

Implicações da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática

Fabiola da Cruz Martins

Universidade Estadual da Paraíba

Patos, PB — Brasil

✉ fabiolamartins@servidor.uepb.edu.br

 0000-0001-6838-9671

Silvanio de Andrade

Universidade de São Paulo

Campina Grande, PB — Brasil

✉ silvanio@usp.br

 0000-0002-1490-812X



2238-0345 

10.37001/ripem.v14i4.3814 

Recebido • 18/03/2024

Aprovado • 13/05/2024

Publicado • 15/10/2024

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: Este artigo objetiva apresentar aspectos nos quais a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui para a formação inicial do professor de Matemática, especificamente no ensino de Álgebra. Serão apresentados resultados de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida no doutorado¹ da autora, com 24 licenciandos em Matemática. A pesquisa demonstra que a utilização da metodologia Exploração-Proposição-Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática tem um impacto positivo em diversos aspectos, tais como: i) no aprofundamento de ideias matemáticas; ii) no fornecimento de subsídios teórico-práticos que podem auxiliar o professor em suas futuras práticas; iii) na manifestação do pensamento algébrico, entre outros. As discussões apresentadas neste artigo enfatizam elementos que caracterizam a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, orientando o seu uso como perspectiva metodológica.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Pensamento Algébrico. Representações Múltiplas de Álgebra. Metodologia de Ensino.

Implications of Problem Exploration-Posing-Solving in the Pre-Service Mathematics Teacher Education

Abstract: This article aims to present aspects in which Problem Exploration-Posing-Solving contributes to the pre-service Mathematics teacher education, specifically in the Algebra teaching. Results of qualitative research, developed during the author's doctorate, with 24 Mathematics undergraduates, will be presented. The research demonstrates that the use of the Problem Exploration-Posing-Solving methodology in the Mathematics Licenciature has a positive impact on several aspects, such as i) in deepening mathematical ideas; ii) providing theoretical-practical foundations that can support teachers in their future practices; iii) in the appearance of algebraic thinking, among others. The discussions presented in this article emphasize rudiments that characterize Problem Exploration-Posing-Solving, guiding its use as a methodological perspective.

Keywords: Mathematics Teaching. Algebraical Thinking. Algebra Multiple Representations. Teaching Methodology.

¹ Este artigo é recorte de uma tese de doutorado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, escrita pela primeira autora e orientada pelo segundo autor.

Implicaciones de la Exploración-Proposición-Resolución de Problemas en la formación inicial de Profesores de Matemáticas

Resumen: Este artículo tiene como objetivo presentar aspectos en los que la metodología Exploración-Proposición-Resolución de Problemas contribuye a la formación inicial del profesorado de Matemáticas, específicamente en la enseñanza del Álgebra. Se presentarán resultados de una investigación cualitativa, desarrollada durante el doctorado del autor, con 24 licenciados en matemáticas. La investigación demuestra que el uso de la metodología Exploración-Proposición-Resolución de Problemas en la Licenciatura en Matemáticas impacta positivamente en varios aspectos, tales como: i) la profundización de las ideas matemáticas; ii) brindar subsidios teórico-prácticos que puedan ayudar a los docentes en sus futuras prácticas; iii) la manifestación del pensamiento algebraico, entre otros. Las discusiones presentadas en este artículo enfatizan elementos que caracterizan la metodología de Exploración-Proposición-Resolución de Problemas, orientando su uso como perspectiva metodológica.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. Pensamiento Algebraico. Representaciones Múltiples del Álgebra. Metodología de la Enseñanza.

1 Introdução

A Exploração-Proposição-Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino composta por três elementos integrados, nos quais cada um que a compõe auxilia e subsidia o desenvolvimento do outro. Essa metodologia não é uma linha de pesquisa isolada ou um momento específico trabalhado em sala de aula. Sua proposta de utilização ocorre por meio de um desenvolvimento articulado de momentos de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas.

Esta pesquisa vem acrescentar aos estudos já desenvolvidos em Resolução de Problemas (Ferreira, 2017; Martins 2019; Onuchic & Allevato, 2011) a utilização dessa metodologia com ênfase na Exploração e Proposição de Problemas, reconhecidas por possibilitar ao aluno o desenvolvimento de diversos aspectos importantes no ensino-aprendizagem de Matemática. Além disso, apresenta como diferencial as características pelas quais a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui para a formação do professor de Matemática, podendo, assim, nortear outros professores na adoção dessa metodologia.

Neste artigo, discutimos aspectos relacionados à Exploração-Proposição-Resolução de Problemas no contexto da Resolução de Problemas, de forma que o leitor as reconheça como um aprofundamento dessa consagrada metodologia. Destarte, considera-se que a metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas oferece a possibilidade de ir além do problema em questão, assim como da própria Matemática, concentrando o interesse de investigação em todo o processo que envolve a Exploração, a Proposição e a Resolução de Problemas, desenvolvendo, dessa forma, novos conceitos, novas discussões, reflexões e sínteses.

Sendo assim, a resolução do problema é parte integrante do processo de investigação, mas não é o único ou o principal objetivo. Mesmo quando o problema abordado não é resolvido, o olhar do professor e/ou pesquisador deve estar voltado para todo o trabalho realizado em torno do problema e para as diversas habilidades desenvolvidas. Assim, a preocupação da Exploração de Problemas não se limita apenas a encontrar a solução do problema, mas às aprendizagens que surgem desse processo.

É de conhecimento geral que, nas práticas tradicionais de ensino de Matemática, são trabalhados problemas decorrentes de livros didáticos e/ou da *internet*, o que se trata de uma

realidade que perdura há vários anos. No entanto, essa estratégia pode ser um obstáculo para o ensino-aprendizagem de Matemática, uma vez que, na maioria das vezes, são problemas que abordam temas que não despertam o interesse dos alunos ou que não estão de acordo com o seu contexto social e/ou nível de compreensão.

Nesse contexto, ressaltamos, neste artigo, a importância de o professor refletir sobre o papel do problema no processo de ensino-aprendizagem de Matemática e de terem essa clareza na sua utilização. Como apontam Virgens e Moretti (2022), o problema deve ter o papel de elemento desencadeador, ou seja, que os professores em formação aprendam, conscientemente, a organizar o ensino considerando o problema como um elemento essencial que possibilite o desencadeamento da aprendizagem.

Diante disso, este artigo tem como objetivo apresentar aspectos em que a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui para a formação inicial do professor de Matemática, especificamente no ensino de Álgebra. Para tanto, busca-se responder à seguinte questão orientadora: De que maneira a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui para a formação inicial dos professores de Matemática no contexto do ensino de Álgebra? Além disso, busca-se contribuir com as pesquisas em Educação Matemática e práticas pedagógicas, enfatizando elementos que caracterizam a proposta de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, de modo a orientar o seu uso como perspectiva metodológica.

2 Exploração-Proposição-Resolução de Problemas como perspectiva metodológica

A Proposição de Problemas é um tema emergente em Educação Matemática que, nos últimos anos, vem ganhando proporção em termos de pesquisas e práticas educativas. Ela tem recebido destaque em documentos oficiais, como nos *Standards for Teaching Mathematics*, publicados pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991) dos Estados Unidos e em eventos internacionais, como o 15º *International Congress on Mathematical Education* (Congresso Internacional de Educação Matemática), realizado em Sydney – Austrália, no ano de 2024.

De acordo com Silver (1994), a Proposição de Problemas refere-se tanto à geração de novos problemas quanto à reformulação de determinados problemas, podendo ocorrer antes, durante ou após a resolução de um problema. O autor esclarece que a geração de problemas pode acontecer em momentos nos quais o objetivo não é a solução, mas a criação de um novo problema a partir de uma situação ou experiência. Além disso, pode surgir após a resolução de um problema específico, quando se examinam as condições do problema para propor questões relacionadas. Quando isso acontece, podemos associar à fase “retrospecto” do roteiro apresentado por Polya (1945).

Silver (1994) menciona que, quando a Proposição de Problemas se refere à reformulação de problemas, podemos associá-la à fase “Estabelecimento de um plano” (Polya, 1945). Nessa fase, quando a pessoa tenta resolver um problema e não consegue realizar uma conexão imediata, pode-se recorrer a problemas auxiliares, isto é, problemas correlatos mais acessíveis. Ou seja, a pessoa pode reelaborar o problema, dividindo-o em partes, de modo que facilite sua compreensão, buscando associações que o torne mais simples.

Em outras pesquisas desenvolvidas nessa perspectiva, a reformulação de problemas também é utilizada de modo a aprofundar o problema, tornando-o mais complexo, desafiador e coerente didaticamente (Abramovich & Cho, 2015; Crespo, 2015). Essa abordagem pode ser vista como uma extensão da heurística de resolução de problemas de Polya (1945), como sendo uma 5ª etapa do seu roteiro (Grundmeier, 2015).

Cai e Hwang (2020) referem-se à Proposição de Problemas Matemáticos utilizando o termo *Mathematical Problem Posing (MPP)*, definindo-a, de maneira simples como um processo de formular e expressar um problema dentro do domínio da Matemática. De modo mais específico, para alunos e professores, definem a Proposição de Problemas Matemáticos por meio de atividades intelectuais específicas, que serão apresentadas a seguir.

Para os alunos, significa: (a) os alunos propõem problemas matemáticos com base em determinadas situações-problema que podem incluir expressões matemáticas ou diagramas; e (b) os alunos propõem problemas reformulando aqueles já existentes. Para professores, significa: (a) os professores propõem problemas matemáticos com base em determinadas situações-problema que podem incluir expressões matemáticas ou diagramas; (b) os professores preveem os tipos de problemas que os alunos podem apresentar com base em determinadas situações-problema; (c) os professores propõem problemas alterando os já existentes; (d) os professores geram situações de Proposição de Problemas para os alunos proporem problemas; e (e) os professores propõem problemas matemáticos para os alunos resolverem (Cai & Hwang, 2020).

Para Possamai e Allevato (2023), quando os alunos estão diante de uma atividade de Proposição de Problemas para outros estudantes resolverem, eles tendem a produzir problemas de melhor qualidade. Além disso, as autoras destacam a importância desse tipo de atividade, pois possibilita que os alunos analisem, sintetizem, avaliem, explorem controvérsias e construam consenso.

Nesse sentido, acredita-se que a Proposição de Problemas fornece amplo espaço de potencialidades a serem desenvolvidas em sala de aula. Como aponta Silver (1994), ela pode oferecer um meio de conectar a Matemática aos interesses dos alunos, bem como proporcionar um espaço de discussão potencialmente rico para explorar a interação entre as dimensões cognitiva e afetiva do aprendizado matemático dos alunos.

Crespo (2015) discute que, no ano 2000, os pesquisadores começaram a se concentrar na Proposição de Problemas do professor e na forma como ela abre e fecha as oportunidades de aprendizado dos alunos. No entanto, a autora aponta que a Proposição de Problemas ainda não ganhou a mesma visibilidade que a Resolução de Problemas tem nos currículos de Matemática escolar.

Atualmente, a Proposição de Problemas ainda é considerada um campo com territórios inexplorados e que necessita de investigação. É perceptível que, em termos nacionais, há pouca produção científica nessa perspectiva. Por outro lado, há uma literatura mais vasta a nível internacional, com diversas pesquisas na área, mas ainda é consenso entre os pesquisadores que é necessário aperfeiçoar esses estudos.

De acordo com Kilpatrick (2017), a Proposição de Problemas tem chamado mais atenção nos últimos anos devido ao trabalho realizado por Ed Silver e Jinfa Cai, os quais evidenciam exemplos e consequências desse trabalho no livro *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*, publicado em 2015, pelos autores Florence Mihaela Singer, Nerida F. Ellerton e Jinfa Cai.

Para Singer, Ellerton e Cai (2013), a Proposição de Problemas é uma questão antiga. O que há de novo é o reconhecimento da necessidade de permear os sistemas de ensino em todo o mundo, tanto como um meio de ensino (destinado a envolver os alunos em atividades de aprendizado genuínas que produzem uma compreensão profunda dos conceitos e procedimentos da Matemática) quanto como um objeto de ensino (focado no desenvolvimento da proficiência dos alunos na identificação e proposição de problemas de situações não

estruturadas), com aplicações significativas na vida real.

Na China, por exemplo, estudos apontam que a Proposição de Problemas está presente nos livros didáticos de Matemática, e, conseqüentemente, nas salas de aula há 70 anos (Jia & Yao, 2021). Para chegar a essa conclusão, Jia e Yao (2021) realizaram uma análise histórica da Proposição de Problemas na área de Números e Álgebra, em seis séries de livros didáticos de Matemática da escola primária chinesa, publicados entre os anos 1950 e 2010.

Contudo, Jia e Yao (2021) identificaram que, embora a Proposição de Problemas tenha se tornado mais importante na Educação Matemática na China ao longo dos últimos 70 anos, conforme o nível de escolaridade aumenta, o número de tarefas de Proposição de Problemas diminui nos livros didáticos. Diante disso, os autores sugerem o aumento do número de tarefas e apontam a necessidade de estudos futuros que investiguem a evolução das pesquisas em Proposição de Problemas ao longo dos anos.

No Brasil, temos algumas pesquisas a nível de Mestrado, desenvolvidas na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), que direcionam forte atenção ao trabalho com a Proposição de Problemas (Martins, 2019; Silva, 2021; Silveira, 2016; Sousa, 2021). Esses trabalhos explicitam, a partir da sua vivência/experiência no âmbito do desenvolvimento da pesquisa, como acontece o processo de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas dentro do cotidiano da sala de aula.

Todas essas pesquisas são orientadas pelo professor Silvanio de Andrade, o qual explica que essa perspectiva compreende tanto a Resolução de Problemas quanto a Proposição de Problemas. Andrade (2017) intitula essa proposta, originalmente, como *Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas*, mas, de forma prática, o autor tem utilizado o termo *Exploração de Problemas* ou *Exploração-Proposição-Resolução de Problemas*.

Na proposição de problemas, a exploração de problemas é vista como uma caixa de ferramentas que possibilita e avança o trabalho de proposição de problemas. Por sua vez, a proposição de problemas é também uma caixa de ferramenta que operacionaliza e avança o trabalho com a exploração de problemas. Da mesma forma é a resolução de problemas no contexto deste trabalho (Andrade, 2017, p. 388).

Dessa forma, percebe-se a conexão entre a Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, a qual Andrade (2017) aponta a necessidade de utilizar um hífen nesse movimento, para melhor expressar essa conexão, resultando em Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. A utilização dessa palavra composta vai além da escrita, indo ao encontro do que Martins e Andrade (2023) discutem quando mencionam a indissociabilidade entre a Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Embora em algum momento alguma atividade emergja mais do que as outras, não há a possibilidade de separá-las em um trabalho de sala de aula, pois elas se complementam.

A Exploração-Proposição-Resolução de Problemas é compreendida, neste trabalho, como uma metodologia orientadora, a qual tem o problema como o ponto de partida e considera a sala de aula enquanto um espaço aberto e propício para a aprendizagem colaborativa. Baseia-se em aspectos relacionados à metodologia de Resolução de Problemas, sugerindo um aprofundamento dessa prática pedagógica.

Em âmbito nacional e internacional, há um consenso de que o problema é o ponto de partida para o processo de ensino-aprendizagem via/por meio da Resolução de Problema. Da mesma forma, na proposta Exploração-Proposição-Resolução, o problema é o ponto de partida,

mas também o ponto de chegada. É considerado, de forma aprofundada, como o eixo norteador que desencadeia o processo de ensino-aprendizagem.

Andrade (2017) explica que essa proposta, que é assumida como uma metodologia de ensino, está situada na linha de pesquisa de Resolução de Problemas, assim, não busca contrapô-la. Contudo, sinaliza que, em muitos casos, a Resolução de Problemas limita-se à busca da solução, o que não é o caso da Exploração de Problemas, que se interessa pela solução, mas abrange também outros aspectos.

Nesse contexto, salientamos que a Exploração de Problemas sugere um aprofundamento da metodologia de Resolução de Problemas, indo além da solução do problema, contemplando a discussão, o desenvolvimento e o aprofundamento de conceitos matemáticos, por meio do movimento de explorar, propor e resolver problemas. Além disso, Andrade (2017) menciona que, além de conceitos matemáticos, a Exploração de Problemas abrange questões de natureza sócio-político-cultural, da Educação em geral e da Educação Matemática em particular, em que a sala de aula é observada em toda sua multicontextualidade.

Andrade (2017) aponta que, em todas as pesquisas orientadas por ele e que utilizam a perspectiva da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, a Proposição de Problemas parece ser a ferramenta mais difícil de ser trabalhada e desenvolvida nos alunos, e que ela só é desenvolvida após um período intenso de trabalho em sala de aula. Para o autor, “isso advém de uma prática de sala de aula que tem sido concentrada apenas na resolução de problemas oriunda de problemas propostos exclusivamente pelo professor e nunca pelos alunos” (Andrade, 2017, p. 388).

Isso também foi percebido em nossa pesquisa de Mestrado (Martins, 2019), desenvolvida com licenciandos em Matemática. Na ocasião, foi realizada uma pesquisa qualitativa, na modalidade pesquisa pedagógica (Lankshear & Knobel, 2008), por meio de uma oficina, em uma turma do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática, na qual a professora era a própria pesquisadora.

No decorrer das atividades realizadas na referida pesquisa (Martins, 2019), percebemos que os licenciandos, os quais, de início, tinham apenas conhecimentos teóricos, passaram a compreender e incorporar a Exploração e Proposição de Problemas ao trabalho com Resolução de Problemas. Contudo, ficou evidente que a etapa de Proposição de Problemas sempre era a fase mais difícil de ser trabalhada, sobretudo nas primeiras atividades da pesquisa. De acordo com as observações e as falas dos alunos, isso aconteceu porque eles não estavam habituados a elaborar seus próprios problemas, mas apenas a resolvê-los.

Indo além do que foi discutido na pesquisa de Mestrado, podemos associar essa justificativa dos alunos à fala de Paulo Freire no diálogo com Antônio Faundez, quando destaca que “no ensino esqueceram-se das perguntas, tanto o professor como o aluno esqueceram-nas, e no meu entender todo conhecimento começa pela pergunta” (Freire & Faundez, 2011, p. 67). Nessa discussão, podemos afirmar que, assim como o ato de perguntar foi esquecido, consideramos que o ato de propor problemas também foi. Embora a Proposição de Problemas possibilite diversos aspectos importantes para a aprendizagem de Matemática, essa prática não tem encontrado espaço nas salas de aula, seja por parte do professor ou do aluno.

O diálogo entre Freire e Faundez (2011) propicia uma discussão sobre as questões relativas à criticidade, que também têm sido valorizadas na utilização da metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. Além disso, nesse diálogo, Freire e Faundez (2011) apontam questões que valorizam a autonomia do aluno, a importância de trabalhar com eles, e não para ou sobre eles, assim como a oportunidade de o professor aprender em seu

próprio processo de ensinar.

Nesse sentido, muitas reflexões e questionamentos podem ser levantados, pois, embora a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas seja uma metodologia que contribui em diversos aspectos – seja no trabalho do professor e/ou na aprendizagem do aluno –, aparenta-se que ela ainda está distante da sala de aula nos dias atuais. Haja vista que ainda é comum encontrarmos práticas engessadas, nas quais o aluno espera o professor dizer o que fazer, como fazer e quando fazer e não tem espaço para questionamentos voltados para o porquê fazer.

Assim, pode-se afirmar que a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas é vista como uma ruptura desse modelo de ensino, pois o cenário de sala de aula que utiliza essa metodologia é um cenário aberto – embora não solto, colaborativo e participativo. Como afirma Crespo (2015), o ensino da Matemática por meio da Proposição de Problemas oferece aos alunos a oportunidade de se tornarem produtores de conhecimento, não apenas destinatários de conteúdos já conhecidos.

É nesse contexto que compreendemos o cenário de uma sala de aula utilizando a metodologia da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, que compartilha a autoridade matemática com o professor e alunos, possibilitando o diálogo professor-aluno e aluno-aluno. Nesse cenário, o professor mantém o papel de mediador, mas deixa o espaço da sala de aula livre para que o aluno realize suas investigações, discussões e descobertas.

Talvez, a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas ainda não seja uma prática comum em sala de aula pelo fato de conduzir o professor a fazer uma transição de sua *zona de conforto* para a *zona de risco*. Para esclarecer nossa colocação sobre esses dois termos, corroboramos as concepções de Penteadó (2000), que compreende a *zona de conforto* como “a dimensão da prática docente em que estão presentes a previsibilidade e o controle” (Penteadó, 2000, p. 32). Já a *zona de risco* é considerada como uma dimensão que é caracterizada pela incerteza, flexibilidade e surpresa.

Essas definições apresentadas pela autora representam, fortemente, o cenário de sala de aula no trabalho com a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, uma vez que, neste trabalho, o professor não consegue prever o que está por vir, contudo, precisa estar preparado para lidar com as situações porvindouras, seja a nível de conteúdo matemático ou de outros contextos que um problema possa abranger.

3 Contexto da pesquisa e aspectos metodológicos

Para a realização desta pesquisa, optamos por um estudo qualitativo, uma vez que este tipo de investigação pode oferecer maiores possibilidades de compreensão do fenômeno em questão. De acordo com Yin (2016), a pesquisa qualitativa apresenta uma grande variedade de orientações, bem como de escolhas metodológicas. Assim, a partir do tipo selecionado, utilizamos a modalidade de pesquisa pedagógica (Lankshear & Knobel, 2008).

A pesquisa pedagógica foi desenvolvida com 24 alunos matriculados na disciplina *Introdução à Modelagem em Educação Matemática*, do curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, Campus Patos, na Paraíba, sendo que a professora titular da disciplina é a própria pesquisadora. A referida disciplina é obrigatória e integra os componentes básicos específicos do curso, com uma carga horária de 60 horas. Ademais, é ofertada aos alunos do 7º período do curso de Licenciatura em Matemática.

A pesquisa qualitativa na modalidade pesquisa pedagógica não se limita à busca por algo que funcione, mas procura compreender o motivo pelo qual isso funciona, como funciona, em quais contextos pode ou não ter êxito e quais adaptações são necessárias para obter um bom

resultado em outras circunstâncias (Lankshear & Knobel, 2008). Dessa forma, escolhemos esse tipo de pesquisa por acreditar que ela atende ao nosso objetivo, uma vez que consideramos que a sala de aula do curso de formação de professores de Matemática é um espaço adequado para essa discussão e compreensão acerca da perspectiva da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.

Para fins éticos, solicitamos a autorização do coordenador do curso para o desenvolvimento da pesquisa, o qual, via assinatura de um termo de autorização, mostrou-se de acordo e se colocou à disposição para o que fosse necessário. Além disso, obtivemos a autorização dos licenciandos para a participação na pesquisa por meio de um termo, permitindo a utilização e divulgação dos dados obtidos, preservando as suas identidades. Os licenciandos se mostraram interessados e entusiasmados para conhecer a proposta. Os referidos termos foram anexados ao projeto submetido ao Comitê de Ética da UEPB, que analisou e emitiu parecer favorável ao desenvolvimento da pesquisa.

Vale ressaltar que, para garantir a preservação da identidade dos licenciandos, em momento algum utilizaremos os seus nomes verdadeiros, sendo que suas identidades serão substituídas pelos códigos A1, A2, ..., A24. Essa substituição será feita de acordo com a ordem alfabética da lista de presença, de modo que, em todas as atividades, serão utilizados o mesmo código para cada participante.

O nosso principal instrumento de coleta de dados foi o desenvolvimento de uma Unidade Temática intitulada *Exploração-Proposição-Resolução de Problemas: implicações para a sala de aula de Matemática*, na disciplina *Introdução à Modelagem em Educação Matemática*. É importante salientar que a ementa da disciplina contempla a discussão sobre a relação entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, bem como o desenvolvimento de atividades voltadas para a sala de aula da Educação Básica, visando desenvolver uma prática de pesquisa articulada ao ensino. Portanto, a realização dessa Unidade Temática não comprometeu o cumprimento da ementa, ao contrário, permitiu um aprofundamento das atividades de Modelagem Matemática, integrando-as à perspectiva de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.

A Unidade Temática *Exploração-Proposição-Resolução de Problemas: implicações para a sala de aula de Matemática* foi composta por 15 encontros de 2 horas, com uma carga horária total de 30 horas. O Quadro 1, a seguir, apresenta o detalhamento das atividades dessa unidade, destacando o objetivo e a carga horária para cada uma das atividades.

Quadro 1: Planejamento do Produto Educacional

Descrição da aula	Objetivo	Carga horária
Atividade 1: A compra de batatas	- Discutir ideias de Álgebra e possibilitar a transição entre as representações múltiplas de Álgebra por meio da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.	2h
Atividade 2: Chocolates e ovos de Páscoa	- Utilizar conceitos matemáticos como ferramenta para compreender, analisar e discutir questões do cotidiano, buscando estimular o pensamento crítico-reflexivo.	4h
Atividade 3: Adivinhando pensamentos	- Estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.	4h
Atividade 4: Os degraus da escada	- Potencializar o aprofundamento das ideias de Álgebra por meio da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.	4h

Aula: “Problema: compreensões e discussões”	- Proporcionar discussão teórico-prática sobre as compreensões de problema e aspectos relacionados à coerência didática na proposição de problemas.	2h
Atividade 5: Reformulação de Problemas	- Avaliar problemas propostos pelos licenciandos e reformulá-los utilizando as compreensões de problema e os conceitos de coerência didática.	2h
Atividade 6: Propondo problemas	- Refletir sobre as habilidades dos futuros professores em propor e explorar problemas.	4h
Experiências práticas: Oficinas	- Avaliar o desenvolvimento dos alunos e, assim, contribuir para o aprimoramento da utilização da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas no ensino de Matemática.	8h

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

A Unidade Temática foi organizada dessa forma visando proporcionar, nas quatro primeiras atividades, experiências práticas da metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, permitindo a discussão, o desenvolvimento e o aprofundamento dos conceitos de Álgebra. A partir dessas experiências, foi proposto um aprofundamento teórico da utilização dessa metodologia por meio de leituras individuais, realizadas de maneira assíncrona, e discussões coletivas, desenvolvidas em sala de aula.

Em seguida, na segunda parte do curso, foram realizadas mais duas atividades práticas, conduzidas pela professora-pesquisadora, visando incentivar a Proposição e a Exploração de Problemas pelos licenciandos, após discussões teóricas. Essas atividades permitiram uma avaliação e reflexão sobre as habilidades em propor e explorar problemas. Por fim, foram realizadas oficinas conduzidas pelos alunos do curso, para que eles colocassem em prática os conceitos aprendidos durante a unidade.

As atividades foram estruturadas com base na perspectiva teórica da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas (Andrade, 2017). Essa abordagem tem como característica principal, inicialmente, a experiência prática e, somente depois, a formalização do conceito. Dessa forma, consideramos fundamental que os participantes do curso estivessem familiarizados com a proposta por meio das atividades práticas, conhecessem os aspectos teóricos por meio das leituras e discussões, retornassem à discussão dos aspectos práticos e, finalmente, tivessem a possibilidade e a autonomia de experimentar uma atividade prática fundamentada.

Apresentaremos dados referentes ao primeiro encontro da Unidade Temática e discutiremos os dados levantados, visando alcançar o objetivo deste artigo, que consiste em apresentar aspectos nos quais a Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui para a formação inicial do professor de Matemática, especificamente no ensino de Álgebra.

4 Análises e discussões dos resultados

A seguir, apresentaremos as análises e as discussões da atividade *A compra de batatas*, desenvolvida no primeiro encontro da Unidade Temática, que contou com a presença de 21 alunos, e teve duração de 2 horas. O objetivo dessa atividade foi discutir ideias de Álgebra e possibilitar a transição entre as representações múltiplas por meio da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.

Após realizar a leitura conjunta da atividade, os alunos foram convidados a explorar a situação apresentada e expor suas descobertas e curiosidades na forma de um ou mais problemas. Essa fase de exploração durou aproximadamente 50 minutos. Nesse momento, os

alunos demonstraram certo estranhamento, pois ainda não tinham participado de uma atividade nesse formato, e fizeram alguns questionamentos, tais como: “Como assim, explorar?”; “A gente que deve escrever o problema?”; “Pode ser qualquer problema?”; “Precisamos resolver o problema proposto?”; entre outros. Então, a professora-pesquisadora explicou que eles deveriam refletir sobre a situação dada, analisar, investigar e tentar explicá-la, mas todas as descobertas feitas deveriam ser expostas na forma de um ou mais problemas.

Quadro 2: Atividade utilizada na pesquisa

Atividade 1: A compra de batatas

“Na loja da esquina do meu quarteirão, cada quilo de batata custa 3 reais. No mercado atacadista, que fica no centro da cidade, longe de casa, cada quilo de batata custa 2 reais, mas tenho que gastar 5 reais em passagens de ônibus para ir lá e voltar”. Explore a situação apresentada e exponha suas descobertas e curiosidades em forma de um ou mais problemas.

Fonte: Problemas traduzido e adaptado de Malaspina, Torres e Ruvio (2019)

Destacamos que a Proposição de Problemas teve como ponto de partida uma atividade de Exploração de Problemas. Em geral, como apontam Cai *et al.* (2015), no trabalho com a Proposição de Problemas, os pesquisadores indicam uma situação-problema e pedem aos alunos que proponham questões que possam ser resolvidas com base nas informações fornecidas na situação. Essas situações-problema podem variar, apresentando ideias estruturadas ou contextos mais abertos, como aconteceu em outras atividades que foram trabalhadas em nossa Unidade Temática e que são discutidas na tese de doutorado (em andamento) da autora.

Assim, os alunos propuseram os seus problemas e, em seguida, fizeram a apresentação. A professora-pesquisadora os organizou na lousa em forma de categorias, como podemos ver no Quadro 3, a seguir. De maneira geral, as categorias foram criadas no decorrer da apresentação dos problemas propostos pelos alunos. Cada vez que um problema apresentava uma nova variável a ser explorada, uma nova categoria era criada.

Essa organização foi uma estratégia utilizada na tentativa de minimizar uma dificuldade comum no trabalho com a Exploração de Problemas, que é, precisamente, considerar todos os problemas apresentados pelos alunos. Em muitos casos, essa tarefa torna-se inviável devido à limitação de tempo e à quantidade de problemas propostos. Sendo assim, organizar os problemas que abordavam temas semelhantes em categorias, nos permitiu considerar o maior número possível de problemas ao longo da exploração. Isso foi possível porque, ao categorizar, conseguimos contemplar um ou mais problemas ao resolver somente um, o que também nos permitiu aprofundar a discussão e aumentar a participação de todos os alunos.

Cai *et al.* (2015) destacam a importância desse momento de Exploração de Problemas, uma vez que, embora alunos e professores sejam capazes de propor problemas matematicamente corretos, eles nem sempre são de alta qualidade. Assim, o momento de Exploração de Problemas pode colaborar no desenvolvimento das habilidades de proposição de problemas dos alunos.

Na maioria dos problemas propostos, os licenciandos destacaram uma questão que considerada intrínseca à situação: “Até que ponto seria mais vantajoso comprar no quarteirão ou no centro da cidade?”. A leitura da situação original, de fato, desperta a curiosidade de investigar e comparar os valores para descobrir até que ponto seria vantajoso comprar em cada estabelecimento.

Quadro 3: Problemas propostos na atividade 1 organizados em categorias

- Até que ponto seria mais vantajoso comprar no quarteirão ou no centro da cidade;
- Quanto economizaria em cada lugar comprando 2kg, 4kg, 5kg, acima de 5kg e 20 kg;
- Se não houvesse a necessidade de pagar a passagem ou se ela custasse a metade do preço;
- A representação algébrica de cada opção;
- Comprando a batata e um segundo produto;
- Se no mercado a batata passasse a custar R\$ 4,00;
- Tendo o valor de R\$ 25,00, onde seria mais vantajoso.

Fonte: Dados da pesquisa

Dessa forma, a Resolução de Problemas via Exploração de Problemas foi iniciada por esse problema. A professora-pesquisadora solicitou que um licenciado ou licencianda fosse até a lousa para responder o problema em questão. Uma licencianda se dispôs a iniciar a resolução e, para isso, propôs a elaboração de uma tabela de valores, para que fosse possível acompanhar e comparar em qual lugar seria mais vantajoso comprar. Ela organizou os dados em uma tabela, como podemos ver a seguir (Tabela 1).

Tabela 1: Valores das batatas no mercado da esquina e no atacadão

Esquina	Valor	Atacadão	Valor
1 kg	3,00	1 kg	7,00
2 kg	6,00	2 kg	9,00
3 kg	9,00	3 kg	11,00
4 kg	12,00	4 kg	13,00
5 kg	15,00	5 kg	15,00
6 kg	18,00	6 kg	17,00

Fonte: Dados da pesquisa

Os dados apresentados na tabela demonstram que, matematicamente, se comprar menos de 5 kg de batatas seria vantajoso na esquina do quarteirão. Para 5 kg, não teria diferença, uma vez que seria o mesmo valor nos dois locais. Já se comprasse uma quantidade acima de 5 kg, seria vantajoso adquirir no mercado atacadista. A Tabela 1 foi elaborada pela pesquisadora como uma forma de transcrever a tabela organizada na lousa.

A partir dessa resolução, surgiram diversos questionamentos e caminhos de exploração, possibilitando uma discussão mais aprofundada em termos matemáticos, mas também em questões sociais. Andrade (2017) ressalta essa possibilidade ao mencionar que, além de conceitos matemáticos, a Exploração de Problemas abrange questões socioculturais, educacionais e matemáticas, considerando a sala de aula em sua multicontextualidade.

Em termos de conceitos matemáticos, dois licenciandos mencionaram a importância de representar a situação algebricamente, de modo a permitir uma representação concisa da situação, sem a necessidade de calcular cada caso individualmente. Nesse contexto, A3 afirmou que poderia comparar as duas funções e encontrar o ponto de interseção entre elas, pois, traduzindo a situação para a representação algébrica, era exatamente o que estariam investigando.

Nessa discussão, os licenciandos mencionaram que poderiam representar as situações por meio de duas funções. Para representar a venda de batatas na esquina do quarteirão, poderiam utilizar a função $f(x) = 3x$, na qual x representa a quantidade de quilos de batatas e $f(x)$ o valor a ser pago. Já para representar a venda de batatas no mercado atacadista, poderiam utilizar a função $g(x) = 2x + 5$, em que x representa a quantidade de quilos de batatas, a constante 5 o valor gasto em passagens e $g(x)$ o valor a ser pago.

Igualando as duas funções apresentadas, temos:

$$3x = 2x + 5$$

$$x = 5$$

Logo, 5 é o ponto de interseção entre as duas funções.

Essa discussão sobre igualar as duas funções foi retomada na discussão final da atividade, na qual os licenciandos mencionaram que, se buscassem um problema da vida real para representar a interseção de duas funções, seria improvável encontrar uma situação tão clara e coerente para expressar a igualdade, como a que o problema proporcionou. A análise dessa observação dos licenciandos demonstra que o trabalho com a Exploração de Problemas na formação de professores pode enriquecer suas experiências com problemas, permitindo que aprimorem o seu conhecimento sobre as ideias matemáticas em cada problema abordado.

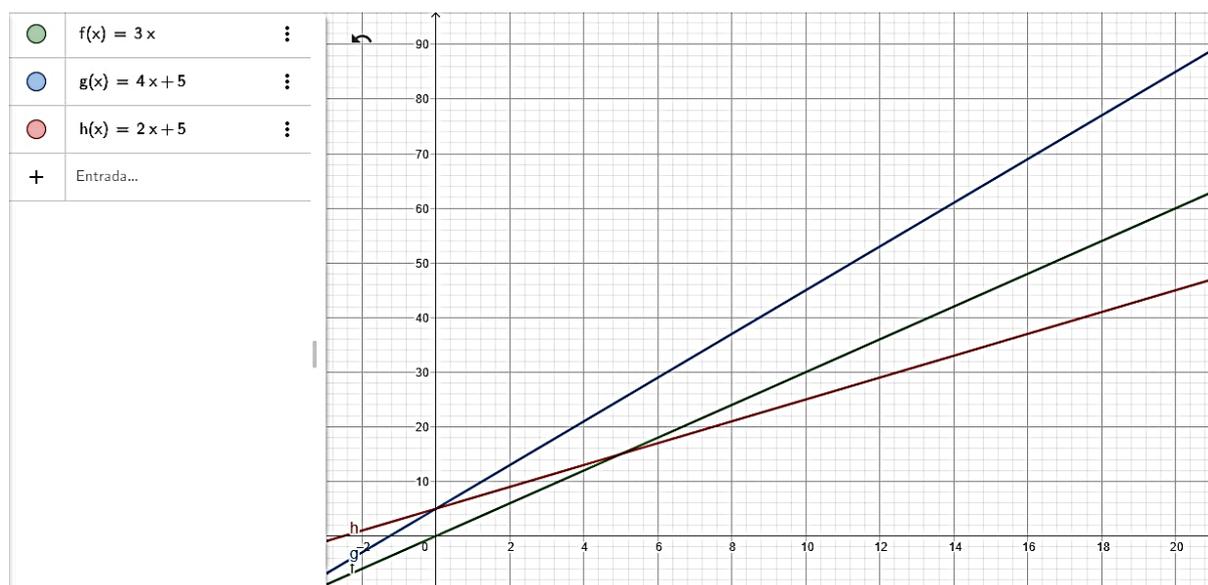
Além disso, destacamos a importância da utilização das Representações Múltiplas de Álgebra para possibilitar uma maior compreensão das ideias algébricas. Salientamos que transitar por essas representações é fundamental, pois, como destacam Friedlander e Tabach (2001), nenhuma delas, isoladamente, é capaz de abranger a totalidade de um conceito, uma vez que, apesar de suas inúmeras vantagens, elas também apresentam limitações.

Na utilização dessa representação algébrica, podemos destacar as potencialidades apontadas por Friedlander e Tabach (2001), que a consideram concisa, geral e efetiva na apresentação de padrões e modelos matemáticos. Contudo, também podemos ressaltar a limitação apresentada pelos autores, os quais afirmam que o uso exclusivo de símbolos (em qualquer estágio de aprendizagem) pode dificultar o significado matemático ou a natureza dos objetos representados, causando dificuldades na interpretação dos seus resultados.

Baseado nisso, para aprofundar essa discussão, a professora-pesquisadora questionou: “Se no mercado atacadista o quilo da batata custasse R\$ 4,00, em algum momento, a compra compensaria?” Enquanto os licenciandos investigavam a situação proposta, a pesquisadora também questionou se haveria outra forma de representar essa interseção, de modo que ficasse mais claro em qual local seria vantajoso realizar a compra das batatas. Assim, diante dessa pergunta, A8 mencionou que poderia elaborar uma representação gráfica, que, na sua opinião, permitiria uma visualização mais completa da situação, como podemos ver na Figura 1.

Como destacado por Friedlander e Tabach (2001), a representação gráfica é eficaz em fornecer uma imagem clara de uma função real estimada de uma variável real. Além disso, os gráficos são intuitivos e atraentes para aqueles que preferem uma abordagem visual. Contudo, essa representação não foi algo imediato para todos os licenciandos da turma, tanto que apenas dois deles conseguiram realizar a representação sem nenhuma interferência. À medida que os licenciandos foram elaborando suas representações gráficas e a professora-pesquisadora fazendo suas provocações, os outros alunos compreenderam a proposta e buscaram meios para elaborar sua representação gráfica.

Figura 1: Representação gráfica das funções



Fonte: Dados da pesquisa

Salientamos que nem sempre a representação gráfica é um recurso indispensável. Como mencionam Friedlander e Tabach (2001), uma das suas limitações é que a sua utilidade como ferramenta matemática pode variar conforme a tarefa em questão. Contudo, nessa atividade, a representação gráfica foi fundamental para que os alunos pudessem se concentrar mais no domínio, contradomínio e imagem das funções representadas.

Assim, ao apresentar a representação gráfica exposta na Figura 1, a professora-pesquisadora colocou o seguinte questionamento: “Esse gráfico representa, de fato, a situação da venda de batatas?” A partir disso, sucedeu o seguinte diálogo:

Quadro 4: Diálogo registrado durante a atividade

- A8:** Na minha opinião, sim. Pois representei as três funções encontradas.
- PP:** Isso mesmo. Ao analisar o gráfico, quais conclusões podemos retirar do problema?
- A15:** Podemos perceber que a reta da função $y=4x+5$ jamais interceptará as outras duas retas. Ou seja, em nenhum momento compensará comprar a batata a 4,00 reais o quilo.
- PP:** O que mais podemos observar?
- A8:** Podemos observar as retas se interceptando no 5, que foi o que discutimos, que era quando tanto fazia comprar em um lugar ou em outro.
- PP:** O que mais podemos observar?
- (silêncio)
- PP:** Eu tenho uma observação! Temos duas retas que interceptam o eixo y no ponto 5 e uma reta que passa pela origem. O que isso significa?
- A22:** Significa que se eu for no atacadão e não gostar das batatas que têm lá ou se elas estiverem em falta, mesmo assim eu vou sair no prejuízo, porque vou precisar pagar a passagem (risos).
- PP:** Ótima observação, então isso quer dizer que faz sentido considerarmos $x=0$, né isso? Mas, agora eu questiono pra vocês, faz sentido eu considerar $x=-1$?
- A8:** Ahhh! Eu não me toquei nisso antes. Não faz sentido, não tem como eu comprar -1 quilo de batata.

Fonte: Dados da pesquisa

Com esse diálogo, a professora-pesquisadora buscou direcionar o questionamento para a discussão das ideias de funções relacionadas a domínio, contradomínio e imagem de uma

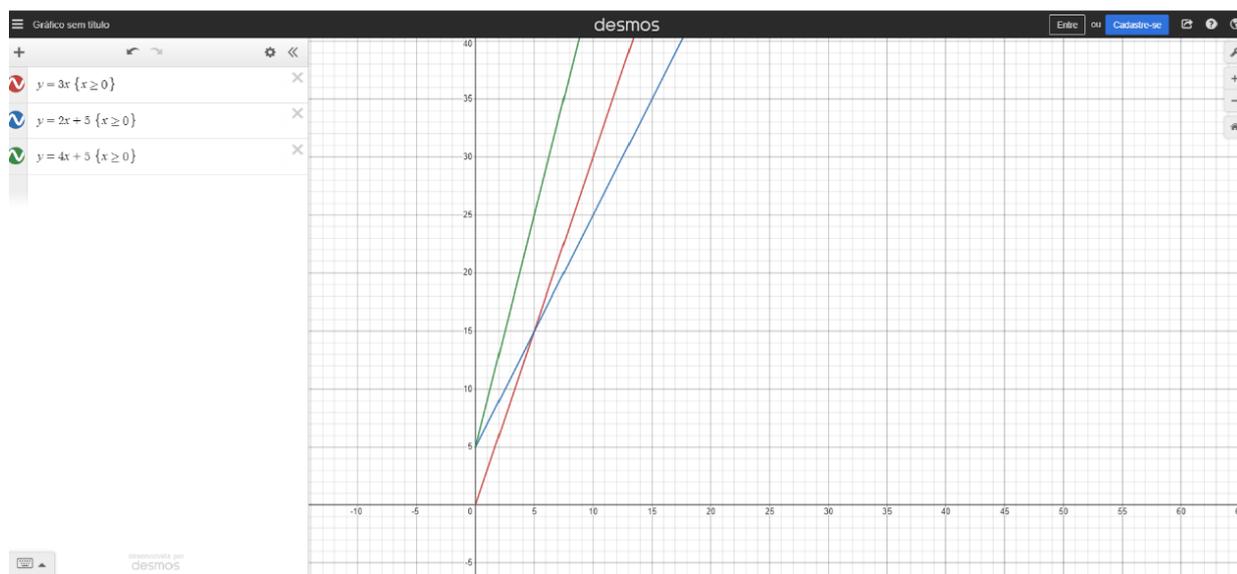
função. Foi discutido que as funções encontradas para modelar os três casos de aquisição de batatas não estavam definidas para os valores $x < 0$, uma vez que não faria sentido representar quantidades negativas de quilos de batatas. Assim, as funções foram representadas da seguinte forma:

- $f(x) = 3x$, em que $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$
- $g(x) = 2x + 5$ em que $D(g) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 5\}$
- $h(x) = 4x + 5$ em que $D(h) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ e $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 5\}$

Com esse diálogo, percebemos o quanto as representações verbal, numérica e gráfica colaboraram para uma representação algébrica concisa e coerente com a situação apresentada. A transição entre essas representações é de suma importância, pois, como aponta Martins (2019), ela favorece uma aprendizagem mais aprofundada e, conseqüentemente, a manifestação do pensamento algébrico.

A partir dessa discussão, a professora-pesquisadora propôs a elaboração da representação gráfica das funções, levando em consideração os valores para os quais as funções estavam definidas. Diante disso, A19 utilizou a calculadora gráfica Desmos e representou as funções da seguinte forma (Figura 2):

Figura 2: Representação gráfica das três funções que simbolizam os três casos da compra de batatas



Fonte: Dados da pesquisa

Grande parte dos licenciandos representou as funções utilizando o *software* GeoGebra e a calculadora gráfica Desmos, como apresentado nas figuras 1 e 2.

Como mencionado anteriormente, a Exploração de Problemas possibilitou uma discussão com aprofundamento matemático, além de permitir adentrar em questões de natureza social. Trazendo essa discussão à baila, mencionamos alguns pontos importantes que foram destacados pelos alunos, como ressaltado no diálogo do quadro 5.

No contexto dessa discussão, foram mencionadas questões importantes, como a geração de emprego e de renda no bairro e ações para minimizar as pessoas em situação de vulnerabilidade social causada pelo desemprego. Esse foi um ponto muito tocante durante a pandemia, quando as pessoas ficaram, muitas vezes, impedidas de se deslocar para a aquisição de materiais e recorriam aos locais mais próximos que adotaram a opção de *delivery*.

Quadro 5: Diálogo registrado durante a atividade

A12: Estamos olhando muito para os números, mas não podemos esquecer que é uma situação da vida real. Embora comprando 6 kg seja mais vantajoso comprar no atacadão, podemos pensar até que ponto isso é mais vantajoso? Mesmo economizando 1 real, tem o tempo, que provavelmente será maior e o desgaste físico do deslocamento. Será que é mesmo mais vantajoso?

A13: Além disso, comprando no quarteirão, estamos valorizando o comércio local e essa valorização pode nos trazer um retorno.

A20: Outra coisa importante é pensar o seguinte: se for pra uma ocasião em que necessite uma quantidade maior de batatas, seria mais interessante ir ao atacadão, pois lá, poderia também comprar outros itens necessários. Mas, pra o consumo diário, talvez não tivesse a necessidade de comprar tanta batata, pois elas podem estragar com o tempo.

Fonte: Dados da pesquisa

Além disso, discutiu-se sobre a relevância de ser um consumidor consciente, capaz de analisar todas as vertentes que influenciam no preço final, julgar a quantidade ideal a ser comprada e o valor justo a ser pago. Também foi abordada a agricultura familiar, questionando: “Por quanto o pequeno agricultor vende as batatas para o mercado atacadista?”; “Quem ganha mais com a venda: o mercado atacadista, o produtor rural ou o mercado do quarteirão?”

Após o momento da Exploração de Problemas, foi realizada uma discussão sobre a atividade desenvolvida. A pesquisadora buscava um *feedback*, para compreender como a atividade da compra de batatas, desenvolvida na perspectiva da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, contribuiu para a formação dos futuros professores.

De acordo com a discussão, foi perceptível o envolvimento dos licenciandos com a metodologia. Foi citado, por exemplo, o quanto o contexto de um problema possibilita a compreensão dos conceitos, como aconteceu no caso da intersecção das duas retas, que representava o momento em que 5 quilos de batatas custavam o mesmo valor, tanto no mercado no quarteirão quanto no mercado atacadista. Além disso, outros aspectos foram mencionados, como a importância de discutir contextos reais a partir da Matemática.

Com essa atividade, pôde-se concluir que a apresentação de uma situação para que os alunos formulassem problemas permitiu que cada um utilizasse as suas experiências e seus conhecimentos prévios para fundamentar sua Proposição de Problemas. A socialização desses problemas permite que todos os licenciandos presentes na discussão adentrassem no contexto do outro e aprendessem aspectos que, somente com as suas experiências, não seriam possíveis de perceber.

Além disso, foi notável como a criatividade é algo particular e surpreendente. A cada problema proposto, abordando uma variável diferente, os licenciandos esboçaram reações questionando “Como eu não pensei nisso?”. Isso ficou evidente quando A22, de acordo com a organização das cadeiras da sala, foi o último aluno a apresentar o problema proposto: “Com R\$ 25,00, quantos kg de batata compraria no seu quarteirão? E no centro?”. Em muitos dos problemas, os licenciandos focaram em encontrar o $f(x)$, mas não pensaram na função inversa, que foi o caso desse problema.

Por meio dessa atividade, destacamos que outras ideias matemáticas podem ser trabalhadas, como: frações, proporções, equações lineares, funções lineares, sistemas lineares, entre outras. Contudo, nosso objetivo foi discutir ideias de função afim e possibilitar a transição entre as representações múltiplas de Álgebra a partir da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas.

5 Considerações Finais

O trabalho com a metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, especialmente na formação inicial de professores, demanda uma clara compreensão dos diferentes papéis envolvidos nesse processo: do professor, do aluno e do próprio problema. Destacamos a importância de o professor reconhecer o papel central do problema, pois é por meio dele que a aprendizagem da Matemática se efetiva.

Portanto, enfatizamos a relevância do trabalho com a metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas na formação inicial de professores. Essa abordagem não apenas proporciona uma base teórica, mas uma prática fundamentada que pode auxiliar as suas futuras práticas docentes. A proposta de atividades que se baseiam na Exploração-Proposição-Resolução de Problemas é uma forma de desenvolver o conhecimento relacionado ao conteúdo matemático, ao conhecimento pedagógico do conteúdo, à educação, aos contextos sócio-políticos-culturais, entre outros.

Contudo, ao ressaltarmos sobre o trabalho com essa proposta metodológica, não nos referimos a um trabalho puramente teórico. É fundamental que os futuros professores tenham a oportunidade de vivenciar e experimentar intensivamente essa metodologia em situações reais de sala de aula, embasando sua prática nos fundamentos teóricos. A implementação da metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas contribui significativamente para o aprimoramento do desempenho dos alunos na resolução de problemas matemáticos e no aprofundamento de conceitos. A prática da metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas possibilita um melhor desempenho no ato de explorar, propor e resolver problemas e no desenvolvimento e aprofundamento de conceitos matemáticos.

Adicionalmente, destacamos a importância de aliar a metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas às Representações Múltiplas de Álgebra, de modo a promover a manifestação do pensamento algébrico e o aprofundamento nas ideias de Álgebra. Porém, é crucial ressaltar que o simples desenvolvimento de atividades nessa perspectiva não garante a transição natural entre as representações; a mediação do professor continua sendo essencial para facilitar essa transição.

Como destacado ao longo do nosso referencial, ainda existem alguns campos inexplorados na Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. Portanto, como sugestão para estudos futuros, propomos a realização de pesquisas que empreguem essa metodologia na formação continuada de professores em exercício, bem como em alunos da Educação Básica.

Referências

- Abramovich, S. & Cho, E. K. (2015). Using digital technology for mathematical problem posing. In: F. M. Singer; N. F. Ellerton & J. Cai. (Org.). *Mathematical problem posing: from Research to Effective Practice*. (pp. 71-102). Springer.
- Andrade, S. (2017). Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemáticos no cotidiano da sala de aula. In: L. R. Onuchic; L. C. Leal Junior & M. Pironel. (Org.). *Perspectivas para resolução de problemas*. (pp. 355-396). São Paulo, SP: Editora Livraria da Física.
- Cai, J. & Hwang, S. (2020). Learning to teach through Mathematical Problem Posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-8.
- Cai, J.; Hwang, S.; Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics

- education: some answered and unanswered questions. In: F. M. Singer; N. F. Ellerton & J. Cai. (Org.). *Mathematical problem posing: from research to effective practice*. (pp. 3-34). Springer.
- Crespo, S. A. (2015). Collection of problem-posing experiences for prospective mathematics teachers that make a difference. In: F. M. Singer; N. F. Ellerton & J. Cai. (Org.). *Mathematical problem posing: from Research to Effective Practice*. (pp. 493-511). Springer.
- Ferreira, N. C. (2017). *Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, e suas contribuições para a formação inicial de professores de matemática*. 2017. 283 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Freire, P. & Faundez, A. (2011). *Por uma pedagogia da pergunta*. (7. ed.). São Paulo, SP: Paz e Terra.
- Friedlander, A. & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In: A. A. Cuoco (Ed.). *The roles of representation in school mathematics*. (pp. 173-185). The Council.
- Grundmeier, T. A. (2015). Developing the problem-posing abilities of prospective elementary and middle school teachers. In: F. M. Singer; N. F. Ellerton & J. Cai. (Org.). *Mathematical problem posing: from Research to Effective Practice*. (pp. 411-432). Springer.
- Jia, S. & Yao, Y. (2021). 70 Years of problem posing in Chinese primary mathematics textbooks. *ZDM - Mathematics Education*, 53(4), 951-960.
- Kilpatrick, J. (2017). Reformulando: abordando a resolução de problemas matemáticos como investigação. In: L. R. Onuchic; L. C. Leal Junior & M. Pironel. (Org.). *Perspectivas para resolução de problemas*. (pp. 163-188). São Paulo, SP: Editora Livraria da Física.
- Lankshear, C. & Knobel, M. (2008). *Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação*. Porto Alegre, RS: Artmed.
- Malaspina, U.; Torres, C. & Rubio, N. (2019). How to stimulate in-service teachers' didactic analysis competence by means of problem posing. In: P. Liljedahl & M. Santos-Trigo. (Org.). *Mathematical problem solving: current themes, trends, and research* (pp. 133-154). Springer Nature Switzerland AG.
- Martins, F. C. & Andrade, S. (2023). Proposição de Problemas no âmbito da Resolução de Problemas: implicações para a sala de aula de Matemática. In: *Anais do IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática*. São Paulo, SP.
- Martins, F. C. (2019). *Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do professor de matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas*. 2019. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston.
- Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 25(41), 73-98.
- Penteado, M. G. (2000). Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: M.

- G. Penteado & M. B. Borba. (Org.). *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. (pp. 23-334). São Paulo, SP: Olhos d'Água.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.
- Possamai, J. P. & Allevato, N. S. G. (2023). Proposição de Problemas: imagens como elemento disparador da atividade. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(1), 1-16.
- Silva, C. F. (2021). *Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto*. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- Silveira, A. (2016). *Análise combinatória em sala de aula: uma proposta de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas*. 236f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *for the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.
- Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics An International Journal*, 82(3), 1-7.
- Sousa, A. B. A. (2021). *Pesquisas em proposição de problemas: convergências e potencialidades*. 99f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- Virgens, W. P., & Moretti, V. D. (2022). Relações entre significados de problema em documentos curriculares e compreensões sobre seu papel no ensino de matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 12(1), 182-199.
- Yin, R. K. (2016). *Pesquisa qualitativa do início ao fim* (D. Bueno Trad.). Revisão técnica: Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso.