Sociedade Brasileira de
Educação Matemática

RIPEM

Construindo pontes entre a Didática da Matemática e a Educação Matemática Inclusiva: as possibilidades do T4TEL[1]

Nadjanara Ana Basso Morás
Secretaria Estadual de Educação do Paraná
Foz do Iguaçu, PR — Brasil
nadjanara_moras@hotmail.com
0000-0002-8683-4289

Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Maringá, PR — Brasil
voclelia@gmail.com
0000-0003-0200-2061

Luz Marcio Santos Farias
Universidad Federal da Bahia
Salvador, BA — Brasil
lmsfarias@ufba.br
0000-0002-2374-3873

2238-0345

10.37001/ripem.v14i5.3764

Recebido • 18/03/2024
Aprovado • 10/05/2024
Publicado • 20/12/2024

Editor • Gilberto Januario

Resumo: Este artigo objetiva discutir o acesso ao saber por estudantes surdos e ouvintes por meio de tarefas legitimantes das diferenças dos estudantes. Para isso, apoia-se em duas teorias da Didática da Matemática de influência francófona: a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, para o aprofundamento dos estudos referentes ao saber matemático estudado, e a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, para o desenvolvimento da investigação. Conjectura-se ser o modelo T4TEL uma possibilidade para a efetivação do acesso ao saber matemático por estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar. Entre as conclusões, destaca-se que o Modelo T4TEL revelou-se eficiente para as pesquisas na área da Educação Matemática Inclusiva, visto que considera, na modelização das variáveis didáticas, o sujeito cognitivo. Evidencia-se, ainda, que a variável *ilustração* apresenta maior potencial de acesso ao saber pelos estudantes surdos e ouvintes.

Palavras-chave: Acesso ao Saber. Educação Matemática Inclusiva. Modelo T4TEL. Surdos. Variáveis Legitimantes das Diferenças.

Building bridges between Mathematics Didactics and Inclusive Mathematics Education: the possibilities of T4TEL

Abstract: This article aims to discuss access to knowledge by deaf and hearing students through tasks that legitimize their differences. To this end, it is based on two theories of Mathematics Didactics of Francophone influence: Vergnaud's Conceptual Fields Theory, for the deepening of studies regarding the mathematical knowledge studied, and Chevallard's Anthropological Theory of the Didactic, for the development of the investigation. It is conjectured that the T4TEL model is a possibility for deaf and hearing students to access mathematical knowledge, in the same school space. The conclusions include that the T4TEL Model has proved to be efficient for research in the area of Inclusive Mathematics Education, since it considers the cognitive subject in the modeling of didactic variables. It also shows that the *illustration* variable has greater potential for deaf and hearing students to access knowledge.

Keywords: Access to Knowledge. Inclusive Mathematics Education. T4TEL Model. Deaf. Variables Legitimizing Differences.

[1] Este artigo se sustenta em parte de tese de doutorado da primeira autora orientada pelos dois coautores.

Tendiendo puentes entre la Didáctica de la Matemática y la Educación Matemática Inclusiva: las posibilidades de T4TEL

Resumen: Este artículo pretende discutir el acceso al saber por parte de alumnos sordos y oyentes a través de tareas que legitiman sus diferencias. Para ello, se basa en dos teorías de Didáctica de las Matemáticas de influencia francesa: la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, para profundizar en los saber matemáticos estudiados, y la Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevallard, para desarrollar la investigación. Se conjetura que el modelo T4TEL es una posibilidad para que alumnos sordos y oyentes accedan al saber matemático, en el mismo espacio escolar. Entre las conclusiones se encuentra que el Modelo T4TEL ha demostrado ser eficiente para la investigación en el área de Educación Matemática Inclusiva, ya que toma en cuenta al sujeto cognitivo al modelar las variables didácticas. También muestra que la variable *ilustración* tiene mayor potencial para que los alumnos sordos y oyentes accedan al conocimiento.

Palabras clave: Acceso al Saber. Educación Matemática Inclusiva. Modelo T4TEL. Personas Sordas. Variables Legitimadoras de las Diferencias.

1 Introdução

O epistemólogo genebrino Jean Piaget (1896-1980), em apenas dois títulos, publicados no Brasil, se posiciona a respeito da educação escolar: *Para onde vai a educação?*, escrito a pedido da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), em 1948, e publicado pela primeira vez no Brasil em 1973, e *Psicologia e Pedagogia* (1969), com primeira edição brasileira em 1975.

Em ambas as obras, Piaget retira dos estudantes as responsabilidades pelo fracasso escolar em Matemática, enquanto alcançam sucesso em outras disciplinas.

No livro *Para onde vai a educação?*, Piaget (1980), assim se posiciona:

> Nossa hipótese é, portanto, a de que as supostas aptidões diferenciadas dos "bons alunos" em Matemática ou Física etc., em igual nível de inteligência, consistem principalmente na sua capacidade de adaptação ao tipo de ensino que lhes é fornecido; os "maus alunos" nessas matérias, que entretanto são sucedidos em outras, estão, na realidade, perfeitamente aptos a dominar os assuntos que parecem não compreender, contanto que estes lhes cheguem através de outros caminhos: são as "lições" oferecidas que lhes escapam à compreensão, e não a matéria (Piaget, 1980, p. 17).

Já em *Psicologia e Pedagogia* (1975), o mestre genebrino conjectura que o fracasso de crianças e jovens, que apresentam o mesmo mecanismo de inteligência, e, portanto, de aprendizagem, seria consequência da maneira como a disciplina é ensinada, sem considerar as especificidades epistemológicas do saber matemático. Dito de outra forma, a Matemática é ensinada da mesma maneira que Biologia ou História, quando a natureza do saber biológico é empírica, e a do histórico é social.

De reflexões como essas, aliadas ao fracasso do Movimento de Matemática Moderna, desencadeado na década de 1950 por matemáticos norte-americanos que consideravam resolver as dificuldades encontradas nos processos de ensinar e de aprender Matemática realizando modificações curriculares que buscavam aproximar os conhecimentos matemáticos apresentados aos estudantes do saber científico, emergiram investigações a respeito dos fenômenos que acontecem no interior da sala de aula, particularmente aqueles relacionados à ação docente.

A Educação Matemática, enquanto campo de conhecimento, constituiu-se com o pressuposto essencial de que não é a Matemática que é inacessível aos educandos, mas a maneira como ela lhes é apresentada. Dessa forma, estudos e pesquisas buscando compreender como os estudantes aprendem Matemática e como devem ser realizadas as ações docentes, a transposição do saber matemático, as diferentes maneiras de se apresentar e promover a (re)construção dos conhecimentos matemáticos, entre outros aspectos, foram e ainda são realizadas pelos educadores matemáticos.

A partir do grande impulso que o desenvolvimento da Educação Matemática, enquanto área científica, obteve nas últimas décadas, foram sendo especificadas, detalhadas e delimitadas áreas de pesquisa, dando origem ao que Pais (2005) denomina tendências teóricas, "[...] cada qual valorizando determinadas temáticas do ensino da Matemática" (Pais, 2005, p. 10).

Além de constituírem linhas de pesquisa, essas tendências também se caracterizam como abordagens educacionais, ou, como são tratadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN), "[…] alguns caminhos para se fazer Matemática na sala de aula" (Brasil, 2000, p. 42).

Esses caminhos, todavia, não contemplam os diferentes sujeitos psicológicos, ou seja, consideram apenas o sujeito genérico, assujeitado ou não a uma instituição, ou, ainda, um sujeito cognitivo, mas ainda assim genérico, o que nos levou a conjecturar que a desconsideração das diferenças dos estudantes poderia ser a causa dos vazios didáticos de propostas fundamentadas em diferentes teorias didáticas, que acabam não proporcionando o acesso ao saber de todos os estudantes.

Nossa hipótese é a de que é necessário um compromisso didático com a diferença, o que implica reconhecer, respeitar e valorizar as diferenças, ou seja, legitimá-las. Assim, corroboramos Perrenoud (2002), para quem diferenciar o ensino é tornar acessível a ação didática ao aprendiz sem, no entanto, "[...] renunciar a instrui-lo, nem abdicar dos objetivos essenciais. Diferenciar é, pois, lutar para que as desigualdades diante da escola atenuem-se e, simultaneamente, para que o ensino se eleve" (Perrenoud, 2002, p. 9).

Com esses pressupostos, alguns pesquisadores do grupo de trabalho 'Diferença, Inclusão e Educação Matemática', o GT-13 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), fundamentados na ideia de 'educação para todos', apresentada pela Declaração de Salamanca (1994), consideram que a Educação Especial, pensada em uma perspectiva inclusiva, pode preencher os vazios didáticos deixados pelos "caminhos para se fazer Matemática em sala de aula", ao acrescentar a eles o compromisso didático com a diferença.

Para reforçarmos essa compreensão, trazemos dois exemplos de trabalhos que apresentaram tarefas desenvolvidas para fortalecer a ideia de educação para todos. O primeiro é o artigo *Cenários multimodais para uma Matemática Escolar Inclusiva: dois exemplos da nossa pesquisa*, de Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes e Lulu Healy (2015), que detalha uma abordagem para elaborar tarefas a serem incorporadas em cenários inclusivos de aprendizado matemático. Tais cenários envolvem ferramentas criadas para representar o saber matemático de forma adequada para estudantes com limitações sensoriais, desenvolvidas para privilegiar experiências multimodais de objetos, relacionamentos e propriedades matemáticas.

Para ilustrar tal abordagem, as autoras Fernandes e Healy (2015) apresentam dois exemplos do trabalho desenvolvido por elas com estudantes cegos e estudantes surdos. No primeiro, as tarefas são mediadas por ferramentas materiais que exploram recursos táteis e visuais; no segundo, são consideradas tarefas direcionadas ao conceito de números racionais mediadas por uma ferramenta digital que oferece estímulos visuais e sonoros. De acordo com as autoras, a principal preocupação, ao elaborar cenários de aprendizagem, é favorecer a emergência de uma cultura na qual os atores – professores e estudantes – sintam-se preparados para um fazer escolar satisfatório e prazeroso para quem ensina e para quem aprende. As autoras acreditam que, desse modo, é possível atender todos os estudantes, por meio de ações didáticas que os tornem sujeitos ativos e capazes de usar não só seus olhos e ouvidos, mas todo o potencial do seu corpo perceptivo, no momento de estabelecer novas relações com o saber matemático estudado.

O segundo trabalho é *Ressignificação do conceito de diagonais de um polígono convexo por estudantes surdos à luz dos mecanismos compensatórios*, de Thamires Belo de Jesus e Edmar Reis Thiengo (2018). Nesse texto, os autores consideram a dificuldade de estudantes surdos em atribuir significado para fórmulas. Para tanto, trabalharam, especificamente, com a fórmula $d = n(n-3)/2$, em que d representa o número de diagonais e n o número de lados, em função, principalmente, da necessidade de generalização e da abstração envolvidas na utilização de letras e símbolos sem um real significado para os estudantes. Os autores propõem que a apresentação desse conteúdo seja realizada a partir da construção de polígonos em um geoplano, utilizando elásticos. Uma vez construído o polígono, ainda utilizando elásticos, são construídas todas as diagonais possíveis. Posteriormente, é realizado um trabalho para perceber a regularidade existente e, então, a fórmula é deduzida e apresentada em sua forma matemática final. De acordo com os autores, essa tarefa também pode ser desenvolvida com estudantes cegos ou com baixa visão, em função das possibilidades táteis, além de favorecer o acesso ao saber estudado por estudantes videntes e ouvintes. Assim, no trabalho de Jesus e Thiengo (2018), vemos uma possibilidade de proporcionar um cenário multimodal, em que mais de um sentido é explorado.

Entretanto, esses trabalhos que consideram as especificidades educacionais dos estudantes apoiados pela Educação Especial, embora se destinem a todos os estudantes, são sustentados, teoricamente, em teorias de caráter psicológico, que não consideram a natureza do saber matemático. Dessa constatação, emergem propostas de investigações que buscam contemplar tanto as especificidades dos estudantes quanto as do saber matemático, trazendo, desse modo, os aportes da Didática da Matemática, conforme ilustram os exemplos a seguir.

O primeiro exemplo de investigação realizada com o aporte de teorias da Didática da Matemática de influência francesa e que considera as especificidades educacionais de estudantes cegos ou com baixa visão refere-se à dissertação de Mestrado de Pricila Basílio Marçal Lorencini, intitulada *Possibilidades inclusivas de uma sequência didática envolvendo representações gráficas da função afim,* defendida em 2019. A pesquisa de Lorencini (2019) comprovou que tarefas envolvendo gráficos de Função Afim, em que os procedimentos e representações gráficas são descritos em língua natural (oral ou escrita) por duplas de alunos, constituíram momentos de aprendizagem para cada um dos estudantes da sala. O foco principal da investigação foi comprovar que essa maneira de desenvolver uma sequência de tarefas, pensada explicitamente para favorecer uma estudante com baixa visão, contribuiu para o acesso ao saber de todos os estudantes. Para tal constatação, os dados foram analisados à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud.

O segundo exemplo da confluência entre a Didática da Matemática e a Educação Especial em uma perspectiva inclusiva é o estudo relatado no artigo *A influência da forma de apresentação dos enunciados no desempenho de alunos surdos na resolução de problemas de estruturas aditivas*, de Clélia Maria Ignatius Nogueira e Beatriz Ignatius Nogueira Soares (2019). Nessa investigação, as autoras identificaram, na resolução de tarefas de estruturas aditivas de composição, de transformação e de comparação, a preferência dos estudantes surdos no que se refere à forma de apresentação. As tarefas diferenciavam-se quanto à apresentação do enunciado escrito, pois algumas contavam com um diagrama, e outras, com uma ilustração. A pesquisa respaldou-se na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Os resultados apontaram que o aspecto visual é determinante para a interpretação dos enunciados de tarefas matemáticas pelos estudantes surdos. Participou, também, da investigação de Nogueira e Soares (2019), uma estudante ouvinte, que, apesar de já estar alfabetizada, também demonstrou maior compreensão dos problemas quando eles estavam acompanhados de uma ilustração.

Embora esses trabalhos tenham sido desenvolvidos com estudantes apoiados pela Educação Especial e com distintas diferenças, todas as pesquisas mencionadas consideram que a educação para todos é um processo no qual precisamos aprender a viver com as diferenças e reconhecer que aprendemos com elas. Para isso, tanto os pesquisadores quanto os professores precisam considerar a diversidade humana como um fator que potencializa o acesso ao saber por todos os estudantes. Assim, o pressuposto é o de que uma ação docente sustentada na Didática da Matemática, que considere as especificidades educacionais dos estudantes, pode promover o acesso ao saber matemático, em uma perspectiva inclusiva.

A partir desse pressuposto, considerando as pesquisas já realizadas, e com a compreensão de que as tarefas pensadas para os estudantes surdos podem contribuir para o acesso ao saber estudado por eles e por estudantes ouvintes em um mesmo espaço escolar, construímos a pergunta de investigação deste trabalho: de que maneira o professor pode pensar em tarefas com potencial inclusivo em sala de aula?, e elencamos, como objetivo, discutir o acesso ao saber por estudantes surdos e ouvintes por meio de tarefas legitimantes das diferenças dos estudantes.

O primeiro passo foi interessarmo-nos por um saber matemático estudado. Optamos, então, por considerar as Estruturas Aditivas estudadas por Vergnaud (2014), visto que a Teoria dos Campos Conceituais traz contribuições sobre o que deveria ser considerado, em relação a esse saber, no momento de geração das tarefas.

Decidida qual seria a sustentação do saber matemático estudado, debruçamo-nos em identificar qual das demais teorias da Didática da Matemática possibilitaria propormos as tarefas, considerando os sujeitos cognitivos em questão. Assim, chegamos à Teoria Antropológica do Didático, que proporciona elementos institucionais, ou seja, organizações matemáticas e organizações didáticas, por meio das quais se detectam vazios didáticos no ensino de um saber a estudar e elaboram-se propostas para suprir tais vazios.

Considerando, contudo, a questão do sujeito surdo, compreendemos que o ponto de partida deveria ser suas diferenças. Foram, portanto, as diferenças dos estudantes surdos que nos encaminharam para a escolha do modelo T4TEL[2]. Conjecturamos ser esse modelo uma possibilidade para a efetivação do acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar, posto que, por considerar variáveis didáticas, permitiria incluir, entre elas, variáveis legitimantes de diferenças.

Organizamos este trabalho em seis seções, nas quais, respectivamente, discorremos acerca da Educação Matemática Inclusiva de surdos; trazemos considerações sobre a Teoria Antropológica do Didático e o Modelo T4TEL; descrevemos a metodologia para a geração de

[2] O Modelo T4TEL faz parte da Teoria Antropológica do Didático e foi desenvolvido por Hamid Chaachoua como uma formalização e extensão do modelo praxeológico. O termo T4 refere-se ao quarteto praxeológico (tipos de Tarefas, Técnica, Tecnologia, Teoria) e TEL significa Technology Enhanced Learning (Aprendizagem Aprimorada por Tecnologia). O modelo T4TEL tem por objetivo possibilitar a estruturação de um conjunto de tipos de tarefas específicos de um determinado conteúdo escolar, não se tratando de um molde ou plataforma.

tarefas; e finalizamos com as análises feitas a partir do modelo em questão. Por fim, deixamos algumas considerações.

2 Educação Matemática Inclusiva

Consideramos Educação Inclusiva aquela que é oferecida por uma escola “[...] centrada na comunidade, livre de barreiras (desde as arquitetônicas às curriculares), promotora de colaboração e de equidade” (Rodrigues, 2006, p. 302). Em outros termos, uma escola que objetiva uma educação para todos, na qual todos podem aprender igualmente.

Norteando-se pelo pressuposto da Educação Inclusiva, de que todos os estudantes podem ter acesso a tudo o que a escola oferece em qualquer momento da sua escolarização, e da Educação Matemática, de que todos os esforços devem ser empreendidos para que o saber matemático seja acessível para todos os estudantes, Nogueira (2020) ressalta que falar em Educação Matemática Inclusiva é redundância, uma vez que a Educação Matemática é, ou deveria ser, naturalmente, inclusiva.

Nogueira (2020) considera que a Educação Matemática Inclusiva parte do escopo de que ações didáticas devem ser praticadas para que o saber matemático seja acessível para cada um dos estudantes, sendo que todos devem ser atendidos com a mesma qualidade. Ainda segundo essa pesquisadora, na Educação Matemática Inclusiva, é fundamental que as diferenças não sejam desprezadas ou mesmo disfarçadas; ao contrário, elas devem ser legitimadas (reconhecidas, consideradas e valorizadas) mediante a adoção de currículos e situações de ensino e de aprendizagem diferenciadas, que podem coexistir em uma mesma sala de aula, para favorecer o acesso de todos os seus estudantes ao saber.

Nogueira (2020) afirma que a ação didática, objetivando a construção do saber matemático, é um trabalho longo, que exige dedicação, e que “[...] o ponto de partida deve ser demarcado pelo conhecimento prévio do estudante, e, o ponto de chegada, pelo seu potencial e pelo tempo despendido para a aprendizagem no contexto escolar” (Nogueira, 2020, p. 127).

Face a nossa intenção de legitimar as diferenças em sala de aula, consideramos o modelo de gerador de tarefas T4TEL como uma possibilidade para que todos os estudantes tenham as mesmas oportunidades na sala de aula. Isso porque o gerador de tipos de tarefas desse modelo permite gerar tipos de tarefas que consideram as especificidades do saber matemático estudado, ao mesmo tempo em que reconhece, considera e valoriza as diferenças dos estudantes (no caso deste texto, os surdos) em sala de aula, mediante a escolha adequada de variáveis didáticas.

Nesta investigação, para evidenciarmos as imbricações entre as teorias da Didática da Matemática e a Educação Matemática Inclusiva, nos baseamos em uma pesquisa de doutorado já realizada para apresentar a geração de uma sequência de tipos de tarefas pensadas a partir da legitimação das diferenças de estudantes surdos, e propomos que o professor, ao conhecer a dinâmica desse modelo, possa ouvir os seus estudantes e os responsáveis por eles, para, então, gerar sequências de tarefas que consideram e valorizam as diferenças de outros estudantes apoiados pela Educação Especial.

O diálogo entre os estudantes, os responsáveis e o professor, contribui para o reconhecimento das diferenças que devem ser consideradas e valorizadas na elaboração das tarefas, mediante a escolha de variáveis didáticas pertinentes, além de enriquecer as relações interpessoais, favorecer o amadurecimento mútuo, e contribuir para o empoderamento dos estudantes apoiados pela Educação Especial.

Tendo em vista tal discussão, apresentamos, a seguir, o modelo T4TEL.

3 Teoria Antropológica do Didático e o Modelo T4TEL

De acordo com Bosch e Chevallard (1999), a Teoria Antropológica do Didático considera toda atividade matemática e o saber que delas emerge em termos de organização matemática. Para esses autores, uma organização matemática (escolar) tem sua origem nas análises, efetuadas pelos professores, dos documentos educacionais oficiais[3], dos quais emergem os saberes matemáticos a serem ensinados. A partir disso, o professor começa a determinar quais tipos de tarefas sustentarão o processo de aprendizagem desses saberes, trazendo com eles os demais componentes praxeológicos (técnica, tecnologia e teoria) (Bosch; Chevallard, 1999).

Por sua vez, uma organização didática surge na intenção de pôr em prática, ou de conduzir, uma determinada organização matemática, de forma a possibilitar sua (re)construção ou sua transposição. Segundo Bosch e Chevallard (1999), não podemos esperar que a (re)construção, no curso de um processo de estudo, de uma organização matemática, organize-se por ela mesma, de maneira única. Porém, para os pesquisadores, em qualquer que seja o caminho de estudo, determinadas situações estarão necessariamente presentes, quantitativa e qualitativamente, mesmo que de maneira heterogênea.

Uma organização matemática e uma organização didática podem ser implementadas em uma instituição por meio da estrutura do modelo T4TEL, introduzido por Chaachoua e Bessot (2018). O modelo T4TEL se insere na Teoria Antropológica do Didático, ao estender a abordagem praxeológica mediante a introdução das noções de variáveis e de praxeologia pessoal[4].

O objetivo da introdução de variáveis na estrutura do T4TEL é estruturar um conjunto de situações específicas de um saber, caracterizado por um conjunto restrito de variáveis relevantes. Para Chaachoua e Bessot (2018, p. 120), a noção de variáveis "[...] aparece, acima de tudo, como uma ferramenta metodológica em um processo de modelação, associada à análise *a priori* de uma situação particular ou fundamental".

A primeira função de uma variável é gerar tipos e subtipos de tarefas considerando os valores das variáveis que dependem do sujeito, do saber matemático e da instituição em questão. No T4TEL, um tipo de tarefa T é descrito por um verbo de ação e um complemento, T = (verbo de ação, complemento). O verbo de ação caracteriza os tipos de tarefas, tais como: "calcular", "somar", "subtrair", entre outros. O complemento é definido de acordo com o nível de granularidade (particularidades), do específico ao genérico (por exemplo, "calcular a soma de dois números" é um tipo de tarefa mais genérico do que "calcular a soma de dois números naturais com medidas na casa das dezenas") (Chaachoua; Bessot, 2018).

Considerando a noção de granularidade, Chaachoua e Bessot (2018) apresentaram as noções de gerador de tipo de tarefas e sistema de variáveis. Um gerador de tipo de tarefas (GT) é definido por um tipo de tarefas e um sistema de variáveis, e pode ser descrito da seguinte forma: GT = [verbo de ação, complemento fixo; sistema de variáveis]. O verbo de ação e o complemento fixo identificam o tipo de tarefas, e o sistema de variáveis compreende as variáveis e os valores que elas podem receber dentro do domínio de uma disciplina, em determinada instituição.

Assim, para modelizar o sistema de variáveis, consideramos as perspectivas epistemológica, institucional e didática. A perspectiva epistemológica das variáveis

[3] Tais como leis, decretos, currículos, programas e manuais escolares, entre outros.
[4] Utilizamos a noção de praxeologia pessoal, desenvolvida por Chaachoua e Bessot (2018), como diferença entre a relação pessoal e a relação institucional de um estudante relativa a um saber estudado.

compreende que a "[...] divisão dos valores de uma variável é tal que a alteração de um valor modifica a gama de possíveis técnicas de um tipo de tarefa" (Chaachoua; Bessot, 2018, p. 124-125). Para ilustrar essa perspectiva, apresentamos o tipo de tarefa T_1 = (Calcular a soma de dois números naturais com a primeira medida na casa das dezenas e a segunda medida na casa das unidades). Há uma técnica econômica de resolução para esse tipo de tarefa, a sobrecontagem, na qual o estudante começa a contar a partir da maior medida, ou seja, pela casa das dezenas; realiza a sobrecontagem com a segunda medida, ou seja, a casa das unidades; e representa a resolução. Essa técnica é menos pertinente, por exemplo, para dois números com medidas na casa das dezenas e das centenas, porque exige um custo maior e está propícia a erro.

Em uma instituição, sempre existirão condições e restrições que limitarão não só o tipo de tarefa, mas também os possíveis valores de uma variável epistemológica de um tipo de tarefa institucional. Nos primeiros anos do Ensino Fundamental, por exemplo, para o T_2 = (Calcular a soma de dois números), os números envolvidos, na maioria das vezes, são os números Naturais (N), e as medidas restringem-se às casas das unidades, das dezenas e das centenas. Uma variável e seus valores institucionais modelam condições e restrições explícitas ou implícitas dos níveis de codeterminação, sob as quais uma praxeologia existe ou pode existir em uma determinada instituição. Um exemplo de valores institucionais são as medidas dos números trabalhados. No 3° ano do Ensino Fundamental, obedecendo às condições desta instituição, trabalha-se com números naturais até a casa das centenas.

No que se refere à variável didática, ela é aquela que está dentro de uma instituição e, potencialmente, à disposição do professor. Este pode fazer um enriquecimento, *a posteriori*, dos valores das variáveis didáticas, considerando as praxeologias pessoais dos estudantes, ou seja, poderá lapidar os valores dessas variáveis, por meio de uma análise posterior dos saberes já adquiridos pelos estudantes. Nesta investigação, consideramos, na modelização[5] dos valores atribuídos às variáveis didáticas, as praxeologias que o estudante já sabe a respeito do saber matemático estudado, bem como as diferenças de cada estudante presente em sala de aula. Consideramos que, ao atribuirmos valores às variáveis, a fim de legitimar[6] as diferenças de todos os estudantes, em um perspectiva social da deficiência, é possível promover a equidade de acesso ao saber estudado.

A segunda função de uma variável consiste em caracterizar o escopo das técnicas. Fora do seu escopo, a técnica pode falhar; pode ser aplicada, mas terá risco de erro. Por exemplo: a técnica de contagem sucessiva pode ser aplicada em T = (calcular a soma de dois números inteiros). Se aplicada a números grandes, é muito provável que falhe. Logo, o escopo de uma técnica é o conjunto de tarefas em que ela é confiável por permitir realizar essas tarefas com pouco risco de falha ou com um custo razoável.

A terceira e última função de uma variável é a noção de praxeologia pessoal. Essa noção é importante para o diagnóstico das trajetórias de aprendizagem dos estudantes em uma determinada instituição, para a inclusão do sujeito cognitivo e do erro como objeto de estudo na Teoria Antropológica do Didático. Os pesquisadores compreendem que a noção de praxeologia pessoal expande o uso do quarteto praxeológico, levando em consideração a descrição de erros tanto no nível das técnicas quanto no das tecnologias do estudante.

[5] Embora o termo 'modelização' não seja encontrado na Língua Portuguesa, ele é empregado com frequência em trabalhos fundamentados com a Didática da Matemática no Brasil. O seu uso se deve para explicitar sua diferença com a 'Modelagem Matemática', uma tendência da Educação Matemática. Assim, utilizamos 'modelização' para descrever e interpretar as condições de existência de um saber matemático em uma instituição. Reforçamos que não o utilizamos com o intuito de criar modelos.

[6] Lembrando que legitimar, neste texto, significa reconhecer, considerar e valorizar as diferenças.

Neste artigo, abordamos o papel dessas variáveis associado às tarefas e às técnicas, juntamente com os seus desenvolvimentos, considerando as variáveis e seus diferentes valores como ferramentas que possibilitarão aos estudantes o acesso ao saber matemático 'problemas envolvendo diferentes significados de adição e de subtração com números naturais'.

4 Metodologia

As escolas *lócus* são, respectivamente, uma escola bilíngue de surdos e uma escola que pretende ser inclusiva[7]. A primeira tem como língua de instrução a Língua Brasileira de Sinais – Libras – e o Português, na modalidade escrita, como segunda língua; a segunda tem como língua de instrução o Português, nas modalidades oral e escrita. As instituições investigadas neste estudo são: um 3° ano do Ensino Fundamental; uma turma da 2ª Etapa, Fase I, da Educação de Jovens e Adultos[8] de uma escola bilíngue de surdos; e um 3° ano do Ensino Fundamental de uma escola que pretende ser inclusiva. Em função da faixa etária e do ano de escolarização, os estudantes surdos colaboradores da pesquisa encontram-se em processo de letramento, e os ouvintes, de alfabetização.

Entretanto, destacamos que, enquanto os ouvintes já dominam a Língua Portuguesa na modalidade oral, os estudantes surdos ainda se encontram em processo de aquisição da Libras. Isso porque, segundo Gomes (2010, p. 35), mais de 90% das crianças surdas são filhas de pais ouvintes e, assim, não adquirem, naturalmente, sua língua no ambiente familiar, chegando à escola com uma comunicação em sinais caseira, muito próxima da mímica, de modo que seu primeiro contato com a Libras formal acontece na escola. Dito de outra forma, as crianças surdas adquirem sua primeira língua ao mesmo tempo que aprendem a Língua Portuguesa na modalidade escrita.

Para o aprofundamento dos estudos referentes ao saber matemático estudado, nos subsidiamos na Teoria dos Campos Conceituais. Nessa teoria, Vergnaud (2014) identificou, no estudo das estruturas aditivas, seis relações de base que esgotam todas as possibilidades em relação a esse saber, e a partir das quais é possível elaborar tarefas de adição e de subtração da aritmética elementar, que podem mobilizar, para sua resolução, esquemas ternários (três medidas envolvidas) ou quaternários (quatro medidas). Em função das condições (saber matemático) das instituições investigadas, limitamo-nos aos esquemas ternários fundamentais destas seis categorias:

> Primeira categoria: duas medidas se compõem para resultar em uma terceira. Segunda categoria: uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. Terceira categoria: uma relação liga duas medidas. Quarta categoria: duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. Quinta categoria: uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. Sexta categoria: dois relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (Vergnaud, 2014, p. 200).

O pesquisador estabelece, como campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto de situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas. As seis

---

[7] Consideramos por escola inclusiva aquela que percebe a diversidade humana como um fator de enriquecimento do processo educacional e que se constitua em um espaço de interação, de ensino e de aprendizagem para todos. Logo, nesta investigação, utilizamos a nomenclatura 'escola que pretende ser inclusiva', visto compreendermos que a escola ainda está em processo de transformação para uma escola inclusiva.

[8] Fase I - Corresponde do 1º ao 5º ano do Ensino Regular (Anos Iniciais do Ensino Fundamental). De forma mais específica, a 2ª Etapa da Fase I corresponde ao 3º ano do Ensino Fundamental.

categorias de situações de adição e subtração são concebidas a partir de três ideias: composição, transformação e comparação.

Propusemo-nos, inicialmente, a discutir as diferentes tarefas referentes às seis categorias demonstradas por Vergnaud (2014), concentrando a atenção apenas nos números naturais, por serem o foco da investigação. Entretanto, ao consultar documentos como a Base Nacional Comum Curricular[9] (2018) e o Currículo da Rede Estadual Paranaense[10] (2020), constatamos que a quarta, a quinta e a sexta categorias não foram neles consideradas para as instituições investigadas.

Considerando, então, o disposto nos documentos que orientam o ensino de Matemática no estado do Paraná, restringimos o estudo às três primeiras categorias (que abordam as ideias composição, transformação e comparação entre medidas). Uma conjectura que fizemos a respeito da ausência das demais categorias no nível de ensino em questão está relacionada à ordem crescente de complexidade das situações: quanto maior for o nível da categoria, mais difíceis podem ser consideradas as situações.

Para dar continuidade à pesquisa, considerando o objetivo da investigação, fundamentados no modelo T4TEL, realizamos quatro estudos:

1) No estudo histórico e epistemológico do saber matemático estudado, enfatizamos as condições e restrições da existência das organizações matemáticas e didáticas com o saber matemático em um contexto escolar que pretende ser inclusivo. Estudamos as evoluções dessas organizações no decorrer do tempo, e as possíveis evoluções das organizações didáticas para que possam legitimar as diferenças de todos os estudantes presentes em sala de aula, contemplando, nos enunciados dos tipos de tarefas, variáveis legitimantes.

2) No estudo em documentos educacionais oficiais (tais como Base Nacional Comum Curricular, Currículo da Rede Estadual Paranaense, apostilas e manuais escolares, entre outros), que estruturam as instituições investigadas a respeito do saber estudado, identificamos os tipos de tarefas que existem no saber matemático estudado e as variáveis contempladas na apresentação desses tipos de tarefas.

3) No estudo sobre a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud, pesquisamos a epistemologia do saber matemático estudado. Identificamos os tipos de tarefas que existem, as variáveis epistemológicas relacionadas a esse saber, e as variáveis didáticas que contribuem para o acesso ao saber pelos estudantes ouvintes.

4) No estudo na área da Educação Matemática Inclusiva, pesquisamos a respeito do ensino de Matemática para estudantes surdos e identificamos variáveis legitimantes das diferenças dos estudantes surdos.

Ao realizarmos esses estudos a respeito do saber matemático estudado, considerando as condições e restrições impostas pelas instituições investigadas, identificamos 14 tipos de tarefas nas três primeiras categorias apresentadas por Vergnaud (2014). Entre as condições impostas pelas instituições, destacamos: o tipo do número – natural; significados de composição, transformação e comparação – entre medidas.

- Primeira categoria:

[9] A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais para todos os estudantes da Educação Básica das escolas de todo o país.

[10] O Currículo da Rede Estadual Paranaense (2020) estabelece as aprendizagens essenciais para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do estado do Paraná, de acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (2018).

T_{11} = (Calcular, o resultado da composição de duas ou mais medidas).

T_{12} = (Calcular, uma medida que se compõe com outra medida conhecida, sabendo o valor resultante da composição).

- Segunda categoria:

T_{21} = (Calcular, o estado final (medida) resultante da transformação (positiva) de um estado inicial (medida) conhecido).

T_{22} = (Calcular, o estado final (medida) resultante da transformação (negativa) de um estado inicial (medida) conhecido).

T_{23} = (Calcular, a transformação ocorrida sobre um estado inicial (medida) para resultar em um estado final (medida) com (estado final > estado inicial)).

T_{24} = (Calcular, a transformação ocorrida sobre um estado inicial (medida) para resultar em um estado final (medida) com (estado final < estado inicial)).

T_{25} = (Calcular, o estado inicial (medida) que foi transformado (positivamente) e resultou em um estado final (medida) conhecido).

T_{26} = (Calcular, o estado inicial (medida) que foi transformado (negativamente) e resultou em um estado final (medida) conhecido).

- Terceira categoria:

T_{31} = (Calcular, o referido de uma comparação de medidas com uma relação positiva).

T_{32} = (Calcular, o referido de uma comparação de medidas com uma relação negativa).

T_{33} = (Calcular, a relação de comparação entre duas medidas com (referido < referente)).

T_{34} = (Calcular, a relação de comparação entre duas medidas com (referido > referente)).

T_{35} = (Calcular, o referente de uma comparação de medidas (adição)).

T_{36} = (Calcular, o referente de uma comparação de medidas (subtração)).

Para identificarmos as variáveis e constituirmos o sistema de variáveis, consideramos a noção de variável apresentada por Chaachoua e Bessot (2018), a qual é uma ferramenta metodológica no processo de modelização, que possibilita que os estudantes acessem o saber matemático estudado. Assim, construímos o sistema de variáveis, conforme descrevemos a seguir, com os diferentes valores explicitados entre parênteses:

- Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos na apostila didática utilizada pela escola que pretende ser inclusiva:

$V_{1/2}$[11] = Língua natural/Redação (Português na modalidade oral[12], Português na modalidade escrita).

- Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos a respeito de

[11] Os números das variáveis foram colocados aleatoriamente, não correspondem à ordem que as variáveis foram identificadas. Como o sistema de variáveis foi construído simultaneamente nos estudos 2, 3 e 4, em alguns momentos, as variáveis 1 e 2 aparecem juntas.

[12] Consideramos o ‘Português na modalidade oral’ como um valor atribuído à variável ‘língua natural’, visto que é a língua de instrução da escola que pretende ser inclusiva.

problemas envolvendo diferentes significados de adição e de subtração:

$V_{1/2}$ = Língua natural/Redação (Português na modalidade oral, Português na modalidade escrita).

V_3 = Tamanho da primeira medida m_1 ($m_1 \in N \mid 0 < m_1 > 100$).

V_4 = Tamanho da segunda medida m_2 ($m_2 \in N \mid 0 < m_2 > 100$).

V_5 = Apresentação das informações (informações na ordem temporal dos fatos relatados, informações fornecidas em desordem, ordem inversa).

V_6 = Tipo de tema (temas comuns do cotidiano do estudante, temas incomuns do cotidiano do estudante).

V_7 = Apoio visual (esquema para estabelecer uma relação entre a solução e os dados numéricos, esquema para estabelecer a relação entre a solução e o tipo de tarefa).

- Variáveis e valores atribuídos às variáveis identificadas nos estudos na área da Educação Matemática Inclusiva de surdos:

$V_{1/2}$ = Língua natural/ Redação (Português na modalidade escrita, interlíngua[13], Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), Libras).

V_7 = Apoio visual (esquema, ilustração).

Após a identificação dos tipos de tarefas existentes com o saber matemático estudado e da constituição do sistema de variáveis, geramos 14 blocos de tarefas, ou seja, 70 tarefas que compuseram o nosso dispositivo didático.

Por exemplo, o primeiro bloco, formado com o T_{11} = (Calcular, o resultado da composição de duas medidas), foi constituído da seguinte forma: o primeiro tipo de tarefa foi gerado com as variáveis V3, V4, V5 e V6[14], contemplou, na apresentação do enunciado, a variável Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), e foi impresso em uma folha sulfite na cor amarela; o segundo, com as variáveis V3, V4, V5 e V6, contemplou, na apresentação do enunciado, as variáveis Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha) para ser sinalizada em Libras pelo (a) professor (a), no caso da escola bilíngue de surdos, ou pelo(a) intérprete de Libras, nas escolas inclusivas, e foi impresso em uma folha sulfite na cor verde; o terceiro, com as variáveis V3, V4, V5 e V6, contemplou, na apresentação do enunciado, as variáveis Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), e interlíngua, e foi impresso em uma folha sulfite na cor rosa; o quarto, com as variáveis V3, V4, V5 e V6, contemplou, na apresentação do enunciado, as variáveis interlíngua e esquema, e foi impresso em uma folha sulfite na cor azul; e o quinto, com as variáveis V3, V4, V5 e V6, contemplou, na apresentação do enunciado, as variáveis interlíngua e ilustração, e foi impresso em uma folha sulfite na cor branca. O objetivo das diferentes cores foi evidenciar que as formas de apresentação dos enunciados eram distintas, e os estudantes escolheriam apenas um problema referente a um mesmo tipo de tarefa, ou seja, para o problema 1, por exemplo, o estudante escolhia apenas uma folha, com o enunciado da maneira que julgasse mais favorável à sua compreensão. Para o problema 2, a escolha poderia

[13] Essa nomenclatura é utilizada na área da linguística para caracterizar um sistema de transição que o estudante de uma nova língua cria ao longo do processo de assimilação desta. O valor 'interlíngua' é caracterizado, nesta investigação, por frases curtas e claras; por frases que utilizam os nomes dos sujeitos para reapresentá-los, evitando uso de pronomes; por frases sem artigos, preposições e conjunções; por frases sem informações desnecessárias para o entendimento da tarefa; e por frases que evitam termos que gerem interpretação ambígua.

[14] Trazemos a variável didática com o respectivo valor entre parênteses.

recair em uma folha da mesma cor, caso desejasse continuar resolvendo problemas cujos enunciados estavam apresentados da mesma forma. Exemplo desses blocos pode ser verificado na Figura 1:

Figura 1: Bloco de tarefas

T = Andriérilim tem algumas bananas.
Tahyna tem 14 bananas.
Tahyna tem 5 bananas a menos que Andriérilim.
Andriérilim tem quantas bananas?

R =

T = Na cesta tem algumas frutas.
Na cesta tem 15 morangos.
Na cesta tem 7 morangos a menos que laranjas.
Na cesta tem quantas laranjas?

Leitura em Libras pela professora regente da sala (escola bilíngue de surdos) ou Leitura em voz alta pela professora regente da sala (escola que pretende ser inclusiva).

R =

T = Miguel tem algumas bananas.
Rafael tem 12 bananas.
Rafael tem 2 bananas a menos que Miguel.
Miguel tem quantas bananas?

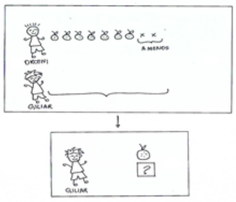
Miguel tem bananas.
Rafael tem 12 bananas.
Rafael tem 2 bananas a menos Miguel.
Miguel bananas quantas?

R =

T = Giliar tem algumas peras.
Miguel tem 16 peras.
Miguel tem 6 peras a menos que Giliar.
Giliar tem quantas peras?

R =

T = Giliar tem algumas laranjas.
Orceni tem 7 laranjas.
Orceni tem 2 laranjas a menos que Giliar.
Giliar tem quantas laranjas?



R =

Fonte: Dados da pesquisa

Cada bloco de tarefas é composto pelo mesmo cálculo relacional, mas com enunciados apresentados de diferentes formas. Esse dispositivo foi implementado, inicialmente, nas instituições '2ª Etapa da Fase I da Educação de Jovens e Adultos', com cinco estudantes, e '3° ano do Ensino Fundamental', com cinco estudantes que fazem parte de uma escola bilíngue de surdos. Posteriormente, o foi, também, na instituição '3° ano do Ensino Fundamental', com trinta e um estudantes que fazem parte de uma escola que pretende ser inclusiva.

A implementação do dispositivo didático ocorreu de forma similar nas três instituições investigadas[15]. Os estudantes-colaboradores, em duplas, receberam blocos constituídos por cinco folhas, cada folha com uma cor diferente e com uma tarefa. Entre as cinco tarefas apresentadas por blocos, deveriam escolher três e resolvê-las.

Após a implementação das tarefas, foram realizadas entrevistas com os estudantes-colaboradores da escola que pretende ser inclusiva, a fim de estabelecermos diálogos com eles e compreendermos suas opiniões sobre as diferentes variáveis contempladas nas apresentações dos enunciados. As entrevistas foram feitas com as duplas, as mesmas que realizaram as tarefas em sala de aula. Gravamo-las em áudio e, no caso do estudante surdo, fizemos a gravação em áudio e em vídeo[16]. No momento da entrevista, permaneceram na sala de aula os estudantes-colaboradores e a professora-pesquisadora. As carteiras e as cadeiras estavam próximas, e sobre

[15] A implementação do dispositivo didático e as entrevistas foram realizadas com todos os 41 estudantes colaboradores. No entanto, na escola bilíngue para surdos, tanto a implementação do dispositivo quanto as entrevistas foram conduzidas individualmente, enquanto, na escola que pretende ser inclusiva, foram realizadas em duplas.

[16] Em relação a esse estudante surdo, respeitamos a restrição imposta pelo pai de não utilizarmos a Libras. No entanto, gravamos em vídeo para contemplarmos, na descrição, tanto as respostas dadas de forma oral pelo estudante como os possíveis sinais e movimentos corporais realizados, já que ele não possui um bom domínio da língua Portuguesa na modalidade oral.

as carteiras estava um bloco de tarefas, igual ao que eles haviam recebido no momento da implementação do dispositivo.

5 Análises

Ao realizarmos os estudos tanto sobre a apostila didática quanto sobre os trabalhos de Vergnaud (2014), identificamos os tipos de tarefas e as variáveis relacionadas ao saber matemático estudado. Identificamos, ainda, na apostila didática, uma lacuna relacionada à forma de apresentação dos enunciados das tarefas, o que pode dificultar o acesso ao saber matemático estudado por cada estudante. Nos trabalhos de Vergnaud (2014), encontramos elementos para questionar e suprir essa lacuna, quando se trata de estudantes ouvintes. Por meio da realização de estudos na área da Educação Matemática Inclusiva de surdos, identificamos variáveis legitimantes de diferenças que podem contribuir para que os estudantes surdos e ouvintes interpretem o cálculo relacional envolvido no enunciado das tarefas.

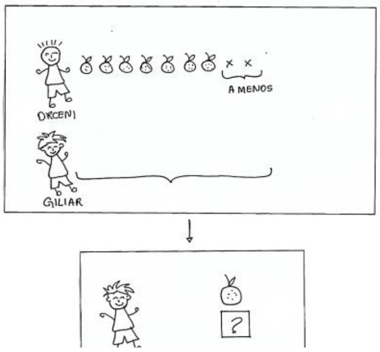
Após a identificação dos tipos de tarefas e da constituição do sistema de variáveis, com o gerador de tipos de tarefas do modelo T4TEL, geramos uma sequência de tarefas que compôs o nosso dispositivo didático.

A implementação do dispositivo na escola bilíngue de surdos teve como objetivo identificar quais variáveis legitimam as diferenças e quais apresentam maior potencial de acesso ao saber matemático estudado. Antes de apresentarmos algumas constatações realizadas com essa implementação, destacamos que 'legitimar', segundo a nossa compreensão, significa reconhecer, considerar e valorizar as diferenças; já 'variáveis legitimantes de diferenças inclusivas' são aquelas que, além de atender as condições impostas pelas instituições investigadas, legitimam as diferenças e contribuem para que estudantes surdos e ouvintes tenham acesso, simultaneamente, ao saber matemático estudado.

Ilustramos, na Figura 2, uma das tarefas que contempla, na apresentação do enunciado, variáveis legitimantes de diferenças inclusivas de surdos:

Figura 2: Tarefa que contempla na apresentação do enunciado variáveis legitimantes de 'diferenças inclusivas de surdos'

T = Giliar tem algumas laranjas.
Orceni tem 7 laranjas.
Orceni tem 2 laranjas a menos que Giliar.
Giliar tem quantas laranjas?



Variáveis legitimantes de diferenças inclusivas contempladas:

- tamanho da primeira e da segunda medida menores que 100;
- apresentação das informações na ordem temporal dos fatos relatados;
- tema comum do cotidiano do estudante;
- Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha);
- ilustração para estabelecer a relação entre a solução e o tipo de tarefa (cálculo relacional).

Fonte: Autores (2021).

Nessa tarefa, podemos identificar os valores das variáveis que atendem as condições impostas pelas instituições investigadas, no que se refere ao saber matemático estudado: o tamanho da primeira e da segunda medida; a apresentação das informações na ordem temporal; e o tema comum do cotidiano do estudante. Identificamos, também, as variáveis legitimantes das diferenças dos estudantes surdos: o Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha) e a ilustração para estabelecer a relação entre a solução e o tipo de tarefa (cálculo relacional).

Ao analisarmos os dados construídos com a implementação de 70 tarefas, constatamos que, das 210 tarefas realizadas, 160 foram resolvidas corretamente (76,1%). Quanto aos números de respostas corretas, segundo as variáveis contempladas na apresentação dos enunciados, verificamos que, no âmbito das tarefas com ilustração, os estudantes acertaram 55 das 63 tarefas realizadas (87,3%); com esquema, acertaram 45 das 57 realizadas (78,9%); com Português na modalidade oral, acertaram 39 das 54 realizadas (72,2%); com interlíngua, acertaram 8 das 13 realizadas (61,5%); e com o Português na modalidade escrita, acertaram 13 das 23 realizadas (56,5%). Observamos, ao analisar esses dados, que os valores atribuídos às variáveis com maior potencial de acesso ao saber matemático estudado são a ilustração, o esquema, a Libras, a interlíngua e o Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha).

Para prosseguirmos com a construção e análise dos dados, realizamos a implementação na escola que pretende ser inclusiva, com o objetivo de identificar, por meio do dispositivo didático construído, as possibilidades de acesso ao saber matemático estudado para estudantes surdos e ouvintes dessa instituição.

Na geração das tarefas que compõem o dispositivo, consideramos todos os elementos relacionados à noção de instituição e ao saber matemático recomendados pela Teoria Antropológica do Didático, ou seja, consideramos o modelo praxeológico para modelizar as organizações matemáticas e didáticas do saber estudado, nas instituições investigadas, e as ações dos estudantes esperadas pelas instituições.

Ao prepararmo-nos para a experimentarmos do dispositivo na escola que pretende ser inclusiva, a qual possui, na instituição 3° ano do Ensino Fundamental, um estudante surdo, deparamo-nos com duas situações inesperadas. O estudante surdo que faz parte dessa escola, diferentemente dos estudantes surdos que estudam na escola bilíngue de surdos, não conhece a Libras, e, por opção da família, busca a inclusão por meio de terapias de fala e de audição. A opção da família está pautada em uma perspectiva clínica da surdez, diferentemente dos estudantes da escola bilíngue de surdos, cujo modelo está pautado em uma perspectiva social da surdez. Além disso, havia, também, entre os estudantes, uma com baixa visão.

Dessa forma, foi possível identificar que o dispositivo construído trazia uma lacuna, posto que consideramos, inicialmente, somente os sujeitos assujeitados pela instituição 3° ano do Ensino Fundamental de surdos e de ouvintes, ou seja, nas modelizações, consideramos somente elementos institucionais e epistemológicos. Assim, constituirmos o sistema de variáveis apenas com aquelas relacionadas a essas dimensões – epistemológica e institucional – não foi suficiente para estabelecermos uma modelização efetiva dos estudantes presentes em sala de aula. Desse modo, é necessária a identificação de variáveis relacionadas à dimensão didática, que consideram as diferentes formas de estabelecer novas relações com o saber matemático, não esperadas institucionalmente.

Conforme já estabelecido anteriormente, a variável didática é uma variável dentro de uma instituição, que está potencialmente à disposição do professor/pesquisador. De acordo com Chaachoua e Bessot (2018), podemos enriquecer os valores das variáveis didáticas considerando as praxeologias pessoais dos estudantes. Nesta investigação, a noção de praxeologia pessoal permite-nos identificar as diferenças dos estudantes nas três instituições investigadas e, consequentemente, contemplar a diversidade de estudantes presentes em sala de aula.

Assim, a lacuna identificada no planejamento das tarefas considerando apenas os estudantes surdos e ouvintes, ao se constatar a presença de uma aluna com baixa visão, foi suprida com a contemplação, no modelo T4TEL, de outras variáveis, que possibilitaram a inclusão dessa estudante não adequadamente assujeitada à instituição inicialmente considerada: uma escola que atende surdos e ouvintes em uma perspectiva inclusiva. A contemplação, por exemplo, do valor ‘Português na modalidade escrita (apresentado em letra ampliada)’, na variável *redação*, permitiu atender uma especificidade da estudante ouvinte com baixa visão. A possibilidade de atribuir novos valores às variáveis revela a eficiência do modelo T4TEL, ao atender às especificidades educacionais dos estudantes e promover o acesso ao saber dos diferentes perfis cognitivos dos sujeitos de uma mesma instituição.

5.1 Diálogos com os estudantes-colaboradores

Ao longo da investigação, ao realizarmos a implementação do dispositivo didático e as entrevistas, constatamos que as variáveis cognitivas, que consideram as especificidades educacionais de estudantes surdos bilíngues usuários da Libras, contribuíram para o acesso ao saber dos estudantes ouvintes e do estudante surdo não usuário da Libras. Um exemplo disso foi a atribuição do valor *ilustração* à variável *aspecto visual*, posto que, ao atendermos a diferença desses estudantes, de aprender interagindo com o mundo por meio do visual, conseguimos estender as contribuições dessa variável aos demais estudantes presentes em sala de aula, inclusive para a estudante com baixa visão, que poderia acessá-la mediante a utilização de instrumentos assistivos como a lupa, ou, no caso de cegos, com a impressão em braile dos enunciados.

Ao perguntarmos para as duplas de estudantes-colaboradores a respeito da *ilustração*, obtivemos as seguintes respostas:

> Pesquisadora: A ilustração, gostaria que vocês comentassem um pouquinho sobre ela, na tarefa “Na sala da professora Marisa tem 4 meninos e 3 meninas. Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?”
>
> Estudante Laisla (estudante ouvinte): Sete.
>
> Pesquisadora: Gostaria que vocês explicassem o que entenderam da ilustração.
>
> Estudante Endrio (estudante ouvinte): Achei legal, porque consegui contar quantos meninos e meninas.
>
> Pesquisadora: Aqui, depois do sinal ‘chave’, tem o desenho de um menino, a letra ‘e’, o desenho de uma menina, e, embaixo, o ponto de interrogação. Conseguiram entender que envolvia uma adição?
>
> Estudante Laisla (estudante ouvinte): Sim.
>
> Pesquisadora: A letra ‘e’ deu a ideia de somar? Ou não?
>
> Estudante Laisla (estudante ouvinte): Deu uma ideia na minha cabeça, daí já fiz a continha na minha cabeça, daí quatro mais três, sete (Dupla 2).
>
> Pesquisadora: Essa daqui com a ilustração. Você leu o enunciado e olhou a imagem? Vou ler: “Na sala da professora Marisa tem 4 meninos e 3 meninas. Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?”

Estudante Gabriel (estudante surdo): Sete.

Pesquisadora: Você olhou aqui? Na ilustração? Tem quantos meninos?

Estudante Gabriel (estudante surdo): Meninos.

Pesquisadora: Quatro, e quantas meninas?

Estudante Gabriel (estudante surdo): Três.

Pesquisadora: E meninos e meninas? [apontando o dedo para a ilustração]

Estudante Gabriel (estudante surdo): Sete.

Pesquisadora: Perfeito! Você olhou a ilustração e ajudou a entender?

Estudante Gabriel (estudante surdo): Entendi.

Pesquisadora: Qual você mais gostou?

Estudante Amanda (estudante ouvinte com baixa visão): Essa daqui. A branca.

Pesquisadora: Por quê?

Estudante Amanda (estudante ouvinte com baixa visão): Porque a ilustração representa a Matemática.

Essas respostas nos levam a concluir que a ilustração contribuiu para a interpretação do enunciado da tarefa para todos os estudantes presentes e, consequentemente, promoveu o acesso ao saber matemático estudado.

6 Considerações finais

Nesta investigação, constatamos que considerar somente variáveis relacionadas aos sujeitos institucionais, ou seja, epistêmicos, limita o acesso ao saber por todos os estudantes presentes em sala de aula. Considerar o que um estudante deve saber em um determinado nível escolar em função apenas da instituição na qual está assujeitado, o que implica assumir que todos têm um mesmo ponto de partida e que estabelecem relações com o saber estudado da mesma forma, não é suficiente para promover ações didáticas que contribuam para o acesso ao saber de todos, visto que não contempla o sujeito cognitivo, com as suas diferenças.

No caso desta pesquisa, os estudos epistemológicos e institucionais realizados nas organizações matemáticas e didáticas nas instituições investigadas, os quais estão fundamentados na Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1992), permitiram-nos conhecer *a priori* os sujeitos epistêmicos, surdos e ouvintes.

Entretanto, a consideração dos sujeitos epistêmicos, surdos bilíngues usuários da Libras e ouvintes, não permitiu contemplarmos a diversidade de estudantes apoiados pela Educação Especial presentes na turma em que nosso dispositivo foi implementado, posto que o estudante surdo não era bilíngue no momento da investigação, sendo implantado coclear e educado na perspectiva oralista. Além disso, as especificidades da estudante com baixa visão também não haviam sido consideradas, de maneira que algumas das variáveis didáticas que consideramos como legitimantes de diferenças, como a Libras, não atenderam ao estudante surdo e, o tamanho dos enunciados, esquemas e ilustrações não estavam adequados à estudante com baixa visão.

Ao adicionarmos ao gerador de tarefas as variáveis legitimantes das diferenças desses sujeitos cognitivos em particular, obtivemos uma modelização mais detalhada das praxeologias pessoais de todos os estudantes colaboradores com a pesquisa, a partir do modelo T4TEL, incluindo tipos de embriões de técnicas e técnicas que nem sempre são visíveis para a instituição. É o que ocorreu com o estudante surdo que não era usuário da Libras e precisava que os enunciados das tarefas fossem lidos, para que ele fizesse leitura labial; e com a estudante ouvinte com baixa visão, que precisava das tarefas apresentadas com a letra e os apoios visuais ampliados, ou que os enunciados das tarefas fossem lidos para ela.

Dessa forma, em se tratando de uma pesquisa na área da Educação Matemática Inclusiva fundamentada na Didática da Matemática, destacamos a flexibilidade do modelo T4TEL, que nos possibilitou modelizar variáveis relacionadas às diferenças do sujeito cognitivo, e, posteriormente, realizar adequação no dispositivo didático, que contribuiu para o acesso ao saber de cada um dos estudantes.

Para estudos futuros, sugerimos explorar estratégias para promover uma abordagem mais holística na modelização das praxeologias pessoais dos estudantes, incluindo a consideração de embriões de técnicas e técnicas não tradicionais que possam não ser imediatamente evidentes para a instituição. Essa proposição pode oferecer orientações valiosas para pesquisas futuras na área da Educação Matemática Inclusiva, com o objetivo de aprimorar as práticas pedagógicas e garantir o acesso ao saber para cada um dos estudantes, independentemente de suas diferenças individuais.

Referências

Belo, T. de J. & Thiengo, E. R. (2018). Ressignificação do conceito de diagonais de um polígono convexo por estudantes surdos à luz dos mecanismos compensatórios. In *VII SIPEM. Anais...* Foz do Iguaçu.

Bosh, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(1), 77-124.

Brasil. (1994). *Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais.* UNESCO.

Brasil, Ministério da Educação. (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática.* MEC-SEF.

Brasil, Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular.*

Chaachoua, H. & Bessot, A. (2018). A noção de variável no modelo Praxeológico. In S. A. Almouloud, L. M. S. Farias & A. Henriques (Orgs.), *A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos* (pp. 119-134). CRV.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 73-112.

Fernandes, S. H. A. A. & Healy, L. (2015). Cenários multimodais para uma Matemática Escolar Inclusiva: Dois exemplos da nossa pesquisa. In *XIV CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática.* Chiapas: Editora do CIAEM.

Gomes, M. C. (2010). *Lugares e representações do outro: a surdez como diferença.* CIIE/Livpsic.

Lorencini, P. B. M. (2019). *Possibilidades inclusivas de uma sequência didática envolvendo representações gráficas da função afim* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Nogueira, C. M. I. & Soares, B. I. N. (2019). A influência da forma de apresentação dos enunciados no desempenho de alunos surdos na resolução de problemas de estruturas aditivas. *Educação Matemática Pesquisa, 21*(5), 110-120.

Nogueira, C. M. I. (2020). Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem fala? In A. M. Martensen, R. Kallef & P. C. Pereira (Orgs.), *Educação Matemática: diferentes olhares e práticas* (pp. 109-132). Appris.

Paraná. (2020). *Currículo da Rede Estadual Paranaense.*

Perrenoud, P. (2002). *Pedagogia diferenciada: das intenções à ação.* Artes Médicas.

Piaget, J. (1975). *Psicologia e Pedagogia.* Forense Universitária.

Piaget, J. (1980). *Para onde vai a educação?* José Olympio.

Pais, L. C. (2005). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa* (2ª ed.). Autêntica.

Rodrigues, D. (2006). Dez ideias (mal) feitas sobre a educação inclusiva. In D. Rodrigues (Org.), *Inclusão e educação: doze olhares sobre a educação inclusiva* (pp. 299-318). Summus.

Vergnaud, G. (2014). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.* Ed. da UFPR.