RECEM
Revista Catarinense de Educação Matemática
ISSN 2965-0267

# Sobre o livro "*Semiose* e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagem intelectual" de Raymond Duval - estudo hermenêutico da Introdução e Capítulo I[1]

## On the book "Semiosis and human thought: semiotic registers and intellectual Learning" by Raymond Duval – hermeneutic study of the Introduction and Chapter I

### Sobre el libro «Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizaje intelectual» de Raymond Duval - estudio hermenéutico de la Introducción y del Capítulo I.

**DOI**: 10.37001/recem.v4i5.4454

**Recebimento:** 17/01/2025
**Aprovação:** 05/03/2025
**Publicação:** 06/03/2025

**Méricles T. Moretti**
Doutor em Didática da Matemática/UNISTRA
PPGECT/UFSC, Florianópolis, Brasil
mthmoretti@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3710-9873

**Resumo**: O texto que segue resulta de um estudo hermenêutico da Introdução e do Capítulo I do livro "Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels" de Raymond publicado em 1995 em francês, e em 2004a na primeira versão em espanhol. O que se pretendeu neste estudo foi depreender os elementos teóricos mais fortemente relacionados à aprendizagem matemática na teoria semiocognitiva de Duval.

**Palavras-chave:** estudo hermenêutico; *semiose* e *noesis*; aprendizagem matemática.

**Abstract**: The following text is the result of a hermeneutic study of the Introduction and Chapter I of the book 'Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels' by Raymond, published in French in 1995 and in Spanish in 2004a. The aim of this study was to uncover the theoretical elements most related to the learning of mathematics in Duval's semiocognitive theory.

**Keywords**: Hermeneutic study; semiosis and noesis; mathematical learning.

**Resumen:** El siguiente texto es el resultado de un estudio hermenéutico de la Introducción y del Capítulo I del libro «Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels» de Raymond, publicado en francés en 1995 y en español en 2004a. El objetivo de este estudio era desvelar los elementos teóricos más relacionados con el aprendizaje de las matemáticas en la teoría semiocognitiva de Duval.

**Palabras clave:** Estudio hermenéutico; semiosis y noesis; aprendizaje matemático.

[1] Este artigo faz parte de um conjunto de textos que estão sendo produzidos acerca da obra "Semiose e Pensamento Humano" de Raymond Duval" e serão publicados ao longo desde ano na RECEM. Cada artigo irá discutir um dos capítulos da obra para que juntos possam ser um guia de estudos da teoria de Duval. Estes textos são oriundos do grupo de pesquisa GPEEM/UFSC.

## INTRODUÇÃO

Em seu livro "Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intelectuels" publicado em 1995 (em 2004a na versão em espanhol), Duval (1995, p. 1; 2004a, p. 13)[2] trata essencialmente do que constitui a aprendizagem matemática, e isso não é por acaso, mas por ser um domínio de conhecimento em que atividades cognitivas fundamentais são exigidas: "como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas, e até mesmo a compreensão de texto". Outro ponto que menciona é a variedade muito grande de representações semióticas que podem estar agrupadas em sistemas semióticos com atividades cognitivas bem específicas.

A pluralidade de sistemas de representação na atividade matemática é visível, em algumas situações, sistemas criados aprofundaram de maneira notável conhecimentos matemáticos como foi o caso da introdução da "noção de coordenadas espaciais" por Descartes.

Duval (1995, 2004a) trava uma discussão importante relacionada ao possível caminho entre a *semiose* e a *noesis* que pode percorrer a aprendizagem intelectual.

## 1 – QUAL CAMINHO SEGUIR ENTRE *SEMIOSE* E *NOESIS*?

A *semiose* refere-se a apreensão ou a produção de representações semióticas enquanto a *noesis* diz respeito à apreensão conceitual de algum objeto de aprendizagem. Duval (1995, 2004a) apresenta dois caminhos na aprendizagem intelectual que podem comandar concepções didáticas bem distintas:

**- CAMINHO 1**: **"**...de que a ***noesis*** é independente da ***semiose***, ou ao menos, que a comanda" (p. 3; p. 15). Por esse caminho, as representações semióticas seriam nada mais do que um meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar as suas **representações mentais.** As representações mentais possibilitam o acesso ao objeto na ausência de qualquer significante não perceptível aos sentidos. Deste modo, as representações semióticas seriam nada mais do que um meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar as suas representações mentais: "Assim, elas estariam inteiramente subordinadas às representações mentais e preencheriam nada mais do que a **função de comunicação**" (p. 2; p. 14);

**- CAMINHO 2**: "não existe ***noesis*** sem ***semiose***, é a ***semiose*** que determina as condições de possibilidade e exercício da ***noesis***" (DUVAL, 1995, p. 4; 2004a, p. 16). As representações

[2] Duval (1995, p. 1; 2004a, p. 13) refere-se à versão em francês de 1995 e a versão em espanhol de 2004; p. 1 e p. 13 referem-se, respectivamente, à página 1 na versão de 1995 e à página 13 na versão traduzida de 2004a.

semióticas, em matemática, não são só necessárias para fins de comunicação, mas são necessárias ao desenvolvimento de atividades matemáticas. Imagine-se os tratamentos matemáticos em uma solução de sistema de equações sem o uso das representações semióticas? "... esta função de tratamento só pode ser preenchida por representações semióticas e não por representações mentais. A utilização de representações semióticas aparece primordial para a atividade matemática e parece-lhe ser intrínseca" (p. 3; p. 15). O progresso do conhecimento sempre foi acompanhado da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos e cita Granger[3] ao afirmar que "a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações" (p. 3; p. 15).

Duval (1995, 2004a) toma partido do Caminho 2 e, na seção seguinte, será discutido de qual *semiose* ele se refere.

## 2 – REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

O signo em Duval (1995, 2004a) é triádico e está revestido de algumas influências: do **objeto** em Peirce (2000), da noção de **sistema de representação** em Saussure (2008) e do **sentido** em Frege (1978). Antes de entrar diretamente no registro de representação semiótica, apresenta-se o signo em estruturas binárias.

**Figura 1A e 1B**: o signo binário

**A** | **B**

**Signo linguístico (Saussure)** | **Representação**


**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, p. 62; 2004a, p. 64)

Na Figura 1B, o representado é um objeto real que pode ser percebido: o representante evoca, portanto, "objetos ausentes". O significado, ao contrário, só pode ter uma existência mental (conceito, fantasia...) (DUVAL, 1995, p. 62; 2004a, p. 65). Assim, "esperança" é o significante do que a gente entende por esperança (conceito) e diz respeito ao esquema da

[3] GRANGER, G. Langages e épistémologie. Paris: Klinksieck, 1979, p. 21 – 47.

Figura 1A. Já a palavra "gato", que substitui um objeto, um pequeno felino que se conhece bem, diz respeito ao esquema da Figura 1B. Em ambos os casos, se pode perceber que a diferença está na natureza do significado e do representado. Os símbolos e as notações matemáticas são de estrutura diática, conforme afirma Duval (1995, p. 63; 2004a, p. 65), como por exemplo, $\vec{u} + \vec{v}$ para representar a soma de dois vetores, está mais próximo do modelo de representação da Figura 1B: $(\vec{u} + \vec{v})$ é um objeto matemático ideal, mas a sua representação permite manipulação ostensiva.

Para Saussure o significante não é algo que se pode considerar de forma isolada:

> ...é uma grande ilusão considerar um termo simplesmente com a união de certo som com um certo conceito. Defini-lo assim seria isolá-lo do sistema do qual faz parte; seria acreditar que é possível começar pelos termos e construir o sistema fazendo a soma deles, quando pelo contrário, cumpre partir da totalidade solidária para obter, por análise, os elementos que encerra (SAUSSURE, 2008, p. 132).

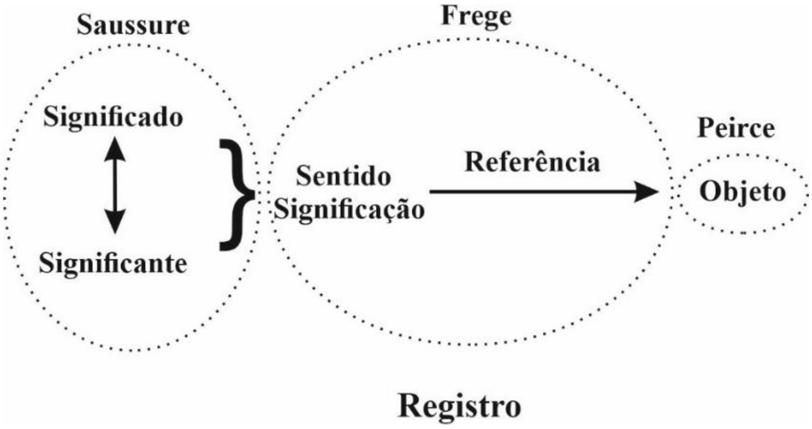
Assim, algo que se pode concluir com essa citação é de que uma representação só é importante no seio de um **sistema de representação**.

Sobre o significado de um signo, Saussure (2008) traz à baila o conceito de valor do signo: os valores dos signos são constituídos "por uma coisa dessemelhante, suscetível de ser trocada por outra cujo valor resta determinar; por coisas semelhantes que se podem comparar com aquela cujo valor está em causa." (p. 134). Em concordância com essa citação de Saussure, Duval (1995, p. 78; 2004a, p. 77) afirma que:

> ...se tornou clássico distinguir duas unidades significantes de um sistema recorrendo-se ao princípio de oposição: dois signos se distinguem quando eles se opõem por algum traço, uma vez que o signo é definido pela diferença com os outros signos (DUVAL, 1995, p. 78-79; 2004a, p. 77-78).

Com todos esses elementos de Saussure (2008), Peirce (2000) e Frege (1978) apresenta-se na figura a seguir do signo em Duval:

**Figura 02**: o registro de representação semiótica em Duval



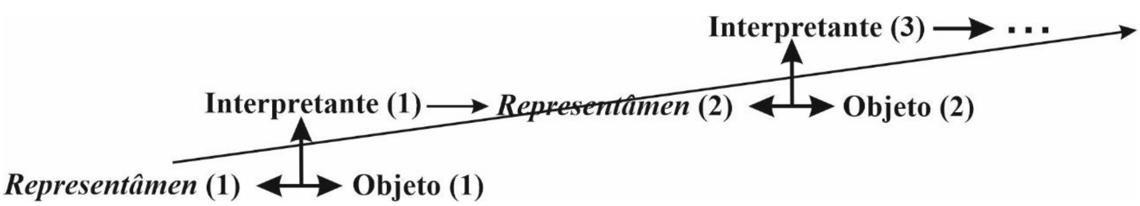

**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, 2004a)

O objeto de referência vai depender do sentido (significação) que se dá à relação significante/significado. Esse elemento na estrutura chamado **referência** foi uma contribuição de Frege (1978, p. 61-86) e desempenha um papel fundamental na teoria semiocogntiva de Duval (1995, 2004a).

Na **estrutura triádica** do signo em Peirce, o objeto é um dos elementos:

> Um *signo*, ou ***representâmen***, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino **interpretante** do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu **objeto** (PEIRCE, 2000, p. 46).

**Figura 03:** o signo em Peirce




**Fonte**: do autor a partir de Peirce (2000)

Como se pode perceber, o signo em Peirce é dinâmico, um *representâmen* aliado ao objeto gera um interpretante que por sua vez cria um *representâmen* e assim *ad infinitum*. Um outro aspecto que se pode perceber nesse esquema do signo em Peirce (2000) é que o signo representa o objeto "não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia de que eu, por vezes, denominei fundamento do *representâmen*" (p. 46). Além do objeto na representação do signo em Peirce, Duval assimila essa ideia de que o signo não representa o objeto em sua totalidade:

> ... a natureza do registro semiótico que é escolhido para representar um conteúdo (objeto, conceito ou situação) impõe uma seleção de elementos significativos ou informacionais do conteúdo que representa. Esta escolha é feita em função das possibilidades e das restrições semióticas do registro escolhido. Uma linguagem não oferece as mesmas possibilidades de representação que uma figura ou um diagrama. Isto quer dizer que **toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa**, e que de um registro a outro não estão os mesmos aspectos do conteúdo de uma situação que estão representados (DUVAL, 2012, p. 280)[4].

Assim, por exemplo, o número $\frac{6}{4}$:

- pode-se imaginar um número racional na forma fracionária, ou seja, a razão entre dois números inteiros cujo quociente é *1,5*;

- considerar uma proporção como em um problema do tipo "a produção de maçã na região A, em relação à produção na região B, está na proporção de 6 para 4";

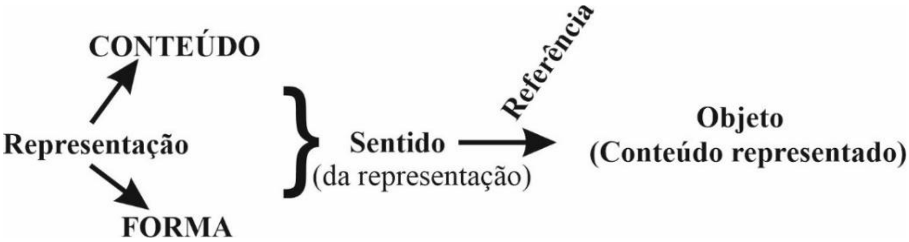
- considerar uma divisão euclidiana como em um problema do tipo "distribuir *6* laranjas para *4* indivíduos, o que dá, uma laranja para cada pessoa e ainda sobram duas". Neste caso, $\frac{6}{4}$ não é equivalente a $\frac{3}{2}$, uma vez que em $\frac{3}{2}$ vai sobrar apenas uma laranja.

Dependendo do sentido que se dá ao número $\frac{6}{4}$ , a referência aponta para um tipo de objeto matemático.

A figura, a seguir, apresenta uma forma mais conveniente do modelo de signo em Duval (1995, 2004a) voltado à aprendizagem matemática.

[4] Este texto é tradução de um artigo de Duval publicado em 1988, portanto já apresentava elementos da sua teoria que seriam reunidos em Duval (1995).

**Figura 04**: Registro de representação semiótica




**REGISTRO**

**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, 2004a), Saussure (2008), Peirce (2000) e Frege (1978)

O registro de representação semiótica, ou simplesmente registro, é um tipo especial de sistema semiótico de representação em que os seus elementos significantes devem contemplar três atividades cognitivas fundamentais: formação, tratamento e conversão. Em Duval (1995, 2004a) não há uma classificação explícita dos registros utilizados em matemática, mas se pode desprender quatros grandes tipos de registros que mais tarde (DUVAL, 2004b, p. 52), com informações adicionais, vai apresentá-los; são eles: (1) **Língua natural** com os tratamentos de associações verbais (conceituais), descrição, definição, explicação, raciocínio, argumentação a partir de observações de crenças, deduções válidas a partir de definições ou de teoremas; (2) **Sistema de escrita** numérica, binária, fracionária, algébrica, simbólica (línguas formais), com os tratamentos de cálculo literal, algébrico e formal (3) **Figuras geométricas** planas ou em perspectiva com os tratamentos de apreensão operatórias e não somente perceptiva, construção com instrumentos, modelização de estruturas físicas (cristas, moléculas etc.); (4) **Gráficos cartesianos** (visualização de variações) com os tratamentos de mudança de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação. O que pode ocorrer ainda é uma mistura de dois ou mais registros, como por exemplo, calcular a área de um triângulo posicionado no plano cartesiano: elementos cartesianos, geométricos e até mesmo algébricos poderão ser necessários na resolução.

## 2.1 – ATIVIDADES FUNDAMENTAIS DA REPRESENTAÇÃO LIGADAS À *SEMIOSE* - REGISTRO

São três as atividades fundamentais ligadas à *semiose*:

**- formação de representações semióticas.**

Constituir traços que possam ser identificados por um grupo de pessoas, como no registro da língua natural que é compartilhada por uma comunidade com objetivo central de comunicação. A produção de uma representação semiótica deve respeitar as suas próprias regras, e no lugar de falar de regras de produção de representações, Duval prefere falar de **regras de conformidade** que essencialmente tratam de:

> - a determinação (estritamente limitada, ou ao contrário, aberta) de unidades elementares (funcionalmente homogêneas ou heterogêneas...): símbolos, vocabulário...
> - as combinações admissíveis de unidades elementares para formar unidades de nível superior: regras de formação para um sistema formal, gramática para as línguas naturais...
> - condições para que uma representação de ordem superior seja uma produção pertinente e completa: regras canônicas próprias a gênero literário ou a um tipo de produção em um registro (DUVAL, 1995, p. 37-38; 2004a, p. 43).

As regras de conformidade permitem que se reconheça em um conjunto de representações como representação de um determinado objeto. Desse modo, essas regras também preenchem a **função de identificação de sentido** que é parte fundamental do registro no reconhecimento do objeto (ver Figura 02 ou Figura 04).

Duval (1995, 2004a) assinala que a formação de representações semióticas é muito mais complexa do que a simples aplicação de regras de conformidade e cita como exemplo o caso da descrição em língua natural que depende da situação que será desenvolvida: que pode ser, por exemplo, por meio da percepção de um objeto real, de uma lembrança, de uma imagem etc. (p. 38; p. 44).

**- operação de tratamento.**

O registro deve possuir alguma operação interna que trata dos seus elementos significantes tornando-os elementos significantes no mesmo registro. Na língua natural são exemplos o caso da perífrase, ao trocar "terra da garoa" pela "cidade de São Paulo" e da paráfrase que significa dizer a mesma coisa com outras palavras. Segundo Duval (1995, 2004a), foi Frege (1971)[5] quem iniciou a análise das transformações internas em um registro distinguindo sentido e referência: "terra da garoa" e "cidade da São Paulo" possuem a mesma referência, mas sentidos diferentes. Duval (1995, 2004a) assinala ainda que o tratamento pode

[5] FREGE, G. Écrits logiques et philosophiques (Trad. C. Imbert). Paris: Seuil, 1971.

ser encarado como uma expansão informacional e cita a língua natural como exemplo em que a paráfrase é o caso de expansão mais pobre (p. 39; p. 45).

**- operação de conversão**

Um registro deve poder ser convertido, a partir de seus significantes, em significantes de um outro sistema. Assim, o problema em língua natural "Encontrar o número que somado a seu triplo tem como resultado 136" pode ser transformado na linguagem algébrica como "x + 3x = 136", sendo que x designa o número procurado.

Para Duval "**A questão da relação entre *semiose* e *noesis* concerne somente os sistemas que permitem essas três atividades de representação e não qualquer sistema semiótico**" (DUVAL, 1995, p. 21; 2004a, p. 30). Essa frase deixa implícito ainda a ideia de que nem todo sistema semiótico pode ser considerado um registro. Sobre isso, Moretti (2024) discute várias situações e apresenta um exemplo do conjunto de placas de sinalização de trânsito como um sistema semiótico de representação e que não vem a ser um registro, mas muito próximo.

Na conversão não se pode deixar de levar em conta a diferença que há entre conteúdo da representação e o conteúdo que ela representa (o objeto) conforme destaca-se na Figura 04. Ver isso, implica perceber algo importante, já comentado, que é contribuição de Frege (1978) sobre o sentido e referência. Duval discute o caso das escritas decimais:

> Na realidade, a escrita decimal, fracionária e a escrita com expoentes, constituem três registros diferentes de representação dos números. **De fato, na escrita de um número, é preciso distinguir a significação operatória atada ao significante e o número representado**. Deste modo, a significação operatória não é a mesma para 0,25, para 1/4 e para $25.10^{-2}$. (DUVAL, 1995, p. 41; 2004a, p. 46).

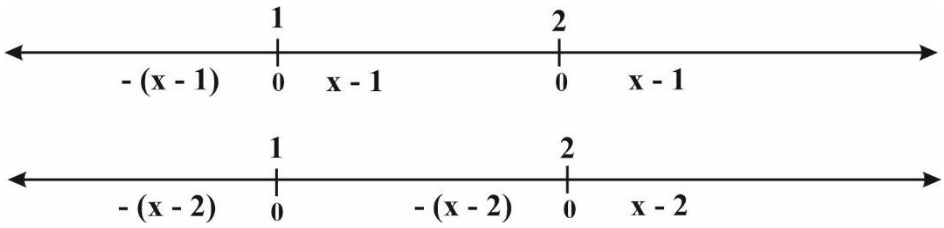
Portanto, ao operar números racionais, o sentido operatório será diferente dependendo da forma como esses números apresentam-se.

### 2.1.1 – Exemplo que trata da formação, tratamento e conversão.

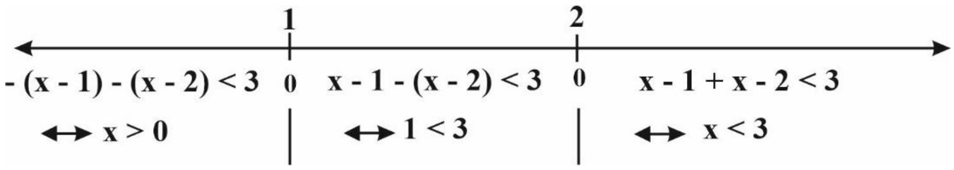
Quando se fala de cálculo, se quer dizer tratamentos de números ou letras, mas pode ter um sentido mais amplo e incluir a conversão conforme mostra o exemplo a seguir.

**Resolver, em $\mathfrak{R}$, a inequação $|x - 1| + |x - 2| < 3$**

A expressão $|x - 1|$ é positiva ou nula e pode ser escrita de forma equivalente na reta real a seguir. Do mesmo modo, para a expressão $|x - 2|$:




Essas representações, nas retas reais das expressões $|x - 1|$ e $|x - 2|$, são exemplos do que serão chamados por Duval (2004b, p. 54-62) de representações auxiliares, misturam álgebra e geometria (algébrico/geométrico) e apresentam uma forma fortemente heurística que, ao considerar a equação dada, permitem a seguinte representação e solução em cada intervalo considerado na reta real:




A solução pode ser expressa da seguinte maneira:

- para o intervalo $(-\infty, 1)$ e $x > 0$, tem-se $0 < x < 1$;
- para o intervalo $[1, 2)$ e $1 < 3$ (é verdade qualquer que seja $x$), tem-se $1 \leq x < 2$;
- para o intervalo $[2, +\infty)$ e $x < 3$, tem-se $2 \leq x < 3$.

Portanto, reunindo essas soluções parciais, tem-se $x \in (0, 3)$ a solução final.

O assunto tratado, nesse exemplo, diz respeito às inequações modulares que é parte de um registro mais amplo, o registro "álgebra - língua formal, sistemas de escrita" cuja operação de formação é bem definida. Nesse exemplo, pode-se perceber que o cálculo incluiu tratamentos e passagens de conversão entre o registro algébrico e o registro geométrico/algébrico.

O registro de representação semiótica é a *semiose* por excelência na teoria de aprendizagem intelectual em Duval (1995; 2004a) uma vez que contempla as três atividades cognitivas fundamentais da *semiose*. Por esse motivo apresenta-se, a seguir, outros termos-chave relacionados ao registro na obra desse autor.

## 3 – QUESTÕES RELACIONADAS ÀS MUDANÇAS DE REGISTROS

"**Compartimentalização inapropriada**" foi o termo usado por Schoenfeld[6], citado por Duval (1995, 2004a), que comenta que ao final de um ano de ensino da geometria "Os alunos podem não conseguir fazer praticamente conexão alguma entre os domínios de referência e o sistema de símbolos que esperamos que eles considerem quase idênticos...a interação ocorre muito mais raramente do que gostaríamos que acontecesse". Já Duval usa o termo **enclausuramento** de representações semióticas em um sentido parecido que pode resultar de duas atitudes didáticas: uma delas diz respeito ao uso privilegiado de um único sistema de representação para um determinado objeto matemático, isso reforça a confusão entre o objeto e a representação. Essa confusão se torna menos possível na medida em que mais de um sistema é utilizado para tratar do objeto matemático em estudo. No entanto, mesmo com uso de diversos sistemas, o enclausuramento pode persistir uma vez que é resultado de um fenômeno que Duval denomina de **congruência semântica** que pode ocorrer na passagem de um sistema de representação a outro.

## 3.1 – CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA E OS CRITÉRIOS DE CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA.

A congruência semântica é um fenômeno semiocognitiva que ocorre, em maior ou menor grau, na mudança de uma representação a outra do mesmo objeto; procura "medir" o grau de transparência que há entre essas representações[7].

O quadro, a seguir, refere-se a um estudo Clark e Chase (1972) que Duval (1995, 2004a) menciona sobre o tempo de reação no reconhecimento de uma imagem simples e na descrição por uma frase: a imagem exposta por Clark e Chase (1972) é da letra A acima da letra B. Após exposição, oito questões, sendo quatro delas afirmativas e quatro negativas, são propostas para que um grupo de pessoas pudessem responder se verdadeiro ou falso. O tempo de reação em milissegundos (ms) era anotado. A partir desses dados, Duval escolhe apenas as questões afirmativas e elabora o quadro seguinte:

[6] SCHOENFELD, A. H, On having and using geometric knowledge. In Hiebert (Ed,). Conceptual and procedural knowledge. The case of mathematics. N. York: Lawrence Erlbaum Associates, 1986, p. 239, 242.

[7] Para aprofundar esse assunto, consultar DUVAL (2012), MORETTI, BRANDT ALMOULOUD (2022).

**Quadro 01**: Tempo de reação de uma atividade de comparação frase/imagem.

| Frases que descrevem A imagem | Comparação entre a codificação da imagem e a codificação da frase descrevendo a imagem | Valor lógico da resposta | Tempo de reação (em ms) |
|---|---|---|---|
| A está acima de B | A mesma ordem, mesmos traços semânticos | V | 1783 |
| A está abaixo de B | A mesma ordem, traços opostos | F | 2077 |
| B está acima de A | Ordem inversa, mesmos traços semânticos | F | 2130 |
| B está abaixo de A | Ordem inversa, traços opostos | V | 2139 |

**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, p. 48; 2004a, p. 56).

A segunda linha mostra a frase “A está acima de B” que descreve de forma “transparente” a imagem de A acima de B, e com isso o tempo de reação é o menor de todos. A ordem inversa das frases “B está acima de A” e “B está abaixo de A” e a imagem foram suficientes para aumentar o tempo de reação para 2130 ms e 2139 ms, respectivamente. A análise dessa tabela permitiu a formulação dos três critérios de congruência semântica por Duval (1995, 2004a):

**- Primeiro critério**: correspondência entre as unidades significantes em ambos os registros. Cada sistema de representação possui as suas unidades significantes e quando uma representação passa de um sistema a outro, é necessário que se observe como os significantes em cada sistema estão relacionados. “Ao final dessa segmentação comparativa, se pode ver, então, **se as unidades significantes são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples**” (DUVAL, 1995, p. 47; 2004a, p. 51). Duval (1995, 2004a) chama de unidade significante elementar toda unidade que pertence ao léxico do registro, como por exemplo, no caso “O conjunto de pontos em que <u>a abscissa</u> é <u>maior</u> do que <u>a ordenada</u>” (abscissa, maior, ordenada) e “x > y”;

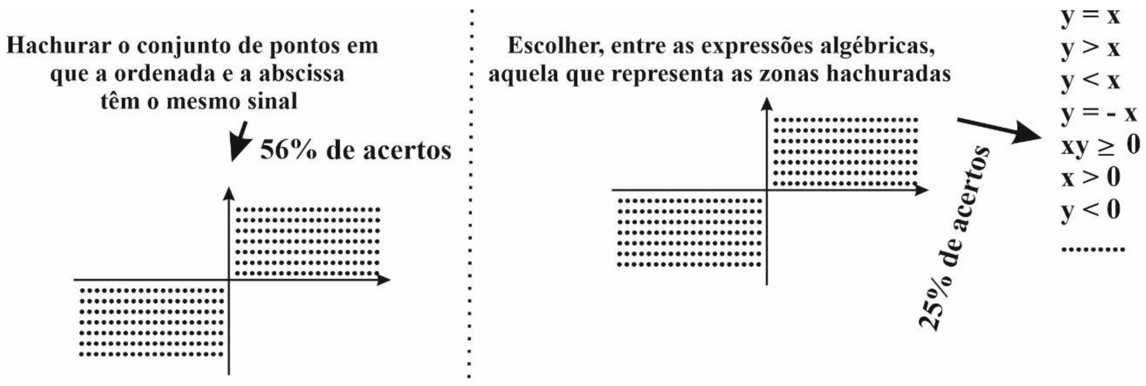
**- Segundo critério**: univocidade semântica terminal. Correspondência um a um entre as unidades significantes. O exemplo “O conjunto de pontos em que <u>a abscissa</u> é <u>maior</u> do que <u>a ordenada</u>” e “x > y” também preserva a univocidade. A situação apresentada no Quadro 01 também preserva, nos quatro casos, a univocidade terminal;

**- Terceiro critério**: ordem na disposição das unidades componentes em cada um dos registros. Tal critério é válido no caso em que os registros possuem o mesmo número de dimensão. São exemplos a segunda e terceira linhas do Quadro 01.

Basta que um só desses três critérios não seja verificado para que as representações sejam consideradas não congruentes. Desse modo, a não congruência semântica entre duas representações pode ser maior ou menor e as taxas de acertos em determinadas questões vão depender dos fatores relacionados aos critérios em que a congruência semântica não verifica.

As representações podem ser congruentes em um sentido de transformação de uma representação a outra, e não serem congruentes no sentido inverso, conforme é mostrado em parte de um exemplo tratado por Duval:

**Figura 5**: taxas de acertos em transformações de sistemas semióticos distintos




**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, p. 55-56; 2004a, p. 58-59)

O termo significante mais importante na questão da esquerda é que "**ordenada e abscissa têm o mesmo sinal**" o que se pode verificar nos sinais convencionados dos eixos do plano cartesiano.

Já na outra questão, a expressão gráfica não permite traduzir para a expressão algébrica por "**xy ≥ 0**", será necessário recorrer à **globalização descritiva** das perífrases: "(-)×(-) > 0", "(+)×(+) > 0" (além de "(0).(+) = 0", "(+).(0)=0", "(0).(-) = 0" e "(-).(0)=0"). Sobre o termo "globalização descritiva", Duval (1995; 2004a) quer dizer que em uma mesma expressão de dados, termos diferentes são reagrupados (p. 245; p. 214): em suma, o termo "**xy ≥ 0**" "esconde" a combinação de diversas expressões algébricas.

Na Tabela 4 em Duval (1995, p. 55; 2004a, p. 59), de onde tirou-se o exemplo da Figura 5, há outras questões que envolvem ainda expressões algébricas, expressões em língua natural e plano cartesiano.

Do ponto de vista matemático o que concerne são os que possuem equivalência referencial, ou seja, que mantenham o valor verdade na transformação de uma representação a outra; a equivalência referencial é uma ideia trazida por Frege (1978). Por exemplo, a frase

“**Luiz tem 15 bolinhas de gude a mais do que João**” convertida para “**L + 15 = J**”, sendo que “**L**” designa a quantidade de bolinhas de gude de Luiz e “**J**” a de João, é congruente com essa expressão, pois satisfaz os três critérios já elencados na citação acima: correspondência e a mesma ordem de apresentação das unidades significantes além de que essas unidades significantes sejam convertidas uma a uma. No entanto, a frase e expressão algébrica não são referencialmente equivalentes. Já a expressão algébrica “**L – 15 = J**” não é congruente com a frase em língua natural por conta do termo “a mais” que exige a a operação de subtração na expressão algébrica, mas mantém a equivalência referencial. Do ponto de vista matemático, é a expressão “**L – 15 = J**” que encaminha a solução do problema, ou seja, que mantém a equivalência referencial é que importa do ponto de vista matemático. O estudo sobre a equivalência referencial, será abordado em Duval (1995, p. 126 – 127; 2004a, p. 117 - 118).

Um outro aspecto também abordado por Duval (1995, 2004a) na questão das conversões entre dois registros A e B, é que em um sentido da conversão pode haver ou não congruência semântica e ser diferente no sentido inverso. O exemplo, a seguir, tratado por ele mostra bem esta questão:

**Quadro 02**: sobre as diferenças de acertos relacionadas aos sentidos das conversões

| **Frases em língua natural** | **Expressões algébricas** | **Acertos nas conversões de:** | |
|---|---|---|---|
| **I** | **II** | **I → II** | **II → I** |
| Q 1 - A soma de dois produtos de dois inteiros, todos os inteiros sendo diferentes | a.b + c.d | 90% | 90% |
| Q 2 - O produto de um inteiro pela soma de dois outros | a(b + c) | 71% | 74% |
| Q 3 - A soma dos produtos de um inteiro com dois outros inteiros | a.b + a. c | **48%** | 87% |
| Q 4 - A interseção do complementar de dois conjuntos | CA ∩ CB | 91% | 81% |
| Q 5 - A reunião das interseções de um conjunto com dois outros conjuntos. | (A∩B) ∪ (A ∩B) | **41%** | 81% |

**Fonte**: do autor a partir de Duval (1995, p. 53; 2004a, p. 56)

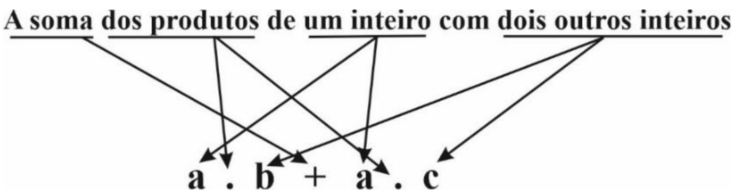
Na aplicação dessa atividade, havia a informação de que *a*, *b*, *c*, *d* deveriam ser considerados números inteiros distintos.

O sentido da conversão pode produzir resultados bem diferentes como é o caso de Q 3, por exemplo, em que a taxa de acerto no sentido II (Expressões algébricas) para o sentido I

(Frases em língua natural) é de 87%, bem maior do que a taxa de acerto no sentido contrário que cai para 48%. Situação idêntica ocorre em relação à questão Q 5.

Observa-se na figura a seguir como fica a análise de congruência da questão Q 3 em relação à conversão no sentido de I para II.

**Figura 06**: análise de Q3 em termos dos critérios de congruência

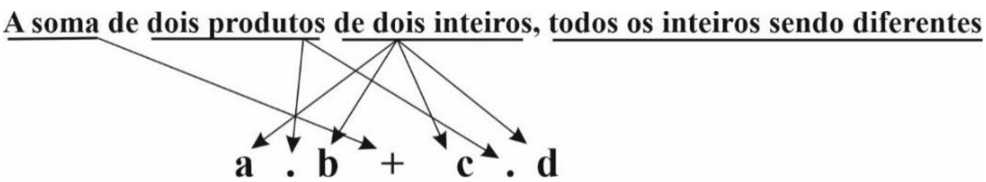



**Fonte**: do autor

O que se pode perceber neste desenho é que nenhum dos três critérios de congruência semântica é obedecido para Q 3.

Esses mesmos critérios não são verificados também para o caso de Q 1, no entanto tem taxas de acertos de 90% em ambos os sentidos da conversão:

**Figura 07**: análise da questão 1 em termos dos critérios de congruência




**Fonte**: do autor

O que se pode perceber nessa figura é que os critérios de congruência também não foram obedecidos, no entanto a taxa de acerto em ambos os sentidos da conversão foi de 90%. Aqui está-se diante de um assunto que ultrapassa a análise por meio dos critérios de congruência semântica, é a **compreensão de texto** que é tratada por Duval (1995, 2004a) no Capítulo VI e que possui dois aspectos principais:

> - um deles é relativo ao **conteúdo cognitivo** que o texto pretende expressar, e isso afeta o reconhecimento e seleção das unidades significantes;
> - o outro diz respeito à **organização redacional** do texto que tem a ver com os critérios de congruência (correspondência um a um e a mesma

> ordem de aparição das unidades significantes) (MORETTI, p. 96, 2022).

O termo “a soma de...”, “o produto de...”, “interseção de...” e “a reunião de ...” são expressões em língua natural encontradas pelos alunos nos livros escolares e ele espera duas expressões algébricas entorno da operação e por isso podem não causar problemas relacionados a não congruência semântica: no caso da adição, tem-se “exp1 + exp2”. Essas expressões, entorno da operação, aparecem duas vezes de forma bastante clara em Q1 e Q4, mas não aparece de forma tão clara na questão 2, e talvez por isso é que as taxas de acertos caíram para taxas próximas de 70% em ambos os sentidos de conversão. As expressões “exp1” e “exp2” entorno da “adição” (Q3) e da “reunião” (Q5) são bastante confusas o que pode ter levado a taxas de acertos para índices abaixo de 50% para o sentido da conversão “Frases em língua natural” para “Expressões algébricas”.

Um assunto que Duval menciona em vários dos seus textos e em Duval (1995, 2004a) tem o seu lugar na discussão da congruência semântica, são os denominados problemas aditivos de Durant e Vergnaud (1976). São três os fatores que comandam a dificuldade na conversão do problema em língua natural para a expressão aritmética:

(1) Quando há congruência semântica, os três critérios são obedecidos. Além disso, há identidade entre verbo que dá a informação da operação e a operação propriamente dita.

Por exemplo, o seguinte problema: “Paul joga duas partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele ganha 8 bolinhas. Na segunda partida ele perde 6. O que aconteceu no todo?” (DURANT, VERGNAUD, p. 32). Esse enunciado é congruente com a expressão “8 – 6 = ?”.

Haveria também congruência se fosse “Paul joga duas partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele ganha 8 bolinhas. Na segunda partida ele ganha 6. O que aconteceu ao todo?”:

ganha (8)   ganha (6)   =  ganha (?)

(2) Não há congruência semântica quando o verbo que traz a informação é antônimo da operação a ser efetuada (ganha/perde). Neste caso não há mais univocidade terminal, como por exemplo, o seguinte problema: Michel joga duas partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele perde 8 bolinhas. Na segunda partida ele ganha 5. O que aconteceu ao todo:

perde (8)   ganha (5)  =  .... (?)

Diferente do caso: “Laurent joga duas partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele perde 2 bolinhas. Na segunda partida ele perde 6. O que aconteceu no todo?” (DURANT, VERGNAUD, p. 32):

perde (2) perde (6) = perde (?)

(3) A ordem de apresentação dos dados é invertida, como no exemplo “Jacques joga duas partidas de bolinha de gude. Na primeira partida ele perde 5 bolinhas. Ele joga uma segunda partida. Após essas duas partidas ele perdeu ao todo 8 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?” (DURANT, VERGNAUD, p. 32):

perde (5) (?) = perde (8)

Quando os enunciados são congruentes com as expressões matemáticas, Duval (1995, p. 51; 2004a, p. 54-55) assinala que os problemas são corretamente resolvidos pela maioria dos alunos. No caso em que a não congruência é máxima, a taxa de acertos cai para níveis muito baixo, perto de 25%. Quando a não congruência não atinge os três fatores (identidade, verbos antônimos, inversão na ordem), a taxa de acerto vai depender do peso de cada um desses fatores.

As taxas de acertos/erros em questões matemáticas são um meio que pode nos alertar sobre o fenômeno de congruência. No entanto, acrescenta-se a importância de se considerar as **variáveis intrínsecas e extrínsecas** ao processo de obtenção dessas taxas: as variáveis intrínsecas dizem respeito ao objeto de estudo propriamente dito, já as variáveis extrínsecas estão relacionadas aos procedimentos metodológicos de pesquisa. A comparação das taxas de acertos e, por consequência disso, as comparações em termos de congruência semântica em situações distintas, devem levar em conta essas duas variáveis, ou seja, se as condições metodológicas são idênticas e se se trata do mesmo objeto de representação na pesquisa.

Dois registros são **funcionalmente equivalentes** caso, a partir de um deles, se pode inferir o outro. Do ponto de vista semiocognitivo isso é muito difícil que possa ocorrer por conta da não congruência semântica que é um fenômeno semiocognitivo que está presente na transformação de um registro para outro. Ao contrário, quando existe essa possibilidade de inferência na conversão, os registros são ditos **computacionalmente congruentes**.

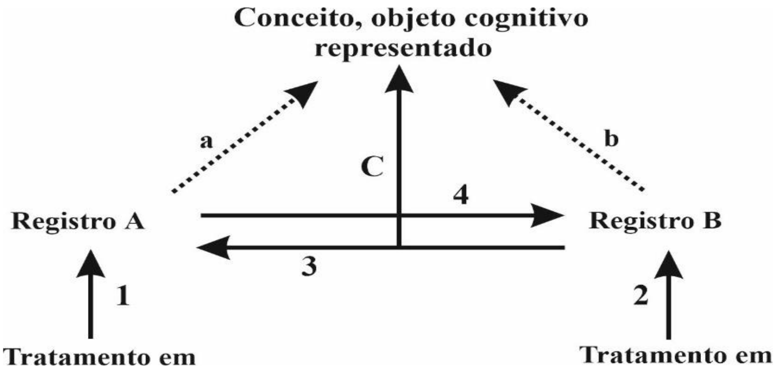
## 4 – MODELO COGNITIVO DE APRENDIZAGEM INTEGRATIVA CENTRADO NA FUNÇÃO DE OBJETIVAÇÃO

Há ainda um outro tipo de representação semiótica além das representações mentais e semióticas já referidas anteriormente, que são as **representações computacionais** que se caracterizam por serem “de natureza homogênea, não visam um objeto, e que permitem **transformação algorítmica** de uma sequência de significantes em uma outra sequência (DUVAL, 1995, p. 30; 2004a, p. 37). Diferentemente das representações computacionais, as representações semióticas são representações conscientes, inseparáveis da visão de alguma coisa que toma o lugar de um objeto. Esta diferença entre as representações computacionais traz à tona dois tipos de tratamentos: os tratamentos **quase-instantâneos** que são efetuados antes mesmo que o objeto seja notado; eles produzem sentido e informação de tal modo que o indivíduo se conscientize em seguida; veja o exemplo, de uma frase lida por um aluno do nível de ensino fundamental e a mesma frase lida por um professor; não são os mesmos elementos informacionais que são de imediato visados (sílabas, palavras etc.) e nem os mesmos objetos que são de imediato visados (representações associadas às palavras, representações associadas à combinações de palavras etc.); já os “**tratamentos intencionais** são aqueles que tomam pelo menos o tempo de um controle consciente para serem efetuados e que tratam exclusivamente de dados previamente observados, em uma visão do objeto, mesmo que de forma furtiva” (DUVAL, 1995, p. 34; 2004a, p. 41). A importância do tratamento quase-instantâneo é confirmada na citação seguinte de Duval:

> *O conjunto de tratamentos quase-instantâneos do qual o sujeito dispõe determina o nível e horizonte epistêmicos para a aplicação de tratamentos intencionais* (DUVAL, 1995, p. 34-35; 2004a, p. 41).

O tratamento intencional é uma das operações semiocognitivas do principal modelo de aprendizagem matemática de Duval (1995, 2004a) que também utiliza a possibilidade de **conversão coordenada** entre dois registros semióticos, ao menos, para despertar o processo de objetivação. Tal processo tem por base a função de objetivação que se caracteriza por ser um movimento que vai do inconsciente ao consciente para que o sujeito se dê conta de que aprendeu algo; a função de objetivação é uma das três funções metadiscursivas da língua que Duval (1995, 2004a) trata no Capítulo II, as outras duas funções são a comunicação e o tratamento.

**Figura 08:** modelo de aprendizagem baseado na função de objetivação




**Fonte**: Duval (1995, p. 67; 2004a, p. 68)

Pode-se observar nessa figura o seguinte:

- as setas pontilhadas "a" e "b", referem-se ao modelo binário de representação já discutidos a partir da Figuras 1A e 1B;

- as setas 1 e 2, indicam tratamentos no seio de cada registro. Elas são de extrema importância uma vez que têm íntima ligação com a formação de cada registro. Além disso, são eles que podem promover as conversões coordenadas que são representadas pelas setas 3 e 4;

- as setas 3 e 4 mostram o sentido duplo das conversões que indica a coordenação nessas transformações que é a condição necessária para que haja a **compreensão integrativa** (seta C) e que se origina, portanto de uma coordenação de registros;

- esse modelo de aprendizagem também sugere dois tipos de análise na produção de conhecimentos, um deles que o que mais se observa no ensino é a construção do conhecimento por meio do tratamento e da formação de registros; o outro, diz respeito ao funcionamento cognitivo, que é o que permite reconhecer as representações pertinentes: "**Ele implica que a representação seja diferenciada do representante"** (DUVAL, 1995, p. 68; 2004a, p. 68). Essa diferenciação pode ser facilmente reconhecida para um objeto que pode ser apresentado sem representação alguma, pode ser tocado, reconhecido, mas a situação muda quando se trata de objetos ideais que é o caso dos objetos da matemática:

> Para não confundir um objeto e sua representação, quando a intuição direta do objeto não é possível, será necessário dispor de diversas representações semioticamente heterogêneas do mesmo objeto e coordená-las (DUVAL, 1995, p. 69; 2004a, p. 69).

Essa frase é a "receita" de como fugir do que Duval vai chamar mais adiante de **paradoxo da compreensão em matemática**: "*como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação?* (2003. p. 21);

- o uso de apenas dois registros, como mostra a Figura 08, pode não esgotar a aprendizagem de algum assunto. O registro é parcial naquilo que pretende mostrar do objeto, por isso várias duplas de registros heterogêneos do mesmo objeto em causa devem ser utilizadas para ampliar a apreensão do objeto pretendido:

> ...toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que representa e que representações de registros distintos não apresentam os mesmos aspectos de um conteúdo conceitual (DUVAL, 1995, p. 69; 2004a, p. 69).

## 5 – CONDIÇÕES DE APRENDIZAGEM FUNDAMENTADAS NA COORDENAÇÃO DE REGISTROS

A coordenação de registros é uma tarefa semiocognitiva complexa, uma vez que exige diversas atividades semiocognitivas:

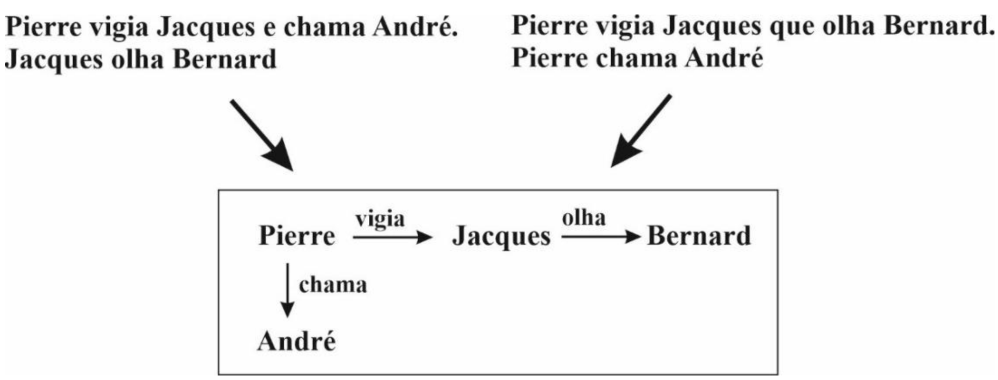
- **tratamento em cada registro**. Esta operação está intimamente ligada a outra atividade cognitiva que é a formação de cada registro;
- **o tratamento e a formação** que contribuem para o reconhecimento das unidades significantes em cada registro e que são essenciais para a coordenação dos registros: "*A distinção de unidades significantes próprias a cada registro deve ser objeto de uma aprendizagem específica*" (DUVAL, 1995, p. 77; 2004a, p. 76).

A discriminação das unidades significantes é condição necessária para coordenar a conversão e, como consequência disso, para que seja possível a compreensão integrativa de representações (seta C da Figura 08). Para reconhecer o papel das unidades significantes em ambos os registros, procede-se como em uma pesquisa que busca compreender fatores que interferem em algum fenômeno: mantém-se variável apenas um único fator que se quer compreender, permanecendo inalterado os demais fatores:

> A discriminação das unidades significantes de uma representação e, portanto, o que possibilita a apreensão do que ela representa, depende da apreensão de um campo de variações possíveis relativamente à significação em um registro (DUVAL, 1995, p. 78; 2004a, p. 77).

A organização da aprendizagem com base na conversão de registros precisa levar em conta o campo das variações concomitantes possíveis dos significantes em cada registro: alguma mudança nos significantes em um registro pode não produzir mudança no outro registro, ou ao contrário, a mudança pode acarretar também mudança no outro registro:

**Figura 09**: mudanças nos significantes que não levam alteração




**Fonte**: do autor a partir de DUVAL (1995, p. 79, 83-84; 2004a, p. 78, p. 82-83)

Essa figura mostra um caso em que modificações nos registros em língua natural não causam mudança alguma no esquema sagital que, mais adiante no Capítulo III, Duval (1995, 2004a) vai classificar como uma ilustração da língua natural - representação intermediária. No entanto, uma mudança nos prenomes já mostra alterações que Duval (1995, p. 79; 2004a, p. 78) denomina de **variações cognitivas**: ao trocar o nome Pierre por Bernard, será Bernard que vai vigiar Jacques e Jacques é que vai olhar Pierre, e ainda, será Bernard que vai chamar André. Portanto, o esquema da Figura 09 muda e isso caracteriza variação cognitiva.

Duval (1995, p. 79-80, 2004a, p. 78-79) retoma muito rapidamente um exemplo tratado no artigo de 1988 (traduzido e publicado em Duval (2011)). O registro algébrico das retas $y = ax + b$ é tratado com objetivo de realçar qualitativamente o papel dos coeficientes $a$ e $b$, tanto na equação quanto no plano cartesiano. São dois registros de natureza diferente, as unidades significantes no registro algébrico são separáveis enquanto no registro cartesiano são integrados em uma única forma.

O quadro a seguir mostra variações cognitivas das unidades significantes em ambos os registros.

**Quadro 03**: Valores e variáveis visuais para $y = ax + b$ no plano cartesiano

| **Variáveis visuais** | | **Unidades simbólicas correspondentes** | |
|---|---|---|---|
| Sentido da inclinação | ascendente<br>descendente | coeficiente > 0<br>coeficiente < 0 | ausência de sinal<br>presença do sinal – |
| Ângulo com os eixos | partição simétrica<br>ângulo menor<br>ângulo maior | coefic. variável = 1<br>coefic. variável < 1<br>coefic. variável > 1 | não há coefic. escrito<br>há coefic. escrito<br>há coefic. escrito |
| Posição sobre o eixo | corta acima<br>corta abaixo<br>corta na origem | acresc. constante<br>subtrai-se constante<br>sem correção aditiva | sinal +<br>sinal –<br>ausência de sinal |

**Fonte**: Duval (2011, p. 101)

Esse quadro apresenta um estudo das variações dos coeficientes da equação da reta (não horizontal e nem vertical) e a aparência dela no plano cartesiano:

$a > 0$ ou $a < 0$ para o sentido da inclinação da reta;

$a > 1$, $a = 1$ e $a < 1$ para a visualização dos ângulos com que a reta forma com os eixos;

$b > 0$ (sinal +), $b < 0$ (sinal -) e $b = 0$ (sem sinal) para a interseção da reta com o eixo $Y$.

Assim, por exemplo, a reta $y = 2x +1$ ($a = 2$ e $b = 1$), no plano cartesiano, é ascendente e forma com o eixo $X$ um ângulo maior do que aquele formado pelo eixo $Y$, e a reta corta o eixo $Y$ em $(0, 2)$.

As mudanças nos coeficientes da reta (unidades significantes no registro algébrico), vão produzir mudanças da reta no plano cartesiano (unidades significantes visuais-plano cartesiano). Essas mudanças caracterizam variações cognitivas. Essa é uma possibilidade, mas há outras como por exemplo: a equação da reta $y = ax + b$ pode ser tratada inicialmente a partir da reta $y = ax$, que passa pela origem, e por um processo de translação: vertical para cima (no caso em que $b > 0$) ou vertical para baixo (no caso em que $b < 0$), passa-se para a reta $y = ax + b$ ou $y – b = ax$ (MORETTI, 2003).

## À GUISA DE CONCLUSÃO

Na introdução e Capítulo do livro de Duval (1995, 2004a), há a abordagem de temas que são fundamentais à compreensão de uma proposta de aprendizagem matemática. Alguns assuntos são mencionados e previstos em abordagens em capítulos posteriores do livro, outros assuntos já abordados nesse início poderão ser aprofundados em capítulos mais adiante: é o caso, por exemplo, da noção de congruência semântica que só se completa com o estudo do Capítulo VI sobre a “A compreensão de texto”; e do caso da discriminação das unidades significantes da língua natural que se completa com o estudo sobre as “Funções discursivas da língua” no Capítulo II e “Língua natural e língua formal” no Capítulo III. Duval faz importante uso, na elaboração da introdução e do Capítulo I, de dois de seus artigos publicados em 1988 e outro de 1990, que foram traduzidos e estão disponíveis em Duval (2011, 2012).

Dois aspectos fundamentais são recomendados na ideia de aprendizagem matemática de Raymond Duval que se pode extrair do início desse livro:

- procurar a diversificação dos registros, por uma razão bem simples, toda representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto que representa. Deste modo, um registro complementa o outro e o uso de diversos registros, de forma coordenada, dificulta a associação de um objeto representado a uma única representação, o que evita o fenômeno do enclausuramento, e potencializa a capacidade de resolução de problemas;
- a diversificação em si não basta, é preciso que o uso diversificado dos registros seja feito de forma coordenada, conforme proposta de aprendizagem integrativa mostrada na Figura 08. A coordenação de registros exige, para que a operação de conversão possa ser efetuada a contento, o conhecimento das unidades significantes em cada registro, ou seja, exige as atividades semiocognitivas de formação e de tratamento em cada um dos registros; o problema é que muitas vezes no ensino de matemática, são apenas essas operações semiocognitivas que são levadas a efeito e que não chegam à conversão coordenada.

Enfim, esse início do livro de Duval nos leva a uma viagem muito rica, aponta diversos autores para quem deseja aprofundar-se em algum assunto relacionado a aprendizagem intelectual.

## REFERÊNCIAS


CLARK, H. H. e CHASE, W. G. On the process of comparing sentences against pictures. Cognitive Psychology, 3, 1972.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles T. Moretti. Florianópolis: REVEMAT, v. 7, n. 2, 2012.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática. Trad. Méricles T. Moretti. Revemat, v. 7, n. 1, 2012.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles T. Moretti. Revemat, v. 6, n. 2, 2011.

DUVAL, R. Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Trad. RESTREPO, M. V. Santiago de Cali: Universidad del Valle, 2004a.

DUVAL, R. Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo. Trad. Myrian V. Restrepo. Santiago de Cali: Merlín I. D., 2004b.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In* Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. S. D. A. Machado (Org.). Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, R. Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques Bern: Peter Lang S. A., 1995.
FREGE, G. Lógica e filosofia da linguagem. Trad. Paulo Alcoforado. São Paulo: Editora Cultrix, 1978.

MORETTI, Méricles T. A noção de conjunto de representação semiótica sistemático e assistemático: perspectivas didáticas. EMSF – UFFS, v. 6, n. 1. Chapecó, 2024.

MORETTI, Méricles T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação de propriedades figurais. *In* Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. S. D. A. Machado (Org.). Campinas: Papirus, 2003.

MORETTI, Méricles T; BRANDT, C. F.; ALMOULOUD, S. A. Congruência semântica: um fenômeno semiótico e cognitivo a ser levado em conta na aprendizagem matemática. Quadrante v. 31.1, Lisboa: 2022.

PEIRCE, C. S. Semiótica. Trad. J. T. C. Netto. São Paulo: Editora Perspectiva, 2000.
SAUSSURE, F. Curso de linguística Geral. Trad. A. Chelini, J. P. Paes, I. Blikstein. São Paulo: Ed. Cultrix, 2008.

## NOTAS DA OBRA

**Título da Obra**
Estrategias Para Formar En Inclusión A Los Futuros Profesores De Matemáticas

**Méricles Thadeu Moretti**
Doutor em Didática da Matemática/UNISTRA
PPGECT/UFSC, Florianópolis, Brasil
mthmoretti@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3710-9873

**Endereço de correspondência do principal autor**
Rua João Jorge Mussi, 248. Carianos, Florianópolis, SC, Brasil.

**Agradecimentos**
CNPq

**Publisher**
Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional de Santa Catarina (SBEM/SC). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.