RIPEM
International Journal for Research in Mathematics Education

Base Nacional Comum Curriculardo Ensino Médio e Registros de Representação Semiótica: uma articulação possível?

National Common Base CurriculumHigh School and Register of Semiotic Representation: a possible articulation?

https://doi.org/10.37001/ripem.v11i1.2548

Djerly Simonetti
https://orcid.org/0000-0002-6533-5042
Secretaria de Estado da Educação de SC
adjsimonetti@gmail.com

Méricles Thadeu Moretti
https://orcid.org/0000-0002-3710-9873
Universidade Federal de Santa Catarina
mthmoretti@gmail.com

Resumo

Recentemente no Brasil tivemos a homologação da Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio, um documento importante, dado o seu impacto no campo educacional brasileiro. Analisando o material com cautela podemos perceber a ênfase que é dada as competências e habilidades, as quais agora devem ser o foco do trabalho docente no Ensino Médio. Especificamente, na área da Matemática, há um ponto que se dedica a explicitar o que a competência quatro significa, relacionada diretamente com a ideia de representação. A Base assume o verbo representar, e outros verbos mais, como processos cognitivos envolvidos na habilidade. Diante disso, estamos interessados em expor reflexões que permitem compreender o quanto essa ideia de representar se aproxima da Teoria Registros de Representação Semiótica de Duval, e quando for o caso, ilustrar possibilidades de trabalho em sala de aula para contemplar a habilidade que esteja implicitamente relacionada à representação de registros semióticos.Percebemos que, apesar das aproximações entre o documento e a teoria semiocognitiva de Raymond Duval, algumas distorções conceituais aparecem, além de, a estrutura – competências-habilidades – distorcer o verdadeiro papel da aprendizagem matemática na formação e no desenvolvimento intelectual dos estudantes.

Palavras-chave: Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio. Registros de Representação Semiótica. Aprendizagem de Matemática. Currículo.

Abstract

Recently in Brazil we had the homologation of the National Common Base Curriculum for High School, an important document, given its impact on the Brazilian educational field.Analyzing the material carefully, we can see the emphasis given to the competences and skills, which should now be the focus of teaching work in the High

School. Particularly,in the area of Mathematics, there is a point dedicated to explain which competence four means, directly related to the idea of representation. The Base works with the verb: to represent, as well as the other verbs, as cognitive processes involved in the skill.Therefore, we are interested in exposing reflections that allow us to understand how close this idea of representing is to the Theory Register of Semiotic Representation of Duval, and when it is appropriate to illustrate the possibilities of working in the classroom contemplating each skill, which is implicitly related to representation of register of semiotic representation. Despite of approximating between the document and Duval's semi-cognitive theory, we can conclude that, there are some conceptual distortions, in addition to the structure – competences-skills – completely distort the true role of mathematical learning in the training and intellectual development of students.

Keywords: National Common Base Curriculum. High School. Register of Semiotic Representation. Math Learning.Curriculum.

1. Introdução

Quando se sanciona uma lei e/ou um documento é homologado no campo educacional, pode acontecer de muitas estratégias de ensino e práticas de sala de aula começar a seguir outro rumo, dado a influência que isso possui nos currículos escolares. Sem contar os pressupostos teóricos, filosóficos e histórico-culturais envolvidos em cada ato governamental, construindo determinada concepção de educação. Com a homologaçãodo documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC)para o Ensino Médio em dezembro de 2018, já podemos perceber, atualmente, a repercussão em todo o território brasileiro da preocupação em compreender a Base para construir os currículos regionais, e, principalmente, abordar as habilidades e competências em sala de aula.

Os educadores matemáticos almejavam que o debate em torno da construção da Base privilegiasse o mundo do trabalho, embora, o que ocorreu foi a consolidação de concepções muito mais próximas ao mercado de trabalho, já que, as ideias de competências e habilidades carregam consigo fortes elos empresariais, como afirmam Passos e Nacarato (2018, p. 120), Cássio (2019, p. 19), além de, nas palavras de Bigode (2019, p. 127) podemos considerar a BNCCuma cópia dos currículos australiano (ACARA) e norte-americano (Common Core), o que denota algumas das fragilidades do documento.

Silva (2018) já nos alertava para os possíveis problemas envolvidos com uma BNCC para o Ensino Médio atrelada aos diferentes momentos de reforma dessa etapa da educação desde a década de 90, principalmente, no que tange aos sentidos e finalidades do Ensino Médio. Outro ponto crítico levantado é o fato de a BNCC resgatar um discurso já conhecido, empoeirado, presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e nas Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio.

Apesar das tensões em torno da construção da Base, vivenciamos agora a sua implementação. Sabemos que, em geral, a mídia colabora para construir discursos de como implementar a Base, como afirma Bigode (2019). Portanto, entendemos que essa é também uma demanda urgente para o campo da Educação Matemática, colaborar para que o documento seja utilizado da melhor forma possível, apesar dos problemas que apresenta. À vista disso, vamos aqui nos debruçar principalmente sobre as competências que estão relacionadas a *representar* em Matemática.

Um enfoque maior será dado a ideia de representar porque ao nos depararmos com a BNCC do Ensino Médio, dois pontos nos chamam a atenção: 1 – os verbos que iniciam a habilidade são considerados processo(s) cognitivo(s) (Brasil, 2018, p. 29); 2 – representar bem como a competência específica 4 de Matemática são explicados de modo não muito transparente parecendo estar embasado na teoria de um estudioso francês, Raymond Duval, o qual muito contribuiu com a Educação Matemática brasileira nas últimas décadas(Brasil, 2018, p. 519 e 530).

Diante disso, estamos interessados em expor reflexões que permitem compreender o quanto essa ideia de representar se aproxima da Teoria Registros de Representação Semiótica de Duval, e quando for o caso, ilustrar possibilidades de trabalho em sala de aula para contemplar a habilidade que esteja implicitamente relacionada à representação de registros semióticos.Para tanto, em um primeiro momento é pertinente adentrar em alguns conceitos da Teoria Registros de Representação Semiótica, em consequência da predominância dos termos representar, registro, representação tanto no corpo do documento como nas habilidades, além de, direcionar uma discussão acerca do papel da aprendizagem matemática na formação do sujeito.

2. Os registros de representação semiótica e sua relação com o conhecimento matemático

As aulas de Matemática são carregadas de registros de representação semiótica. Mas afinal, o que são? Antes, vamos pensar sobre a Matemática, como este corpo teórico se apresenta para nós. Para trabalhar com a Matemática precisamos manipular os seus objetos de conhecimento, no caso, a função, o cone de revolução, o pentagrama, a equação, entre outros. Aqui está um ponto fundamental, nenhum desses objetos matemáticos é concreto, são todos abstratos, e mais, são objetos de estudo que existem na mente do sujeito cognoscente.

Podemos manipular os objetos matemáticos à medida que fazemos uso de uma representação semiótica. Somente por meio de representação a Matemática pode ser trabalhada e produzida. De acordo com Duval (2004, p. 27) as representações semióticas podem ser do tipo algébrica, geométrica, gráfica, figural, língua naturaletc. e sua importância reside em duas razões fundamentais:

> [...]há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado. Por exemplo, o sistema de numeração decimal de posição oferece mais possibilidades que os sistemas grego ou romano de numeração (...). A grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática – Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente (Duval, 2003, p. 13-14)

Então, as representações semióticas são variadas e trazem consigo cada qual um jeito específico de ser manipulada, tratada. Cabe salientar, por exemplo, a representação $y = -4x^2 + 8x$ e seu respectivo gráfico são duas representações semióticas as quais fazem referência ao mesmo objeto matemático. As representações que permitem isso e que pertencem a sistemas semióticos distintos, Duval (2004, p. 44) denominou de registro de representação semiótica. Historicamente, Descartes (1596-1650) foi o primeiro a usar o termo registro para diferenciar escritas algébricas de suas representações em figuras.

Em algumas situações podemos ter duas representações, ou mais, fazendo referência ao mesmo objeto matemático, como é o caso de $y = -4x^2 + 8x$ *e* $y = -4(x^2-2x)$. Essas duas representações pertencem ao mesmo sistema semiótico, sendo assim, consideramos que elas fazem parte do mesmo registro de representação semiótica; o registro algébrico. Não é porque temos representações distintas que estamos diante de representações em diferentes registros. Em um único registro de representação semiótica podemos ter inúmeras maneiras de representar um objeto matemático. De modo elementar, podemos pensar que, se a representação é do tipo algébrica, estamos com uma representação no registro algébrico, se é um gráfico, estamos diante de uma representação no registro gráfico.

Desta forma, estamos admitindo que a Matemática é composta por objetos acessíveis somente por meio de representaçõese, que em geral, esses objetos apresentam diferentes registros de representação a eles relacionados. Além disso, Duval (2011b, p. 71-72) nos mostra que os registros de representação semiótica viabilizam as funções cognitivas de objetivação e são sistemas cognitivamente produtores, uma vez que, permitem produzir novas representações que nos levam a descobrir novos objetos matemáticos.

Uma representação propicia a função de objetivação porque podemos entender a objetivação como a tomada de consciência que o sujeito adquire ao longo de seus estudos. A cada momento de trabalho com os diferentes registros em Matemática, a compreensão do objeto amplia conforme a objetivação acontece: “fala-se ou escreve-se para si com o objetivo de explicitar para si mesmo seja o que se faz ou que se pensa” (Duval, 2014, p. 35).

O registro de representação semiótica é um elemento importante para a atividade de ensinar do professor, entretanto, salientamos que para além de permitir diferenciar a representação de seu objeto, as diferentes representações carregam consigo uma ideia central: a transformação. É justamente a possibilidade de transformar uma representação em outra que oportuniza novos conhecimentos (Duval, 2011b, p. 73).

As transformações na Matemática para Duval (2004) são operações semióticas. Todo registro de representação semiótica envolve as operações de formação de uma representação, de tratamento e de conversão. Essas operações são essenciais, principalmente, para o professor analisar as produções dos alunos, pois estão intrinsicamente conectadas à compreensão em Matemática.

Quando falamos em formação de uma representação identificável, não é simplesmente identificar a representação apresentada. Apesar de envolver isso, a formação de uma representação para o sujeito deve trazer consigo a referência ao objeto matemático, as regras envolvidas no registro de representação semiótica cuja aquela representação faz parte e o conteúdo da representação. Também, sempre ocorrerá diante de uma representação que pertença a uma comunidade, ou seja, não pode ser uma representação particular.

Muitos alunos podem até identificar que $y = x^2 + 9$ é a representação de umaparábola, mas, isso não é garantia de que houve a formação, porque ela só acontece quando em diferentes contextos o sujeito conhece as regras dessa representação, ou seja, sabe como trabalhar com esse registro e tem ciência do conteúdo que a representação ali explicita, no caso, temos uma equação que não tem solução nos números reais, já que os dois termos da soma podem ser escritos como uma potência de expoente par. Analiticamente, seu conteúdo apresenta que a parábola não tem raízes reais e é côncava para cima, com intercepto y em 9.

A atividade cognitiva de tratamento é muito presente no ensino de Matemática. Ela se refere a transformação de uma representação em outra representação no mesmo registro (Duval, 2004, p. 42). Considerando o registro algébrico, quando estamos com a seguinte representação: $(x\text{-}3)^2 = 0$, e transformamos isso para $x^2\text{-}6x+9 = 0$, mudamos a representação, mas permanecemos ainda com o registro algébrico, e mais, nessa mudança não perdemos a referência da equação (objeto matemático) que estávamos considerando.

Já na conversão estamos falando de transformações que provocam mudança de registro. No caso, se resolvermos esboçar o gráfico referente a$y = (x - 3)^2$ estamos migrando de uma representação no registro algébrico para uma representação no registro gráfico. Em outras palavras, a conversão ocorre "quando a transformação produz uma representação em um registro distinto ao da representação inicial" (Duval, 2004, p. 42).Apesar de toda esta fundamentação, para os matemáticos considerar ou não os registros de representação semiótica não faria tanta diferença assim, porque para eles o importante é o progresso desta ciência, e ele ocorre quando novos teoremas são provados, e para construí-los ou prová-los não é preciso considerar um novo jeito de trabalho. Se bem que certas deficiências de sistemas semióticos em assuntos da matemática podem fazer muita diferença, é o que afirma, por exemplo, Boyer (1974, p. 70) quando diz que "foram as deficiências das notações algébricas que mais fortemente operaram para impedir que os gregos construíssem uma verdadeira geometria de coordenadas" e, somente mil anos mais tarde essa geometria conheceu um impulso com Descartes com a criação da sua geometria cartesiana.

De todo modo, os registros de representação semiótica são imprescindíveis quando o assunto é o ensino de Matemática. É no ensino que precisamos focar nossa atenção enquanto professores; nos gestos intelectuais que são necessários para aprender Matemática (Duval, 2016, p. 15).

De acordo com Duval (2018, p. 15)a atividade Matemática pode ser entendida por um ponto de vista matemático e um ponto de vista cognitivo. O ponto de vista matemático considera a exatidão e a justificação, basta a produção estar correta e justificada que já é suficiente para afirmar que houve compreensão em Matemática. Nesse ponto de vista:

> [...]a compreensão começa com uma explicação que se baseia na utilização de propriedades matemáticas. A finalidade do ensino é, então, transmitir o conhecimento destas propriedades, dos números, das funções, das relações espaciais topológicas, afins, métricas etc.Nesta perspectiva, o desenvolvimento da compreensão no aprendizado se reduz aum processo de conceituação, isto é, de "construção" de um conhecimento relativo acada

> propriedade e a sua utilização matemática ou prática, respeitando as restriçõesmatemáticas sobre suas ordens de aquisição. (Duval, 2012, p. 309-310)

Não que isso não seja relevante, o problema é considerar somente esse ponto. Diante de uma situação de ensino sabemos que no momento de justificar, provar, o aluno reestrutura seus pensamentos, permitindo mudanças, e é nesta reestruturação que reside uma experiência intelectual envolvida com a tomada de consciência do fazer matemática (Duval, 2018, p. 15). Portanto, se faz necessário considerarmos o ponto de vista cognitivo no ensino.

No ponto de vista cognitivo "compreender em matemática é, antes de tudo, *reconhecer os objetos matemáticos representados*" (Duval, 2012, p. 310). E reconhecer envolve discriminar os dois sentidos de uma conversão de um mesmo objeto (Duval, 2018, p. 16). No caso, na conversão deve-se considerarum vai e vem entre representações do mesmo objeto em registros diferentes, por exemplo, converte-se do registro algébrico para o gráfico e do registro gráfico para o algébrico. Todavia, a conversão não é uma via de mão dupla, pois, quando mudamos o sentido da conversão, não são os mesmos elementos envolvidos no processo de transformação. Em síntese, a conversão pode ser realizada pelo aluno facilmente em um sentido e não ser obtida no outro.

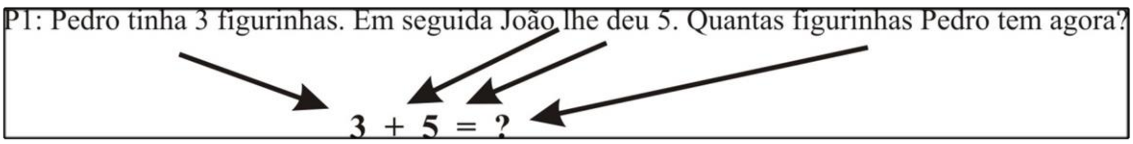
> A análise cognitiva da atividade matemática é a análise de todas as mudanças de registro que são constantemente requisitadas explícita ou implicitamente para que se possa compreender matemática e, mais ainda, para "fazer matemática" ou aplicar conhecimentos matemáticos (Duval, 2016, p. 18).

Salientamos ainda que no processo de conversão, pode surgir o fenômeno da não congruência semântica que estabelece um certo grau de transparência entre duas representações:

> Geralmente a passagem de uma representação a outra quando se faz de maneira espontânea, quando elas são congruentes, ou seja, quando cumprem os seguintes requisitos: correspondência entre as unidade significantes que a constituem, igual ordem possível de apreensão dessas unidades nas representações e converter uma unidade significante na representação de partida em uma unidade significante na representação de chegada. (Duval, 2004, p. 17).

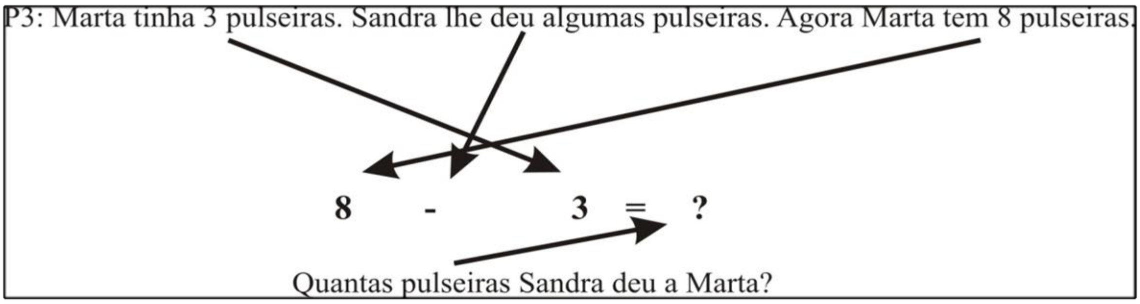
Citamos, por exemplo, os problemas P1 e P3 seguintes tratados em Brandt & Moretti (2014) ao discutir sobre a resolução de problemas aditivos:

Figura 1: Problema aditivo 1.



Fonte: Brandt & Moretti (2014, p. 563)

Figura 2: Problema aditivo 3.



Fonte: Brandt & Moretti (2014, p. 564)

O problema P1 possui congruência semântica pois cumpre os três requisitos para tal enquanto o problema P3, há uma inversão na ordem das representações de partida e de chegada o que leva a considerá-lo não congruente. Problemas aparentemente semelhantespodem possuir taxas de acerto bastante diferentes por conta do fenômeno da não congruência semântica.

Assim, uma abordagem do ponto de vista cognitivo permite o professor organizar a sua prática de ensino considerando as operações cognitivas (tratamento e conversão) envolvidas na aprendizagem de determinado objeto matemático indo além de um olhar meramente conceitual. Ao analisar o objeto e seus diferentes registros estamos refletindo sobre qual compreensão matemática nosso aluno deve atingir. Sem contar que "o critério cognitivo de reconhecimento fundamenta-se no conjunto de representações diferentes possíveis e não emalgumas situações típicas estudadas em sala de aula em relação ao conteúdo estudado" (Duval, 2018, p. 16), ou seja, considera-se uma situação global, e não local como estamos acostumados a trabalhar na maioria das vezes em aula.

Segundo Duval (2016, p. 26) a atividade matemática apresenta uma face oculta e uma exposta. A oculta está ligada a mobilização de registros de representação, já a exposta diz respeito ao puro conhecimento matemático. Dessa forma, "a análise cognitiva, em termos de registro do queé compreender matemática, trata da face oculta da atividade matemática, e não da face exposta da matemática,que é a única realmente considerada na organização dos programas e das atividades em sala de aula" (p. 1). Diante dessa afirmativa, estamos interessados em provocar uma reflexão sobre como a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio apresenta a atividade de fazer Matemática: "qual papel se dá ao aprendizado da matemática na formação e no desenvolvimento intelectual dos indivíduos?" (Duval, 2012, p. 329).

3. Representação em Matemática na BNCC do Ensino Médio

A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio dá enfoque as habilidades e as competências que devem ser desenvolvidas durante essa fase de ensino. Especificamente a conhecida disciplina de Matemática está denominada de área de matemática e suas tecnologias e é um dos itinerários formativos do Ensino Médio (Brasil, 2018, p. 467). Apresenta cinco competências específicas e um total de 45 habilidades. Não vamos nos alongar apresentando a estrutura que a Base exibe, já que o próprio documento no item 2 página 32 faz isso de modo prático. Também é possível conhecer essa estrutura no trabalho dos autores Castro et al (2020, p. 7).

Ao nos depararmos com o documento, logo de início vamos percebendo uma linguagem até simples de entender, contudo, em alguns trechos há termos que um leitor atento e familiarizado com o campo da Educação Matemática percebe que possuem um significado específico, o qual não está sendo discutido ali. Está aqui a intenção de explorar algumas ideias aparentemente associadas a Teoria Registros de Representação Semiótica, mas, não confirmadas pela própria Base, pois, em momento algum, temos se quer um rol de referências ou citações de pesquisadores seja da Educação Matemática ou não[1]. No máximo há uma ficha técnica com alguns nomes ao final do documento, mas, isso não chega perto de substituir a lacuna de referenciais.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio homologado em 2000 temos claramente a presença explícita dos referenciais e teorias que dão corpo ao texto[2]. Por isso, surge aqui o seguinte questionamento: quais os impactos de uma Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio que não deixa claro o embasamento teórico utilizado em sua construção?Bigode (2019, p. 127) não mede palavras para afirmar que o documentopossivelmente foi

> [...] inspirado num currículo estrangeiro, e de uns ajustes para remover as digitais de um provável "Ctrl+C, Ctrl+V". Esta hipótese é plausível, se levarmos em conta o alto grau de semelhança da base de Matemática com o currículo australiano (ACARA)[3] e com a base-norte americana (*Common Core*).

Apesar disso, encontramos na Base do Ensino Médio algumas páginas que se mostram no intuito de explorar a área de matemática e suas tecnologias (Brasil, 2018, 517-523). É neste meio tempo que nos deparamos com a ideia de representar. Para um professor de Matemática, ler que os estudantes "[...] devem mobilizar seu modo próprio de **raciocinar, representar, argumentar, comunicar** e, com base em discussões e validaçõesconjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados" (Brasil, 2018, p. 519, grifos nossos) deve fazer muito sentido. Entretanto, quando logo mais à frente na mesma página aparece:

> As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um *objeto matemático*. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, é em especial nessa área que podemos verificar de forma inequívoca a *importância das representações* para a compreensão de fatos, de ideias e de conceitos, uma vez que o *acesso aos objetos matemáticos* se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos *registros de representação* e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, *o trânsito entre os diversos registros de representação* pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio (Brasil, 2018, p. 519, grifos nossos).

Percebemos duas coisas: primeiro, a Base preocupa-se em explicar o que deve ser entendido por RACIOCINAR, REPRESENTAR, ARGUMENTAR e

---

[1]Em geral, o que há são algumas notas de rodapé que citam leis, pareceres, resoluções, decretos, diretrizes curriculares,documentos do Ministério da Educação, do Conselho Nacional de Educação, das Organizações das Nações Unidas, da Organização Internacional do Trabalho, da UNESCO e da OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico.

[2] Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf. Acesso em: 10 set. 2020.

[3]Disponível em: https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/. Acesso em: 13 set. 2020.

COMUNICAR (há um parágrafo sucinto explicando cada verbo). Segundo, o representar –exposto na citação imediatamente acima –, assemelha-se muito a Teoria Registros de Representação Semiótica. Tanto que Duval (2011b, p. 23) escreveu sobre as representações: “[...] elas estão ‘no lugar dos’ objetos ou os ‘evocam’, quando esses não são imediatamente acessíveis”.E o trânsito entre os diversos registros de representação no trecho acima é uma referência a atividade cognitiva de conversão. Sem dúvidas, o verbo representar condiz com a teoria de Duval, apesar de não ser utilizado adequadamente no decorrer do documento o tempo todo.

Todavia, quando redigem “[...] aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (Brasil, 2018, p. 519) vale lembrar que acima de tudo, é a aprendizagem dos objetos matemáticos que importa e não somente de conceitos, e quanto as representações e procedimentos mais sofisticados, Duval (2004) argumenta que de nada adianta sofisticação ou novos procedimentos, se a operação cognitiva de conversão não ocorrer em ambos os sentidos e de forma coordenada entre uma representação inicial e final em registros diferentes.

Cabe salientar, que somente páginas depois no texto aparece o seguinte:

> Na BNCC, o letramento matemático está assim definido: competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (Brasil, 2018, p. 522)

Ou seja, os quatro verbos vêm da ideia de letramento matemático, mas, não é possível identificar no texto da etapa Ensino Médio a procedência do conceito. O professor que não tomar conhecimento da parte da Base do Ensino Fundamental[4]não perceberá que adotam o letramento presente na Matriz do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA 2012 (Brasil, 2017, p. 266). Aqui temos um problema, por que uma Base Curricular deveria pautar suas ideias em documentos de cunho avaliativo? Aprendemos Matemática para realizar avaliações?

Seguindo nas próximas páginas temos as cinco competências que a área de Matemática exige para o Ensino Médio. Dentre elas a competência específica 4 é a que nos chama a atenção, pois novamente nos faz pensar fortemente na teoria semiocognitiva de Duval. Vale deixar claro que outras competências também carregam traços próximos da teoria, o que pode ser percebido quando se analisa as habilidades associadas, masé a competência 4 a única que deixa explícito o trabalho com diferentes registros de representação, como podemos observar a seguir.

> Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de

[4]No site do Ministério da Educação é possível encontrar um arquivo no qual consta somente as partes do documento referente ao Ensino Médio e outroarquivo com as seções do Ensino Fundamental e Educação Infantil, bem como, o arquivo completo com todas as etapas da Educação Básica. O documento é único, entretanto, a parte da Educação Infantil, Anos Iniciais e Finais foi homologada em dezembro de 2017 e a seção do Ensino Médio foi aprovada em dezembro de 2018. Recuperado em 07, setembro, 2020, de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico#:~:text=Em%2020%20de%20dezembro%20de,Nacional%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20(CNE).

> modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (Brasil, 2018, p. 523).

Não há dúvidas de que a quarta competência do modo que está escrita, implicitamenterefere-seà teoria de Duval. Aliás, as duas primeiras habilidades desta competência iniciam com a palavra *converter*. E, o texto que a acompanha afirma:

> As habilidades vinculadas a essa competência tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático [...]. Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas [...]. Além disso, a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo (Brasil, 2018, p. 530).

Agora, quando temos "Para tanto, esta Base assume que para as aprendizagens dos conceitos e procedimentosmatemáticos deve-se incluir, quando possível, pelo menos dois registros derepresentação" (Brasil, 2018, p. 530) novamente estão enfatizando conceitos e procedimentos, sendo que, Duval (2003, p. 22) pondera que a "compreensão em matemática está intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação". Porque no trabalho com no mínimo dois registros de representação haverá não só a presença do tratamento, mas principalmente a conversão, os dois gestos intelectuais necessários à aprendizagem em Matemática.

Porém, sabemos que estar ligada ao fato não significa que acontece a compreensão. Duval (2004, p. 74-76) é mais enfático quando nos mostra que compreender um objeto matemático é **um ato de coordenação entre registros**. A coordenação existe quando a conversão entre representações de registros diferentes do mesmo objeto ocorre em sinergia, ou seja, além de saber trabalhar com as diferentes representações, o aluno consegue reconhecer o conteúdo de cada representação e suas possíveis articulações.

Por fim, fica empobrecida a competência 4finalizando com "Portanto, percebe-se que, do ponto de vistacognitivo, as aprendizagens fundamentais relativas ao raciocínio requerem a diversificaçãodos registros" (Brasil, 2018, p. 530). Em momento algum está especificado o que vem a ser 'ponto de vista cognitivo' (nós discorremos sobre o significado na primeira seção deste artigo). Se for de acordo com a Teoria Registros de Representação Semiótica, evidentemente, a diversificação dos registros faz parte do processo, é necessária, mas não é suficiente para que a aprendizagem aconteça. Os professores precisam ter cautela neste ponto, diversificar é importante, embora, as aprendizagens fundamentais vão além de simplesmente variar registros de representação, será preciso coordená-los.

As nove habilidades associadas a competência específica 4 se mostram um pouco distante da própria competência. A competência exprime a ideia de fazer uso e compreender registros de representação para resolver problemas, entretanto, as habilidades nem mencionam resolução de problemas, como por exemplo, "**(EM13MAT407)** Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial pararepresentar formas tridimensionais por meio de figuras planas"ou "**(EM13MAT409)** Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio dediferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (box-plot), o de ramos efolhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise" dentre outras (Brasil, 2018, p. 531). Por isso, é de suma importância o professor sempre buscar fazer a associação entre a habilidade e a competência, senão, corre-se o risco de se trabalhar apenas a habilidade dissociada de sua respectiva competência.

Por outro lado, entendemos que "Dizer que 'fazer matemática é o mesmo que resolver problemas' é falacioso;omite-se uma palavra importante, resolver matematicamente!" (Duval, 2016, p. 3). Ou seja, devemos sim ter momentos em aula apenas de trabalho puramente matemático do jeito como a habilidade EM13MAT407 está posta, tanto que, não se resolve um problema se não tiver o conhecimento matemático necessário adquirido.Resolver matematicamente envolve compreensão dos objetos matemáticos; quando se compreende os objetos, os problemas podem ser mais facilmente resolvidos.

Partindo-se do fato da Base assumir as habilidades como expressão de aprendizagens essenciais e o verbo que inicia cada aprendizagem remeter ao(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade (Brasil, 2018, p. 29), se faz pertinente se aprofundar nas habilidades 01 a 05 da competência específica 4, uma vez que iniciam com o verbo converter ou mencionam implicitamente registros de representação semiótica.

4. O trabalho com habilidades da competência específica 04

Nas cinco primeiras habilidades de um total de nove da competência 04 da área de matemática e suas tecnologias temos subentendido o uso da Teoria Registros de Representação Semiótica.

Quadro 1: Algumas habilidades da competência específica 04

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º graupara representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º graupara representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quaisuma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não asoftwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT403) Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, dasfunções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais(domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais,estabelecendo relações entre elas.
(EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno(periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclostrigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabelado Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica egráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domíniosde validade, imagem, crescimento e decrescimento.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018)

Observem que essas cinco habilidades (Quadro 1) envolvem o objeto matemático função: funções polinomiais do primeiro grau, do segundo grau, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas (somente seno e cosseno) e funções definidas por partes. Entretanto, de modo geral, na forma como estão apresentadas não condiz exatamente com um trabalho adequadonos moldes da Teoria Registros de Representação Semiótica.

Percebam que na EF13MAT401 e na EF13MAT402 foca-se apenas na conversão em um sentido, do registro algébrico para o registro geométrico de funções polinomiais de primeiro grau e de segundo grau. “Nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros de partida e de chegada” (Duval, 2011b, p. 20), portanto, é necessário que o professor também aborde o caminho contrário para fazer um trabalho mais acertado.

Nas habilidades EF13MAT403 e EF13MAT404 estão basicamente propondo comparar as funções entre si no plano cartesiano, ora a função logarítmica com a exponencial, ora a função seno e a cosseno em suas representações também no ciclo trigonométrico. Contudo, nos perguntamos, onde fica o trabalho de comparação entre a representação algébrica e a representação gráfica dessas funções? O ideal mesmo seria propor a conversão como Duval (2004) pondera. Somente na EF13MAT405 os redatores consideraram a conversão tanto da representação algébrica para a gráfica e vice-versa.Afinal, como se faz uma conversão entre o registro algébrico e gráfico de uma função nos dois sentidos?

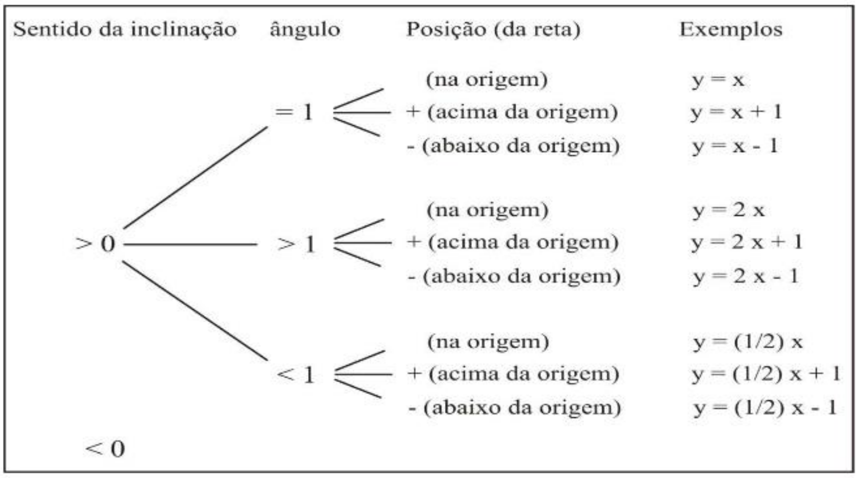
Moretti (2003, p. 152)nos mostra “[...] o uso de uma noção bastante simples como a *translação* podecontribuir para que o esboço de curva se mantenhabastante próximodo procedimento que permite estabelecer correspondência entregráfico e expressão algébrica”.Lembrando que não basta saber converter em dois sentidos, é preciso coordenar os diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático. A coordenação no caso de funções contempla uma interpretação global desse objeto.

A ideia de Moretti (2003) é esboçar os gráficos de funções por meio de translações no plano cartesiano associando sempre às modificações que ocorrem na representação algébrica. Essa ideia advém do que Duval (2011a) concebe como Interpretação Global de Propriedades Figurais, na qual são discriminadas as variáveis visuais presentes no gráfico da curva e estabelecidas as relações com as unidades simbólicas da expressão algébrica. “O conjuntotraçado/eixos forma uma imagem que representa um objeto descrito por umaexpressão algébrica. Toda modificação desta imagem, que leva a umamodificação na expressão algébrica correspondente, determina uma variávelvisual pertinente para a interpretação gráfica” (Duval, 2011a, p. 99).

Assim, no caso de uma reta temos 18 variações visuais. Na Figura 3 Duval registrou nove delas, tomando por base o sentido positivo da inclinação. Mas, as outras podem ser elencadas analogamente. O importante é as variações visuais de toda curva ser conhecida pelo aluno durante seus estudos. Todo gráfico no plano cartesiano irá permitir esse reconhecimento, seja um gráfico de uma função quadrática, senoidal, ou logarítmica, entre outras. Identificando as variáveis visuais o trabalho do professor precisa sempre estar voltado para determinar as relações entres essas variáveis visuais e as simbólicas.

Duval (2011a) pondera que buscar uma Interpretação Global de Propriedades Figurais contribui para não corrermos o risco de ensinar apenas partes dos elementos significativos de uma curva, uma vez que, a noção de Interpretação Global permite trabalhar com dois registros de representação, o algébrico e o gráfico, além disso, o fato de relacionar as variáveis significativas é um grande ganho para compreender o objeto como um todo.

Figura 3:9 variações visuais da reta.



Fonte: Duval (2011a, p. 102)

Observando as dezoito variações visuais que a reta possui, podemos entender que quanto mais coeficientes a expressão algébrica tiver, mais variações ela terá. No caso da parábola se aproximaria de sessenta. Diante disso, Moretti (2003, p. 159) nos apresenta um modo prático de trabalhar com a interpretação de gráficos de curvas em sala de aula. A proposta é iniciar no Ensino Médio apresentando o gráfico da reta que passa pela origem e sua representação algébrica: $y = x$. Em seguida, transladar o gráfico para cima quantas unidades quiser, se for uma, vamos considerar o seguinte na expressão algébrica: $y- (+1) = x$. Quando o gráfico transladar da origem para baixo uma unidade teremos $y- (-1) = x$. Observem que como está acontecendo uma translação do gráfico, estamos indicando isso na representação algébrica por $y-$ e dentro dos parênteses as unidades e sentido da translação. Considerando a translação e esta forma de escrever a expressão algébrica, podemos partir da expressão algébrica e esboçar o gráfico, bem como, do gráfico estabelecer a equação correspondente.

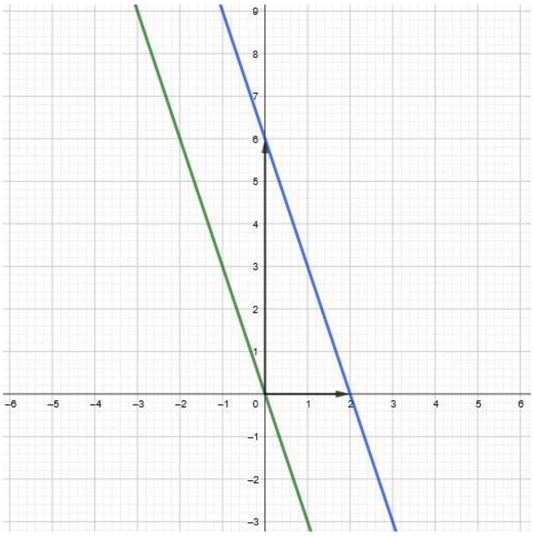
Vejamos outro caso de reta. Na Figura 4 temos o esboço de $y = –3x + 6$. Aqui precisamos dizer que a reta pertence a família de curvas do tipo $y = -3x$. Partimos sempre da família que está na origem do plano cartesiano. Vamos manter a família e fazer algumas transformações para ficar na forma $y –(+6) = –3x$, a qual é possível esboçar o gráfico transladando no eixo y seis unidades para cima.

$$y = -3x + 6$$

$$y - 6 = -3x$$

$$y -(+6) = -3x$$

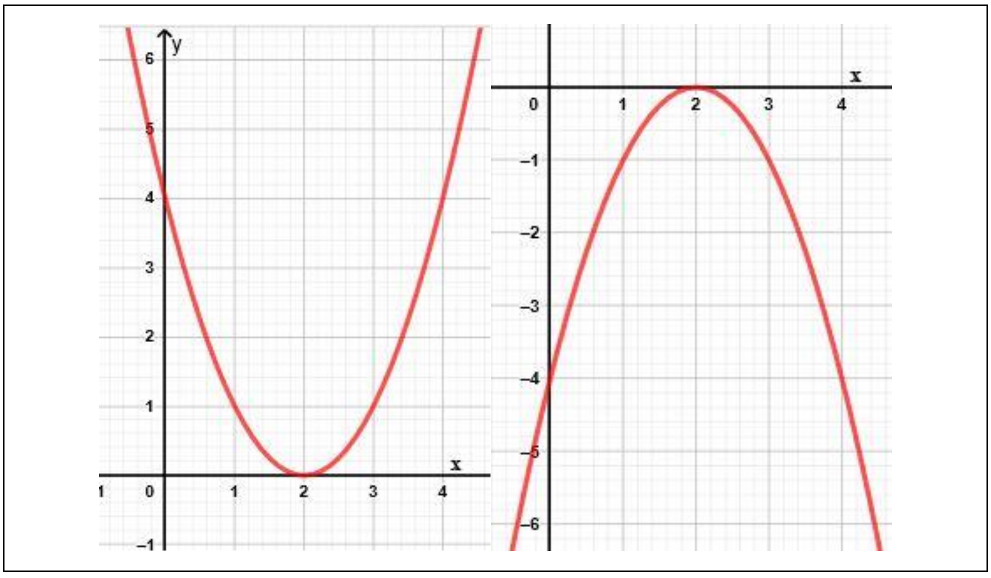
Figura 4: Gráfico de $y = -3x + 6$.



Fonte: Simonetti (2020, p. 49)

Para uma parábola, a ideia de translação permanece, entretanto, as transformações na equação são mais exigentes do que na equação da reta, mas, permitem o aluno rever as ideias presentes nas manipulações algébricas, muitas delas abordadas ainda no Ensino Fundamental. Lembrando que a variável visual pertinente é aquela que permite modificações no gráfico da curva com modificações expressivas em sua equação corresponde. Como por exemplo, a variável visual gráfica concavidade na Figura 5 é uma das mais conhecidas. Constatem que quando falamos em variáveis visuais da curva, estamos pensando no objeto matemático de forma a entendê-lo como um todo. Muitas vezes mostramos aos alunos somente procedimentos, regras, tabelinhas para esboço do gráfico que deixam de frisar estas informações tão importantes na compreensão da curva.

Figura 5: Variável visual concavidade.



Fonte: Simonetti&Moretti (2020, p. 135)

Em Simonetti (2020, p. 46-51) é possível ver detalhes da ideia de translação considerando a Interpretação Global com equações genéricas, além de outros exemplos. Aqui, estamos exemplificando diretamente com casos particulares para ser mais acessível, como a parábola $y = x^2 - 2x - 3$. Quando estamos com parábolas, as translações podem ocorrer na vertical e na horizontal no plano cartesiano, desta forma, o tratamento realizado em $y = x^2 - 2x - 3$ deve deixar a parábola assim: $y - (-4) = (x - (+1))^2$; de modo a explicitar que a parábola da família $y = x^2$ a partir da origem deverá ser transladada quatro unidades para baixo e em seguida uma para o lado direito no plano cartesiano. Para um leitor atento, $y - (-4) = (x - (+1))^2$é semelhante a forma canônica$y = (x-1)^2 - 4$. Para obter a representação requerida o tratamento necessário pode ser realizado do seguinte modo:

$$y = x^2-2x-3$$

$$y = x^2-2x+1-1-3$$

$$y = (x-1)^2-4$$

$$y+4 = (x-1)^2$$

$$y-(-4)=(x-(+1))^2$$

Neste tratamento deve se retomar as ideias de complementação do quadrado, reconhecimento de trinômio quadrado perfeito, além de todas as regras envolvidas no sistema semiótico algébrico. É uma ótima atividade para dar sentido as transformações algébricas e entender as relações entre representações em diferentes registros, já que, após as transformações, chegamos no gráfico (Quadro 2).

Quadro 2: Esboço da parábola por translação.

$$y = x^2-2x-3$$

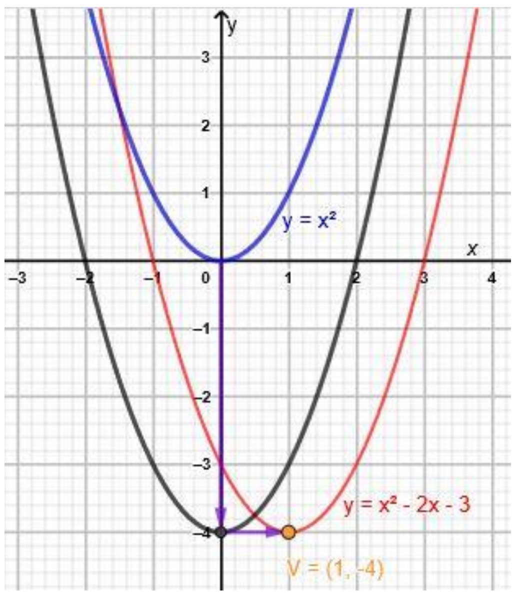
$$\Leftrightarrow$$

$$y-(-4) = (x-(+1))^2$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

Translação no eixo *y*

Translação no sentido do eixo *x*



Fonte: Simonetti &Moretti (2020, p. 137)

Muitos problemas na Biologia, Química, Física envolvem justamente os pontos de máximo e mínimo quando a situação pode ser presentada por uma equação de parábola. Desta forma, considerando a Interpretação Global por meio de translações no Ensino Médio, o aluno não precisa memorizar fórmulas para obter as coordenadas do vértice, já que ficam explícitas em$y- (-4)=(x- (+1))^2$. O vértice é (1, -4).Até mesmo, as raízes são obtidas facilmente sem a fórmula de Bhaskara, basta considerar $y = 0$ em $y + 4 = (x-1)^2$. Enfim, o tempo todo estamos usando as regras de transformações específicas de cada registro e podemos olhar para uma representação gráfica e fazer a conversão para sua respectiva representação algébrica (Simonetti&Moretti, 2020, p. 138-139). Ademais, o olhar do aluno se volta para uma coordenação entre estes dois registros, coordenação esta que oportuniza a Interpretação Global das propriedades da curva. Em Simonetti (2020) temos apontamentos de uma experiência realizada com estudantes do Ensino Médio fazendo uso deste processo. Em Côrrea & Moretti (2014) ideias de como proceder com o esboço de funções trigonométricas por meio de translações e, em Menoncini &Moretti (2017), o esboço de funções modulares lineares também dentro dessa perspectiva de compreensão da curva globalmente.

5. Considerações

A Base Nacional Comum Curricular apresenta as três etapas da Educação Básica pautadas em competências e habilidades a ser desenvolvidas ao longo da vida escolar básica. A Base afirma que o Ensino Médio deve ser uma ampliação das aprendizagens do Ensino Fundamental, entretanto, os textos de cada etapa acabam ficando muito distantes, não considerando esta articulação entre as etapas. Como mostramos a etapa do Ensino Médio possui uma competência específica que se aproxima muito da Teoria Registros de Representação Semiótica. Entretanto, a etapa do Ensino Fundamental não chega a considerar a teoria. Isso acaba confirmando, possivelmente, o problema da construção do documento ter sido elaborado por partes. Deixando assim de considerar conforme Duval (2016, p. 16) o fato de todo conhecimento desenvolvido ao longo do Ensino Fundamental e Médio estar subordinado à apropriação de todos os registros de representação semiótica que os alunos mobilizam e que requerem coordenação.

Apesar disso, já é um ponto positivo uma Base que de certa forma tenta trazer teorias do campo da Educação Matemática para explicar o trabalho com a Matemática. Embora, mais uma vez, deixamos claro que existe sim uma aproximação com a teoria de Duval, mas, o professor que não conhece as ideias dessa teoria pouco poderá considerá-la em sua prática de sala de aula, até mesmo porque a Base do Ensino Médio não dá conta de contemplá-la efetivamente. Há uma tentativa de explicitar o que seria fazer uso de registros de representação semiótica, contudo muito insuficiente, como podemos ver pela forma em que as habilidades da competência específica 4 são apresentadas.

Sem contar que devemos nos questionar: é possível o referencial Registros de Representação Semiótica estar associado a uma estrutura de competências e habilidades no Ensino Médio? Quando direcionamos um currículo em termos de competências no campo educacional, estamos decompondo os conhecimentos a serem adquiridos, ou seja, é uma decomposição de conteúdos em função dos conteúdos matemáticos pré-requisitos. Claramente a lista de habilidades associada a cada competência revela isso; até mesmo o rol de competências para a Educação Básica. Competência não é um termo de referenciais educacionais, competência “(...) éutilizada em todas as áreas de formação e para determinar qualificações na vida profissional. Ela designa um conhecimento para realizar tarefas bemprecisas” (Duval, 2012, p. 326). Na Base (Brasil, 2018, p. 13) pontuam que o foco em desenvolver competências advém das avaliações internacionais da OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, uma organização econômica, o que dá indícios que estamos diante de termos com origem no campo econômico, empresarial e não educacional.

Já discutimos que fazer matemática não pode ser reduzido a competências e habilidades adquiridas. O fazer matemática deve ser a tomada de consciência dos gestos intelectuais necessários para a compreensão matemática. Isso é tão importante que nos leva a indagar sobre o papel da aprendizagem da Matemática durante a Educação Básica. Temos que ter clareza sobre o objetivo do ensino de Matemática nesta etapa. Se focarmos que os estudantes ao fim do Ensino Médio irão seguir carreiras técnicas, precisando saber fazer aplicações matemáticas, estamos deixando de considerar que o objetivo “(...) não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (Duval, 2003, p. 11).

6. Referências

Boyer, C. B. *História da Matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: USP, Edgard Blücher, 1974.

Brandt, C. F., & Moretti, M. T. (2014). Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. *Acta Scientiae*, 16 (3), pp. 553-557.

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC. Recuperado em 07, setembro, 2020, de: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192.

Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília, DF: MEC. Recuperado em 07, setembro, 2020, de: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192.

Bigode, A. J. L. (2019). Base, que base? O caso da Matemática. In: F. Cássio & R. Catelli Jr., (orgs.), *Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC* (pp. 123-143). Ação Educativa.

Cássio, F. (2019). Existe vida fora da BNCC? In:F. Cássio&R. Catelli Jr., (orgs.),*Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC* (pp. 13-39). Ação Educativa.

Castro, G. A. M., do Espírito Santo, C. F. A., Barata, R. C., & Almouloud, S. A. (2020). Desafios para o professor de ciências e matemática revelados pelo estudo da

BNCC do ensino médio. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 15(2), 1-32. DOI: 10.5007/1981-1322.2020.e73147.

Côrrea, M. O. S., &Moretti, M. T. (2014).Esboçando Curvas de Funções a Partir de Suas Propriedades Figurais: uma Análise sob a Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica. In: C. F., Brandt & M. T. Moretti (org.), *As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática* (pp. 39-65). Ijuí: Unijuí.

Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: S. D. A. Machado (org). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica* (pp. 11-33). Editora Papirus.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajesintelectuales*. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidade del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía.

Duval, R. (2011a). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, (Trad. de M. T. Moretti), 6(2), pp. 96-112.

Duval, R. (2011b). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas.* Organização T. M. M. Campos. Tradução M. A. Dias. São Paulo: Proem.

Duval, R. (2012). Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática?*Práxis Educativa*, (Trad. de L. C. Oliveira, revisão técnica M. T. Moretti), 7 (2), 305-330.

Duval, R. (2014). Rupturas e Omissões entre Manipular, Ver, Dizer e Escrever: História de uma Sequência de Atividades em Geometria. In: C. F. Brandt & M. T. Moretti, (orgs.), *As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática* (pp. 15-38). Editora Unijuí.

Duval, R. (2016). Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, (Trad. de M. T. Moretti), 11 (2), 1-78. DOI: 10.5007/1981-1322.2016v11n2p1.

Duval, R. (2018). Como Analisar A Questão Crucial Da Compreensão Em Matemática? *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, (Trad. de M. T. Moretti), 13 (2), 1-27. DOI: 105007/1981-1322.2018v13n2p01.

Menoncini, L.,&Moretti, M. T. (2017).A interpretação global figural como recurso para o esboço de curvas de funções modulares lineares. *Educação Matemática em Revista*, 1(18), pp. 126-134.

Moretti, M. T. (2003). A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: S. D. A. Machado (org). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica* (pp. 149-160). Campinas: Editora Papirus.

Passos, C. L. B., &Nacarato, A. M. (2018). Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. *Estudos Avançados*, 32 (94), 119-135. DOI: 10.1590/s0103-40142018.3294.0010.

Silva, M. R. (2018). A BNCC da reforma do Ensino Médio: o resgate de um empoeirado discurso. *Educação em Revista*, 34, 367-379. DOI: 10.1590/0102-4698214130.

Simonetti, D. (2020). *Processos Algébricos no Esboço de Curvas: o caso da parábola à luz dos Registros de Representação Semiótica*. Dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.

Simonetti, D.,& Moretti, M. T. (2020). Esboço da parábola por meio de translações no Ensino Médio. In: M. T. Moretti, C. F. Brandt (org.), *Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval* (pp. 129-149). Florianópolis: Ed. REVEMAT/UFSC.