

REPRESENTAÇÕES E APREENSÕES NA ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO EM UM LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

REPRESENTATIONS AND APPREHENSIONS IN THE APPROACH TO TRIGONOMETRY IN THE RIGHT TRIANGLE IN A HIGH SCHOOL TEXTBOOK

REPRESENTACIONES Y APREHENSIONES EN LA APROXIMACIÓN A LA TRIGONOMETRÍA EN EL TRIÁNGULO RECTA EN UN LIBRO DE TEXTO DE ESCUELA SECUNDARIA

DOI: 10.37001/recem.v3i1.4314

Recebimento: 20/09/2024

Aprovação: 20/10/2024

Publicação: 31/10/2024



Eduardo BRANDL

Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Instituto Federal Catarinense, Ibirama, Brasil
eduardo.brandl@ifc.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-7945-2808>

Ilizete Gonçalves LENARTOVICZ

Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Instituto Federal Catarinense, Brasil
ilizete.lenartovicz@ifc.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa desenvolvida no Instituto Federal Catarinense, campus Ibirama que teve como objetivo apresentar aspectos relacionados às representações semióticas e apreensões do objeto matemático trigonometria no triângulo retângulo presentes no livro didático do Ensino Médio Matemática Interligada, escolhido na última edição do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tendo como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (TRRS). A análise do livro didático se justifica por ainda ser uma das principais referências para o trabalho do professor em sala de aula. Neste sentido buscou-se responder a seguinte questão: quais representações semióticas e apreensões em geometria estão presentes nas atividades apresentadas pelo livro didático? Esta pesquisa teve uma abordagem qualitativa e foram selecionadas as atividades presentes na seção “relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente”. Estas atividades foram categorizadas de acordo com as quatro apreensões em geometria propostas por Duval e classificadas de acordo com os registros mobilizados na resolução. Na análise foi possível identificar a presença de elementos da teoria de Duval em relação aos aspectos abordados nesta pesquisa, mas também limitações nas atividades apresentadas pelo livro. Dessa forma, espera-se contribuir com a identificação dos aspectos que precisam ser considerados no ensino da trigonometria no triângulo retângulo, de modo a auxiliar o professor na compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes no estudo deste objeto matemático.

Palavras-chave: Trigonometria. Triângulo Retângulo. Livro Didático. Registros De Representação Semiótica.

Abstract: This article presents some results of a research carried out at Instituto Federal Catarinense, campus Ibirama which aimed to present aspects related to the semiotic representations and apprehensions of the mathematical object trigonometry in the right triangle present in the Interconnected Mathematics High School textbook, chosen in the latest edition of the National Book Program Didactic (PNLD), based on Duval's Theory of

Semiotic Representation Registers (TRRS). The analysis of the textbook is justified because it is still one of the main references for the teacher's work in the classroom. In this sense, we sought to answer the following question: which semiotic representations and apprehensions in geometry are present in the activities presented in the textbook? This research had a qualitative approach and the activities present in the section “trigonometric relations: sine, cosine and tangent” were selected. These activities were categorized according to the four apprehensions in geometry proposed by Duval and classified according to the records mobilized in the resolution. In the analysis, it was possible to identify the presence of elements of Duval's theory in relation to the aspects covered in this research, but also limitations in the activities presented in the book. In this way, it is expected to contribute to the identification of aspects that need to be considered when teaching trigonometry in the right triangle, in order to assist the teacher in understanding the difficulties presented by students in the study of this mathematical object.

Keywords: Trigonometry. Right triangle. School textbook. Semiotic Representation Records.

Resumen: Este artículo presenta algunos resultados de una investigación realizada en Instituto Federal Catarinense, campus Ibirama que tuvo como objetivo presentar aspectos relacionados con las representaciones semióticas y aprehsiones del objeto matemático trigonometría en el triángulo rectángulo presente en el libro de texto de Matemáticas Interconectadas de la Escuela Secundaria, elegido en la última edición del Programa Didáctico Nacional del Libro (PNLD), basado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval. El análisis del libro de texto se justifica porque sigue siendo uno de los principales referentes para el trabajo del docente en el aula. En este sentido, buscamos responder la siguiente pregunta: ¿qué representaciones semióticas y aprehsiones en geometría están presentes en las actividades presentadas en el libro de texto? Esta investigación tuvo un enfoque cualitativo y se seleccionaron las actividades presentes en el apartado “relaciones trigonométricas: seno, coseno y tangente”. Estas actividades fueron categorizadas según las cuatro incautaciones propuestas por Duval y clasificadas según los registros movilizados en la resolución. En el análisis fue posible identificar la presencia de elementos de la teoría de Duval en relación a los aspectos tratados en esta investigación, pero también limitaciones en las actividades presentadas en el libro. De esta manera, se espera contribuir a la identificación de aspectos que deben ser considerados en la enseñanza de la trigonometría en el triángulo rectángulo, con el fin de ayudar al docente a comprender las dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de este objeto matemático.

Palabras Clave: Trigonometría. Triángulo Rectángulo. Libro De Texto. Registros De Representación Semiótica.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, pesquisas têm sido desenvolvidas tendo como suporte a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, a qual tem como pressuposto que a matemática se difere das outras áreas do conhecimento justamente porque o acesso aos objetos matemáticos ocorre exclusivamente por meio de suas representações. Assim, para Duval a compreensão em matemática requer a coordenação entre os diferentes registros de um determinado objeto matemático, dado que cada um desses registros representa de forma parcial o objeto em questão.

Em relação a geometria, Duval (2012a) destaca que este é um campo do conhecimento matemático distinto da aritmética e da álgebra e por isso necessita de abordagens específicas para que o pensamento geométrico seja consolidado. Neste sentido, esta teoria tem se mostrado uma importante ferramenta para análise e compreensão das dificuldades apresentadas pelos

estudantes por meio de sua abordagem cognitiva e por considerar as especificidades do pensamento geométrico.

Esta teoria ressalta ainda que em geometria, além da análise dos tratamentos, conversões e a coordenação entre os diferentes registros, é necessário considerar e explorar a ideia das apreensões em geometria desenvolvida por Duval (2012a), pois constituem um novo olhar acerca das dificuldades apresentadas pelos estudantes neste campo da matemática. A trigonometria está fortemente apoiada na geometria, portanto, é necessário compreender estes aspectos relacionados à geometria.

Neste trabalho fez-se a opção de abordar a trigonometria no triângulo retângulo no livro didático adotado, considerando que este é o primeiro tópico de trigonometria abordado no Ensino Médio, tem inúmeras aplicações e serve de base para estudos posteriores como o de funções trigonométricas, por exemplo. Justifica-se a análise do livro didático, pois de acordo com Kluppel (2012), ele ainda é uma das principais referências para o trabalho do professor em sala de aula. Em relação a matemática, mesmo que o professor não utilize exclusivamente o livro didático na exposição do conteúdo, verifica-se que os exercícios, em sua maioria, são extraídos dos livros didáticos, conforme apontado pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006).

Deste modo, o objetivo deste artigo é apresentar alguns aspectos relacionados às representações semióticas e apreensões em geometria do objeto matemático trigonometria no triângulo retângulo no livro didático do Ensino Médio Matemática Interligada, tendo como aporte a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Para o alcance desse objetivo fez-se a análise das atividades da seção “relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente”. do livro didático de matemática escolhido pelos professores do Instituto Federal Catarinense, campus Ibirama na última edição do PNLD, a fim de evidenciar as contribuições dessa teoria na identificação de alguns aspectos que precisam ser considerados no ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo e na possível compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes no estudo deste objeto matemático.

2. A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval constitui uma das tendências em Educação Matemática que apresenta importantes contribuições ao propor que a

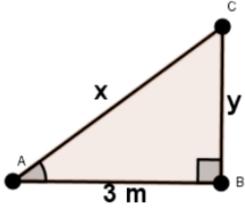
análise das dificuldades dos estudantes na aprendizagem da matemática não pode ser feita somente do ponto de vista matemático, mas também considerando o ponto de vista cognitivo.

Ela aponta que os objetos matemáticos são abstratos e o acesso somente é possível através das suas representações. Assim, a compreensão em matemática requer a coordenação entre os diferentes registros de um objeto matemático, dado que cada um desses registros representa de forma parcial o objeto em questão.

Cada objeto matemático possui registros de representação específicos e em relação a trigonometria no triângulo retângulo, Berlanda (2019, p. 07) propõe que este objeto matemático possa “ser representado através da linguagem natural, por meio figural, dos registros algébricos, simbólicos e numéricos”.

O Quadro 1 apresenta a classificação dos registros em relação a trigonometria no triângulo retângulo proposta por Berlanda, baseada na Teoria de Duval.

Quadro 1- Classificação dos registros de representação semiótica em relação ao triângulo retângulo

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
<p>REGISTROS MULTIFUNCIONAIS:</p> <p>Os tratamentos não são algoritmizáveis.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • RLN Um artista plástico está construindo estruturas com barras metálicas, como representada a seguir, que darão origem a uma escultura. Sabendo que a medida AB de é 3m e que os ângulos $CA^{\wedge}B$ e $AB^{\wedge}C$ e medem 53° e 90°, respectivamente, calcule o comprimento total aproximado das barras. 	<ul style="list-style-type: none"> • RFg 
<p>REGISTROS MONOFUNCIONAIS:</p> <p>Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • RSb $tg53^{\circ} = \frac{BC}{AB}$$cos53^{\circ} = \frac{AB}{AC}$ • RAl $tg53^{\circ} = \frac{y}{3} = 1,32 = \frac{y}{3}$$y = 3,981$$cos53^{\circ} = \frac{3}{x} = 0,6018$$x \approx 4,985$ • RNm $x + y \approx 3,981 + 4,985 \approx 8,96$ 	

Fonte: Berlanda (2017, p. 56-57)

Legenda: RLN = registro em língua natural; RSb = registro simbólico; RAl = registro algébrico; RNm = registro numérico; RFg = registro figural

Destaca-se ainda que a trigonometria está fortemente vinculada a geometria, portanto além de discutir as diferentes representações e a coordenação entre estes registros é

imprescindível abordar também as especificidades do conhecimento geométrico, principalmente em relação a ideia de apreensões em geometria desenvolvidas por Duval (2012a).

Duval (2011, p. 86) destaca que “as figuras geométricas se distinguem de todas as outras representações visuais pelo fato de que existem sempre várias maneiras de reconhecer as formas ou as unidades figurais mesmo que o fato de reconhecer umas exclui a possibilidade de reconhecer outras” e isso precisa ser considerado pelo livro didático e pelo professor no planejamento das aulas, de forma que as atividades propostas auxiliem o estudante a acessar o objeto de conhecimento.

No entanto, o ensino de matemática nem sempre é organizado em consonância com a afirmação anterior, e de acordo com Duval (2011), para compreender a geometria é necessário entrar nessa maneira matemática de ver, ou seja, deve-se tomar consciência das operações formais específicas da geometria e que só tem sentido na Matemática.

Para Duval (2012b) ver uma figura em geometria é uma atividade complexa, não se limitando ao reconhecimento desta figura. Neste sentido, um dos caminhos apontados pelo autor para que se compreenda a aprendizagem em geometria, é por meio das apreensões, pois é necessário observar que o raciocínio geométrico é diferente do requerido em outros campos da matemática, principalmente em atividades que envolvem figuras.

De acordo com Moretti (2015), apoiado em Duval, as apreensões em geometria dividem-se em: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial. Mesmo que estas apreensões não ocorram de forma isolada, neste trabalho será feita essa separação com o objetivo de uma análise minuciosa de cada uma. Isso porque Duval (2012b) destaca que as análises das dificuldades tratam as apreensões em geometria de forma conjunta, não explicitando as características e especificidades de cada uma, o que pode comprometer a compreensão das dificuldades dos estudantes na resolução das atividades em geometria.

A apreensão perceptiva é a que consiste em identificar de imediato o objeto geométrico, já a apreensão discursiva refere-se ao enunciado ou explicação que acompanha a figura geométrica.

Não importa qual figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se, geralmente, em conflito, **porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente.** (grifos do autor) (DUVAL, 2012b, p.120)

Há, portanto, uma contradição, pois num primeiro momento o estudante pode ser direcionado pela apreensão perceptiva a não considerar a apreensão discursiva, o que pode levar a caminhos que não conduzam a solução do problema.

De fato, as propriedades pertinentes e as únicas aceitáveis dependem cada vez do que é dito no enunciado como hipótese. Isto implica subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva e, como consequência, uma restrição da apreensão perceptiva. (DUVAL, 2012b, p. 133)

Assim é notório que os estudantes se apegam, em sua maioria, a apreensão perceptiva e um exemplo comum é que ao resolver uma atividade em que conste uma figura geométrica, geralmente os estudantes leem a questão, constroem a figura e não retornam mais ao enunciado. Isto marca a ausência do que Duval denomina de interpretação discursiva da figura. Corroborando com Duval, Moretti e Brandt (2005, p.600) afirmam que: “O que se chama de figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões apreensiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes”.

Há uma terceira apreensão denominada operatória, centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas possíveis reorganizações que podem ser feitas de diferentes maneiras. Duval menciona ainda que ao usar figuras em matemática, deve-se ter em mente que os quatro modos de apreensão são mobilizados, mas os tratamentos figurais revelam a apreensão operatória e estes têm um papel fundamental no uso heurístico da figura.

“Uma aprendizagem dos tratamentos puramente figurais deve ser uma aprendizagem centrada na apreensão operatória das figuras e não nas apreensões sequenciais e discursivas. Deve levar em consideração todos os fatores que mexem com a visibilidade de uma operação, quer dizer, os fatores de organização perceptiva de uma figura que podem contribuir para a mobilização espontânea desta operação, ou ao contrário, inibi-la”. (DUVAL, 2012a, p.289)

E por último, tem-se a apreensão sequencial quando se tem a reprodução de uma figura através de sua construção ou descrição.

É importante pontuar que geralmente as apreensões em geometria não aparecem de forma isolada e dependendo do tipo de atividade, uma pode ser mais requisitada do que a outra e problemas a princípio simples, podem se tornar complexos a depender do número de apreensões envolvidas.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa teve uma abordagem qualitativa. Para a coleta e análise de dados foram selecionadas e resolvidas todas as atividades presentes na seção denominada “relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente” do livro didático Matemática Interligada, da autora Thais Marcelle de Andrade.

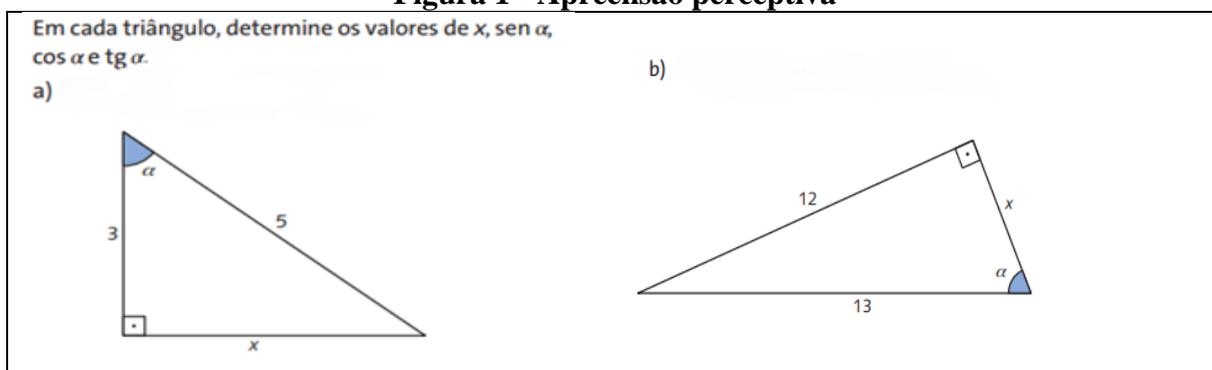
Estas atividades foram categorizadas em consonância com os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Para isso considerou-se dentre as quatro apreensões em geometria propostas por Duval a que ocorreu em maior grau em cada atividade, ou ainda, a relação observada entre algumas destas apreensões. As atividades também foram classificadas de acordo com os registros mobilizados na resolução, tendo como referência o trabalho de Berlanda (2017 e 2019), e observou-se ainda, quando necessário, os tratamentos e conversões requeridos e a coordenação entre os registros.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentadas e discutidas algumas atividades que contemplam as apreensões em geometria descritas por Duval(2012a) e os registros mobilizados na resolução destas atividades. Também se menciona, caso seja pertinente, os tratamentos e conversões mobilizados e a presença ou não da coordenação entre os registros.

Na figura 1 tem-se uma atividade que é comum nos livros didáticos, no início da abordagem deste objeto matemático, com o objetivo de identificação dos elementos que constituem um triângulo retângulo para determinar a medida indicada.

Figura 1 - Apreensão perceptiva



Fonte: Andrade, 2020, p. 27.

Nesta atividade está evidente a apreensão perceptiva. O estudante precisará, inicialmente, identificar o símbolo usado para representar um ângulo reto e assim identificar que se trata de um triângulo retângulo. Deverá estabelecer a correspondência correta entre o lado que representa a hipotenusa e os lados que representam os catetos e verificar se nesta situação poderá usar uma das razões trigonométricas ou o teorema de Pitágoras.

É importante apresentar situações em que o estudante seja motivado a discutir e justificar a resolução. Neste caso, ele deverá perceber que apenas o teorema de Pitágoras resolve a atividade, pois deve-se encontrar a medida de um dos lados, sendo que os outros dois já foram dados pelo exercício. Além disso, o estudante deverá observar que a falta da indicação de um dos ângulos agudos, neste caso, impossibilita o uso das razões trigonométricas.

Esta atividade pode ser resolvida sem a modificação no registro figural, portanto não se observa a princípio na primeira figura, a presença da apreensão operatória. Já o enunciado da atividade constitui a apreensão discursiva.

Consiste em uma atividade apresentada no registro figural, na qual o estudante efetuará a conversão do registro figural para os registros simbólico e algébrico e por meio dos tratamentos no registro algébrico obterá as medidas indicadas na atividade. Neste caso o registro em língua natural tem pouco efeito sobre a resolução, pois apenas dá o comando do que está sendo exigido na atividade.

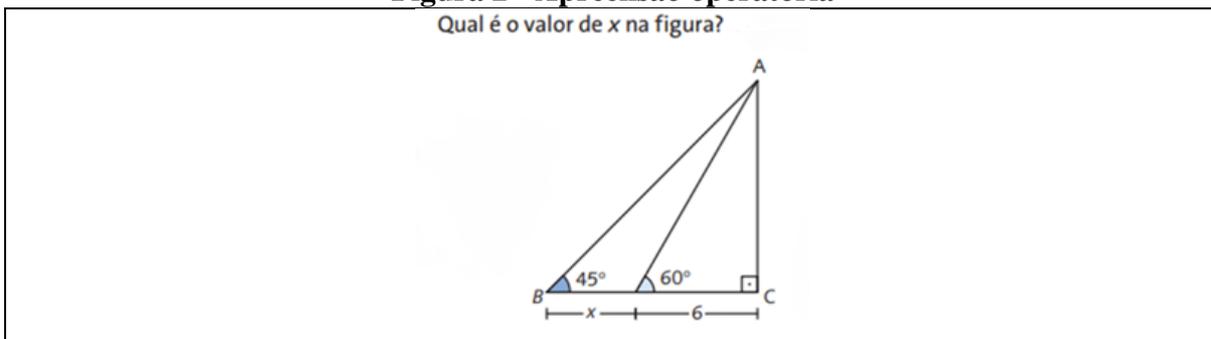
Ressalta-se que, nesta atividade foram apresentadas posições diferentes para o triângulo retângulo, porém a maioria da forma usual, em que se mantém o uso de segmentos de reta horizontais e verticais. Apenas o item *b* (Figura 1) apresentou um padrão diferente, o que é significativo do ponto de vista cognitivo, já que pode constituir uma dificuldade. Duval (2022) atribui isso a dois mecanismos de identificação de objetos a partir das formas visuais: visualização icônica e não icônica.

Neste caso, o estudante não poderá apoiar-se apenas na apreensão perceptiva, pois a primeira impressão pode ser a de não se tratar de um triângulo retângulo, pois de certa forma é diferente do padrão geralmente apresentado. No entanto, por meio da apreensão operatória, a modificação da posição deste triângulo possibilitará ao estudante visualizar que se trata de um triângulo retângulo, além disso há a indicação de um ângulo reto na figura. É importante apresentar aos estudantes situações com diferentes posições do triângulo retângulo, para que o estudante compreenda que é o fato de possuir um ângulo reto que o classifica como triângulo retângulo, independentemente da posição.

Na sequência, apresenta-se na Figura 2 uma atividade proposta em que há a presença da apreensão operatória. Nesta atividade a operação operatória se deu por meio da modificação

mereológica, denominada reconfiguração intermediária, que de acordo com Duval (2012a), constituem os problemas iniciais de geometria propostos aos estudantes, pois não requerem um uso sistemático de definições e teoremas. A operação de reconfiguração intermediária “é uma modificação que faz surgir uma forma como um todo fracionado em partes homogêneas ou em partes heterogêneas” (Duval, 2012a, p.127).

Figura 2 - Apreensão operatória



Fonte: Andrade, 2020, p. 32.

Novamente está evidente a apreensão perceptiva. O estudante precisará, inicialmente, identificar que se trata de um triângulo retângulo e verificar que nesta situação deverá usar uma das razões trigonométricas.

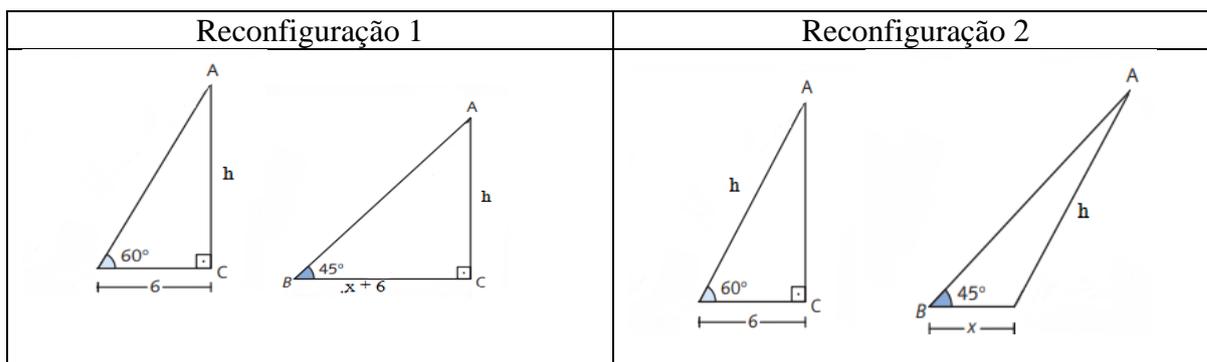
Num primeiro momento poderia se inferir que a Figura 2 apresenta uma atividade semelhante à mencionada na Figura 1, pois novamente se propõe a conversão do registro figural para o algébrico, sendo intermediado pelo registro simbólico e por tratamentos algébricos.

Entretanto, nesse caso é necessária a mobilização da apreensão operatória, pois uma das possibilidades de resolução é decompor a figura em outras duas (modificação mereológica). Neste caso, se o estudante se basear somente na apreensão perceptiva poderá interpretar erroneamente a figura e não encontrar a medida correta.

Há ao menos duas possibilidades de modificação mereológica denominada de reconfiguração intermediária a fim de resolver a situação proposta. A primeira apresenta um possível caminho para resolver de modo correto e a segunda, comumente adotada pelos estudantes, apresentará um resultado equivocado.

O objetivo é compreender o que está atrelado ao erro do estudante, por meio da análise das escolhas efetuadas por ele e que mostram, de certa forma, o pensamento geométrico destes estudantes. A Figura 3 apresenta duas, das possíveis estratégias de resolução.

Figura 3 - Modificação mereológica



Fonte: Adaptado de Andrade, 2020.

No primeiro procedimento (reconfiguração 1), o estudante fará a decomposição da figura original em outras duas, mas sempre mantendo o ângulo reto para ser possível aplicar as razões trigonométricas. Deste modo ao aplicar a razão tangente sequencialmente em ambos os triângulos retângulos, e por meio de uma relação entre valores de x e h , determinará corretamente a medida x .

Mas a experiência como professor, mostra que em muitas situações, os estudantes utilizam a reconfiguração 2. Este procedimento, no entanto, está equivocado pois a última figura não constitui um triângulo retângulo, não possibilitando desta forma aplicar as razões trigonométricas, tendo em vista que o livro ainda não apresentou a lei dos senos e dos cossenos.

Neste caso, o estudante fará a decomposição da figura original em outras duas, mas sem compreender que a decomposição não pode ser feita de modo aleatório, mas considerando algum aspecto pertinente à resolução, neste caso, mantendo a presença do ângulo reto para ser possível aplicar as razões trigonométricas.

O estudante possivelmente determinará a medida da hipotenusa a partir do ângulo de 60° , por tratar-se do segmento pertencente aos dois triângulos e na sequência utilizará esta medida e uma das razões trigonométricas para obter a medida x , ignorando o fato de que elas se aplicam apenas em triângulos retângulos. Concorda-se com Duval quando este afirma que “os objetos que aparecem podem deste modo, ser diferentes dos tipos de objeto que a situação exige ver” (Duval, 2012b, p.124).

Conforme afirmado por Duval (2012b), dependendo do tipo de modificação escolhida, podem surgir possibilidades de tratamento sem relação uns com os outros e neste caso, a escolha da modificação implicou em um caminho errado de resolução. As atividades propostas devem considerar a complexidade da apreensão operatória das figuras, a fim de discutir com os estudantes as várias possibilidades de modificação e suas implicações e isto também serve para

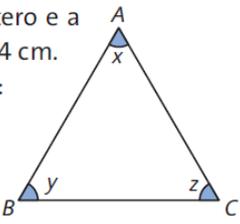
o professor analisar com mais precisão os erros de resolução dos estudantes e fazer intervenções assertivas.

Na sequência faz-se a discussão da atividade apresentada na Figura 4 que consiste em uma situação de subordinação da apreensão perceptiva à discursiva. Cabe ressaltar que a apreensão discursiva em matemática requer o domínio de um vocabulário específico e de acordo com Duval (2102b) as propriedades aceitáveis mostradas nas figuras dependem do enunciado, ou seja, há uma restrição da apreensão perceptiva.

Figura 4 - Atividade em que a apreensão perceptiva é subordinada à discursiva

O triângulo ao lado é equilátero e a medida de seu perímetro é 24 cm. Nessas condições, determine:

- o comprimento da altura desse triângulo.
- a medida de cada um de seus ângulos internos.
- o seno, o cosseno e a tangente do ângulo de medida y .



Fonte: Andrade, 2020, p. 32.

A atividade é apresentada no registro em língua natural com a presença de um registro figural. A partir da apreensão perceptiva o estudante identificará que a figura mostrada na atividade é um triângulo, mas é apenas por meio do enunciado (apreensão discursiva) que há a garantia de tratar-se de um triângulo equilátero e assim aplicar as propriedades referentes a esta categoria de triângulo, ou seja, destaca-se a importância da sinergia entre os registros figurais e discursivos apontado por Duval (2011) para a compreensão em geometria.

Além disso, o estudante precisará ter compreendido a definição de altura, para perceber que haverá um ângulo reto a partir da altura traçada e que por tratar-se de um triângulo equilátero é possível admitir que cada segmento “cortado” pela altura tem a metade da medida do segmento original.

Nesse caso específico, se o estudante não compreender que somente em casos específicos se admite que a altura divide a base em dois segmentos congruentes, poderá transferir esses mesmos procedimentos em casos que isso não se aplica, como no caso de um triângulo escaleno.

Isso porque deixará se guiar somente pela apreensão perceptiva sem justificar a resolução da atividade. É importante que o professor faça as intervenções necessárias para que o estudante gradativamente compreenda que olhar geometricamente de acordo com Duval

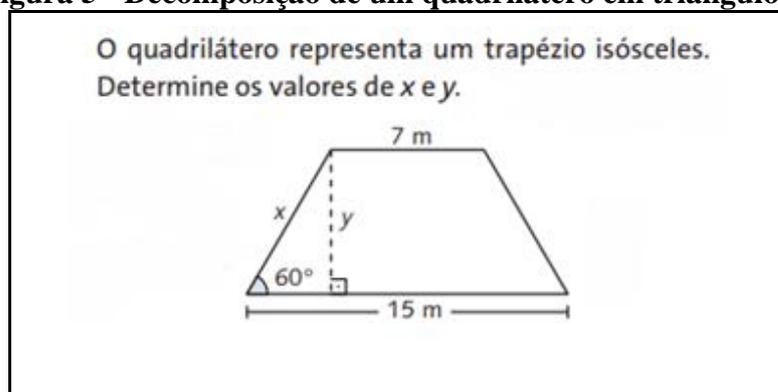
(2012b) significa pautar-se pelas propriedades dos objetos geométricos em estudo e não somente pela visualização.

Observa-se ainda que geralmente o estudante identificará que em um triângulo equilátero os lados são congruentes, mas nem sempre perceberá que isso ocorre também com as medidas dos ângulos. E nesse caso, especificamente o fato de o registro figural apresentar letras diferentes para as medidas dos ângulos, fará com que o estudante tenha que recorrer às características deste tipo de triângulo, para chegar à solução correta. Se for guiado apenas pela apreensão perceptiva poderá obter uma resposta equivocada.

Cabe destacar ainda que esta atividade é significativa pois não apresenta de imediato um triângulo retângulo, mas mostra ao estudante que em diferentes figuras pode ocorrer uma modificação (apreensão operatória), na qual o resultado obtido é um triângulo retângulo.

Por fim, na atividade da Figura 5, o enunciado traz elementos que evidenciam a apreensão operatória. Aliás, pontua-se que essa é uma das poucas atividades apresentadas por este livro didático que aborda um quadrilátero e a partir de sua decomposição aplicam-se as propriedades do triângulo retângulo.

Figura 5 - Decomposição de um quadrilátero em triângulos



Fonte: Andrade (2020, p. 32)

Esta atividade está representada em língua natural e figural e embora a figura já sinalize visualmente tratar-se de um trapézio isósceles, isso somente pode ser garantido por meio do registro em língua natural (apreensão discursiva). Para resolver esta atividade o estudante precisará compreender a definição e as características de um trapézio isósceles, e ainda perceber de que modo essa informação poderá lhe auxiliar na resolução.

Para isso, deverá pautar-se na apreensão perceptiva articulada com a apreensão operatória. Uma modificação mereológica possível é dividir a figura inicial em um retângulo e dois triângulos congruentes. Novamente cabe destacar que não é a visualização que permite

isso, embora num primeiro momento isso ocorra de forma automática, mas é o enunciado que permite justificar os procedimentos de resolução.

Essa reconfiguração permitirá ao estudante obter a medida correta da base de cada triângulo, pois trata-se de triângulos congruentes, apenas posicionados de modos diferentes. Com isso obtém-se a medida de 4 metros para a base de cada triângulo, e esta medida servirá para o cálculo dos valores de x e y , aplicando as razões trigonométricas.

5. CONSIDERAÇÕES

Por meio deste artigo, buscou-se apresentar e discutir alguns aspectos relacionados às representações semióticas e apreensões em geometria do objeto matemático trigonometria no triângulo retângulo tendo como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Nas atividades apresentadas pelo livro didático, notou-se a presença das apreensões em geometria apontadas por Duval (2011), mas também limitações, como por exemplo: a não apresentação de triângulos em posições diferentes das usuais, a necessidade de exploração de diferentes figuras geométricas, que possibilitem tratamentos figurais que resultem em triângulos retângulos e mais atividades que mobilizem a apreensão discursiva em relação a perceptiva.

Buscou-se, portanto, com este trabalho, evidenciar as contribuições dessa teoria na identificação dos aspectos que precisam ser considerados no ensino e aprendizagem da trigonometria no triângulo retângulo e na possível compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes no estudo deste objeto matemático.

Espera-se que esse trabalho possa contribuir com a prática docente, com reflexões necessárias ao desenvolver este conteúdo em sala de aula, buscando uma aprendizagem que auxilie a ver a matemática e olhar a geometria de outra forma, articulando as apreensões em geometria na busca da construção de um repertório cada vez mais sólido de conhecimentos geométricos.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Thaís Marcelle. **Matemática Interligada: Trigonometria, fenômenos periódicos e programação**. 1.ed. São Paulo: Scipione, 2020.
- BERLANDA, Juliane Carla. **Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do *software* GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2017.
- BERLANDA, Juliane Carla. **Registros de representação semiótica: identificando representações e apreensões no estudo de trigonometria no triângulo retângulo**. Revista de Educação, Ciências e Matemática. v 09, nº1, jan/abril 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. v. 02. Brasília, 2006.
- DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011. 160 p.
- DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Raymond Duval**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT. Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v 07, n 02, p.266 - 297, 2012a
- DUVAL, Raymond. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência**. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 07, n.01, p. 118 – 138, 2012b.
- DUVAL, Raymond. **As condições cognitivas da aprendizagem da geometria: desenvolvimento da visualização, diferenciação dos raciocínios e coordenação de seus funcionamentos**. Tradução de Cleide Ribeiro Mota Arinos, José Luiz Magalhães de Freitas e Méricles Thadeu Morretti. Revemat, Florianópolis, v. 17, n.1, p. 1-51, 2022.
- KLUPPEL. Gabriela Teixeira. **Reflexões sobre o Ensino de Geometria em livros didáticos à luz da Teoria de Representações Semiótica segundo Raymond Duval**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2012.
- MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Célia Finck. **Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras**. III Fórum de Discussão: Parâmetros balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. Educação, Matemática e Pesquisa. São Paulo, v.17, n. 3, p. 597 - 616, 2015.

NOTAS DA OBRA

TÍTULO DA OBRA

Representações e apreensões na abordagem da trigonometria no triângulo retângulo em um livro didático do ensino médio

Eduardo Brandl

Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Instituto Federal Catarinense, Ibirama, Brasil
eduardo.brandl@ifc.edu.br

 <https://orcid.org/0000-0001-7945-2808>

Ilizete Gonçalves Lenartovicz

Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Instituto Federal Catarinense, Ibirama, Brasil
ilizete.lenartovicz@ifc.edu.br

Endereço de correspondência do principal autor

Endereço para correspondência indicando Rua João Ramos, 97, Bairro: Estação, CEP: 89176-000, Trombudo Central, SC, Brasil

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: E. Brandl, I. G. Lenartovicz

Coleta de dados: E. Brandl

Análise de dados: E. Brandl, I. G. Lenartovicz

Discussão dos resultados: E. Brandl, I. G. Lenartovicz

Revisão e aprovação: E. Brandl, I. G. Lenartovicz

FINANCIAMENTO

Instituto Federal Catarinense – Campus Ibirama

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Informar se teve ou não aprovação do comitê de ética, número de processo e data, anexar o documento comprobatório como suplementar. Quando a pesquisa não tiver necessidade de aprovação em comitê de ética, informar: não se aplica.

LICENÇA DE USO

Os autores cedem à **Recem** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution \(CC BY\) 4.0 International](#). Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER

Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional de Santa Catarina (SBEM/SC). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EQUIPE EDITORIAL

Editor-Chefe:

Dr. Julio Faria Correa

Assistentes de Editoração:

Msc. Eduardo Sabel