

Vamos viajar? Uma proposta de jogo sobre probabilidade no 6º ano do Ensino Fundamental

Elisabete Rambo Braga

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Porto Alegre, RS — Brasil

✉ elisabete.braga@edu.pucrs.br

id 0000-0003-0807-8729

Clarissa Coragem Ballejo

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Porto Alegre, RS — Brasil

✉ clarissa.ballejo@acad.pucrs.br

id 0000-0003-4140-9550

Luciano Denardin de Oliveira

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Porto Alegre, RS — Brasil

✉ luciano.denardin@pucrs.br

id 0000-0001-8839-2229



2238-0345 

10.37001/ripem.v14i3.3832 

Recebido • 08/03/2024

Aprovado • 02/04/2024

Publicado • 20/08/2024

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: Este estudo qualitativo objetivou identificar as contribuições da aplicação do jogo *Vamos viajar?* no desenvolvimento das demandas cognitivas: compreensão de aleatoriedade, espaço amostral e comparação de probabilidades. Participaram, desta pesquisa, 28 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Os pressupostos teóricos contemplaram as orientações curriculares, o emprego de jogos como metodologia de ensino, os princípios direcionadores de ensino e aprendizagem de probabilidade e as demandas cognitivas. Em relação à formação do espaço amostral, verificou-se que a maioria dos discentes conseguiu reconhecê-lo. Quanto à compreensão da aleatoriedade, constatou-se a associação com a ideia de sorte, de maneira intuitiva. E, sobre a comparação de probabilidades, observou-se que a maior parte dos estudantes estabeleceu comparações, mediante análise do espaço amostral, sem efetuar cálculos. A análise dos resultados evidenciou a validade do uso do referido jogo, aliado a um processo de intervenção pedagógica, de modo a favorecer o desenvolvimento das demandas cognitivas anteriormente citadas.

Palavras-chave: Probabilidade. Demandas Cognitivas. Jogos. Ensino Fundamental.

“Let’s Travel” - A Proposal for a Game about Probability, for the Sixth Grade of Elementary School

Abstract: This qualitative study has designed to examine how the game “Let’s travel” could help with the development of the following cognitive demands: understanding the principles of randomness, sample space and comparing probabilities. Twenty-eight students from the Sixth Grade of Elementary School participated in this research. The theoretical principles that this activity was based on were the curriculum guidelines, the use of games as a teaching method, the guiding principles of teaching and learning about probability and cognitive demand. We found that the majority of students were able to recognize the sample space and we could also see that they intuitively associated the idea of randomness with luck. We also found that most students could compare probabilities by analyzing the sample space, without making any calculations. Our analysis of the results showed that this game, with intervention and support from the teacher, was a valid way of helping the students develop the cognitive demands mentioned above.

Keywords: Probability. Cognitive Demands. Games. Elementary School.

¿Vamos a viajar? Una propuesta de juego sobre probabilidad en 6° de Educación Primaria

Resumen: Este estudio cualitativo tuvo como objetivo identificar las contribuciones de la aplicación del juego *¿Vamos a viajar?* en el desarrollo de demandas cognitivas: comprensión de la aleatoriedad, espacio muestral y comparación de probabilidades. En esta investigación participaron 28 estudiantes del 6to año de Educación Primaria. Los supuestos teóricos incluyeron lineamientos curriculares, el uso de los juegos como metodología de enseñanza, los principios rectores de la enseñanza y el aprendizaje, la probabilidad y las exigencias cognitivas. En cuanto a la formación del espacio muestral, se encontró que la mayoría de los estudiantes supieron reconocerlo. En cuanto a la comprensión de la aleatoriedad, se comprobó, de forma intuitiva, la asociación con la idea de suerte. Y, en cuanto a la comparación de probabilidades, se observó que la mayoría de los estudiantes realizaron comparaciones, mediante análisis del espacio muestral, sin realizar cálculos. El análisis de los resultados mostró la validez de utilizar el juego mencionado, combinado con un proceso de intervención pedagógica, con el fin de favorecer el desarrollo de las demandas cognitivas antes mencionadas.

Palabras clave: Probabilidad. Demandas cognitivas. Juegos. Enseñanza Primaria.

1 Introdução

Frequentemente nos deparamos com situações cotidianas que envolvem aplicações da teoria de probabilidade, tais como: estudos demográficos, incidência de doenças, eficácia da vacinação, cálculos associados a seguros e cálculo da chance¹ de ganhar em loterias. Para que o cidadão analise criticamente situações como as citadas, é desejável que ele tenha desenvolvido a competência probabilística. Essa capacidade exige eficiência em tarefas e funções do mundo real que envolvem riscos e incertezas, abrangendo as habilidades de acessar, utilizar, interpretar e comunicar informações e ideias referentes à probabilidade (Alsina & Vásquez, 2016).

A probabilidade se refere à “quantificação da possibilidade de ocorrência de eventos e deve ser interpretada como uma medida” (Alsina & Vásquez, 2016, p. 46). Ela pode ser considerada uma ferramenta no tratamento de estatísticas, mediante a identificação de características de experimentos e fenômenos aleatórios, objetivando a realização de previsões. Geralmente, são criados modelos que permitem medir incertezas e compreender tais eventos nas áreas científica, profissional e social (Lima & Borba, 2019).

Dada a presença de inúmeras situações aleatórias em vários contextos, assevera-se que o ensino de Matemática não deve ficar restrito a circunstâncias determinísticas, evitando, com isso, dificuldades futuras dos estudantes frente a ocorrências do cotidiano (Fischbein, 1975). Por outro lado, desde cedo, as crianças utilizam a linguagem probabilística, quando brincam com jogos que envolvem, por exemplo, o uso de dados e roletas ou a ocorrência de sorteios. Desse modo, verifica-se a relevância do estudo de probabilidade, desde o início da escolaridade (Fischbein, 1975; Bryant & Nunes, 2012).

Além do mais, Fischbein (1975), mediante suas pesquisas, concluiu que as crianças possuem ideias intuitivas e concretas sobre probabilidade. Corroborando esse entendimento, Alsina e Vásquez (2015) afirmam que crianças, com idade inferior a sete anos, apresentam

¹ A palavra chance está sendo empregada como sinônimo de probabilidade.

noções sobre acaso e, à medida que crescem, alcançam uma “estrutura conceitual distinta e organizada que desempenha um rol fundamental para o desenvolvimento completo do raciocínio probabilístico” (Alsina & Vásquez, 2015, p. 13).

Tendo em vista tais perspectivas, no âmbito escolar, devem ser propostas diferentes atividades que possibilitem que o estudante vivencie situações de risco e incerteza. Nesse contexto, o emprego de jogos é uma alternativa para o ensino de probabilidade. Diante do exposto, a questão que norteou o presente estudo é: Como o jogo *Vamos viajar?* pode contribuir para o desenvolvimento das demandas cognitivas - compreensão de aleatoriedade, de espaço amostral e comparação de probabilidades - de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental?

Com isso, uma forma de abordar conceitos de probabilidade na escola pode ocorrer por meio de jogos. Nesse cenário, no ano de 2023, estruturou-se, de acordo com as orientações dadas por Grandó (2000, 2004, 2015), uma sequência didática voltada à aplicação de um jogo para o 6º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede privada de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. Tal proposta visou à exploração de três das quatro demandas cognitivas recomendadas por Bryant e Nunes (2012), a saber: compreensão da aleatoriedade, entendimento do espaço amostral e comparação de probabilidades.

No intuito de responder à problemática supracitada, inicialmente, este artigo apresenta o referencial teórico que fundamentou o estudo. Descreve-se, então, a sequência de ensino empregada para a aplicação do referido jogo. Por fim, discute-se a análise dos dados coletados e estabelecem-se algumas conclusões a respeito dessa experiência.

2 Referencial teórico

Os pressupostos teóricos desta investigação estão organizados em quatro tópicos. O primeiro descreve as principais orientações curriculares para o ensino de probabilidade. Na sequência, discorre-se sobre o emprego de jogos como metodologia de ensino na Matemática, em específico no estudo de probabilidade. No terceiro item são apresentados alguns princípios direcionadores dos processos de ensino e aprendizagem de probabilidade, na perspectiva de diferentes pesquisadores. Por fim, caracterizam-se as quatro demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012).

2.1 Orientações curriculares para o ensino de probabilidade

Nos últimos anos, em diferentes países, documentos curriculares têm sido atualizados. Em tal cenário, a probabilidade e a estatística foram incorporadas aos currículos da Educação Básica, geralmente a partir dos anos iniciais (Ballejo, Braga & Gea; 2021). Desde essa inclusão, pesquisadores dessa área da Matemática têm buscado aprimorar os processos de ensino e aprendizagem dos referidos domínios.

De acordo com Alsina (2021), no âmbito internacional, esse fenômeno tem como marco a inclusão do bloco “Dados e azar” nos Padrões Curriculares de Matemática pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) no final da década de oitenta. Nesse documento explicita-se o entendimento de que os letramentos probabilístico e estatístico devem ser contemplados de modo progressivo. Além disso, a Probabilidade e a Estatística estão previstas desde o nível Pré-K (Alsina, 2021), o que corresponde, no Brasil, a estudantes a partir dos três anos de idade.

No que tange à probabilidade, Alsina e Vásquez (2017) destacam que o NCTM recomenda que sejam propiciadas atividades informais que explorem as ideias referentes a

esse tema, de modo a promover a reflexão dos estudantes, apoiada em suas experiências. Por conseguinte, a incorporação da probabilidade nos diferentes níveis de ensino é essencial, sendo necessário que o professor, em sua prática pedagógica, esteja atento ao perfil do discente e ao grau de complexidade exigido em cada série (Batanero, 2019).

É pertinente destacar que o ensino de probabilidade, na Educação Básica, é previsto em diferentes países, como a Espanha - Ministerio de Educación, Cultura y Deporte MECD - (Espanha, 2014), Austrália - Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority - ACARA (Australian, 2010), Nova Zelândia - New Zealand Curriculum (New Zealand, 2007), Brasil - Base Nacional Comum Curricular - BNCC - (Brasil, 2018), entre outros.

A BNCC (Brasil, 2018) estipula um conjunto de conhecimentos, competências e habilidades que necessitam ser desenvolvidas no decorrer da Educação Básica. Em conformidade com o cenário internacional, o referido documento define que a Probabilidade e a Estatística constituem uma única unidade temática no decorrer do Ensino Fundamental.

Além disso, a BNCC determina que o estudo de probabilidade, nos anos finais do Ensino Fundamental, seja um aprofundamento do trabalho realizado nos anos iniciais. Para tanto, o referido documento orienta a realização de experimentos e simulações que promovam a comparação entre a probabilidade teórica (laplaciana) e a frequentista. Dessa forma, objetiva-se o “aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem” (Brasil, 2018, p. 272). É, portanto, pertinente destacar que a necessidade de um trabalho educativo voltado ao ensino dos diferentes significados de probabilidade corrobora a premissa de sua complexidade, tanto no sentido cognitivo quanto no epistemológico (Cavalcante, Lima & Andrade, 2021).

No entanto, a obrigatoriedade do ensino de probabilidade nos currículos de Matemática não assegura uma práxis educativa voltada à promoção da compreensão do discente em relação ao papel do acaso e da incerteza em seu cotidiano, em contraposição à concepção determinista de mundo. Batanero *et al.* (2016) avançam nesse entendimento, ao ressaltarem que, devido ao caráter irreversível dos experimentos aleatórios e aos seus diferentes significados, os processos de ensino e aprendizagem de probabilidade são desafiadores tanto para professores quanto para estudantes. Tais especificidades não são vistas em outros tópicos da Matemática, como na aritmética, na geometria ou nas grandezas e medidas em que as operações sobre esses objetos são reversíveis.

Segundo Batanero e Godino (2002), as primeiras dificuldades podem ser encontradas na origem do conceito, uma vez que podem estar associadas, erroneamente, às ideias de sorte, divindade ou desconhecimento. Sendo assim, o raciocínio probabilístico é complexo, dada sua relação com o acaso e a incerteza (Batanero & Godino, 2002). No que se refere à ideia de incerteza, Corrêa e Lopes (2020, p. 100) preconizam que o ensino de probabilidade deve ser priorizado, no intuito de formar cidadãos que lidem naturalmente com a incerteza, tendo como propósito a resolução de problemas e a tomada de decisão, pois “poucas coisas em nossa vida são conhecidas com certeza”.

Considerando esse cenário, é imprescindível que, no ensino de probabilidade, as práticas pedagógicas sejam diversificadas, de modo a promover vivências de experimentos sucessivos, elaboração de situações-problemas, simulações, entre outras propostas. Nessa perspectiva, a próxima seção discorre sobre o emprego de jogos no ensino de matemática, em particular na probabilidade.

2.2 Jogos no ensino de matemática/probabilidade

Atividades lúdicas são aquelas que geram entusiasmo pela própria ação, como ouvir música, cantar, dançar, jogar, entre outras situações (Raupp & Grando, 2016). Em tal perspectiva, Grando (2000), fundamentada em diferentes teóricos do campo da psicologia, assevera que tais propostas propiciam o desenvolvimento das crianças nos âmbitos cognitivo, afetivo, social e moral.

De modo específico, apoiado nas ideias de Piers e Erikson (1982)², Bettelheim (1987)³, Winnicott (1971)⁴ e Vygotsky (1995)⁵, Alsina (2011) define que o jogo, seja ele livre ou estruturado, caracteriza-se por ser uma atividade que estabelece uma conexão entre a fantasia e a realidade e, assim, possibilita os desenvolvimentos social e intelectual. Consequentemente, torna-se essencial incorporar tais práticas à ação educativa nas escolas, como uma estratégia de ensino que incentiva os estudantes a elaborarem hipóteses, estabelecerem conjecturas, refletirem, analisarem e sintetizarem acerca dos desafios propostos em relação ao próprio jogo (Grando, 2000). Para tanto, é necessário que o docente tenha consciência de que o emprego de jogos é um meio para atingir um determinado propósito e não um fim em si mesmo. Sobre isso, Kishimoto (2017) destaca que um jogo educacional deve propiciar, na mesma proporção, ações lúdicas e educativas. Quando, porém, aquela é superior a esta, o jogo desempenha apenas uma função de entreter, perdendo sua potencialidade pedagógica. Em contrapartida, quando o caráter educativo se sobrepõe ao lúdico, o jogo acaba sendo entendido pelos estudantes como um material didático tradicional.

Ao incorporar abordagens lúdicas à ação pedagógica, o professor estimula o engajamento de seus estudantes, favorecendo a aprendizagem. Christensen, Horn, Johnson (2012) destacam que o uso de jogos em sala de aula pode contribuir com a aprendizagem, quando vinculado à resolução de situações-problemas, à tomada de decisões, à formulação de hipóteses e à elaboração de estratégias, definidas como habilidades do século XXI. Para Rezende, Carrasco e Silvas-Salse (2022), o emprego de jogos na prática educativa tende a ser organizado num sistema de regras, oportunizando, dessa forma, o acionamento de funções cerebrais que estimulem as dimensões afetivas, cognitivas e motoras dos envolvidos. Em especial, no espaço escolar, o jogo viabiliza uma aprendizagem social (Raupp & Grando, 2016), estimulando as diferentes inteligências dos estudantes (Ortiz & Denardin, 2021).

Abreu e Silva (2023) trazem contribuições à temática, ao afirmarem que o emprego de jogos na sala de aula auxilia o desenvolvimento da empatia, promove o diálogo e a cooperação, além de favorecer o respeito às diferenças de concepções que possam existir entre os colegas de classe. Para tanto, é necessário que o professor, tendo em vista os objetivos pré-estabelecidos, elabore um planejamento detalhado. Tais atividades promovem a criação, a ação, a conceituação e a construção de conhecimentos sobre diferentes temáticas, propiciando a interação entre os pares e entre professor e os estudantes, no intuito de fomentar o desenvolvimento de procedimentos cognitivos, da criticidade e da argumentação dos envolvidos, explorando, ainda, as habilidades socioemocionais. Ortiz e Denardin (2021, p.18) reconhecem que aspectos relacionados à competitividade podem emergir durante o uso de jogos em sala de aula, uma vez que a “sociedade já é competitiva e entendemos que esta competição não precisa ser levada para dentro da sala de aula, de maneira que é importante o professor relativizá-la e minimizá-la, priorizando ações colaborativas e cooperativas”.

² Piers, M.W. y Erikson, E.H. (1982). *Juego y desarrollo*. Barcelona: Crítica

³ Bettelheim, B. (1987). *No hay padres perfectos*. Barcelona: Crítica, 1994.

⁴ Winnicott, D.W. (1971). *Realidad y juego*. Barcelona: Gedisa, 1993.

⁵ Vigotsky, L.S. (1995). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

Nesse contexto, o jogo visa a estimular o desenvolvimento de determinada área do conhecimento, de modo a promover aprendizagens específicas. Para Grandó (2000), na Matemática, o jogo pode propiciar o aprendizado ou a retomada de conceitos, além de oportunizar o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, de modo autônomo e cooperativo.

Sendo assim, é necessário que o docente conceba o jogo como uma metodologia, tendo intencionalidade pedagógica de modo a promover a pré-formalização de algum conceito ou a sistematização de algum fundamento. Entende-se, nesse âmbito, metodologia como um conjunto de orientações que norteiam a prática educativa, mediante o emprego de “estratégias, abordagens e técnicas concretas, específicas e diferenciadas” (Moran, 2018, p. 4).

Na concepção de Alsina (2011), os jogos devem ser incorporados às aulas do componente curricular de Matemática de modo sério e rigoroso. Isto posto, é mister determinar os objetivos a serem atingidos, além de especificar como estes serão avaliados. Somente assim o jogo deixará de ser apenas um recurso para se tornar uma metodologia a ser utilizada no contexto educacional (Alsina, 2021).

Grandó (2000, 2004) propõe a inclusão dos jogos na práxis educativa sob a ótica da resolução de um problema. A autora entende que o jogo pode desencadear a aprendizagem de conceitos matemáticos, suscitando um processo equivalente à metodologia de resolução de problemas, porém com dinamicidade. Para tal intuito, o diálogo deve ser estimulado entre o professor e os estudantes, bem como entre os pares, de modo a compartilhar estratégias de raciocínio e compreensões obtidas no decorrer do jogo (Grandó, 2015).

De fato, é necessário que o ambiente de sala de aula seja propício à investigação, por meio do levantamento de hipóteses, previsões de jogadas, elaboração e reelaboração de estratégias. Em Grandó (2000, 2004, 2015), encontram-se sete pontos a serem observados no emprego da metodologia de jogos em sala de aula, a saber:

- *familiaridade com o material*: em um primeiro momento oportunizar a exploração do material do jogo;
- *reconhecimento das regras*: nesta etapa, as regras podem ser explicadas ou lidas pelo professor ou, ainda, demonstradas mediante a realização de partidas-modelo;
- *jogar para garantir as regras*: incentivar o jogo espontâneo de modo a propiciar a internalização das regras pelos estudantes, promovendo, assim, a conceitualização matemática;
- *registro do jogo*: nesta fase, os discentes devem ser orientados a registrar pontos, procedimentos e cálculos por meio de linguagem apropriada. Tal procedimento visa a estimular a análise das jogadas e a construção de estratégias;
- *intervenção pedagógica oral*: durante a realização do jogo o professor necessita intervir por meio de questionamentos e observações verbais, de forma a promover reflexões acerca das jogadas;
- *intervenção escrita*: neste momento, os discentes resolvem situações-problema por escrito que promovam a análise das jogadas. Para tanto, é necessário que o professor elabore questionamentos que direcionam os discentes aos conceitos matemáticos a serem desenvolvidos;
- *jogar com “competência”*: retomar a ação de jogar de modo a ponderar as estratégias definidas anteriormente. Assim, o discente terá a oportunidade de jogar com maior propriedade, considerando movimentações que não foram consideradas inicialmente.

É pertinente destacar que a probabilidade, historicamente, está associada aos jogos de azar. O jogo Tali (jogo de osso), uma espécie de jogo de dados que era praticado com astrágalos - ancestral do dado em formato de tetraedro irregular - é a primeira manifestação probabilística (Viali, 2008). E, portanto, torna-se natural explorar os conceitos atinentes à probabilidade, mediante exploração pedagógica de jogos. Nesse sentido, na próxima seção são apresentados alguns princípios norteadores nos processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade.

2.3 Princípios direcionadores dos processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade

Alsina e Vásquez (2017) sugerem que o ensino de probabilidade deva ser iniciado desde os primeiros anos escolares, a partir de situações que remetam à realidade dos discentes, de modo a estabelecer conexões com os conceitos que lidam com a incerteza. Batanero (2019) corrobora esse aspecto quando afirma que essa inclusão é fundamental, dado que os conceitos relacionados à probabilidade podem ser ensinados em distintos níveis de ensino, atentando-se para o grau de complexidade exigido e o perfil do estudante com o qual estamos lidando.

Contudo, muitas vezes o ensino do referido objeto do conhecimento é baseado apenas no livro didático, concentrando-se na transmissão e na repetição, em vez de propiciar situações contextualizadas, de forma a promover a aprendizagem indutiva dos conceitos e vinculá-los à experiência do discente (Alsina & Vásquez, 2017). Em nível de graduação, Cavalcante, Lima e Andrade (2021) destacam que a formação do professor é precária em relação à probabilidade, visto que se limita ao emprego de técnicas e tarefas elementares. Sobre esse aspecto, Cavalcante (2018) constatou que na disciplina de introdução à probabilidade, nos cursos de licenciatura em Matemática, é abordado estritamente o significado clássico, dissonante do que é normatizado pela BNCC (Brasil, 2018).

Alsina (2021), no âmbito da educação estatística e probabilística, apresenta cinco recomendações que objetivam o aperfeiçoamento das práticas de estatística e probabilidade na Educação Infantil e no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, a saber: planejar e organizar o ensino desses tópicos por meio de processos matemáticos; considerar as experiências tanto dos estudantes quanto dos professores ao prover práticas educativas; ponderar diferentes contextos, desde o mais formal até o informal em todas as propostas de ensino, respeitando o nível de escolaridade dos estudantes; garantir uma aprendizagem progressiva, contemplando do concreto ao abstrato e, por fim, ter critérios claros na seleção do contexto de ensino a ser explorado.

Para Batanero (2013), as atividades baseadas em jogos de azar contribuem para a compreensão gradativa de ideias fundamentais sobre esse tema, como aleatoriedade, chance, espaço amostral, entre outros conceitos. Além disso, a pesquisadora ressalta que é essencial observar as crenças dos estudantes sobre essas experiências com a intenção de orientar seu pensamento sobre explicações não deterministas (Batanero, 2013).

Batanero e Godino (2002) enumeram quatro orientações didáticas para o ensino de probabilidade. São elas: oportunizar uma variedade de experiências que estimulem os discentes a distinguir entre fenômenos aleatórios e determinísticos; incentivar a expressão de previsões sobre o comportamento de fenômenos aleatórios e seus resultados, além de sua probabilidade; organizar a forma como os dados experimentais serão recolhidos, de modo a oportunizar a comparação entre as previsões e os resultados produzidos revendo, assim, as crenças fundamentadas nos resultados; evidenciar a imprevisibilidade de cada resultado,

assim como a variabilidade de pequenas amostras, de forma que os estudantes sejam incentivados a comparar os resultados obtidos e a propor situações nas quais analisem a convergência dos resultados obtidos pela turma, estabelecendo comparações, quanto à confiabilidade, entre pequenas e grandes amostras (Batanero & Godino, 2002).

Centrado nas primeiras idades, Vasques *et al.* (2019) estabelecem um modelo de ensino de probabilidade composto por cinco dimensões: as tarefas probabilísticas são atividades que instigam os estudantes a explorar e refletir acerca da probabilidade, estimulando, assim, a construção de novos conhecimentos; o raciocínio probabilístico visa à identificação de situações nas quais a probabilidade está presente, de modo a reconhecer e analisar concepções e crenças incorretas. Assim, busca-se a formulação, interpretação, obtenção e validação de enunciados e afirmações nas quais a incerteza se faz presente; as conexões probabilísticas são associações de ideias, conceitos, definições, propriedades e procedimentos relacionados a outros conceitos matemáticos nos diferentes níveis escolares; a comunicação probabilística, por sua vez, visa a promover a aprendizagem, mediante interação, negociação e diálogo em sala de aula e, o último tópico, a linguagem probabilística - verbal, numérica, simbólica, tabular e gráfica - é empregada no intuito de mostrar a compreensão de conceitos, de forma adequada.

Independentemente do princípio adotado pelo professor, é mister que sejam oportunizadas aos estudantes uma variedade de propostas pedagógicas que possibilitem a construção de conceitos-chave referentes à probabilidade. Evento aleatório, aleatoriedade, espaço amostral, chance, evento equiprovável, cálculo de probabilidade e/ou comparação e correlação são alguns desses constructos. Tais ideias remetem às demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012) que são descritas na próxima seção.

2.4 Demandas cognitivas

Os pesquisadores Peter Bryant e Terezinha Nunes propuseram que a aprendizagem de probabilidade seja embasada em quatro demandas cognitivas, a saber: compreensão da aleatoriedade, entendimento do espaço amostral, comparação de probabilidades e a compreensão das relações entre eventos (Bryant & Nunes, 2012).

O primeiro aspecto relaciona-se à compreensão da interdependência de eventos sucessivos, sendo essencial para o entendimento referente à natureza de fenômenos e experimentos aleatórios. Ainda que possam ser listados todos os possíveis acontecimentos, não é exequível prever quais eventos, de fato, ocorrerão, nem a ordem de ocorrência deles. Na perspectiva de Bryant e Nunes (2012), na práxis educativa, os conceitos de evento aleatório, chance e equiprobabilidade devem ser estudados. Em particular, os pesquisadores afirmam que crianças, a partir de 10 anos, apresentam ideias de equiprobabilidade, por meio da associação com a ideia de justiça. Sendo assim, os professores devem explorar jogos que propiciem a discussão sobre essa concepção (Bryant & Nunes, 2012).

No que concerne à segunda demanda cognitiva, para o entendimento do espaço amostral, é essencial que sejam determinadas todas as possibilidades de ocorrência de um determinado evento. Nesse sentido, qualquer problema de natureza probabilística exige o conhecimento de espaço amostral (Bryant & Nunes, 2012). Sendo assim, é necessária a quantificação de conjuntos ou de subconjuntos de situações, mediante o emprego de raciocínio de natureza combinatória. Navarro-Pelayo, Batanero e Godino (1996) afirmam que o raciocínio combinatório é essencial no cálculo de probabilidade, não se restringindo a apenas uma ferramenta. Para esses pesquisadores, no emprego do diagrama de árvore em combinatória e probabilidade observa-se a relação existente entre o espaço amostral de um

experimento composto e as operações combinatórias. Além disso, exige-se um processo de construção combinatória no inventário de todos os eventos possíveis em determinado espaço amostral (Navarro-Pelayo *et al.*, 1996).

A terceira demanda é referente à comparação e à quantificação de probabilidade. De acordo com Bryant e Nunes (2012), há algumas situações-problema nas quais é requerido o estabelecimento de comparações de probabilidades, com base em relações como "mais" ou "maior", enquanto em outros casos há a necessidade de calcular a probabilidade de um evento. Esse cálculo é expresso pela razão entre um resultado específico e o conjunto dos possíveis resultados, isto é, pela definição clássica de probabilidade (Batanero, 2005). Ambas as ações exigem a compreensão de aleatoriedade e espaço amostral.

A última demanda, denominada correlação, refere-se ao reconhecimento de eventos dependentes ou independentes, mediante uma associação aleatória ou uma relação de fato entre dois eventos. Portanto, o pensamento correlacional não implica, necessariamente, uma relação de causa e efeito, mas depende da compreensão da associação entre fatos aleatórios ou não (Bryant & Nunes, 2012).

Na perspectiva desses autores, tais demandas estão relacionadas e é necessário considerá-las nos processos de ensino e aprendizagem de probabilidade.

Na sequência, são apresentados os procedimentos metodológicos empregados no desenvolvimento da prática do jogo *Vamos viajar?*.

3 Procedimentos metodológicos

Este estudo é de natureza qualitativa. Essa abordagem tem por característica a investigação de fenômenos em seu contexto e em toda sua diversidade, considerando os conhecimentos e as práticas dos participantes da pesquisa (Bogdan & Biklen, 1994).

O estabelecimento de ensino no qual a proposta aqui descrita foi efetuada possui seis turmas de 6º ano com cerca de 30 estudantes em cada classe. A escola está situada na cidade de Porto Alegre, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Essa proposta foi aplicada em todas as turmas, em que uma das autoras deste artigo é professora. Contudo, foram analisados, neste trabalho, os registros dos discentes de apenas um desses grupos. Na ocasião do desenvolvimento da atividade estavam presentes 28 discentes, sendo 10 meninas e 18 meninos, com idades entre 11 e 12 anos. Outro instrumento de coleta de dados foi o diário de campo escrito pela professora/pesquisadora.

A prática descrita a seguir foi realizada no segundo semestre do ano de 2023, durante dois períodos de aula seguidos, com cinquenta minutos cada um. Durante a atividade, os discentes trabalharam em duplas, trios ou quartetos, contudo cada um fez o seu próprio registro escrito de forma individual.

Em função de o estudo ter sido realizado com discentes do 6º ano do Ensino Fundamental, destaca-se que a demanda correlação ainda não havia sido trabalhada com eles. Considera-se que tal aspecto exige um nível maior de complexidade, sendo mais adequada sua abordagem em séries posteriores.

É pertinente ressaltar que, na referida instituição, os estudantes aprendem probabilidade desde o 1º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que a atividade foi aplicada no final do ano letivo de modo que o estudo de probabilidade já tinha sido abordado. Além disso, o trabalho desenvolvido, até então, contemplou espaços amostrais equiprováveis, conforme as normativas da BNCC (Brasil, 2018).

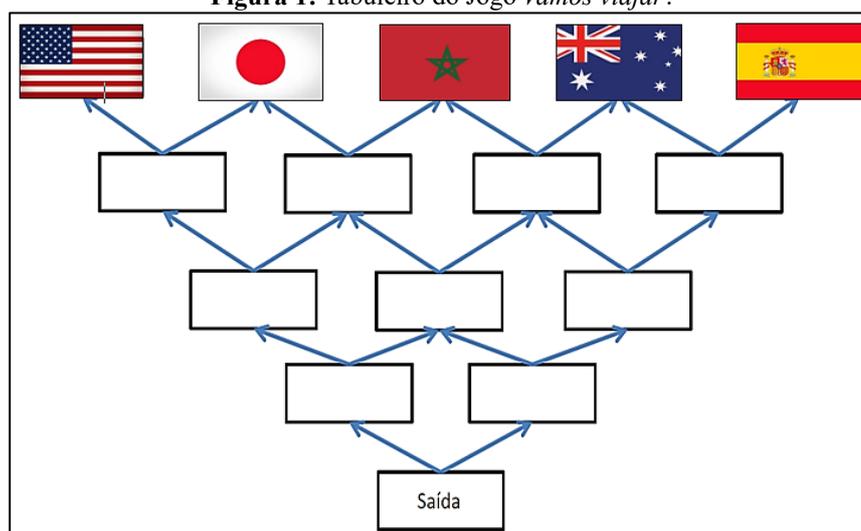
É pertinente esclarecer que o jogo *Vamos viajar?* insere-se em um contexto de probabilidade condicional. Entretanto, tendo em vista que os participantes da pesquisa são estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, o presente estudo objetivou o trabalho com as demandas de espaço amostral, aleatoriedade e comparação de probabilidade, conforme preconizam Bryant e Nunes (2012). A partir do referido jogo, explora-se a ideia de espaço amostral não equiprovável, de forma introdutória. Observando-se esse contexto, na próxima seção, são apresentadas as questões propostas no material escrito, bem como a análise das respostas dadas pelos estudantes a esses questionamentos.

4 Descrição e análise das atividades

4.1 Conhecendo o jogo *Vamos viajar?*

A sequência de ensino empregada na aplicação do jogo *Vamos viajar?* seguiu as orientações dadas por Grandó (2000, 2004, 2015). No primeiro momento, para se familiarizarem com a proposta, os estudantes exploraram o material distribuído a cada grupo que era composto de um dado comum (seis faces numeradas de 1 a 6), peões (tampinhas de garrafas PET) de acordo com o número de jogadores e um tabuleiro construído pelos autores, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1: Tabuleiro do Jogo *Vamos viajar?*



Fonte: os autores

De posse dos materiais, os discentes foram questionados se reconheciam as bandeiras contidas no tabuleiro, bem como solicitou-se que expusessem seus conhecimentos e suas curiosidades acerca de tais países. As principais informações se concentraram na identificação da capital, sua localização no mapa-múndi, moeda utilizada e população. Os discentes destacaram, ainda, que todos esses países participaram da Copa do Mundo do ano de 2022, no Qatar.

Na sequência, segundo as recomendações de Grandó (2000, 2004, 2015), a professora/pesquisadora apresentou as regras do jogo à turma da seguinte forma:

- Inicialmente, cada participante deve escolher um país entre os apresentados no tabuleiro (Figura 1). O objetivo do jogo é chegar a este país com o peão.
- Para iniciar a partida, todos os peões devem ser colocados no retângulo denominado “Saída”. A movimentação destes ocorre nos retângulos, seguindo as orientações das flechas.

- Para determinar a organização inicial dos jogadores, cada participante sorteia um número do dado, sendo que a ordenação seguirá a ordem crescente dos valores obtidos nos dados. Em caso de empate, os participantes devem repetir o processo para verificar quem joga antes, seguindo o mesmo critério.
- Definida a ordem de jogo, o primeiro jogador lança o dado. Se o número que ficar voltado para cima for par, o jogador deve movimentar seu peão para a direita e, se for ímpar, para a esquerda. Será considerado vencedor, o jogador que chegar ao país escolhido. Portanto, há a possibilidade de que a partida tenha mais de um vencedor.

Baseando-se nas ideias de incerteza, aleatoriedade e amostra (Vásquez *et al.*, 2019) e buscando propiciar o desenvolvimento do pensamento probabilístico, questionou-se os estudantes se seria possível elaborar outra regra condizente com a situação apresentada, utilizando-se, para isto, o dado. De acordo com Bryant e Nunes (2012), crianças com mais de 10 anos possuem ideias sobre aleatoriedade e conseguem estabelecer associações entre o justo e o não justo. Nessa perspectiva, tais autores salientam a relevância de se explorar essa ideia na sala de aula, a partir do uso de jogos (Bryant; Nunes, 2012).

Entre as respostas apresentadas pelos discentes, destacam-se “definir de 1 a 3 para a direita e de 4 a 6 para a esquerda (ou vice-versa)”, “estabelecer três números para cada um dos lados”, “números primos para a direita e não primos para a esquerda (ou vice-versa)”, “divisores de 4 para a direita e não divisores de 4 para a esquerda (ou vice-versa)” e, ainda, “múltiplos de 2 para a direita e não múltiplos de 2 para a esquerda (ou vice-versa)”.

Ressalta-se que para melhor compreensão das regras por parte dos discentes, a professora/pesquisadora simulou duas jogadas. Além disso, cada grupo implementou uma partida piloto, de modo que as dúvidas que surgissem fossem discutidas pela turma e, assim, todos se sentissem seguros. Nesse momento, os estudantes foram incentivados a identificar as regularidades do jogo, tal como propõe Grandó (2000).

Cada estudante recebeu uma folha com o desenho do tabuleiro para que fosse anotado o número sorteado e o caminho percorrido por seu peão a fim de, então, analisar a trajetória em cada fase. Grandó (2000) destaca que, essa etapa representa o momento em que os estudantes devem examinar os procedimentos adotados, promovendo, dessa maneira, a conceitualização matemática. Tendo em vista tal entendimento, a intervenção pedagógica ocorreu mediante esclarecimentos das dúvidas dos estudantes e perguntas que promovessem a análise do jogo. Além disso, a referida folha continha questões a serem respondidas pelos discentes por escrito, de modo a proporcionar algumas reflexões quanto às demandas cognitivas relacionadas à compreensão de aleatoriedade e de espaço amostral, bem como à comparação de probabilidade. Esse material foi recolhido ao final da aula e serviu como instrumento para a análise de dados. Tais questões são discutidas na sequência.

4.2 Colocando o jogo em prática

A partir da vivência do jogo *Vamos viajar?*, solicitou-se aos estudantes que respondessem a oito perguntas, escrevendo-as na folha fornecida. Assim, a análise decorreu dos registros feitos pelos discentes, juntamente com as anotações do diário de campo da professora/pesquisadora.

O primeiro questionamento versou sobre qual país cada participante havia escolhido para, supostamente, viajar. Apurou-se que, dos 28 estudantes, seis escolheram os Estados Unidos, oito o Japão, cinco o Marrocos, quatro a Austrália e cinco a Espanha. Com isso, observou-se equilíbrio entre as opções disponíveis.

Na sequência, solicitou-se o motivo de tais escolhas. Verificou-se que a maior parte das respostas remetem a questões que envolvem a preferência ou o interesse de cada estudante por um determinado país, sem se considerar as regras do jogo. A Tabela 1 mostra as justificativas apresentadas acompanhadas de sua frequência absoluta.

Tabela 1: Distribuição das justificativas para a escolha de um determinado país

Justificativa para a escolha do país	Número de estudantes
Acho interessante/simpatizo	7
País com mais chance	6
Gostaria de conhecer, visitar ou morar	3
Pela cultura do país	1
País desenvolvido	1
Já conheço esse país e gostaria de ir novamente	1
Porque o dólar é mais barato	1
Porque é um país bonito	1
Tenho família neste país	1
Outros	6
Total	28

Fonte: Dados da pesquisa

É pertinente destacar que seis respostas afirmaram que escolheram o Marrocos, pois as chances de se chegar a esse país eram superiores. Dois desses registros estão apresentados na Figura 2 e evidenciam, assim como preconizado por Alsina e Vásquez (2015), que estudantes, na referida faixa etária já compreendem elementos relacionados à probabilidade.

Figura 2: Justificativas para a escolha de Marrocos

2) Por que você escolheu este país? Porque, nós achamos que tinha mais probabilidade de chegar nesse.

2) Por que você escolheu este país? Porque ele estava no meio e parecia ser fácil de chegar.

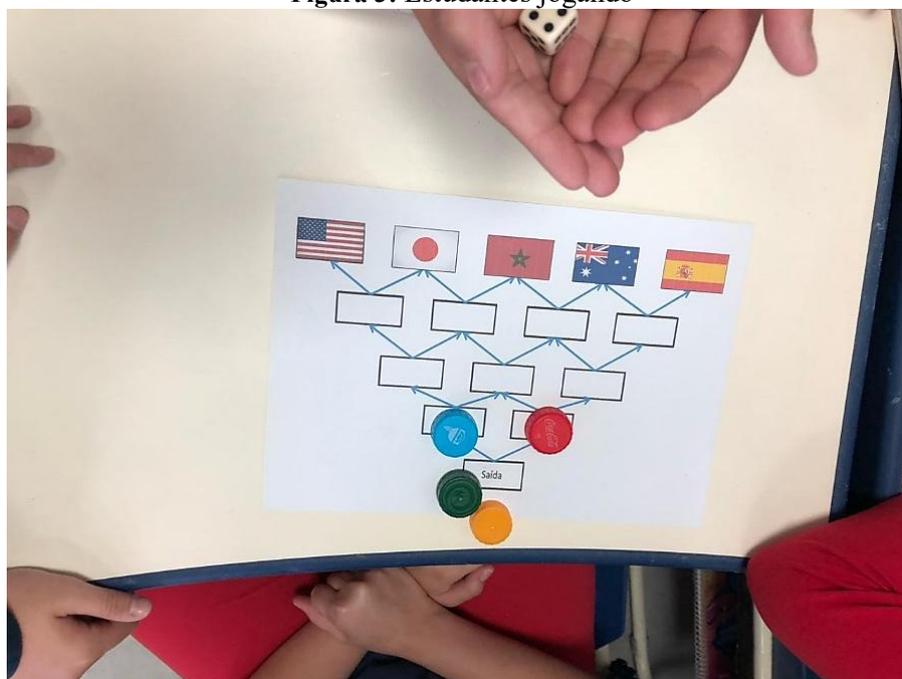
Fonte: Dados da pesquisa

Ademais, classificam-se tais escolhas e justificativas como muito positivas, uma vez que não foram fornecidas informações, tampouco explicações prévias sobre a probabilidade envolvida no jogo. Desse modo, considera-se relevante a abordagem de cenários em que a equiprobabilidade não se mostra presente, dado que, na maioria das vezes, as situações cotidianas que envolvem probabilidade não são equiprováveis. A esse respeito, Bryant e Nunes (2012) enfatizam a necessidade da aprendizagem da probabilidade desde os primeiros anos escolares, para que os discentes adquiram habilidades de interpretar e resolver, de forma adequada, situações-problema que a vida abarca em distintos momentos.

Mediante esse questionamento foi possível incentivar a jogabilidade e a reflexão sobre

as escolhas feitas pelos discentes, de modo a promover o pensamento matemático envolvido nesse jogo, tal como descreve Grandó (2000, 2004, 2015). Nessa perspectiva, buscou-se instigar os estudantes no que diz respeito à comparação de probabilidades (Bryant & Nunes, 2012), estimulando-os a analisarem se todas as escolhas teriam, de fato, a mesma chance, contudo sem realizar cálculos. A Figura 3 ilustra um grupo de estudantes jogando.

Figura 3: Estudantes jogando



Fonte: Dados da pesquisa

Com o jogo concluído, indagou-se a turma sobre quem havia chegado no país inicialmente escolhido. Constatou-se que, enquanto 12 responderam que chegaram, 16 afirmaram que não haviam alcançado tal objetivo.

Verificou-se que o Japão e o Marrocos foram os países com mais sucesso com relação à chegada. Apesar de a Espanha e a Austrália serem os países com menores chances de alcance a meta, a Espanha e os Estados Unidos foram os que mais frustraram as expectativas dos estudantes. A Tabela 2 apresenta tais resultados.

Tabela 2: Distribuição de chegada ou não ao país escolhido

País escolhido	Chegou	Não chegou
Estados Unidos	2	4
Japão	5	3
Marrocos	4	1
Austrália	1	3
Espanha	0	5
Total	12	16

Fonte: Dados da pesquisa

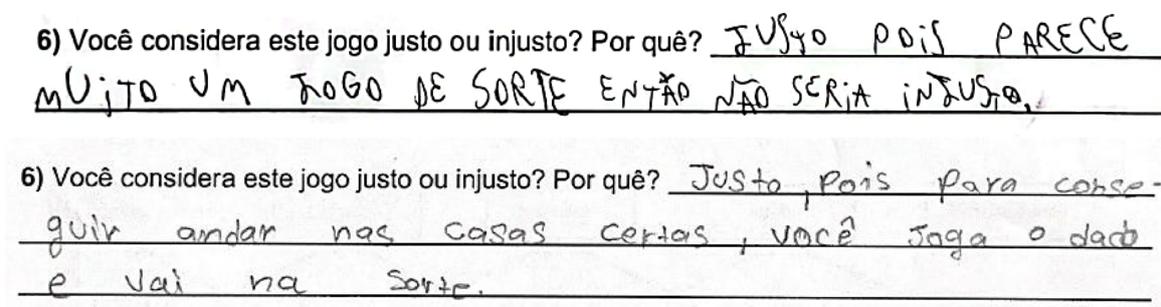
Quando perguntados se algum colega do grupo havia conseguido chegar ao país inicialmente escolhido, 19 estudantes afirmaram ter alcançado a chegada, sendo o Marrocos

aquele com a maior frequência. Buscou-se, com tal questionamento, trabalhar o quarto item proposto por Grando (2000, 2004, 2015), que diz respeito ao registro do jogo, no qual os estudantes foram instigados a refletir sobre suas jogadas, levantando estratégias para obterem melhores resultados.

Na sequência, indagou-se a turma se o jogo *Vamos viajar?* poderia ser considerado justo ou não justo, solicitando uma justificativa para a afirmação. Com isso, apurou-se que 12 estudantes o julgaram justo e, desses, 5 utilizaram a palavra “sorte” para justificar seus argumentos. Portanto, verifica-se que esses discentes equipararam aleatoriedade e sorte, de modo semelhante aos resultados obtidos nas pesquisas realizadas por Batista e Borba (2016) e Ballejo, Braga e Viali (2021). Ao relacionarem aleatoriedade à sorte, constata-se que esses estudantes apresentam concepções intuitivas sobre probabilidade (Batanero, 2005).

A Figura 4 apresenta dois exemplos de registros elaborados pelos estudantes, ao considerarem o jogo justo.

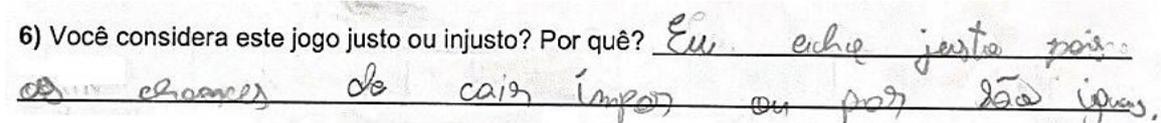
Figura 4: Classificação do jogo como justo, baseado na ideia de sorte



Fonte: Dados da pesquisa

Destaca-se que a atividade não tinha por objetivo o cálculo da probabilidade de chegada a cada um dos países, representados pelas bandeiras, mas o reconhecimento de que esses eventos não são equiprováveis. Nesse contexto, é pertinente ressaltar que seis estudantes consideraram o jogo justo em virtude de que cada face do dado tem a mesma probabilidade. A Figura 5 ilustra uma dessas justificativas, a qual utiliza o argumento de que, ao jogar um dado de seis faces, a chance de sortear números pares e ímpares é a mesma. Pode-se afirmar que, para esse discente, o espaço amostral são as faces do dado e não os caminhos para se chegar aos países. Considerando-se esse cenário, Batista, Henriques e Borba (2021) asseveraram que nem sempre é identificada a diferença entre eventos equiprováveis e não equiprováveis, adotando-se a ideia equivocada de que os eventos, de modo geral, têm a mesma chance de ocorrência.

Figura 5: Classificação do jogo como justo, baseado na probabilidade de sair par ou ímpar no dado



Fonte: Dados da pesquisa

Na quantificação e comparação de probabilidade, a relação de proporcionalidade é demandada e representa um obstáculo para crianças e adultos (Bryant & Nunes, 2012). Sendo assim, deve-se propor atividades que contemplem eventos não equiprováveis desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para Campos e Carvalho (2016), o professor desse nível de ensino não deve restringir sua práxis a eventos cujo espaço amostral é equiprovável.

Do total de participantes, 16 julgaram o jogo injusto. As justificativas baseiam-se, sobretudo, nas explicações de que os países dos cantos (Estados Unidos e Espanha) possuem menos opções de caminho que o país do centro (Marrocos). A Figura 6 exemplifica respostas de dois participantes da pesquisa que classificaram o jogo como sendo injusto.

Figura 6: Classificação do jogo como injusto, baseado na análise dos trajetos

6) Você considera este jogo justo ou injusto? Por quê? Injusto pois tem países que tem mais caminhos para chegar

6) Você considera este jogo justo ou injusto? Por quê? Eu considero injusto, pois Marrocos tem mais possibilidade de ganhar do que os outros, enquanto os EUA e a Espanha só tem uma chance

Fonte: Dados da pesquisa

Sublinha-se que, nesse momento da atividade, houve uma intervenção escrita, conforme descreve Grando (2000, 2004, 2015). Salienta-se, ainda, que se fez necessária a orientação oral por parte da professora/pesquisadora, na qual acordou-se com a turma que o jogo seria considerado justo se todos os países possuíssem a mesma chance de serem alcançados. Isso vai ao encontro de Borovcnik (2016), ao evidenciar que um jogo justo é aquele em que todos os jogadores possuem a mesma probabilidade de vencer. Para garantir a justiça em jogos, Bryant e Nunes (2012) acentuam como fundamental a compreensão da aleatoriedade, com foco em independência de eventos.

Na sequência, perguntou-se à turma se havia algum país com mais chance de chegada do que outro e solicitou-se uma justificativa. Nesse momento, buscou-se suscitar a reflexão dos estudantes, por meio do sétimo item levantado por Grando (2000, 2004, 2015), referindo-se ao jogar com “competência”, com o qual pretende-se desenvolver a ponderação das estratégias anteriormente adotadas e a sua análise para que se possam elaborar novas.

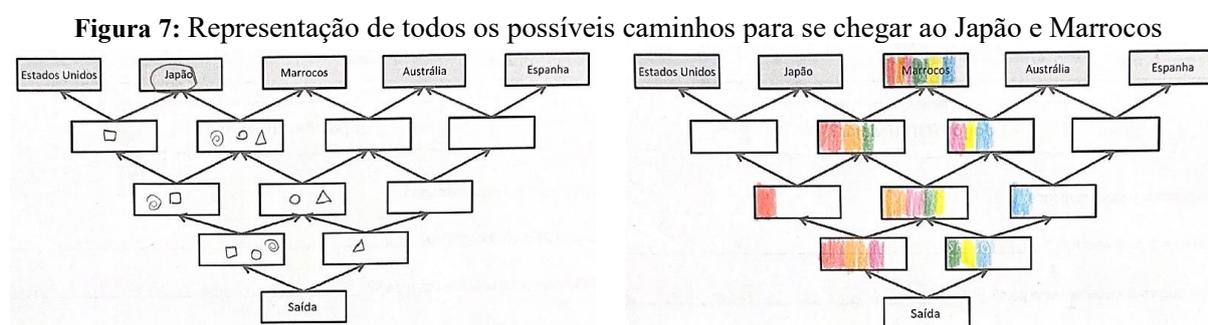
De fato, a finalidade, neste momento, concentrou-se em verificar se os discentes perceberiam que o país mais central tem maior probabilidade de ser atingido. A respeito disso, Batista, Henriques e Borba (2021, p. 4) afirmam que “não basta apenas inventariar as possibilidades do espaço amostral, pois nem sempre os eventos são equiprováveis. É necessário relacionar a quantidade de elementos do evento ao conjunto completo destes que é o espaço amostral”. Sublinha-se que, embora não se tenha solicitado aos estudantes que enumerassem os elementos do espaço amostral, esperou-se que conseguissem perceber que havia um maior número de caminhos possíveis para o retângulo central, que correspondia ao Marrocos. Dessa forma, novamente incentivou-se a turma a avaliar se as escolhas pelos diferentes países teriam a mesma chance de ocorrência, todavia sem, entretanto, a realização de cálculos, tal como sugerem Bryant e Nunes (2012).

Entre os respondentes, 21 reconheceram que havia um país com maior chance de chegada e sete deixaram em branco essa questão. Entre os que responderam afirmativamente, 11 utilizaram o argumento da centralidade do Marrocos; cinco afirmaram que o número de caminhos para chegar ao referido país era maior; um identificou que, para chegar ao Marrocos, pode-se percorrer caminhos tanto pela direita quanto pela esquerda; um constatou que para chegar aos Estados Unidos e Espanha seria preciso sortear, respectivamente, sempre

números ímpares ou pares e um afirmou que para chegar ao Marrocos se poderia ir tanto pela esquerda quanto pela direita e dois limitaram-se a declarar que, a esse país, a chance de chegada era maior. Entre os que não reconheceram a não equiprobabilidade dos eventos, três classificaram o jogo como aleatório, porque envolve dados; dois mencionaram, equivocadamente, que cada país tem 20% de chance de chegada; um justificou que o retângulo de “saída” do jogo estava centralizado e um não apresentou justificativa.

Verificou-se, portanto, um avanço no entendimento da não equiprobabilidade dos eventos no jogo, dado o fato de que a maioria dos discentes compreendeu que Marrocos era o país com maior chance de chegada. Esse progresso foi percebido ao se compararem esses resultados com as respostas dadas à primeira questão, em que houve certa constância entre a escolha dos países. De fato, o emprego da metodologia de jogos, em seu aspecto pedagógico, contribui para a “aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação” (Grando, 2000, p. 28), além de promover o desenvolvimento das capacidades de “pensar, refletir, analisar e compreender conceitos matemáticos” (Grando, 2000, p. 28) dos estudantes.

Para concluir a atividade escrita, foi solicitado que cada estudante pintasse, de acordo com sua escolha inicial e em uma representação do tabuleiro, todos os possíveis caminhos a serem percorridos, desde o retângulo que corresponde à “saída” até o retângulo que se configura como o “país escolhido”. Além disso, foi requerido, também, o quantitativo desses caminhos. Nesse contexto, foi explorada a compreensão do espaço amostral e a comparação de probabilidades, visando à identificação do país com mais chance de se alcançado. A Figura 7 ilustra todos os caminhos possíveis representados por dois discentes para chegar ao Japão e ao Marrocos, respectivamente.



Fonte: Dados da pesquisa

À esquerda da Figura 7, verifica-se que o discente se utilizou de diferentes símbolos para representar os quatro possíveis trajetos para o alcance do Japão. De maneira análoga, à direita da mesma figura, representados pelas cores vermelha, laranja, rosa, verde, amarela e azul, encontram-se os seis caminhos possíveis para se chegar ao Marrocos. Similarmente, outros estudantes representaram todas as possíveis trajetórias para os Estados Unidos, a Austrália e a Espanha. Pode-se dizer que cada estudante identificou os ramos da árvore das possibilidades para um determinado país, sendo que cada ramo da árvore é um elemento do espaço amostral. E, ao juntar tais representações, obtém-se a árvore das possibilidades.

Ressalta-se que o espaço amostral é constituído de 16 caminhos. No final da atividade escrita, sob a orientação da professora/pesquisadora, os estudantes determinaram, coletivamente, todos os possíveis caminhos para se chegar a cada um dos países e, com o recurso dessa representação, foi explicitado seu quantitativo. Tal proposta objetivou a determinação do espaço amostral associado a esse jogo, bem como a relação entre a quantidade de elementos de um evento com o conjunto completo (espaço amostral), a fim de

reconhecer que tais eventos não são equiprováveis.

Por fim, os estudantes realizaram uma nova partida, tendo a possibilidade de trocar a sua escolha pelo país. Vale destacar que alguns grupos realizaram mais de uma partida no intuito de verificar qual seria a melhor opção. Esse é outro aspecto positivo do jogo, uma vez que ele oportuniza que os estudantes desenvolvam atividades investigativas, levantando e testando suas hipóteses. Sobre isso, Grando (2000) ressalta que em atividades pedagógicas que envolvem jogos, os erros têm por objetivo promover a reflexão acerca das ações realizadas, bem como a elaboração de estratégias que tenham por objetivo vencer.

Além disso, Grando (2000, p. 45) atenta para o fato de que o estudante, ao repetir a ação de “jogar e refletir sobre suas jogadas e jogadas possíveis, adquire uma certa “competência” naquele jogo, ou seja, o jogo passa a ser considerado sob vários aspectos e óticas que inicialmente poderiam não estar sendo considerados”.

5 Considerações finais

Com o emprego do jogo *Vamos viajar?* buscou-se introduzir a ideia de espaço amostral não equiprovável. Constatou-se que, inicialmente, a maior parte dos estudantes considerava que o espaço amostral era composto pelos cinco países contemplados pelo jogo. Fato que pôde ser observado nas justificativas pela escolha do país. Apenas seis discentes reconheceram que a chance era maior de se chegar ao Marrocos, porém nenhum se referiu esses possíveis caminhos.

De fato, em relação à formação do espaço amostral, verificou-se que, à medida que o jogo avançou, a maioria dos discentes conseguiu reconhecer que o espaço amostral corresponde aos trajetos que chegam a cada um dos países. Ressalta-se que tal entendimento envolve raciocínio combinatório e que a incompreensão do espaço amostral gera obstáculos no entendimento da probabilidade. Destaca-se, ainda, que os questionamentos propostos pela atividade escrita e as mediações realizadas pela professora/pesquisadora procuraram conduzir ao reconhecimento do espaço amostral.

Quanto à compreensão da aleatoriedade, verificou-se que essa demanda está associada à ideia de sorte, de modo intuitivo. Tal concepção pode influenciar a aprendizagem subsequente e deve ser considerada pelo professor na elaboração de seu planejamento, no sentido de promover situações de aprendizagem que promovam experiências com os significados subjetivo, clássico, frequentista e axiomático de probabilidade, à medida que os estudantes avancem em sua escolaridade.

No que se refere à terceira demanda, a atividade proposta a partir do jogo *Vamos viajar?* contemplou a comparação de probabilidade, mediante a análise dos possíveis caminhos a serem percorridos até se chegar a cada um dos cinco países. Os estudantes, em sua maioria, conseguiram realizar a comparação a partir da análise do espaço amostral, sem efetuar o cálculo das probabilidades. Na perspectiva de promover o desenvolvimento das demandas supracitadas, a aplicação desse jogo mostrou-se válida. No decorrer da atividade escrita associada ao jogo, constatou-se progresso na compreensão de conceitos atinentes à probabilidade.

Considera-se que o desenvolvimento das três primeiras demandas cognitivas se trata de um processo e não ocorrerá com a aplicação de apenas um jogo. Com isso, destaca-se a importância da promoção de diferentes situações de aprendizagem, mediada pela relação dialógica entre professor e estudantes, de modo que abarque a compreensão de aleatoriedade, de espaço amostral e comparação de probabilidades, promovendo, assim, a reflexão dos

discentes no que se refere às suas crenças e aos seus conhecimentos prévios.

A análise dos resultados evidenciou a validade do uso do jogo *Vamos viajar?*, aliado ao processo de intervenção pedagógica, de modo a favorecer o desenvolvimento das demandas citadas anteriormente. Sugere-se, para futuros estudos, que sejam exploradas, também, jogos que objetivem a análise do desenvolvimento da demanda correlação.

Referências

- Abreu, E. E. & Silva, E. L. (2023). A utilização de jogos como recurso didático no ensino de números racionais na representação fracionária. *RIPeM – Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 13(2), 1-17.
- Alsina, A. (2011). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Alsina, A. (2021). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*, 108(40). 49-74.
- Alsina, A. & Vásquez, O. C. (2015). La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: el currículo versus el libro de texto. In: *Anais de XVII Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*. (pp. 1-14). Cartagena, España.
- Alsina, A. & Vásquez, O. C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(48), 41-58.
- Alsina, A. & Vásquez, O. C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz da estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didáctica y Educación*, 8(4), 199-212.
- Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority (ACARA). (2010). *Australian Curriculum: Mathematics*. Sidney.
- Ballejo, C. C., Braga, E. R. & Gea, M. Magdalena. (2021). A probabilidade nos primeiros anos escolares: estudo comparativo dos currículos propostos pela Espanha e pelo Brasil a partir do NCTM. In: *V Fórum Nacional sobre currículos de Matemática: Prática Educativas em Pesquisa e Educação Matemática* (pp. 1-12). Canoas, RS, Brasil.
- Ballejo, C. C., Braga, R. E. & Viali, L. (2021). Quem inicia a partida de futebol? Um estudo sobre a probabilidade no 6º ano do Ensino Fundamental. *REVISEM – Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(1), 296–316.
- Batanero, C. & Godino, Juan D. (2002). *Estocástica y su Didáctica para Maestros*. ReproDigital.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Relime – Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? In: J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho & F. Viseu (Eds.). *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-13). Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade do Minho.
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S. L. & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Hamburg: Springer Open.

- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. In: J.M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín & E. Molina-Portillo (Eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-15). Granada: Grupo FQM-126.
- Batista, R. & Borba, R. E. de S. R. (2016). No jogo não é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem crianças sobre a probabilidade. *VIDYA*, 36(2), 237-255.
- Batista, R., Henriques, A. & Borba, R. E. S. R. (2021). Compreensões Probabilísticas de Crianças Brasileiras e Portuguesas Acerca de Justiça em Jogos. *JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 14(1), 02-13.
- Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto.
- Borovcnik, M. (2016). Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. *EMP – Educação Matemática Pesquisa*, 18 (3), 1491-1516.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC/SEF.
- Bryant, P. & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability: A literature review* (full report). London: Nuffield Foundation.
- Campos, T. M. M. & Carvalho, J. I. F. (2016). Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. *Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 7(1), 1-18.
- Cavalcante, J. L. (2018). *A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de Probabilidade na licenciatura em matemática*. 2018. 483f. Tese (Doutorado). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE.
- Cavalcante, J. L., Lima, A. P. A. B., & Andrade, V. L. V. X. (2021). O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência. *EMP – Educação Matemática Pesquisa*, 23(1). 58-78.
- Corrêa, S. A. & Lopes, C. E. (2020). A insubordinação criativa e o processo dialógico na Educação Estatística na infância. *RIPEM – Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 10(1), 95-107.
- Christensen, C. M., Horn, M. B. & Johnson, C. W. (2012). *Inovação na sala de aula*. Porto Alegre: Bookman.
- Espanha (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probability thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Grando, R. C. (2000). O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2020. 224f. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- Grando, R. C. (2004). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula*. São Paulo: Paulus.
- Grando, R. C. (2015). Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. *Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco*, 5(02), 393-416.
- Kishimoto, T. M. (2017). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. Cortez editora.

- Lima, E. T. & Borba, R. E. S. R. (2019). Social justice and the development of combinatorial and probabilistic reasoning in Youth and Adult Education. *RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa Em Educação Matemática*, 9(1), 139-153.
- Ministry of Education (ME) (2007). *The New Zealand curriculum*. Wellington: Learning Media.
- Moran, J. (2018). Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: Bacich, L. & Moran, J. (Org.), *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática* (1. ed., pp. 1–25). Porto Alegre: Penso.
- Navarro-Pelayo, V., Batanero, C. & Godino, J. D. (1996). Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 8(1), 26-39.
- Ortiz, G. S. & Denardin, L. (2021). Curto-Circuito: uma proposta de jogo para o ensino de circuitos elétricos. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(3), 1–27.
- Raupp, A. D. & Grando, N. I. (2016). Educação Matemática: em foco o jogo no processo ensino-aprendizagem. In: C. F. Brndt & M. T. Moretti (Orgs.), *Ensinar e aprender matemática: possibilidades para prática educativa* (1. ed., pp. 63–84). Editora UEPG.
- Rezende, A. A., Carrasco, E. & Silva-Salse, A. (2022). Aprendizagem baseada em jogos e gamificação como instrumentos para o desenvolvimento do pensamento crítico na matemática: uma revisão teórica. *REED – Revista de Estudos em Educação e Diversidade*, 3(8), 1-18.
- Vásquez O. C., Alsina, A; Pincheira, N., Gea, S. M. M. & Chandia, E. (2019). Una primera aproximación a la caracterización de un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades. In: J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín & E. Molina-Portillo (Eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. (pp. 1-10).
- Viali, L. (2008). Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 8(16), 143-153.