Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

O Interacionismo Simbólico e o Pensamento Matemático Avançado no estudo de Funções Polinomiais e suas Derivadas

Saulo Macedo de Oliveira
Universidade Estadual de Montes Claros
Montes Claros, MG — Brasil
saulomacedo308@gmail.com
0009-0002-8183-149X

Rieuse Lopes
Universidade Estadual de Montes Claros
Montes Claros, MG — Brasil
rieuse.lopes@unimontes.br
0000-0003-2342-3084

2238-0345

10.37001/ripem.v14i2.3746

Recebido • 22/01/2024
Aprovado • 08/03/2024
Publicado • 01/05/2024

Editor • Gilberto Januario

Resumo: O artigo refere-se a um estudo realizado com estudantes de Cálculo Diferencial e Integral, 1º período de um curso de Sistemas de Informação. Fundamenta-se nos construtos imagem e definição conceitual do Pensamento Matemático Avançado e em aspectos do Interacionismo Simbólico. Teve como objetivo compreender como e de que forma as definições matemáticas são mobilizadas em discussões entre estudantes e professores durante apresentações em um seminário. A análise revelou discrepâncias entre as imagens e as definições conceituais de funções polinomiais e suas derivadas, e contribuiu com a aprendizagem de conceitos do Cálculo a partir das interações entre estudantes e professores.

Palavras-chave: Definição Conceitual. Imagem Conceitual. Interacionismo Simbólico. Pensamento Matemático Avançado.

Symbolic Interactionism and Advanced Mathematical Thinking in the study of Polynomial Functions and their Derivatives

Abstract: The article refers to a study carried out with students of Differential and Integral Calculus, 1st period of an Information Systems course. It is based on the constructs image and conceptual definition of Advanced Mathematical Thinking and aspects of Symbolic Interactionism. It aimed to understand how and in what way mathematical definitions are mobilized in discussions between students and teachers during presentations in a seminar. The analysis revealed discrepancies between the images and the conceptual definitions of polynomial functions and their derivatives, and contributed to the learning of Calculus concepts in the interactions between students and teachers.

Keywords: Conceptual Definition. Conceptual Image. Symbolic Interactionism. Advanced Mathematical Thinking.

Interaccionismo Simbólico y Pensamiento Matemático Avanzado en el estudio de las Funciones Polinómicas y sus Derivadas

Resumen: El artículo se refiere a un estudio realizado con alumnos de Cálculo Diferencial e Integral, 1er período de un curso de Sistemas de Información. Se basa en los constructos imagen y definición conceptual del Pensamiento Matemático Avanzado y en aspectos del Interaccionismo Simbólico. Su objetivo era comprender cómo y de qué manera se movilizan las definiciones matemáticas en las discusiones entre alumnos y profesores durante las presentaciones de los seminarios. El análisis reveló discrepancias entre las imágenes y las definiciones conceptuales de las funciones polinómicas y sus derivadas, y contribuyó al aprendizaje de conceptos de Cálculo en las interacciones entre alumnos y profesores.

Palabras clave: Definición Conceptual. Imagen Conceptual. Interaccionismo Simbólico. Pensamiento Matemático Avanzado.

1 Considerações Iniciais

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é conteúdo de disciplinas de cursos de Ensino Superior, como: Engenharia, Física, Biologia, Sistema de Informação, Matemática, Ciências Econômicas e Sociais, dentre outros, formando profissionais com diferentes perfis. Como afirmam Almeida, Barbosa, Musmanno e Souza (2023), nessas disciplinas, os estudantes podem apresentar dificuldades oriundas de possíveis lacunas na aprendizagem de Matemática estudada na Educação Básica, que causam ou ampliam os entraves destes estudantes na compreensão dos conceitos do Cálculo, bem como, as dificuldades para formar e relacionar conceitos, além de mobilizá-los na resolução de problemas referentes ao curso em formação.

Nessas disciplinas, é evidenciado um elevado índice de reprovação e de desistência, que pode ser visto como um reflexo de tais dificuldades ou como um indicativo da existência de problemas no processo de ensino do Cálculo, como destacam Macêdo e Gregor (2020).

Estudos em Educação Matemática, como o de Amancio e Sanzovo (2020), têm sido desenvolvidos na tentativa de diagnosticar esses problemas e de conceber, implementar e analisar práticas de ensino com estratégias metodológicas diferenciadas em relação as comumente utilizadas, as quais preveem o uso de recursos tecnológicos (computadores, calculadoras gráficas, dentre outros), que podem contribuir para minimizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes. Tais estudos, e as propostas neles apresentadas, também têm o propósito de potencializar o processo de aprendizagem, implicando positivamente para a formação de conceitos relativos ao CDI e, consequente, a diminuição dos índices de reprovação e de desistência nas disciplinas que o Cálculo é foco de estudo.

Lobo (2018) e Vieira (2021) discutem que o Cálculo tem ocupado papel de destaque por constituir-se um dos responsáveis pelo insucesso dos estudantes. Nas universidades do Brasil e do exterior, o Cálculo é uma das disciplinas cujos índices de reprovação, evasão e repetência são elevados. Pesquisadores apresentam problemas que vêm se acumulando desde a Educação Básica até o Ensino Superior (Vieira, 2021).

Em seu estudo, Rosa, Alvarenga e Santos (2019) mostram que as dificuldades são ainda temas presentes. Esses autores, assim como Macêdo e Gregor (2020, apresentam investigações realizadas com estudantes, indicando as dificuldades de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e a elevada taxa de reprovação, com destaque para as estratégias metodológicas que os professores lançam mão.

As pesquisas destacadas anteriormente e a prática, como estudante e professora de Cálculo, nos permitem observar que os estudantes mobilizam, de forma insuficiente, seus conhecimentos e apresentam dificuldades para desenvolver processos cognitivos de criação, raciocínio, ordenação, abstração, dentre outros. Sobre esse aspecto, Dreyfus (1991) discute que "se um estudante desenvolve a habilidade de conscientemente fazer abstrações a partir de situações matemáticas, ele alcançou um nível avançado do pensamento matemático. Alcançar essa capacidade de abstrair pode muito bem ser o objetivo mais importante da educação matemática avançada" (p. 34).

Essa problemática nos levou a planejar e desenvolver atividades com o intuito de analisar e interpretar relações gráficas entre funções e suas derivadas, bem como as propriedades dessas funções, utilizando o GeoGebra. Nesse contexto, desenvolvemos um estudo com o objetivo de compreender como e de que forma as definições matemáticas são utilizadas em discussões entre professores e professores, durante as apresentações em um seminário, cujos estudos enfatizaram representações gráficas e algébricas de funções polinomiais e suas derivadas. A utilização de *software* no ensino é importante, uma vez que "os jovens atualmente fazem parte de um ambiente tecnológico e multifacetado, que pode ser explorado em favor do processo de aprendizagem" (Oliveira & Lopes, 2023, p. 2).

O estudo descrito neste artigo integra uma pesquisa de mestrado. Desde a sua finalização, foram realizadas novas leituras que estão na literatura especializada de Educação Matemática, tanto no que tange ao Interacionismo Simbólico quanto ao Pensamento Matemático Avançado. Nessas recentes leituras, observamos que Melo, Girardo e Rosistolato (2020, 2021) apresentam outra perspectiva sobre o Interacionismo Simbólico no curso de licenciatura em Matemática. Já os autores Torrente e Reis (2023) e Carmo e Igliori (2020), usaram o Pensamento Matemático Avançado para avaliar resoluções de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e para analisar em pesquisas as concepções desta teoria, respectivamente.

O artigo está estruturado da seguinte maneira: na próxima seção será explicitado o referencial teórico que embasou o estudo, com abordagem do Pensamento Matemático Avançado e o Interacionismo Simbólico. Em seguida, serão discutidos os procedimentos metodológicos, evidenciando a caracterização da turma onde ocorreu a produção de dados. Na sequência, são apresentadas a análise e resultados. Por fim, apresentamos algumas discussões como considerações finais.

2 Marco Teórico

Apresentamos duas teorizações que embasam o estudo, quais sejam, o Pensamento Matemático Avançado e o Interacionismo Simbólico. Explicitamos as características da primeira, com foco nas noções de imagem conceitual e definição conceitual. Em seguida, abordamos a segunda e a sua relação com a primeira teorização.

Afirmamos, em consonância com Almeida *et al.* (2023) e Oliveira (2023), que as dificuldades e o elevado índice de evasão escolar na Matemática podem ser atribuídos à baixa compreensão, e fragilidade na formação, dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Em razão da complexidade inerente a esse processo, relacionado a funções e derivadas, buscamos um referencial teórico que nos permita analisar, descrever e explicar como os estudantes universitários manifestam sua compreensão dos conceitos de tais conteúdos.

2.1 Pensamento Matemático Avançado

Existem diferentes abordagens para o estudo dos processos de ensino e de aprendizagem e, em geral, as discussões se concentram no tipo de pessoa que se deseja formar. Por isso, conhecer concepções de ambos os processos é importante, pois o conhecimento orienta as práticas de ensino, envolvendo a opção pelas estratégias metodológicas que melhor possibilita o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes. A evolução desse pensamento matemático, desde a Educação Básica ao Ensino Superior, tem sido objeto de pesquisas orientadas pelos estudos de Tall (1991) e Vinner (1991).

Uma organização do pensamento matemático, desde a perspectiva cognitiva, foi realizada por Tall (1995), por meio de três elementos da atividade humana: a captação como entrada, o raciocínio como processamento interno e o desenvolvimento como saída. Isso permite considerarmos as atividades matemáticas como perceber objetos, raciocinar e realizar ações sobre eles. Tall (1995) considera que o pensamento matemático inicia-se pela captação dos objetos do mundo externo e pelas ações exercidas sobre eles. Esse pensamento também se desenvolve simultaneamente com processos orientados à inspiração de um raciocínio criativo baseado na definição formal, na demonstração de teoremas e na mobilização de conhecimentos nos quais estão implícitos noções e conceitos. À medida que o pensamento se desenvolve, tornando-se mais complexo, as ações sobre os objetos conduzem ao pensamento matemático avançado, que envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas pelas várias atividades matemáticas. Assim, tanto o pensamento matemático elementar quanto o pensamento matemático avançado referem-se à maneira como se processa internamente a informação.

Tall (1995) distingue a Matemática elementar da Matemática avançada. Na primeira, os objetos são caracterizados e suas propriedades são descritas a partir da observação; na segunda, os objetos são definidos de forma rigorosa e são deduzidas das definições.

De acordo Tall (1991), a caracterização do ciclo de atividades no pensamento matemático avançado conduz "desde a atitude produtiva de considerar a contextualização de um problema numa investigação matemática até a formulação produtiva de conjecturas e a etapa final de refinamento e demonstração" (p. 3).

O pensamento matemático avançado, no entendimento de Dreyfus (1991), consiste numa série de processos que interagem entre si, como os processos de representação e abstração. Além desses dois, há outros, como classificar, conjecturar, induzir, analisar e formalizar, mas é com os dois processos principais que se passa de um nível de pensamento para outros. De acordo com o autor, esses processos podem ser encontrados tanto no pensamento matemático elementar como no pensamento matemático avançado, pois existem conteúdos de Matemática estudados na Educação Básica que podem ser tratados de forma avançada, assim como há um pensamento elementar sobre conteúdos avançados, pois a distinção está na complexidade de como são tratados e gerenciados os processos presentes em cada um deles. Dessa forma, Dreyfus (1991) ressalta a importância de o professor conhecer estes processos, pois facilita a compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes.

As ideias de imagem conceitual e definição conceitual foram inicialmente apresentadas por Tall e Vinner (1981) e depois desenvolvidas por Vinner (1991) e Tall (1992). A síntese dessas ideias baseia-se principalmente no trabalho de Vinner (1991). Em conformidade com esse autor, ao se deparar com uma palavra associada a um conceito matemático, a pessoa evoca na memória uma representação mental do conceito. Essa representação é denominada *imagem conceitual*. Tall e Vinner (1981) a definem como a totalidade do que está associado ao conceito no cognitivo da pessoa, incluindo imagens mentais, processos e propriedades. Nesse sentido,

> a imagem conceitual é algo não verbal associado em nossa mente ao nome da pessoa. Pode ser uma representação visual do conceito, caso o conceito tenha representações visuais; pode ser também uma coleção de impressões ou experiências. As representações visuais, as figuras mentais, as impressões e as experiências associadas ao nome do conceito podem ser traduzidas em formas verbais. Mas é importante lembrar que essas formas verbais não são a primeira coisa evocada em nossa memória. Elas acontecem em estágio posterior. [...] Quando você ouve a palavra "função", por outro lado, você pode lembrar-se da expressão "$y = f(x)$", você pode visualizar o gráfico de uma função, você pode pensar sobre funções específicas como $y = x^2$ ou $y = \text{sen}(x)$, $y = \ln x$ etc. Do que nós dissemos, está claro que só é possível falar de imagem conceitual em relação a uma pessoa específica. Além disso, a mesma pessoa poderia reagir de modo diferente a um certo termo (nome do conceito) em situações diferentes. Em Tall & Vinner (1981) o termo "imagem conceitual evocada" é introduzido para descrever a parte da memória evocada num dado contexto. Isso não é, necessariamente, tudo que um certo indivíduo sabe sobre uma certa noção (Vinner, 1991, p. 6).

Por outro lado, a *definição conceitual* é a explicação, com palavras, de um conceito de maneira precisa e não redundante. Tall e Vinner (1981) distinguem a definição conceitual formal da definição conceitual pessoal, sendo a primeira associada à explicação exata e rigorosa, e a segunda à compreensão verbal da definição formal de uma pessoa. A definição conceitual, geralmente utilizada na abordagem de conteúdos de Matemática no Ensino Superior, engloba a definição conceitual formal e a definição conceitual pessoal. Nesse sentido, Tall e Vinner (1981) salientam que

> a definição conceitual (se a pessoa a possuir) é uma questão completamente diferente. Consideramos que a definição conceitual é uma forma de palavras usada para especificar esse conceito. Ela pode ser aprendida por uma pessoa de forma mecânica ou de forma mais significativa relacionando-a em maior ou menor grau ao conceito como um todo. Também pode ser uma reconstrução pessoal feita pelo estudante a partir de uma definição. Constitui-se numa forma de palavras que o estudante usa para a própria explicação de sua imagem conceitual (evocada). Se a definição conceitual é dada para o estudante ou construída por ele mesmo, ele pode variá-la de vez em quando. Nesse sentido, uma definição conceitual pessoal pode diferir de uma definição conceitual formal, sendo esta última uma definição conceitual aceita pela comunidade matemática em geral. (p. 152)

Tall e Vinner (1981) consideram que a definição conceitual pode constituir-se também a partir da reconstrução pessoal da definição de um conceito, sem que tenham necessariamente significados coincidentes. Nesse caso, a definição conceitual é considerada como a forma verbal utilizada pelo estudante para especificar sua imagem conceitual (evocada).

2.2 Interacionismo Simbólico

Um dos principais fatores nos processos de ensino e de aprendizagem é a relação professor-estudantes, bem como estudante-estudante. Na compreensão de Godino e Llinares (2000), uma parcela significativa da pesquisa em Educação Matemática é dedicada a estudar as relações entre professores e estudantes, durante as aulas, na realização de atividades matemáticas. Apresentaremos as principais características do interacionismo simbólico e sua posição em relação à aprendizagem, à noção de significado, ao papel da pessoa como um ser social e à interpretação dos significados.

No estudo aqui apresentado, o interacionismo simbólico foi a base teórica para investigar e compreender como percebemos a mobilização de definições matemáticas pelos estudantes em um contexto de discussão em sala de aula e na apresentação de trabalhos em grupo. No contexto da análise, focamos nas relações entre professores e estudantes, e entre estudante-estudante, fundamentados nas noções de imagem conceitual e definição conceitual, e definições estipuladas e extraídas de acordo com Edwards e Ward (2008). Segundo o estudo de Blumer (1980), o interacionismo simbólico baseia-se em três premissas:

> A primeira estabelece que os seres humanos agem em relação ao mundo fundamentando-se nos significados que este lhes oferece. [...] A segunda premissa consiste no fato de os significados de tais elementos serem provenientes da ou provocados pela interação social que se mantém com as demais pessoas. A terceira premissa reza que tais significados são manipulados por um processo interpretativo (e por este modificados) utilizado pela pessoa ao se relacionar com os elementos com que entra em contato. (p. 119)

As proposições desse autor evidenciam que a maneira como as pessoas interpretam os acontecimentos e se comportam diante de outras pessoas ou objetos, depende dos significados que atribuem a eles. Em outras palavras, ao invés de responder às ações umas das outras, as pessoas interagem uma com as outras por meio da interpretação mútua das ações. De forma interativa, as pessoas interpretam o mundo que os cerca, e essa interação social é contínua e mediada pelo uso de símbolos e significados.

Para Blumer (1980, p. 121), "o significado é produzido a partir do processo de interação humana", ou seja, é resultado dos processos de interação, que são provenientes ou provocados pela interação social e podem sofrer mudanças ao longo do tempo. Assim, "o interacionismo simbólico considera os significados produtos sociais, criações elaboradas em e através das atividades humanas determinantes em seu processo interativo" (Blumer, 1980, p. 121.

2.3 Interacionismo Simbólico e Pensamento Matemático Avançado

O interacionismo simbólico propõe uma visão da aprendizagem que se diferencia da perspectiva cognitivista adotada por Tall e Vinner (1981). Para a perspectiva interacionista, de acordo com Blumer (1980), a pessoa é um ser social, e a aprendizagem ocorre pela interação entre pessoas, a partir da interpretação dos significados. Baseando-se nas três premissas do interacionismo simbólico de Blumer (1980), é possível inferir que a ação das pessoas é influenciada pelos significados que emergem das interações sociais, e que esses significados podem ser modificados pelas interpretações.

O interacionismo simbólico, por sua vez, não apresenta uma relação direta entre a pessoa e o objeto, mas sim uma relação mediada pela sociedade. No entanto, o interacionismo simbólico reconhece a importância da interação entre a pessoa e o objeto; sendo assim, Blumer (1980) define o ser humano como um organismo ativo no processo de autointeração. Mesmo que as duas teorias foquem em aspectos distintos da aprendizagem, em termos do individual e do social, entendemos que são teorias compatíveis para a análise dos dados do estudo.

O pensamento dos estudantes é desenvolvido com interações. A interação é um processo social e, embora cada estudante possua suas próprias concepções, elas são construídas socialmente. As discussões, as argumentações dos colegas e professores, e a compreensão e formação de conceitos não ocorrem de forma isolada entre a pessoa e o objeto de conhecimento. Pelo contrário, elas se manifestam de diversas formas em um encadeamento de ideias compartilhadas na sala de aula, e não em reflexões individuais sobre o objeto. Por isso, concentramos a atenção nas interações.

Adotamos a concepção de imagem conceitual de Tall e Vinner (1981) como a compreensão individual de um conceito. Para esses autores, o termo imagem conceitual refere-se à estrutura cognitiva total associada a um conceito, incluindo todas as representações mentais, propriedades e processos associados. Em outras palavras, a imagem conceitual inclui todos os atributos mentais relacionados a um conceito, sejam eles conscientes ou inconscientes. Além disso, os autores afirmam que a imagem conceitual nem sempre é coerente e que estímulos diferentes podem ativar partes diferentes da imagem.

Para Blumer (1980), um objeto, como um conceito matemático, pode ter significados diferentes para diferentes pessoas, que constroem, mantém e transformam os objetos de seu universo, atribuindo-lhes significado. Na nomenclatura de Tall e Vinner (1981), isso corresponde às diferentes imagens conceituais que as pessoas têm de um mesmo objeto. No que diz respeito à ação sobre objetos matemáticos, à medida que o pensamento se torna mais complexo, as ações sobre estes objetos conduzem ao pensamento matemático avançado, que envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas pelas diversas atividades matemáticas. Esse pensamento está relacionado à imagem-raiz do interacionismo, que entende o ser humano como um agente ativo.

Conforme o estudo de Blumer (1980), a pessoa que se engaja na autointeração não é uma mera receptora, mas sim um organismo ativo que precisa formular uma linha de ação de acordo com os elementos que verifica. O autor considera que, na autointeração, a pessoa precisa lidar com o que observa, ou seja, ao entrar em contato com o que verifica, atribui-lhe um significado e o utiliza como base para orientar suas ações. Essa incorporação da concepção da pessoa como agente no interacionismo simbólico permite que as formulações teóricas da perspectiva cognitiva sejam compatíveis com a teoria do interacionismo simbólico.

A interação social simbólica fornece um modo de compreensão da influência das interações nesse desenvolvimento de imagens conceituais de pessoas em interação. A adoção do interacionismo simbólico para análise foi motivada pelos significados que os estudantes manifestam nas interações em sala de aula em relação às definições de funções e suas derivadas.

3 Percurso Metodológico

O estudo aqui apresentado é recorte de uma pesquisa mais ampla (Lopes, 2014), realizada com estudantes do primeiro período do curso de Sistemas de Informação da Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes). A produção de dados ocorreu em aulas que tinham uma duração de cinco horas semanais, cada aula com 50 minutos, duas vezes por dia em três dias da semana. Os estudantes realizaram oito atividades sobre funções e suas derivadas, além de preparar e apresentar um seminário sobre os resultados.

As aulas expositivas, ministradas pelo professor responsável pela disciplina, aconteceram em sala de aula; as atividades complementares, sugeridas pela pesquisadora, se desenvolveram no Laboratório de Informática (seis atividades) e na sala de aula (duas atividades). No seminário, os estudantes, previamente divididos em grupos, apresentaram suas inferências a respeito do estudo sobre funções e suas derivadas, sendo estas o objeto de análise.

O professor ministrou aulas expositivas, nas quais as definições relacionadas aos conceitos prévios — funções; funções crescentes e decrescentes; representações de funções; funções trigonométricas, racionais, algébricas logarítmicas, exponenciais, polinomiais etc. — e aos conceitos de limites e derivadas, eram abordadas formalmente, segundo a apresentação contemplada no livro de Cálculo adotado.

Uma das preocupações do professor era sempre iniciar a aula com as definições claras e precisas do conteúdo a ser abordado, ou seja, ele escrevia no quadro a definição e a explorava com exemplos retirados do livro. Ao final da aula, o professor solicitava aos estudantes que resolvessem exercícios e situações-problema propostos no livro adotado, fora do horário da aula, cujas correções iniciava a próxima aula.

Após o desenvolvimento de algumas atividades, foi proposto pelo professor e pela pesquisadora, a realização de um seminário no qual os estudantes apresentariam, em grupo, os resultados de seus estudos sobre funções e suas derivadas. Tal estratégia de apresentação seria o ponto de partida para a análise do uso das definições matemáticas nas representações feitas por eles durante as atividades.

Cada grupo se encarregou de pesquisar sobre um tema que tratasse de uma função e de suas propriedades, além de observar as relações entre essa função e suas derivadas. Em grupos, os estudantes deveriam sintetizar, realizar testes com a utilização do GeoGebra e, posteriormente, apresentar, no seminário, os resultados de seus estudos relacionados às funções e suas derivadas. Eles iniciaram esses estudos em sala de aula e no Laboratório de Informática, com a presença da pesquisadora e do professor como orientadores. Entretanto, realizaram estudos fora do horário de aula para a finalização do trabalho, momento em que não tiveram a orientação. Observações foram realizadas pelo professor e pesquisadora com as interações com os estudantes, questionamentos e intervenções, quando solicitadas.

A proposta de trabalho feita pelo professor regente e pela pesquisadora tinha como objetivo principal estimular e incentivar os estudantes a pesquisarem e investigarem com base nos conceitos abordados nas atividades desenvolvidas e nas definições exploradas pelo professor nas aulas ministradas por ele. O objetivo não era que os estudantes ministrassem uma aula sobre o assunto escolhido, mas que expusessem aos colegas o que haviam descoberto ou concluído sobre aquele tipo de função e sua derivada. Cada grupo delimitou uma função a ser estudada e pesquisada de acordo com o seu interesse. Para o artigo, discutiremos dados produzidos pelo grupo que apresentou estudos sobre funções polinomiais.

O estudo aqui relatado foi feito a partir de alguns instrumentos que permitiram produzir os dados com riqueza de detalhes: notas de campo da pesquisadora; o fórum virtual; os registros feitos pelos estudantes; e os diálogos capturados nas gravações de áudio e vídeo. As gravações registraram as interações entre colegas e entre eles e professor e pesquisadora durante a realização das oito atividades desenvolvidas e durante as aulas ministradas pelo professor, apesar de não serem utilizados como dados para a análise, serviram de base para interpretação.

Observamos que as interações ocorridas entre estudantes, professor e pesquisadora foram relevantes e evidenciaram algumas dificuldades dos estudantes relacionadas ao uso das definições matemáticas no estudo de funções e suas derivadas. Isso nos motivou a realizar uma análise sobre a compreensão das definições matemáticas presentes na comunicação matemática dos estudantes referentes a esses estudos. Por isso, focamos a análise dos dados nas transcrições dos diálogos ocorridos no seminário realizado pelos grupos de estudantes.

Para a análise e estudo dos aportes teóricos que a fundamentaram, foram distribuídos em seis etapas, apresentas a seguir:

- apreciação global dos dados para começar a definição de nosso objeto de estudo e objetivo da pesquisa;
- estabelecimento de diretrizes para a seleção de dados e, assim, a seleção de gravações para transcrever;
- seleção e transcrição de dados coletados nas atividades e no seminário;
- definição de aportes teóricos na área do pensamento matemático avançado e interacionismo simbólico;
- estudo da literatura a respeito do pensamento matemático avançado e definições matemáticas;
- a codificação e categorização dos dados.

Os episódios selecionados para análise foram interpretados a partir dos métodos e procedimentos de codificação e categorização e da análise de conteúdo qualitativa (Minayo & Costa, 2019). No primeiro momento, foi realizada uma codificação sistemática dos dados e uma subsequente categorização dos códigos sem referência aos aportes teóricos. Os aportes foram utilizados posteriormente como ótica para interpretar os resultados da categorização, visando ao objetivo do estudo.

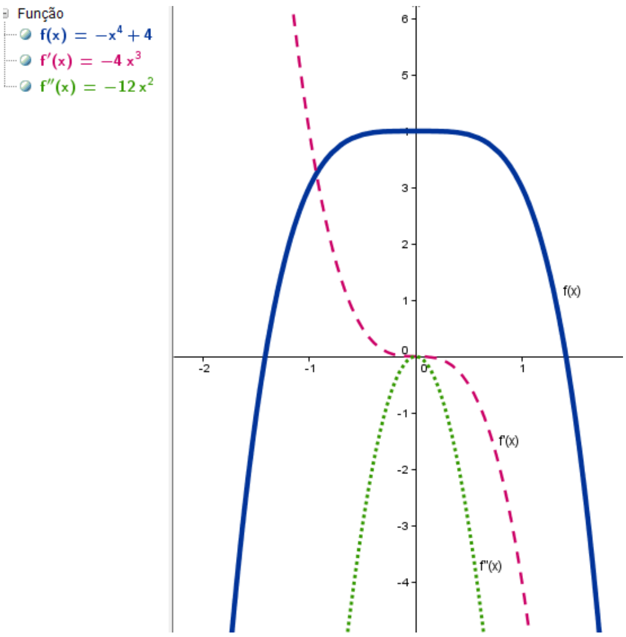
Destacamos, neste sentido, a categorização sistemática, interpretação e descrição dos dados como etapas essenciais deste método de análise, que se constitui em um conjunto de técnicas qualitativas visando à busca de sentidos nos dados. A codificação dos dados contidos nas transcrições do seminário foi realizada com uma codificação inicial e, em seguida, requereu uma leitura atenta e focada sobre os dados, em busca de ideias analíticas. Separamos os dados de acordo com seu contexto, objetivando a elaboração de códigos, e organizamos de maneira que exprimissem ações, ou seja, codificamos os dados como ações com o uso da forma nominal do verbo no gerúndio, pois, a utilização de gerúndios na codificação auxilia a detectar processos e a se fixar nos dados, transmitindo uma sensação de ação e sequência.

4 Análise e Discussão

Nesta seção, discutimos os principais resultados evidenciados durante a apresentação de um grupo que estudou funções polinomiais e suas relações com as derivadas. Logo no início da apresentação, os estudantes argumentaram sobre a importância das definições, apresentaram a definição formal de função polinomial, comentaram sobre máximos e mínimos e esclareceram que plotaram vários gráficos de funções polinomiais no GeoGebra, com o intuito de observar e estabelecer relações entre as funções e suas derivadas, primeira e segunda. Fizeram testes com transformações de funções, realizando deslocamentos verticais e horizontais. A estudante Jane, baseada na visualização da função, afirmou que tanto a função polinomial de quarto grau quanto a de segundo grau são representadas, graficamente, por parábolas.

> Pesquisadora: *Qual é a função?*
>
> Jane: *Essa parábola é a função, e a derivada é essa aqui de azul.* [Se referindo à função $f(x) = -x^4 + 4$ e à sua derivada; ver Figura 1].
>
> Professor: *Isso aí é uma parábola?*
>
> Jane: *Sim, essa função formou uma parábola, olha aí a forma dela.*
>
> Professor: *Essa função representada na cor azul corresponde a uma parábola?*
>
> Jane: *Menos x a quarta mais quatro. Observamos que, quando ela fica virada para baixo, a derivada segunda toca o eixo x.*
>
> Pesquisadora: *Qual é a derivada segunda dela?*
>
> Jane: *Essa de verde aqui. É uma parábola também.*

Figura 1: Representações gráficas das funções *f, f’* e *f’’*



Fonte: Acervo do estudo

De acordo com Tall e Vinner (1981), a imagem conceitual corresponde ao que está associado ao conceito no cognitivo da pessoa e inclui todas as imagens mentais, processos e propriedades relativas a ele. Nesse caso, a imagem mental de parábola, constituída por meio de suas experiências prévias, fundamentaram, erroneamente, as afirmações de Jane. Entretanto, o diálogo seguinte exemplifica as interações ocorridas entre essa estudante e seu colega Guto, revelando as reconstruções ocorridas na sua imagem conceitual.

> Guto: *Eu tenho uma pergunta para fazer: A função polinomial de grau 4 é uma parábola?*
>
> Jane: *Quando a gente estava fazendo o trabalho, eu achava que não, mas depois eu vi no GeoGebra que sim. Não fica uma parábola perfeita, mas é uma parábola sim.*

Jane, para responder à pergunta de Guto, utilizou uma definição extraída, pois, para ela, a representação gráfica apresentada pelo GeoGebra tem a forma de uma parábola. Mesmo incoerente com a definição conceitual formal, essa faz parte da sua imagem conceitual de parábola. O diálogo seguinte permitiu uma reflexão dos estudantes sobre a definição conceitual de uma função quadrática.

> Professor: *Então, tem parábola perfeita e parábola não perfeita?*
>
> Carlos: *Tinha hora que ela dava uma entortadinha, mas é uma parábola, não é não?*
>
> José: *Se você mexer no zoom do gráfico você vai ver que parece, mas não é uma parábola.*
>
> Pesquisadora: *Quando é parábola?*
>
> Jane: *Agora eu já não sei. Eu achava que tudo era parábola.*
>
> Professor: *Vocês acham que, na utilização do GeoGebra, essa representação gráfica plotada, dá para realmente identificar se é ou não parábola sem se representar a função algebricamente?*
>
> Jane: *Não dá não. Eu coloquei e deu parábola, quer dizer, eu achei que era parábola.*
>
> Marcelo: *Dá sim. Dá para saber a partir da derivada dela. Se a derivada não é uma reta, então não é uma parábola. Não basta só visualizar no GeoGebra, tem que saber a matéria.*

Quando o Marcelo afirmou que não basta a visualização, propiciada pelo GeoGebra, e ressaltou a importância da compreensão da matéria, entendemos que ele se referia à importância da definição conceitual formal. Ele compreendeu que a derivada de uma função polinomial de segundo grau é uma função polinomial de primeiro grau, ou seja, visualmente, a derivada de uma função quadrática, que gera o gráfico de uma parábola, é uma função polinomial do 1º grau, representada graficamente por uma reta. A interação entre a estudante Jane e os colegas corroborou com uma ressignificação dos conceitos. Os estudantes apresentaram concepções fundamentadas em representações gráficas do GeoGebra, que não correspondem à definição formal, contemplada pela representação algébrica das funções estudadas.

Alguns estudantes expressaram, por meio de sua imagem conceitual, que existem parábolas perfeitas e não perfeitas. A parábola *não perfeita* é um exemplo de definição extraída, pois faz parte de um contexto específico, baseada em exemplos reais e extraída de um corpo de evidências, que podem estar associadas às funções quadráticas *completas e incompletas*.

A formação de conceitos matemáticos pode partir de situações das quais o estudante tem algum conhecimento prévio e, geralmente, está vinculada à aplicação e utilização desses conceitos. Identificamos que os estudantes mobilizam definições conceituais pessoais e imagens conceituais, que também podem emergir durantes as aulas, embasadas em suas experiências e percepções.

Segundo Tall e Vinner (1981), o desenvolvimento cognitivo de uma pessoa, associado a um conceito matemático, sucede da junção de todas as experiências integradas com esse conceito, ou seja, um conceito matemático não deve ser apresentado ou trabalhado tendo como única referência pedagógica sua definição formal. É necessária uma variedade de ideias associadas a ele, para que o estudante possa construir sua imagem conceitual “ao longo dos anos por meio de experiências de todos os tipos, mudando à medida que o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece (Tall & Vinner, 1981, p. 152).

Os episódios descritos nos levam à reflexão sobre as premissas básicas do interacionismo simbólico descritas por Blumer (1980), que diz que o ser humano conhece as coisas pelos seus significados e esses são criados e modificados pela interação social.

Considerando essa interação como forma de ressignificação de conceitos, de acordo com Blumer (1980), destaca-se a sugestão do estudante Guto, cuja reflexão a respeito da forma fatorada da função proporcionou à pesquisadora e à estudante Jane novas intervenções e redirecionamentos do conceito de parábola.

Mesmo com o argumento do professor, pesquisadora e colegas sobre o que seria uma parábola, Jane continuou com a percepção de que a função poderia ser representada por uma parábola, argumentando que poderia não ser uma *parábola perfeita* — estava fundamentada no significado que essa representação tinha para ela.

De acordo com Godino e Llinares (2000), o aspecto central da perspectiva interacionista em relação ao significado é que esse é desenvolvido com a interpretação e interação. O significado que a Jane tinha em relação ao conceito de parábola foi modificado durante a discussão em grupo. Percebemos sua insegurança em relação ao conceito anterior quando afirma: *“Eu achei que era parábola”*. Na compreensão de Blumer (1980), “a peculiaridade consiste no fato de que os seres humanos interpretam as ações dos outros ao invés de meramente reagirem às ações dos outros. Suas respostas não são feitas diretamente à ação, mas, sim, baseadas no significado que dão a essa ação” (p. 19).

Assim, considerando a interação como uma forma de atribuir novos significados a conceitos, a sugestão de Guto foi destacada. Sua reflexão sobre a forma fatorada da função proporcionou à pesquisadora e à estudante Jane novas intervenções e direções para o conceito de parábola. O diálogo que se seguiu à fala de Guto está transcrito a seguir.

Pesquisadora: *A função de quarto grau tem quantas raízes?*

Jane: *Quatro raízes.*

Pesquisadora: *Coloca uma aí no GeoGebra para gente fechar essa parte aqui.*

Jane: *Não sei.*

Guto: *Coloca na forma fatorada, tipo:* $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$ [Conforme Figura 2].

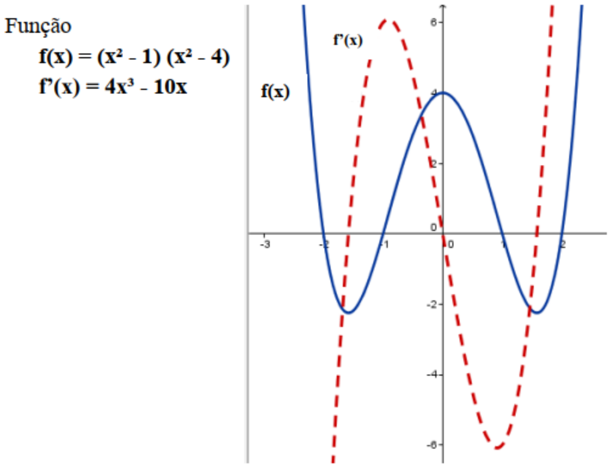
Após as indagações de Guto sobre a função de quarto grau, conversamos também sobre o número de raízes de uma função polinomial. O grupo informou não ter encontrado nenhuma função polinomial com quatro raízes reais.

Professor: *Isso mesmo, e aí? São duas parábolas?*

Jane: *Não. Eu já entendi.*

Professor: *Então, fechamos aqui.*

Figura 2: Gráfico de função de quarto grau e suas derivadas



Fonte: Acervo do estudo

Consoante aos episódios descritos, reconhecemos que, para Jane, as interações ocorridas entre colegas, professor e pesquisadora foram fundamentais para a mudança da imagem conceitual e definição conceitual pessoal da função quadrática. Com as interações, os estudantes foram estimulados a ressignificar seus conhecimentos, construindo aprendizagens. Sua resposta, *"Eu já entendi"*, evidencia uma alteração de pensamento, que foi se desenvolvendo gradualmente com as argumentações de colegas, professor e pesquisadora durante sua apresentação.

Em geral, observamos que todas as categorias da análise estiveram presentes nesse grupo, pois os estudantes transitaram entre as formas de representação, principalmente a algébrica e a gráfica, e realizaram investigações e testes com funções e suas derivadas com o GeoGebra. A facilidade com que manipularam as ferramentas do *software* foi notável, e essa habilidade proporcionou dinamismo às interações.

Ressaltamos a importância dos dois referenciais teóricos na pesquisa, pois tanto o interacionismo simbólico como os conceitos do pensamento matemático avançado estão relacionados com o processo interpretativo em que as pessoas, de forma isolada quanto coletiva, conduzem a si mesmas pela definição de um objeto, processo que revela e indica o significado que as coisas têm para os estudantes quando interagem uns com os outros. Na pesquisa, o papel de coordenador do professor e pesquisadora no processo de aprendizagem de funções e suas derivadas foi evidenciado por meio dos questionamentos, argumentos e intervenções realizadas e durante a resolução das atividades implementadas no processo de estudo de funções e suas derivadas. Isso possibilitou que os estudantes, em diferentes momentos durante as aulas de Cálculo, refletissem sobre os conceitos abordados, chegando à sua ressignificação. Nesse sentido, entendemos que os estudantes atribuíram significados aos distintos termos e símbolos utilizados na definição conceitual formal de conceitos relacionados a funções e suas derivadas, chegando à definição estipulada desses conceitos, no sentido proposto por Edwards e Ward (2008).

Tradicionalmente, as aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) no Ensino Superior são baseadas em exposições e resolução de exercícios, no entanto, a pesquisa em Educação Matemática tem mostrado que abordagens mais interativas e envolventes tendem a promover a compreensão do conteúdo. Práticas de ensino que incorporam atividades com uso de abordagens diferentes, colaborativas e contextualizadas, podem melhorar significativamente o aprendizado dos estudantes. Integrar o GeoGebra nas aulas de CDI no Ensino Superior pode ter várias implicações positivas. Uma delas é ajudar a tornar os conceitos abstratos mais concretos, permitindo que os estudantes experimentem visualmente os princípios matemáticos com interatividade. Isso pode aumentar o engajamento e a motivação deles, já que estão interagindo com o material de uma maneira mais ativa. Além disso, o GeoGebra pode facilitar a exploração e a compreensão de conceitos complexos, proporcionando uma base mais sólida para o aprendizado.

Ao planejar e desenvolver práticas de ensino com o conteúdo de derivadas nas aulas de CDI em curso superior, alguns cuidados precisam ser considerados. Primeiro, a importância de definir objetivos de aprendizagem claros e específicos; eles devem ser mensuráveis e alinhados com os resultados esperados para o curso. Então o planejamento deve vir de uma sequência lógica de conteúdo, começando com conceitos básicos e progredindo para aqueles mais avançados, certificando-se de que os estudantes tenham as bases teóricas necessárias para compreender e formar os conceitos, neste caso, as derivadas.

Integrar ferramentas tecnológicas, como *softwares* de cálculo e visualização, para auxiliar no ensino e na formação de conceitos de derivadas pode tornar o aprendizado mais interativo e, consequentemente, com uma melhor compreensão. Utilizar avaliações formativas, com diálogo, ao longo do curso para acompanhar o progresso dos estudantes e identificar áreas de dificuldade, também é importante. Igualmente importante é o professor refletir sobre sua prática de ensino, buscando o *feedback* dos estudantes para identificar pontos fortes e áreas de melhoria, estando aberto a ajustar suas abordagens de ensino com base nas necessidades dos estudantes.

Evidenciamos que a utilização do GeoGebra foi imprescindível para a construção de conceitos e estabelecimento de relações entre as funções e suas derivadas, primeira e segunda. Os estudantes fizeram testes com transformações de funções, realizando deslocamentos verticais e horizontais. Narrativas registradas em Lopes (2014) podem servir de exemplo para mostrar como o GeoGebra foi utilizado na formação de conceitos, mas neste artigo, destacamos excertos das narrativas já analisadas, por exemplo, quando a estudante Jane visualizou parábola perfeita e não perfeita: "*Quando a gente estava fazendo o trabalho, eu achava que não, mas depois eu vi no GeoGebra que sim. Não fica uma parábola perfeita, mas é uma parábola sim*". Em outro momento, o professor questiona se com a representação gráfica plotada no GeoGebra dá para realmente identificar se é ou não parábola sem sua representação algébrica, então o estudante Marcelo responde: "*Dá sim. Dá para saber a partir da derivada dela. Se a derivada não é uma reta, então não é uma parábola. Não basta só visualizar no GeoGebra, tem que saber a matéria*".

Compreendemos que o GeoGebra é uma ferramenta que integra Geometria, Álgebra, Cálculo e outras áreas da Matemática em um ambiente dinâmico e interativo. Ele permite aos estudantes explorar conceitos matemáticos de forma visual e manipulativa, o que pode tornar os abstratos temas de Cálculo, em algo mais tangível, visual e acessível. Além disso, o GeoGebra oferece a oportunidade de investigar e visualizar relações entre diferentes conceitos matemáticos, promovendo uma compreensão mais profunda do conteúdo.

5 Considerações Finais

O estudo aqui apresentado foi impulsionado por inquietações que surgiram de experiências de práticas de ensino de Cálculo, relacionadas com as dificuldades que os estudantes do Ensino Superior frequentemente apresentam no processo de aprendizagem de conteúdos abordados no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral.

Optamos por concentrar o estudo em um tema específico de Cálculo, que foca no estudo de funções e suas derivadas. Para isso, inicialmente, analisamos como tal tema era apresentado e trabalhado com uma turma do curso de Sistemas de Informação da Universidade Estadual de Montes Claros.

A partir de um processo de construção, os estudantes observavam, de forma dinâmica e participativa, os procedimentos relacionados aos conceitos de funções e suas derivadas. Eles eram incentivados a expressar, verbalmente ou por escrito, suas conclusões sobre as questões propostas nas atividades, bem como sobre os conceitos abordados nelas. A utilização de tecnologias aplicadas ao ensino e à aprendizagem de funções e suas derivadas foi considerada relevante tanto para a visualização dos conteúdos incorporados nas questões propostas nas atividades elaboradas pelo professor e pela pesquisadora, quanto para os questionamentos e diálogos realizados pelos estudantes durante o desenvolvimento das atividades, bem como para o estudo, preparação e apresentação do seminário pelos grupos de estudantes.

Observamos que as trocas entre estudantes, professor e pesquisadora durante a realização das atividades e as exposições dos resultados por parte dos grupos, foram significativas e revelaram algumas limitações dos estudantes no que diz respeito ao uso de definições matemáticas e à elaboração de uma argumentação consistente para embasar as proposições encontradas durante a realização das atividades, que abordavam o estudo de funções e suas derivadas.

Sendo assim, o objeto da análise dos dados da pesquisa de campo é a linguagem matemática que utiliza definições matemáticas. Interpretamos esse objeto a partir da perspectiva do Pensamento Matemático Avançado. Utilizamos dos construtos de imagens conceituais e definições conceituais, pessoais e formais, para realizar uma análise sobre a compreensão dos estudantes sobre funções e suas derivadas, com foco no uso de definições matemáticas.

Por outra ótica, entendemos que a análise desses dados deve considerar as interações que ocorrem em sala de aula, de acordo com as ideias do Interacionismo Simbólico. Compreendemos que o espaço social criado em torno dos questionamentos levantados pelos estudantes durante o desenvolvimento das atividades, bem como nas apresentações e discussões referentes a esses questionamentos, revelou a importância do uso de definições conceituais, formais e pessoais, para a compreensão e ressignificação dos conceitos matemáticos associados às funções e suas derivadas.

Os resultados do estudo revelam que as concepções matemáticas dos estudantes sobre os conceitos de funções e suas derivadas se desenvolveram a partir das relações estabelecidas entre eles, com o professor da turma e com a pesquisadora.

No seminário sobre funções polinomiais e suas derivadas, observamos que a estudante Jane teve dificuldade em compreender a parábola. Ela acreditava que a parábola era a representação gráfica de todas as funções polinomiais de 2º e 4º graus. Essa interpretação baseava-se em sua imagem mental, que a levava a concluir que bastava visualizar a curva plotada no GeoGebra para afirmar que as referidas funções eram representadas por uma parábola.

No entanto, as trocas de ideias resultantes das conversas que aconteceram durante a apresentação do grupo foram essenciais para que se chegasse às definições conceituais individuais ou formais. Nesse contexto, destacamos as afirmações dos estudantes Marcelo e Guto, baseadas em suas experiências anteriores, de que não é suficiente apenas visualizar as curvas traçadas no GeoGebra para concluir que se trata de uma parábola.

Assim, podemos concluir, com base nos argumentos desses estudantes, que não é suficiente a definição extraída de um conceito matemático, mas é essencial conhecer a definição conceitual formal. Quando os estudantes estabeleceram as relações entre a função e sua derivada, ficou evidenciado que a derivada de uma função polinomial de segundo grau é uma função polinomial de primeiro grau. Em outras palavras, a derivada de uma função quadrática, que gera o gráfico de uma parábola, é uma função que gera o gráfico de uma reta.

A troca de ideias entre a estudante Jane, que estava expondo o tema do grupo no seminário, e seus colegas, que participavam da discussão, contribuiu para a reformulação dos conceitos que estavam sendo abordados. Os estudantes desse grupo apresentaram entendimentos baseados em representações gráficas, visualizadas no GeoGebra, que não se alinham com a definição conceitual formal, baseada na representação algébrica das funções polinomiais e de suas derivadas.

De acordo com a análise dos episódios selecionados do grupo que realizou a apresentação sobre funções polinomiais, conclui-se que as interações entre estudantes, professor e pesquisadora foram essenciais para a transformação gradual da imagem conceitual e da definição conceitual individual da função quadrática. Com as interações, os estudantes foram incentivados a reinterpretar seus conhecimentos e a construir aprendizagens.

O estudo teve o intuito de contribuir para o desenvolvimento de prática de ensino ao se apresentar conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral, e refere-se a um domínio em particular: a imagem conceitual e a definição conceitual de funções e suas derivadas. Almejamos que este artigo possa coadjuvar para a compreensão e o debate sobre as funções polinomiais e suas derivadas; que possa representar um aporte para educadores matemáticos e, principalmente, para os professores que atuam nas licenciaturas em Matemática, bem como subsidiar outros estudos e motivar outros pesquisadores.

Referências

Almeida, M. C.; Barbosa, R. C., Musmanno, L. M. & Souza, N. P. (2023). A trajetória de uma gota: um relato de experiência com estudantes de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Debate*, 7(13), 1-16.

Amancio, D. T. & Sanzovo, D. T. (2020). Ensino de Matemática por meio das tecnologias digitais. *Revista Educação Pública*, 20(47), 1-5.

Blumer, H. (1980). A natureza do interacionismo simbólico. In: C. D. Mortensen. (Org.) *Teoria da comunicação: textos básico*s. (pp. 119-138). São Paulo, SP: Mosaico.

Carmo, P. F. & Igliori, S. B. C. (2020). Uma metanálise de dissertações e teses brasileiras que utilizaram a teoria do Pensamento Matemático Avançado. *Educação Matemática Debate*, 4(10), 1-26.

Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. In: D. Tall. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. (pp. 25-41). Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Edwards, B. S. & Ward, M. B. (2008). The role of mathematical definitions in Mathematics and in undergraduate Mathematics courses. In: M. Carlson & C. Rasmussen. (Ed.). *Making the connection: research and teaching in undergraduate Mathematics Education MAA Notes #73*. (pp. 223-232). Washington, DC: Mathematics Association of America.

Godino, J. D. & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, 12(1), 70-92.

Lobo, R. S. (2018). Análises acerca do tratamento da derivada no livro didático do Ensino

Superior. *Educação Matemática Debate*, 2(6), 242-253.

Lopes, R. (2014). Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem do Cálculo. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, MG.

Macêdo, J. A. & Gregor, I. C. S. (2020). Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Debate*, 4(10), 1-24.

Melo, L.; Giraldo, V. & Rosistolato, R. (2020). Significados e expectativas sobre docência compartilhada entre licenciandos em Matemática. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(2), 149-180.

Melo, L.; Giraldo, V. & Rosistolato, R. (2021). Interações entre um professor da Educação Básica e um professor do Ensino Superior em uma experiência de docência compartilhada em Matemática. *Sisyphus*, 9(2), 105-131.

Minayo, M. C. S. & Costa, A. P. (2019). *Técnicas que fazem uso da palavra, do olhar e da empatia: pesquisa qualitativa em ação*. São Paulo, SP: Hucitec.

Oliveira, S. M. & Lopes, R. (2023). O Júri Simulado como metodologia ativa no curso de Licenciatura em Matemática. *Educação Matemática Debate*, 7(13), 1-17.

Oliveira, S. M. (2023). A Gincana Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem: um relato de experiência à luz das teorias da aprendizagem significativa e experiencial. *Revista Multidisciplinar do Vale do Jequitinhonha*, 3(2), 1-15.

Rosa, C. M.; Alvarenga, K. B. & Santos, F. F. T. (2019). Desempenho acadêmico em Cálculo Diferencial e Integral: um estudo de caso. *Revista Internacional de Educação Superior*, 5, 1-16.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.

Tall, D. (1991). The psychology of advanced mathematical thinking. (pp. 3-21). In: D. Tall. (Ed.). *Advanced mathematical thinking* (pp. 1-291). Dordrecht: Kluwer.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity, and proof. In: D. A. Grows. (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 496). New York: Macmillan Publishing Company.

Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: *Proceedings of 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 61-75). Recife, PE.

Torrente, C. R. & Reis, F. S. (2023). A mobilização de processos do Pensamento Matemático Avançado na resolução de questões da OBMEP. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(2), 1-22.

Vieira, A. R. L. (2021). História, legislação e análises: a monitoria dos cursos de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de Engenharia. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, 11(3), 109-125.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and jearning of Mathematics. In: D Tall. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.