www.seiem.es>

SOCIEDADE PORTUGUESA DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SPIEM). URI: <https://spiem.pt>

TEIXEIRA, K. C. B.; FONTENELE, F. C. F. Metodologia Peer Instruction no ensino de matrizes: um relato de experiência na disciplina de Álgebra Linear. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 1, n. 18, p. 57-65. 2017. URI: <https://www.sbembrasil.org.br> > EMR-RS > article >

VILCHEZ-QUESADA, E. Estudio de caso: Estrategia de enseñanza y aprendizaje asistida por computador para un curso de matemática discreto a través del uso del paquete VilCretas en el *software* Wolfram Mathematica. **Revista Electrónica Educare**, Heredia, v. 23, n. 2, p. 242-266. 2019. URI: <https://dialnet.unirioja.es> > descarga > articulo

YIN, R. K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos**. Tradução: Ana Thorell. 4ª Edição. Porto Alegre: Bookman. ISBN: 978-85-7780-655. 2010. URI: <https://biblioteca.ifrj.edu.br> > cgi-bin > koha > opac-detail

Recebido em: 24 / 11 / 2025

Aprovado em: 13/ 12 / 2025