

Pode Mexer ou é para Enfeitar a Sala?

Utilização de Material Manipulável para Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Can you move or is it to decorate the room?
Use of Workable Material for Geometry Teaching in the Early Years of Elementary School

DOI: 10.37001/ripem.v12i3.2984

George William Bravo de Oliveira
<https://orcid.org/0000-0002-7438-679X>
FAETEC
georgebravo.br@gmail.com

Soraya Barcellos Izar
<https://orcid.org/0000-0003-1661-3242>
CAp-UERJ
soizar@gmail.com

Thaís Fernanda de Oliveira Settimy
<https://orcid.org/0000-0001-7194-4656>
Prefeitura Municipal de Angra dos Reis
sottamy@gmail.com

Resumo

As conversas entre os professores, participantes do curso - *Visualização em Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* - promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática em 2021, despertaram a atenção a respeito do uso de material concreto nas escolas. Algumas escolas não possuem material disponível e em outras esses materiais são subutilizados ou não são empregados nas práticas de sala de aula por conta de os professores não saberem como utilizar. Neste artigo abordamos algumas possibilidades e colocamos a disposição referências de professores que adotam essa prática em suas experiências profissionais. A visualização é uma habilidade que precisa ser desenvolvida desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, para tanto, se inicia com a manipulação de materiais concretos pela observação e percepção o que favorece a criação de memórias que ativam a imaginação. A visualização não é de aplicação exclusiva da Matemática, mas confere ao ser humano a capacidade de integrar conhecimentos escolares e a vivência fora da vida escolar. Explorar os materiais manipuláveis associando-os aos tópicos de Geometria, não apenas pelo estudo da disciplina em si, mas explorando os conceitos geométricos, observando a aplicação desses conceitos e identificando-os nas diversas situações presentes no dia a dia. Isso é fundamental para a construção do processo de visualização dos estudantes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Geometria. Educação Infantil. Material Manipulável. Formação Continuada.

Abstract

The conversations between the teachers, participants of the course - *Visualization in Geometry in the Early Years of Elementary School* - promoted by the Brazilian Society of Mathematics Education in 2021, aroused attention regarding the use of concrete material in schools. Some schools do not have material available and in others these materials are underutilized or are not used in classroom practices because teachers do not know how to use them. In this article we discuss some possibilities and make available references of teachers who adopt this practice in their professional experiences. Visualization is a skill that needs to be developed since the initial grades of Elementary School, so it begins with the manipulation of concrete materials by observation and perception, which favors the creation of memories that activate the imagination. Visualization is not of exclusive application of Mathematics but gives the human being the ability to integrate school knowledge and experience outside school life. To explore the manipulated materials by associating them with the topics of Geometry, not only by studying the discipline itself, but by exploring the geometric concepts, observing the application of these concepts, and identifying them in the various situations present in the day-to-day. This is fundamental for the construction of the process of visualization of students since the early years of elementary school.

Keywords: Geometry. Child education. Manipulating Material. Continuing Training.

1. Introdução

De fevereiro a julho de 2021, foi ministrado o curso de formação continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com objetivo de contribuir e incentivar o trabalho com materiais manipuláveis voltados para a visualização geométrica nesse segmento de ensino. A proposta denominada *Visualização em Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*, promovida pelo Edital SBEM-DNE 01/2020 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), foi planejada para a implementação o curso com 40 horas organizadas em encontros semanais on-line e práticas assíncronas desenvolvidas pelos integrantes entre os encontros síncronos.

Ações que valorizam cursos de formação continuada, fomentadas por instituições como a SBEM, são muito importantes. Devido à formação recebida ao longo da vida estudantil até a graduação, existe uma tendência de o professor regente de turma priorizar os conteúdos que domina em relação a outros previstos no plano de curso. A formação continuada é valorizada pelos professores quando percebem a necessidade de interagir com parceiros profissionais e compartilhar a própria prática. Quando o docente se fecha no próprio trabalho não consegue uma distância crítica para observar seus resultados e sua experiência. Em Matemática, isso pode acontecer com os conteúdos de Geometria, a prática é deixada de lado e o conteúdo é visto nas páginas de um livro impresso. Lorenzato (1995) já discorria sobre a questão da omissão geométrica na Educação Básica. Dentre as inúmeras causas, Lorenzato (1995) destaca duas que estão mais direcionadas à sala de aula: a ausência de conhecimentos geométricos indispensáveis às práticas pedagógicas e o demasiado valor dado ao livro didático (seja pela falta de base da formação docente ou pela fatigante jornada de trabalho).

Em análise sobre a formação de professores no Brasil, Gatti (2010) constata que “há uma insuficiência formativa evidente para o desenvolvimento” (Gatti, 2010, p.1371) de atividades de ensino (planejamento, regência e avaliação) relacionadas aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e à Educação Infantil. Gatti (2010) também evidencia, em uma de suas constatações, a característica genérica dos conteúdos ministrados nas disciplinas que serão ensinadas na Educação Básica (Alfabetização, Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências, Educação Física). Assim é necessário o investimento em cursos de formação continuada direcionadas aos docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com foco nos conteúdos geométricos. Cursos que priorizem o compartilhamento das práticas e coloque o professor no lugar de estudante, para analisar a própria prática, observar o que seus pares estão fazendo e rever suas ações. Entender que com a Geometria é possível entender as formas que estão a nossa volta.

Um dos documentos que norteiam o currículo escolar, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC ressalta que o estudo da Geometria abrange “um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2016, p.271), o que justifica o desenvolvimento de atividades voltadas para esta área do conhecimento ao longo da Educação Básica. Apesar de todas as críticas que podemos fazer a esse documento, entendemos que ele é o documento oficial para os ciclos de Educação Básica neste momento, portanto entre a leitura e aplicação há que considerar que as pessoas devem ser o foco do ensino. Precisamos descobrir os limites entre a obrigação e as possibilidades que podemos realizar por meio de uma leitura crítica.

Segundo a BNCC (Brasil, 2016), almeja-se que os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (Brasil, 2016, p. 272).

Também é importante que os estudantes desse segmento de ensino estudem e entendam as relações existentes entre as medidas, favorecendo “a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.)” (Brasil, 2016, p.271).

Assim como os cursos de formação de professores precisam capacitar os docentes para atender as demandas da sociedade, normatizadas pelos documentos oficiais, e os cursos de formação continuada devem atualizá-los, existe uma carência de cursos voltados para o ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mesmo com as orientações da BNCC sobre o ensino de Geometria, a maioria dos cursistas inscritos na FormAção evidenciaram essa lacuna e por isso se interessaram pela temática do curso.

A proposta de FormAção visava explorar e produzir recursos manipuláveis pelos cursistas com objetivo de ampliar os mecanismos para desenvolver conteúdos em

Geometria. Voltar nosso olhar para o professor como agente de transformação de si próprio e provocador de mudanças que favoreçam a ampliação da percepção dos discentes. Nossa proposta teve como foco a associação entre o que está escrito nos planos de aula e o que o docente realiza em sua sala de aula. Pautamos a construção de recursos nessas possibilidades, os objetos poderiam ser reaproveitados ou construídos com material de baixo custo. O curso também tinha o intuito de elaborar, em conjunto com os participantes, estratégias de abordagem com foco na Geometria, observando e explorando atividades em que se utilizasse artefatos do cotidiano dos discentes e/ou dos docentes, tais como caixas de embalagens diversas, canudos de papel alumínio e de papel toalha etc.

Além da produção dos objetos, o curso dispunha-se a provocar o olhar e a observação para a geometria existente ao nosso redor, analisando a forma, estimulando a pesquisa e buscando o envolvimento dos cursistas com as distintas situações que poderiam ser desenvolvidas em sala de aula. Neste contexto, as atividades formativas foram planejadas para promover o desenvolvimento da visualização dos cursistas para atividades que possuísem contextualização geométrica. Também buscava incentivá-los à implementação de novas práticas que explorassem esta habilidade, considerando a realidade na qual estão inseridos, o perfil dos estudantes para os quais lecionam e as especificidades de seus locais de trabalho.

2. Visualização e Desenho

Nesta seção, o desenho será abordado como forma de expressão e registro e a visualização como uma operação anterior ao registro, mas que se estende durante o processo de desenho, do ato de desenhar. Um processo que nasce no corpo, por meio dos sentidos, se congrega no pensamento e acompanha o trabalho de interpretação ou de execução de uma tarefa gráfica.

Como registro de uma ideia, o desenho serve para comunicar. O risco do lápis sobre o papel, o traçado na tela de um dispositivo eletrônico realizado com auxílio do mouse ou diretamente pelo toque em tela; partes de uma construção que ao final podem remeter a um propósito. Por meio de conceitos geométricos podemos estruturar as formas, definir suas dimensões, representar seu volume. A Geometria dá condições para interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos, incluindo a visualização de objetos e a sua representação, a manipulação dessas representações e a criação de novos objetos assim como a resolução de problemas de aplicação da área em situações da vida real ou da própria Matemática (Bastos, 1999).

A Geometria está em tudo ou enxergamos a geometria em tudo? Como podemos ver as estruturas geométricas nas coisas? Percebemos a geometria das coisas porque conhecemos os conceitos geométricos ou entendemos os conceitos geométricos ao nos defrontarmos com as coisas do mundo? São perguntas que nos levam a um conjunto de questões de um processo cíclico que não importa muito a ordem do seu aparecimento, mas de como essas questões podem ajudar na formação do ser humano. Essas perguntas emergem quando se propõe trabalhar com a Geometria para além do papel, para dar sentido aos diversos registros de inúmeras situações geométricas, para dar sentido ao que se pode ser feito com as representações.

Entender os conceitos geométricos para analisar a estrutura de um objeto e posteriormente registrá-lo, depende do reconhecimento desses conceitos nos objetos. Identificar os pontos, as linhas, os planos, observar a partir de um ponto de vista e fazer o registro necessita do conhecimento que se desenvolve desde a Educação Infantil. Isso

não significa dizer que para desenhar é preciso dominar a Geometria. Um registro pode ser feito pela impressão geral, pelo desenho de observação sem necessariamente se utilizar uma estrutura analítica mais racional. Levar em conta que a representação, o desenho ou a forma de registrar, deve estar desvinculado do sentimento crítico e do julgamento do valor estético. O professor deve perceber qual o processo que sua aluna e seu aluno projetaram para a execução da manifestação de sua ideia com auxílio de materiais que fazem a concretização da ideia em forma, seja no papel, com gestos ou meio digital. Porém, em um desenho onde seja necessário detalhar partes, indicar ângulos e dimensões será necessário se apoiar em construções com elementos da Geometria. A precisão não pode fazer a ideia sucumbir a uma técnica. A ideia deve ser aprimorada pela técnica. Nessa via de mão dupla, a Geometria emerge nos objetos porque o observador conhece os conceitos geométricos e ao observar as formas dos objetos, reconhece esses conceitos. É uma prática desenvolvida pela observação, observação essa que pode estar mesclada com o olhar da razão e da emoção.

“Vamos olhar em volta? O que não é desenho?” A provocação foi feita pela professora Maria Ângela Dias na conversa: A Educação do Olhar com Adriane Borba (Dias & Borba, 2021). Dias nos alerta que não é necessário ir muito longe para encontrar exemplos que tenham o desenho aplicado. Objetos de uso pessoal, produtos da residência, brinquedos, equipamentos, imagens, coisas que se pode utilizar em sala de aula e contextualizar o ensino com o cotidiano dos alunos. Vamos olhar... é um convite à percepção. A curiosidade aliada ao impacto da observação incita o despertar, a motivação e incentiva a pesquisar o que há no objeto contemplado. Um convite para a análise da estrutura do objeto observado. Um convite para visualizar os conceitos geométricos que ali estão presentes.

O desenho pode ser feito a partir da observação de algo que já existe ou de algo que está sendo elaborado/projetado. No segundo caso, o objeto não pode ser observado, pois ainda não existe fisicamente. Existe na mente de quem o projeta (imagem mental). Exemplificando: um projetista foi convidado a projetar um carro para o futuro. O carro futurista ainda não existe. O projetista poderá projetá-lo a partir da ideia de um carro atual com quatro rodas. Todavia, poderá elaborar um carro do futuro sem rodas. Para que se desloque, o carro do futuro sem rodas precisaria ter um sistema de propulsão. O projetista imaginaria onde ficaria localizado o sistema e pesquisaria o melhor lugar para o sistema. Na parte posterior? Na parte de baixo do carro? No lugar da roda? Todas essas possibilidades são imaginadas e desenhadas pelo projetista até a definição do projeto final. O projetista faz inovações baseadas em algo que já existia, ou seja, em ideias que já existem e que são estímulos para inovações futuras.

Esse processo de observação e de registro em um suporte (físico ou não) para posterior formação da imagem mental é um exercício que começa com materiais concretos, seja para desenhar uma natureza morta, um modelo vivo ou o registro de simples objetos auxiliados pelos materiais manipuláveis. O desenho enquanto registro de uma ideia que inicialmente precisa de uma ligação com o mundo físico.

O desenho não se limita a uma expressão gráfica, pois pode assumir outras formas. Desenha-se com gestos, desenha-se com uma narrativa, desenha-se com o som, enfim recursos que estimulam imagens que não se restringem apenas no plano bidimensional de uma folha de papel ou tela de um dispositivo ou ao tridimensional como os registros das imagens holográficas.

A visualização é uma operação anterior ao registro, mas que se estende durante o processo de desenho, do ato de desenhar. Um processo que nasce no corpo, por meio dos sentidos, se congrega no pensamento e acompanha o trabalho de interpretação ou de execução de uma tarefa gráfica. Nesse contexto, entende-se que atividades que envolvam a visualização devem ser estimuladas desde os anos iniciais até os anos finais da Educação Básica em um fluxo contínuo, trabalhando com exercícios variados de observação e percepção com o objetivo de estabelecer importantes conexões interdisciplinares.

O trabalho com a visualização pode promover a interdisciplinaridade. Kaleff (2008) evidencia o caráter interdisciplinar da visualização ao afirmar que “a interpretação de informações visuais está presente tanto nos simples problemas do dia a dia como em problemas da Engenharia, da Arquitetura, da Medicina, das Artes, etc.” (Kaleff, 2008, p.18).

A visualização é um processo cognitivo cujo desenvolvimento favorece a várias áreas do conhecimento, por isso é essencial a todos os níveis educacionais. É uma habilidade que está relacionada a um conjunto de operações cognitivas e ações mentais, justificando a necessidade de estímulo desde a mais tenra idade. Kaleff (1998) considera a visualização como um processo importante em Geometria e uma habilidade que precisa ser desenvolvida. No entanto, visualizar não consiste em um processo simples. Na realidade, se trata de uma habilidade individual, que envolve muitos aspectos, tais como, interpretar e fazer desenhos, formar imagens mentais e visualizar movimentos e mudanças de formas (Lemos & Bairral, 2010).

Gouveia & Miskulin (2012, p. 104) defendem que “o visualizar é próprio e distinto de cada aluno, e o contato com o modo de visualizar dos outros, como também as demais experiências presenciadas por ele, configuram e ressignificam constantemente os seus processos de visualização”. Se é próprio de cada aluno, devemos considerar que não deva existir um modo apenas de se comunicar com o grupo. A professora, o professor, devem dominar o conteúdo a ponto de descobrir outros caminhos para abordá-lo. Outros modos de abordagem para chegar a todas as pessoas. Muitas vezes não é algo devidamente planejado, mas uma estratégia quando se está preocupado em desenvolver vínculos entre a prática, o conteúdo e o entendimento de seu interlocutor.

Zimmermann & Cunningham (1991) descrevem a visualização como o processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel, ou com a ajuda da tecnologia), usando essas imagens de forma eficaz para descoberta e compreensão matemática. As imagens mentais consistem no elemento central de todas as concepções envolvendo a visualização, pois são as representações mentais que as pessoas podem fazer de objetos físicos, relações, conceitos etc. (Gutiérrez, 1991).

Baseado nos autores citados acima, a visualização depende de estímulos para desencadear o processo de formação das imagens. O que o professor possibilita são experiências para exercitar a memória e produzir analogias com o que é estudado. Por exemplo, baseado na imagem de um cubo eu posso sugerir imaginar uma casa; imaginar um plano inclinado para sua cobertura como uma rampa que um carro usa para subir. As imagens mentais que pretendemos usar são baseadas na observação de coisas que existam no entorno do aluno, daqueles objetos que eles encontram em casa ou estão disponíveis em sala de aula. A percepção se torna capaz com a exploração dos sentidos do corpo. Não apenas o aspecto visual, mas a textura das faces dos objetos, o peso dos modelos utilizados, o som que cada material produz. É pelo conjunto de possibilidades que um material oferece, que podemos exercitar a observação, a percepção e chegar à

visualização. Destacamos que tratamos a observação como um ato investigativo, para tal ato prescinde de ver, tocar, cheirar, pegar. Propomos que pela observação a criança desenvolva e perceba vínculos com os objetos, crie uma relação com a proporção entre o que é observado e seu corpo.

Lorenzato (2015) destaca uma passagem interessante sobre a percepção de um menino de 5 anos relacionada ao tamanho de dois bancos iguais posicionados em lugares diferentes: um próximo a ele e outro mais distante.

Um menino, com idade por volta de 5 anos, passava lentamente suas mãos sobre um banco de madeira lisa envernizada, com cerca de dois metros de comprimento. De repente, ele olhou vagamente para outro banco igual àquele, mas que se encontrava a uns 20 metros, e perguntou para três adultos que conversavam por ali: *‘Por que aquele banco está menor que este? Quando eu estava lá nele, ele era maior que este’*. (Lorenzato, 2015, p.11).

Lorenzato (2015, p.11) conclui que na mente do jovem ocorriam “lampejos de projetividade” que estariam provocando possivelmente “alterações na percepção de mundo que ele tinha até então”. Isso nos revela a capacidade de observação que algumas crianças possuem para além do espaço plano. Evidencia também a necessidade de atividades que trabalhem a percepção e a visualização desde as primeiras séries, podendo ser ou não integradas às demais disciplinas.

3. Material Manipulável

Pesquisadores destacam a validade do trabalho integrado com materiais manipuláveis direcionados ao ensino de matemática (Lorenzato, 2015, 2006), a ao ensino de Geometria (Kaleff, 2008, 2006) e a importância para o desenvolvimento da visualização e do pensamento geométrico.

Lorenzato (2006, p.3) relaciona vários educadores famosos que “ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual-tátil como facilitador para aprendizagem”. Em 1650, Comenius destacou que o ensino deveria acontecer do concreto para o abstrato, o que foi confirmado por Pestalozzi & Froebel, em 1800, e por Dewey, em 1900. Locke, em 1680, destacou a necessidade da experiência sensível para galgar o conhecimento. Para Rousseau a aprendizagem necessitava da experiência direta sobre os objetos. Herbart defendeu que a aprendizagem começava pelo campo sensorial. Dewey evidenciou a importância da experiência direta como fator básico para a construção do conhecimento. Poincaré sugeria o uso de imagens vivas para esclarecer ideias matemáticas. Montessori nos brindou com incontáveis exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizavam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente o tátil. Piaget evidenciou que o conhecimento acontece pela ação refletida sobre o objeto. Vygotsky e Bruner destacam que as experiências no mundo real compõem o caminho para a criança construir seu raciocínio. Claparède defendeu a inclusão de brincadeiras e jogos na escola. Freinet recomendava o uso de cantinhos temáticos na sala de aula. Ou seja, cada educador a seu modo reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é fundamental para o processo de aprendizagem.

A essa lista, o autor inclui nomes de educadores ligados ao ensino da Matemática, destacando um matemático em especial “que percebeu a influência do ver e do fazer na aprendizagem: Arquimedes” (Lorenzato, 2006, p.5).

Ele evidenciou isso quando escreveu a Erastóstenes, mais ou menos no ano 250 a.C., dizendo: “é meu dever comunicar-te particularidades de certo método que poderás utilizar para descobrir, mediante a mecânica, determinadas verdades matemáticas [...] as quais eu pude demonstrar, depois, pela Geometria” (apud NICOLET, 1967). Desse modo, Arquimedes revelou o modo pelo qual fazia descobertas matemáticas e confirmou a importância das imagens e dos objetos no processo de construção de novos saberes. (Lorenzato, 2006, p.5).

Lorenzato (2006) destaca a importância de um espaço na escola ou na sala de aula onde possa ser implantado o laboratório de ensino de matemática. Em uma de suas concepções, o autor afirma que esse espaço deve ser dedicado à elaboração de atividades pedagógicas provocadoras que visam auxiliar “no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento, mas imprevistas na prática, devido ao questionamento dos alunos durante as aulas” (Lorenzato, 2006, p.7). Para Kaleff (2008, p.20) o material concreto possibilita ao estudante ver o objeto estudado e não apenas “ver sua imagem mental por meio de sua imaginação, ou seja, na tela mental de sua cabeça”.

Materiais manipuláveis produzidos com materiais/objetos de baixo custo permitem ao docente liberdade para utilizá-los da maneira mais adequada ao conteúdo ministrado. Produzindo os objetos com caixas de embalagens de papelão ou de plástico que seriam descartadas, por exemplo, seria possível cortar ou furar as embalagens sem pena de danificando o objeto, pois o mesmo poderia ser reconstruído, reproduzido, ou repostado posteriormente com mais facilidade caso houvesse necessidade. Uma simples caixa de remédio com as faces pintadas de cores diferentes com guache poderia ajudar os alunos a visualizar o processo de planificação da caixa. Um material simples e rápido de se produzir. É possível cortar uma caixa de pasta de dente para ajudar a visualização de alguma situação geométrica. Ou fazer a comparação de um cilindro com um prisma, transformando uma caixa em cilindro (recortando as bases em formato circular e colando as faces laterais ao redor da base). Mesmo rasgado ou cortado, o material manipulável cumpriu com a sua função, tendo sua vida útil bem aproveitada ao estimular a capacidade de visualização dos discentes e permitindo o entendimento dos conceitos geométricos.

Entretanto, os professores precisam ser incentivados a utilizar os materiais manipuláveis disponibilizados pela escola para uso em sala de aula ou, caso não os tenha, pensar em produzir ou adaptar objetos como recursos para galgar os objetivos pedagógicos. Também precisam saber como utilizar esses materiais didáticos. Muitas vezes a instituição possui materiais manipuláveis, que ficam guardados. Algumas vezes ficam expostos em armários com portas de vidros, intocáveis, pois ninguém ousa danificá-los ou perder suas peças. Associado a isso, envolver seu público no processo de criação, da construção, da desmontagem, na reutilização. Processos que ajudam o entendimento e o sentido de participação no processo de ensino e de aprendizagem.

Com o intuito de destacar a importância que o material didático pode assumir no processo de aprendizagem, o curso tinha como proposta despertar nos professores da formação continuada o interesse em descobrir materiais didáticos que estivessem disponíveis na própria escola, e, na ausência desses materiais, a possibilidade de produção de recursos apropriados para a classe em que lecionam através de um pequeno

investimento de tempo, observação e coleta de objetos que pudessem ser reaproveitados como materiais manipuláveis.

Antes de produzir os materiais manipuláveis propostos pela formação, foi sugerido que os cursistas pensassem no objetivo ou função de cada objeto. Nesta discussão, foram levantados os seguintes critérios a serem observados:

- Público-alvo, faixa etária e ano de escolaridade;
- Tópico a ser desenvolvido;
- Material de constituição;
- Atividade a ser desenvolvida;
- Parceria na construção/ montagem.

É importante pensar a quem estará direcionado o material manipulável, a faixa etária e ano de escolaridade. Lorenzato (2006, p.9) ressalta que o material manipulável destinado à Educação Infantil deve estar direcionado ao desenvolvimento dos processos mentais básicos e deve propiciar “a percepção espacial (formas, tamanhos, posições, por exemplo) e a noção de distância, para construção do conceito de medida”. O material manipulativo direcionado aos anos iniciais da Educação Fundamental precisa estar mais focado nos “objetivos matemáticos”, como a ampliação de conceitos, a descoberta de propriedades, continuando com um forte apelo visual e tátil.

É possível trabalhar com brinquedos e materiais do universo dos estudantes de acordo com o tipo de interesse de cada faixa etária. Trabalhando com um cubo de pelúcia (Imagem 1), por exemplo, é possível explorar as características do material com as crianças da Educação Infantil: a quantidade de faces, as cores de cada face, o número, letra ou desenho específico de cada face. Nessa conversa, o professor vai trabalhar a percepção espacial destacada por Lorenzato.

Imagem 1: Cubo de Pelúcia



Fonte: <https://www.ciabebe.com.br/cubo-de-pelucia-para-bebe-colorido-zip>. Acesso: Jan. 2022.

Outro brinquedo interessante para explorar com crianças das primeiras séries dos anos iniciais do Ensino Fundamental é o Pequeno Engenheiro (Imagem 2), um brinquedo com peças de madeiras coloridas, de formatos diferentes, que monta casas e edifícios. Brincando com as peças desse brinquedo é possível trabalhar a questão dos módulos semelhantes, da forma das peças, das quantidades, fazer a comparação visual da área de cada peça. Na ausência do brinquedo é possível produzir uma coleção de caixas pintadas com o desenho de portas e janelas, simulando os blocos de madeira do brinquedo original. E as crianças podem participar da elaboração desse material manipulável, ajudando a pintar as faces das caixas e desenhando os detalhes.

Imagem 2: Meu Pequeno Engenheiro

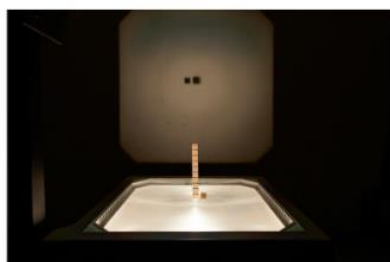


Fonte: https://http2.mlstatic.com/jogo-pequeno-engenheiro-antigo-D_NQ_NP_13849-MLB3772266367_022013-F.jpg. Acesso: Jan. 2022.

O material manipulável pode ser inspirado em um brinquedo que já exista e ser construído semelhante ao modelo original em papelão, plástico, ou outro material, como foi exemplificado acima com a coleção de caixas pintadas inspiradas no brinquedo “Meu Pequeno Engenheiro”. Entretanto é necessário pensar na atividade que será enriquecida pela manipulação do material produzido. O material manipulável não deve ser um simples adereço, pois tem uma função no contexto da aprendizagem. O professor precisa descobrir essa função e a possibilidade de adaptar materiais manipuláveis já existentes a diferentes conteúdos.

É preciso atentar para a relação material /conteúdo, verificando se o material manipulável é adequado a determinado conteúdo ou se o material pode ser readaptado. A imagem 3 mostra um exemplo de utilização de um típico material manipulável das aulas de matemática, readaptado em uma instalação artística da Bienal de Arte de São Paulo de 2021. A artista Clara Ianni utilizou as peças do material dourado (o cubinho, a barra, a placa), apoiando-as na base transparente de retroprojetores, que as projetavam nas paredes, obtendo interessantes composições. A provocação da artista nos prepara para a discussão entre o objeto e sua imagem. O ponto de vista do observador em relação ao conjunto montado, o retroprojektor e a imagem gerada pelo dispositivo, desvenda a relação entre objeto e a sua projeção. A luz do retroprojektor funciona como um gerador da imagem que deforma e transforma o objeto tridimensional em um aspecto parcial das peças dispostas sobre o vidro. São alterações do aspecto visual do objeto. A imagem foi construída com parcialidade, mostrando a projeção da barra de dez unidades e do bloco de uma unidade. Podemos definir a altura simplesmente a observar sua projeção?

Imagem 3: Clara Ianni - Instalações na 34a Bienal de São Paulo



Educação pela noite
384.403 km, minguante
60 satélites em linha
vistas de Volta Redonda.



Fonte: 34a Bienal de São Paulo (2021, pp. 46 e 180).

Os materiais manipuláveis permitem observar os objetos e seus elementos em diferentes ângulos. Trabalhar com diversos materiais manipuláveis por meio de atividades investigativas pode contribuir para minimizar as dificuldades no ensino e aprendizagem de Geometria (Fassio, 2011).

Na pesquisa de Settimy (2018) os discentes consideraram que os materiais manipuláveis permitiram o movimento e exploração das formas e destacaram que aprender Geometria se tornou muito mais prazeroso com este recurso. Cortes realizados por planos que ficam com melhor entendimento ao observar o cubo transparente e o nível de água que torna possível a concretização do plano abstrato.

Nesse sentido, a variedade de recursos utilizados para o estudo de Geometria Espacial é um elemento relevante para o aprendizado geométrico dos sujeitos, pois permitem explorar, movimentar e visualizar os objetos sob vários ângulos. Porém, mais do que apenas utilizar os recursos, é preciso sobretudo discutir sobre o(s) conceito(s) geométrico(s) que os envolvem. Com isso,

[...] ao privilegiar os aspectos intuitivos (a manipulação de objetos físicos ou desenhos) sem discutirmos a concepção que os embasa, estamos correndo o risco de que o professor intérprete a construção do conhecimento geométrico com base nos aspectos métricos e de reconhecimento de figuras. (Paulo, 2010, p. 170).

Na formação realizada, nosso intuito foi contribuir para que os docentes conhecessem diferentes materiais, suas possibilidades e limitações para trabalhar com certos conteúdos. Defendemos que o material manipulável por si só não garante a

aprendizagem dos conceitos geométricos, sendo então essencial realizar discussões e reflexões acerca de atividades envolvendo a Geometria Espacial com os docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

4. O curso em foco

No curso de formação, propomos soluções que podem ser usadas pelo professor em sala de aula com materiais de baixo custo. Dessa forma, as atividades trabalhadas poderiam ser adaptadas e/ou modificadas pelos cursistas, deixando-os livres também para pensar em utilizar outros tipos de recursos e novas propostas de atividades. As quarenta horas planejadas para a FormAção foram divididas em encontros síncronos, sessões semanais sábados à tarde, e atividades assíncronas para que cada docente, individualmente ou em grupo, pudessem construir seus materiais didáticos. Nossa preocupação estava direcionada no desenvolvimento de um curso que considerasse a realidade na qual cada professor estava inserido, estimulando propostas de trabalho com a Geometria.

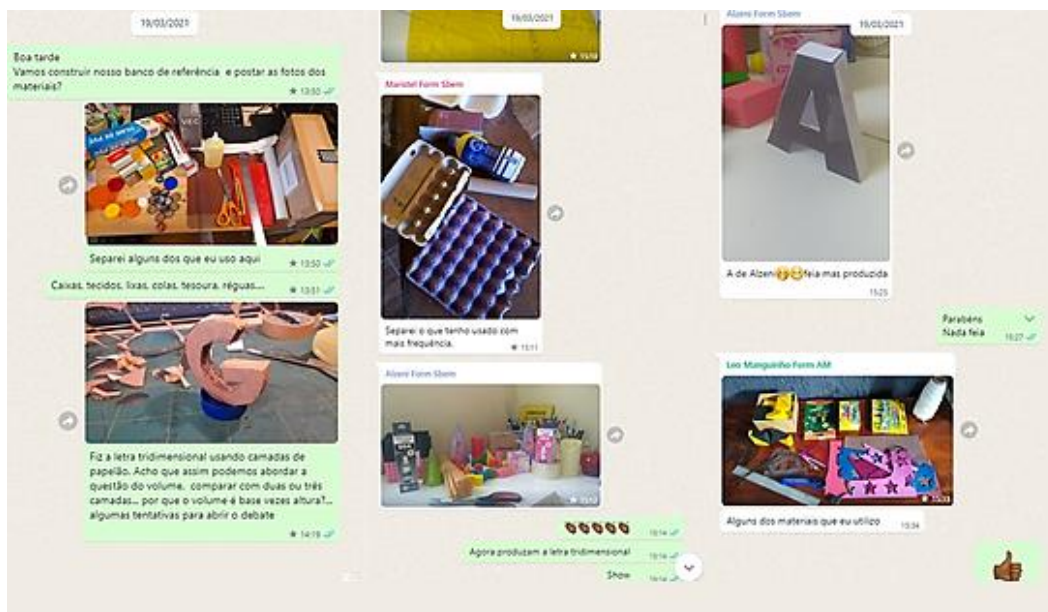
O curso foi organizado para ser desenvolvido em duas etapas. Na primeira etapa (8 encontros) as atividades estavam voltadas para a visualização, exploração, planificação confecção e montagem dos sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindros, cones, sólidos truncados e conjuntos).

Na segunda etapa, propomos trabalhar com projetos pedagógicos que envolvessem os materiais manipuláveis (5 encontros). O projeto I tinha como proposta trabalhar com situações de reconhecimento da representação do corpo humano e sua representação em modelos tridimensionais. O projeto II foi proposto para interação em grupo, elaborando ou adaptando jogos com sólidos geométricos para integração de conteúdo matemático. O projeto III tinha como proposta a elaboração de uma atividade que trabalhasse com mapa e a representação de um lugar, aplicando o conceito de escala de redução e discutindo a questão da vizinhança e do entorno. Em todas as etapas trabalhamos os conceitos para reaproveitar e reciclar no estudo da construção e planificação de sólidos geométricos.

Uma das estratégias para comunicação foi a utilização do grupo de mensagens instantâneas do WhatsApp. As regras de interação pelo grupo de mensagens foram previamente combinadas de modo a não perdemos o foco das temáticas propostas e para elucidar eventuais dúvidas que ocorriam durante a semana. Observamos que, em alguns cursos de formação para professores em que já participamos, não se abre espaço para os participantes mostrarem o que sabem, proporcionando uma troca profícua entre os saberes. Nosso ganho com a troca de mensagens foi ampliar esse intercâmbio, pois estimulamos a permuta de materiais, livros, apostilas, comunicação de eventos e práticas realizadas em sala de aula.

A primeiro trabalho de elaboração de um modelo manipulável foi a construção tridimensional da letra inicial do nome de cada cursista (Imagem 4). Pensamos em uma forma que fosse significativa para os professores e que gerasse engajamento. Antes foi solicitado que cada cursista pesquisasse materiais que estivesse em casa e que pudessem servir para a construção dos materiais manipuláveis. Pedimos que fotografassem o modelo construído e que enviassem a foto no grupo de mensagens.

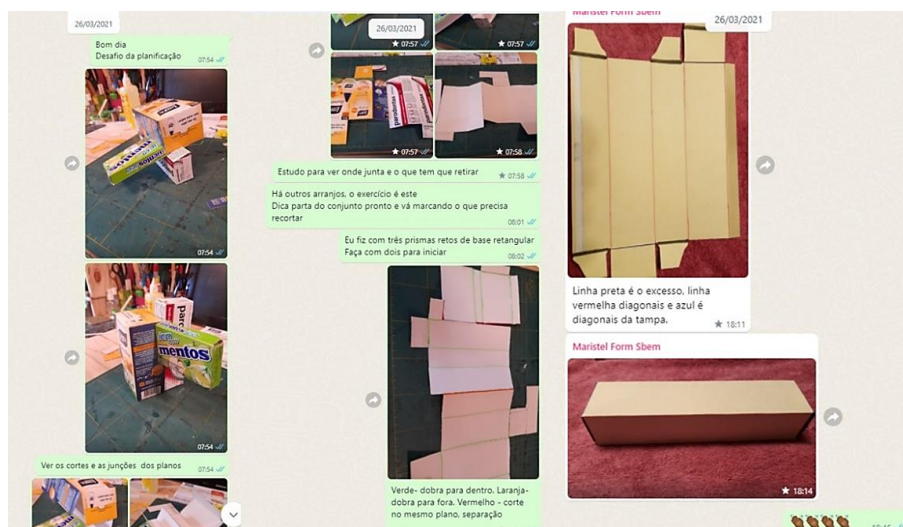
Imagem 4: Mensagens do grupo de WhatsApp – materiais disponíveis.



Fonte: Acervo imagético do curso

O trabalho com embalagens nos dá liberdade para manipular os modelos de modo a estimular a visualização do estudante para determinado conteúdo geométrico a ser estudado. Isso pode gerar maior dinamismo se comparado a utilização de modelos fabricados. A segunda proposta visava compor sólidos geométricos, utilizando embalagens diversas. A desconstrução, reconstrução e construção dos modelos envolve a manipulação da estrutura do sólido. Por isso trabalhamos com a desmontagem das embalagens para o aproveitamento do verso como superfície para pintura. Na reconstrução, observamos e identificamos com o grupo de professores, as partes das caixas desnecessárias na montagem do novo sólido como as abas das caixas e outras regiões que seriam suprimidas das faces (Imagem 5).

Imagem 5: Reaproveitar e reciclar



Fonte: Acervo imagético do curso

A proposta seguinte visava trabalhar o conceito de escala com as maquetes produzidas. É importante considerar a proporção entre a dimensão do objeto representado e sua relação com o corpo humano, quando se trabalha com maquetes (Imagem 6). A presença de um boneco, silhueta ou imagem de algo que representa uma pessoa ao lado do volume, coloca o observador dentro da maquete. Com essa atividade, nosso objetivo foi estimular esse olhar dos cursistas e incrementar a utilização de um material didático para a sala de aula que possa abarcar o conteúdo a ser estudado, indo além da mera utilização de um recurso pronto e engessado ou da fabricação de um objeto para enfeitar a sala.

Imagem 6: Trabalhando com maquetes e escala humana



Fonte: Acervo imagético do curso

Para o projeto I, discutimos o conceito de material pedagógico, sua elaboração, adequação à idade dos estudantes, possibilidades de exploração e sustentação de bases para conceitos que futuramente servirão para a construção de imagens direcionadas às disciplinas da Educação Básica e aplicações nas profissões. Por isso os projetos dessa formação continuada envolveram a elaboração de jogos e a observação da cidade, destacando-se a percepção do cotidiano. Para exemplificar, escolhemos o projeto apresentado por uma professora (Imagem 7) que utilizou uma viagem ao centro da cidade de São Pedro da Aldeia como motivação para que os estudantes observassem a geometria existente no espaço visitado. Na referida cidade há uma réplica da igreja matriz, possibilitando que os alunos vivenciassem a experiência de escala humana para se trabalhar com os conceitos de razão e proporção. A cursista apresentou o mapa de um aplicativo associando o tempo e a forma de deslocamento dos alunos até a praça da cidade.

Imagem 7: Prática com Geometria



Fonte: Acervo imagético do curso

Das 28 pessoas inscritas, cinco não eram associadas à SBEM e não prosseguiram no curso. Concluimos essa Formação com nove professoras e dois professores. A possibilidade da versão on-line criou um conjunto de representantes das cinco regiões do Brasil, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1: Cursistas que finalizaram a Formação

ESTADO	PARTICIPANTES
AMAZONAS	1 PROFESSOR
CEARÁ	1 PROFESSORA
MATO GROSSO	2 PROFESSORAS
PERNAMBUCO	1 PROFESSORA
RIO DE JANEIRO	4 PROFESSORAS E 1 PROFESSOR

Fonte: Elaboração dos autores

Entendemos que durante a pandemia do Covid-19 nós fomos assoberbados com o número de atividades on-line e precisamos fazer escolhas, baseados em volume de dados, pacotes de acesso a internet e gerenciamento de nosso tempo de trabalho em casa. Atribuímos a esses fatores a conclusão deste curso com menos de 50% dos inscritos.

Abaixo destacamos três depoimentos que refletem o cumprimento dos objetivos traçados em nosso planejamento. Apoio *on-line*, aulas gravadas e disponibilizadas para aqueles que não pudessem participar de todos os encontros síncronos; acompanhamento 24 horas pelo grupo de mensagens instantâneas; compartilhamento de vivências da prática docente; aplicação do objeto de estudo em nossa atividade docente.

Estou organizando umas atividades com caixas para trabalhar com a turma de Metodologia do Ensino da Matemática no curso de Pedagogia (Professor L).

Tenho assistido os encontros no decorrer da semana, pois tenho reunião todo sábado com a minha orientadora do mestrado. Mas defendo final desse mês e irei participar mais. As reflexões e atividades aqui propostas tem refletido na minha prática docente. Em uma das escolas que trabalho (particular), o ensino de geometria acontece em matéria específica. Antes do início da pandemia estávamos com um projeto de construção de um Laboratório de Ensino de Matemática (Professor J.).

O curso foi muito bom. Eu só tenho que agradecer a vocês George, Soraya e Thais pela competência em nos passar as propostas e pelo carinho. (Professora M.).

Em 2021, nos encontramos em outras *Lives*, após a palestra de encerramento do curso da professora Ana Kaleff. Mesmo com o término da FormAção, o grupo de mensagens continuou ativo. Permanecemos em contato e, em fevereiro de 2022, comemoramos a aprovação para o doutorado de um participante do curso e integrante do grupo de mensagens. Planejamos um encontro para o segundo semestre de 2022 com objetivo de compartilharmos novas experiências resultantes de nossa FormAção.

5. Considerações finais

No curso de formação, propomos soluções que podem ser usadas pelo professor em sala de aula e materiais de baixo custo. Dessa forma, as atividades trabalhadas poderiam ser adaptadas e/ou modificadas por eles, deixando-os livres também para pensar em utilizar outros tipos de recursos e novas propostas de atividades.

Nossa preocupação foi desenvolver um curso que considerasse a realidade na qual cada professor estava inserido, estimulando propostas de trabalho com a Geometria Espacial nas quais os professores adequassem ao perfil de seus alunos e as especificidades de seu local de trabalho. Não apenas para o professor direcionador, mas aquele que está preocupado em envolver sua turma no processo de construção dos conceitos geométricos. Lembrando que a turma não é um padrão, mas formada por pessoas que estão em fases de desenvolvimento e momentos de aprendizado diferentes.

Podemos trabalhar com papel, papelão, isopor, com a diversidade de situações que temos dentro de casa, dentro da escola. É com essa diversidade que se faz o trabalho com a Geometria. O material manipulado é o estopim para deslanchar o nosso olhar. A lente que vamos usar para enxergar as coisas do mundo: a Geometria. Mas é preciso ter consciência de quantos graus essa lente possui. Ao desvendar os conceitos geométricos estamos construindo essa lente e passamos a ver a geometria ao nosso redor.

Desenvolver o trabalho com os docentes dos Anos Iniciais nos mostrou o quanto uma formação continuada pautada no diálogo e realizada em um ambiente colaborativo possibilita ouvir os demais participantes e trocar experiências. Destacamos também que o que é desenvolvido na Educação Básica, acompanhará o discente em todo seu processo de formação como ser humano.

Consideramos o planejamento da formação um desafio que motivou todos os integrantes a pensar em propostas de atividades para professores dos Anos Iniciais. Por meio da fala dos participantes, percebemos a importância da formação continuada para a compreensão, a reflexão e o repensar da prática pedagógica a respeito de conceitos geométricos e o desenvolvimento da visualização.

No entanto, não podemos garantir que todos os participantes envolvidos construíram e ressignificaram seus conhecimentos da mesma forma. Possivelmente cada docente direcionou o foco de acordo com seus próprios interesses, considerando aspectos de sua prática profissional que gostariam de desenvolver.

Além disso, também observamos mudanças em relação aos discursos a respeito do ensino de Geometria e a importância da visualização para o aprendizado geométrico. Ao longo da FormAção escutamos comentários do tipo “Agora eu vejo geometria em tudo”, o que evidenciou que os docentes ampliaram seu conhecimento geométrico e modificaram seu reconhecimento de formas geométricas no cotidiano.

As discussões suscitadas nos encontros tinham como intuito provocar nos docentes reflexões acerca do aprendizado geométrico. Assim, constatamos que a formação continuada promoveu o desenvolvimento do processo de visualização dos professores envolvidos, que perceberam que a Geometria pode estar em toda parte, ou seja, o trabalho envolvendo conceitos geométricos extrapola a sala de aula e o que está no livro didático. Como o próprio nome alude, o material manipulável é para ser manipulado, desmontado, desconstruído, remontado fisicamente para favorecer a construção de imagens mentais que nos possibilitem imaginar.

6. Referências

- Bastos, R. (1999). Geometria no currículo e pensamento matemático. In: *Revista Educação e Matemática*. nº55, (pp.1-2). Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/773/769>. Acesso em: 04 jan. 2022.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: jan. 2022.
- Dias, M. Â. & Borba, A. (2021). *GEGRADI conversa com Maria Angela Dias sobre a educação do olhar* [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=vjxbdHQCZQU>
- Fassio, S. A. O. (2011). *Da cartolina ao computador: uma proposta para o estudo de Geometria*. [Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas]. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91058>
- Gatti, B. A. (2010). Formação de Professores no Brasil: características e problemas. *Educação e Sociedade, Campinas*, v. 31, n. 113, (pp. 1355-1379), out./dez.
- Gouveia, C. A. A. & Miskulin, R. G. S. (2012). Dimensões dos Processos de visualização e de representação de uma Atividade Exploratório-Investigativa em Cálculo Diferencial e Integral: Uma Análise Semiótica por meio de Obras Artísticas. *Revista Saber Digital*, v. 5, n. 01, (pp. 91-107).
- Gutierrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. In: *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación Matemática: Geometría*. (pp. 44-59).
- Kaleff, A. M. M. R. (2008) *Novas tecnologias no ensino da matemática: tópicos em ensino de geometria*. Universidade Aberta do Brasil – UAB, Rio de Janeiro.

- Kaleff, A. M. M. R. (2006). Do fazer concreto ao desenho em geometria. In S. Lorenzato (Org.), *O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores* (pp. 113–134). Autores Associados.
- Kaleff, A. M. M. R. (1998). *Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos*. Niterói: EdUFF.
- Lemos, W. G. & Bairral, M. A. (2010). *Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio*. Série InovaComTic, vol. 2. Rio de Janeiro: Edur, 2010.
- Lorenzato, S. (2015). Como aprendemos e ensinamos Geometria. In S. Lorenzato (Org.), *Aprender e Ensinar Geometria* (pp. 11–34). Mercado de Letras.
- Lorenzato, S. (2006). Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In S. Lorenzato (Org.), *O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores* (pp. 03–37). Autores Associados.
- Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? In: *Educação Matemática em Revista*, Florianópolis (SC), SBEM, vol. 4, 1995, (pp. 3-13).
- Paulo, R. M. (2010). O significado dos diagramas na produção do conhecimento geométrico. In: *Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. São Paulo: Editora UNESP, 2010
- Settimy, T. F. O. (2018). *Visualização em sala de aula utilizando recursos didáticos variados*. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2018. 128 p.
- Zimmermann, W.& Cunningham, S. (1991). Editor's Introduction: What is mathematical visualization? In: Zimmermann, W.& Cunningham, S. (Orgs). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp 1-7). Washington: MAA.
- 34ª Bienal de São Paulo. (2021). *Faz escuro mas eu canto: catálogo* / Elvira Dyangani Ose (editora convidada, em associação com The Showroom, Londres); [curadoria Jacopo Crivelli Visconti, Paulo Miyada, Carla Zaccagnini, Francesco Stocchi, Ruth Estévez] -- São Paulo: Bienal de São Paulo, 2021.