

Um modelo para avaliação do argumento de prova em contextos de ensino baseado em argumentação coletiva

Fredy Coelho Rodrigues

Instituto Federal do Sul de Minas
Passos, MG — Brasil

✉ fredy.rodrigues@ifsuldeminas.edu.br

id 0000-0001-8307-9305

Marco Aurélio Alvarenga Monteiro

Universidade Estadual Paulista
Guaratinguetá, SP — Brasil

✉ marco.monteiro@unesp.br

id 0000-0002-4426-1638



2238-0345 

10.37001/ripem.v14i1.3859 

Recebido • 17/03/2024

Aprovado • 15/04/2024

Publicado • 30/04/2024

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: O presente estudo apresenta um modelo teórico-metodológico para avaliar a qualidade do argumento de prova em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva. O modelo combina os elementos de uma estrutura argumentativa a uma teoria que envolve os tipos e níveis de prova em Educação Matemática. O teste foi realizado junto a uma turma de alunos ingressantes em um curso de formação de professores em Matemática no Instituto Federal do Sul de Minas, durante o ano de 2023. Os dados foram coletados por meio de registros escritos e videogravação da produção coletiva em grupos. Os resultados mostraram que o modelo apresentado permitiu avaliar de forma eficaz a qualidade do argumento de prova, constituindo, assim, uma ferramenta para análise de dados em futuras pesquisas, além de ser um instrumento útil para o professor de Matemática avaliar o nível de prova dos seus alunos em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Argumento de Prova. Prova Empírica. Prova Conceitual.

A model for evaluating proof arguments in teaching contexts based on collective argumentation

Abstract: This study presents a theoretical-methodological model to evaluate the quality of a proof argument in a teaching context based on collective argument. The model combines the elements of an argumentative structure with a theory involving the types and levels of proof in Mathematics Education. The test was conducted with a class of first-year students in a course of Mathematics teacher training at the *Instituto Federal do Sul de Minas*, in 2023. Data was collected through written and video records of groups' collective production. The results show that the model presented allowed for an efficient quality evaluation of the proof argument. Therefore, it is a tool to analyze future research data. Furthermore, it is a useful instrument for Mathematics teachers to evaluate their students' proof level in the classroom.

Keywords: Mathematics Education. Proof Argument. Empirical Proof. Conceptual Proof.

Un modelo para evaluar argumentos de prueba en contextos de enseñanza basado en la argumentación colectiva

Resumen: El presente estudio presenta un modelo teórico-metodológico para evaluar la calidad del argumento de prueba en un contexto de enseñanza basado en argumentación colectiva. El modelo combina los elementos de una estructura argumentativa a una teoría que envuelve los tipos y niveles de prueba en Educación Matemática. El test fue realizado junto a una clase de

alumnos ingresados en un curso de formación de profesores en Matemática en el Instituto Federal del Sur de Minas, durante el año de 2023. Los datos fueron colectados por medio de registros escritos y videograbación de la producción colectiva en grupos. Los resultados mostraron que el modelo presentado permitió evaluar de manera eficaz la calidad del argumento de prueba, constituyendo, así, una herramienta para análisis de datos en futuras investigaciones, además de ser un instrumento útil para el profesor de Matemática evaluar el nivel de prueba de sus alumnos en clase.

Palabras clave: Educación Matemática. Argumento de Prueba. Prueba Empírica. Prueba Conceptual.

1 Introdução

Utilizar a argumentação enquanto estratégia de ensino para investigar o raciocínio dos alunos, viabilizar a formação de conceitos e promover proficiência da prática argumentativa em sala de aula tem mobilizado inúmeras pesquisas na área do Ensino de Ciências e Matemática (Monteiro & Teixeira, 2019).

As teorias socioculturais no campo da Educação Matemática, por exemplo, têm enfatizado a importância da argumentação coletiva dentro do trabalho em grupo em sala de aula (Dede, 2019). O foco dessas abordagens socioculturais orienta o processo de aprendizagem a partir da interação do sujeito com o ambiente social no qual está inserido (Vigotski, 2009), ao invés de uma aprendizagem individual, descontextualizada e desprovida de interação social (Dede, 2019). Em geral, as abordagens propõem a discussão e a solução de problemas em um ambiente social (sala de aula), no qual os alunos possam trabalhar em grupo, interagindo uns com os outros e aprendendo com seu parceiro de aprendizagem (Dede, 2019).

Dentre as abordagens socioculturais existentes, a argumentação coletiva se apresenta como uma possibilidade para dinamizar os processos de ensino e aprendizagem da argumentação e prova em uma aula de Matemática (Dede, 2019).

Na literatura de pesquisa, a estrutura argumentativa de Toulmin (2001), também conhecida por *Toulmin's Argument Pattern* (TAP), é atualmente o modelo mais empregado por pesquisadores em Educação em Ciências para modelar a estrutura de um argumento, evidenciar seus componentes e estabelecer relações lógicas entre eles (Lin, 2018). No entanto, o modelo é limitado quando se propõe a tarefa de avaliar a qualidade (solidez) de um argumento de prova (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

Diante dessa limitação, alguns estudos (Erkek & Bostan, 2019; Erkek & İşiksal Bostan, 2019; Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023; Conner *et al.*, 2014; Nardi, Biza & Zachariades, 2012; Staats, 2017; Nordin & Boistrup, 2018) foram realizados na tentativa de aperfeiçoar o TAP.

Os estudos de Erkek e Bostan (2019), Erkek e İşiksal Bostan (2019) e Rodrigues (2023), em particular, adaptaram o TAP para um macro contexto de modelagem envolvendo estruturas globais de argumentação e promoveram uma avaliação do argumento de prova com base no *design* anatômico dos fluxos de argumentação. Nos demais estudos, os autores optaram por realizar uma avaliação focada na fisiologia do argumento, contemplando, para isso, mudanças no *layout* do TAP para evidenciar a participação do professor na argumentação coletiva (Conner *et al.*, 2014), classificação das garantias (Nardi, Biza & Zachariades, 2012); identificação de estruturas poéticas de repetição (Staats, 2017) e utilização do TAP em uma abordagem multimodal (Nordin & Boistrup, 2018).

Nos estudos desenvolvidos, os modelos argumentativos apresentados se pautam em uma

análise anatômica dos fluxos de argumentação ou em uma análise fisiológica envolvendo a avaliação/classificação das garantias da estrutura argumentativa de Toulmin (2001). Até o momento, nenhum estudo já documentado na literatura propôs, por exemplo, um modelo de avaliação do argumento de prova em que fosse possível combinar todos os elementos da estrutura argumentativa de Toulmin (2001) à teoria de Nicolas Balacheff (1987, 1988) sobre os tipos e níveis de prova.

Diante desse contexto, o presente estudo¹, portanto, tem sua relevância justificada, uma vez que pretende ampliar o conhecimento de pesquisa na área ao propor um modelo teórico-metodológico capaz de avaliar a qualidade (solidez) do argumento de prova elaborado por alunos em diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior.

O modelo desenvolvido e apresentado neste estudo agrega a estrutura argumentativa de Toulmin (2001) à teoria de Nicholas Balacheff sobre os tipos e níveis de prova, e tem por objetivo constituir uma ferramenta de análise/avaliação do argumento de prova em um contexto de argumentação coletiva. Essa ferramenta, portanto, poderá ser utilizada pelo professor de Matemática em sala de aula como um instrumento de avaliação da aprendizagem de prova, bem como pelos pesquisadores do campo enquanto ferramenta para análise de dados de futuras pesquisas.

2 Leitura relacionada

Os referenciais teóricos apontados neste estudo foram utilizados na fundamentação teórica de um modelo metodológico a ser utilizado para avaliar a qualidade (solidez) do argumento de prova em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva em sala de aula.

2.1 O modelo argumentativo de Toulmin (2001)

A estrutura argumentativa proposta por Toulmin (2001), também denominada de *Toulmin's Argument Pattern* (TAP), constitui um modelo teórico para analisar um argumento em função da presença dos seus elementos constituintes (dado, conclusão, garantia, apoio, qualificador modal e elemento de refutação). Além disso, esse modelo considera a relação que se estabelece entre eles (Toulmin, 2001).

Rodrigues e Monteiro (2021) explicam que grande parte dos estudos ligados a argumentação em situações de ensino e aprendizagem utilizam as ideias propostas por Toulmin (2001) como referencial teórico analítico da estrutura do argumento. Ainda de acordo com os autores, o modelo argumentativo de Toulmin é muito usado para investigar/analisar os argumentos produzidos por alunos para explicar ou refutar um fenômeno/conjectura.

Esse modelo funcional elaborado por Toulmin pode ser utilizado em análises de argumentos formais e informais, bem como para sua relação mútua. Em outras palavras, ele pode representar tanto um único passo dedutivo quanto passos empíricos e abduativos (Fiallo & Gutiérrez, 2017).

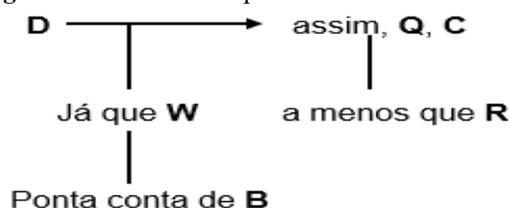
No contexto da Educação Matemática, o modelo argumentativo de Toulmin tem sido utilizado em diversos trabalhos (Kollar *et al.*, 2014; Conner *et al.*, 2014; Erkek & İşıksal Bostan, 2019; Dede, 2019; Kosko & Zimmerman, 2019; Nordin & Boistrup, 2018; Staats, 2017; Solar, Ortiz, Deulofeu, & Ulloa, 2020; Cervantes-Barraza, Hernandez Moreno & Rumsey, 2020) como uma ferramenta útil para analisar os processos de argumentação e prova em sala de aula,

¹ Este artigo é recorte da tese de doutorado (Rodrigues, 2023) defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Paulista, campus Bauru, escrito pelo primeiro autor e orientado pelo segundo autor.

seja de forma individual ou coletiva (oral ou por escrito).

Toulmin (2001) define um argumento como uma afirmativa acompanhada de sua justificativa. Ele propõe o seguinte modelo geométrico para apresentar a estrutura completa de um argumento:

Figura 1: Estrutura completa do modelo de Toulmin



Fonte: Toulmin (2001)

A estrutura simples do modelo apresenta apenas três componentes: D — dados; W — garantia; e C — conclusão. Já a estrutura completa; reconhecida pelo autor como mais complexa; é composta pelos componentes D — dados; W — garantia; B — apoio à garantia; Q — qualificador modal; R — refutação; e C — conclusão.

De acordo com Toulmin (2001):

- Dados (D): correspondem a informações, fatos ou declarações de natureza explícita e particular utilizadas para fundamentar uma conclusão;
- Conclusão (C): é uma proposição (declaração) também chamada de alegação, cujo mérito se pretende que seja estabelecido.
- Garantia (W): é uma proposição (explícita ou implícita) entendida também como uma justificação (hipotética e geral) que, por meio de uma referência implícita aos dados (D), promove a ligação entre este último e a conclusão (C). Inclui uma apelação a uma regra ou caso particular, exemplo ou uma analogia para explicar/justificar. As garantias podem sofrer tipificações (Rodrigues & Monteiro, 2021) e são utilizadas para autorizar um passo adicional (conclusão prévia) em um argumento ou uma conclusão final.

Os três primeiros elementos — dados (premissa menor), garantia (premissa principal) e conclusão — são denominados componentes fundamentais da estrutura de um argumento (Toulmin, 2001) e compõem a forma mais simplificada do modelo. Entretanto, para que o argumento seja considerado mais completo, são acrescentados outros três elementos.

Toulmin (2001) descreve os outros três elementos como:

- Apoio à garantia (B): é uma proposição de caráter teórico, dependente do campo do argumento, aceita sem questionamento e fornece apoio/sustentação a uma garantia (G). Trata-se, portanto, de outra razão, justificação ou prova para acreditar na garantia (G). Como suporte à garantia, é expressa por meio de uma lei geral, ideias aceitas pela comunidade local onde o argumento está sendo construído, definições, fórmulas, teoremas matemáticos e/ou axiomas.
- Qualificador Modal (Q): trata-se uma proposição, descrita por um advérbio de intensidade, que estabelece e descreve o grau de certeza ou força conferida pela garantia (G) a uma conclusão (C). A referida qualificação pode ser realizada por meio de vários meios linguísticos, incluindo advérbios como *possivelmente* ou *provavelmente*, e verbos auxiliares modais como *deveria*, *pode* ou *deve* (Toulmin, 2001; Staats, 2017).

- Refutação (R): refere-se a uma proposição que especifica em que situação (ões) a garantia (G) é inválida na fundamentação e suporte para a conclusão (C).

O modelo foi apresentado como “independente do campo” sendo, portanto, utilizado em vários campos, como Matemática, Ciência e Filosofia (Walter & Barros, 2011). A “dependência ao campo de atividade” está condicionada apenas à garantia e ao seu apoio, uma vez que, em campos ou áreas diferentes, as garantias e os apoios são utilizados de maneiras distintas para justificar uma mesma conclusão (Toulmin, 2001).

Especialmente por meio das garantias que são apresentadas, o referido modelo fornece um esboço funcional capaz de exibir detalhes do raciocínio do aluno durante a construção de conjecturas, explicações, justificações e apresentação de provas dentro de uma cultura de argumentação em sala de aula (Walter & Barros, 2011).

No campo da Educação Matemática, estudos recentes (Erkek & Bostan, 2019; Erkek & Işiksal Bostan, 2019; Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023; Conner *et al.*, 2014; Nardi, Biza & Zachariades, 2012; Staats, 2017; Nordin & Boistrup, 2018) tomaram como referência os estudos de Toulmin (2001) e propuseram aperfeiçoamentos do TAP dentro do contexto específico desse campo.

Dentre os trabalhos mencionados, destacamos o estudo realizado por Rodrigues e Monteiro (2021) como um ensaio ou primeira tentativa de apresentar ao campo um modelo teórico-metodológico para avaliar a qualidade do argumento de prova, a partir da junção das ideias de Toulmin e Balacheff. Entretanto, a ideia apresentada em Rodrigues e Monteiro (2021) não foi testada e avaliada em decorrência da ausência de testes empíricos. Posteriormente, o referido modelo foi testado e aperfeiçoado pelos autores dentro de um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva, no estudo de tese do primeiro autor (Rodrigues, 2023).

2.2 O argumento de prova no contexto da Educação Matemática

A Matemática da Educação Matemática, em seu regime de verdade, “é uma outra Matemática, radicalmente distinta daquela vista sob a perspectiva da prática profissional dos matemáticos” (Garnica, 2002, p. 99). Ainda segundo o autor,

A Educação Matemática concebendo a própria Matemática (acadêmica, formal) como uma dentre as Etnomatemáticas existentes, atribui significados à “Matemática”, qualquer que seja ela. De uma forma geral, atribui significados às Etnomatemáticas. Tais significados [...] são mais amplos que os da própria Matemática (formal, profissional, acadêmica), pois ao discurso da Educação Matemática cabe tratar não só daquela Matemática desenvolvida na prática científica (cuja comunidade é formada em situações de ensino e aprendizagem de Matemática, “objeto” da Educação Matemática), mas às várias Etnomatemáticas, visando àquele que, de modo genérico, chamamos “aprendiz”. Constitui-se, portanto, um outro regime de verdade, o da Educação Matemática, no qual as concepções acerca das demonstrações (tidas nesse regime como Etnoargumentações²) são relativizadas e tomadas de modo muito mais amplo que na política geral de verdade da Matemática profissional (Garnica, 2002, p. 98).

Para Lourenço (2002), a forma de argumentar provando resultados de maneira puramente formal deve ser revista, sobretudo quando se trata do ensino da Matemática, uma vez que essas demonstrações se apresentam destituídas de significado para muitos estudantes.

² “Etnoargumentações — ‘demonstrações’ em sentido amplo — tem, sempre, a função de convencer, tomando ‘conhecimento’, aqui como a negociação que se estabelece para a atribuição de significados” (Garnica, 2002, p. 98).

Nesse contexto, a prova formal costuma satisfazer aos anseios da comunidade de matemáticos e não convence a maioria dos estudantes, que, por “não as entender, passa a decorar a sequência de palavras, traços e argumentos e daí a repulsa pela Matemática” (Lourenço, 2002, p. 107).

Para Hanna (1990, p. 9), “uma prova é valorizada por trazer à tona relações matemáticas essenciais ao invés de meramente demonstrar a exatidão de um resultado”. No contexto da sala de aula, a autora preconiza o uso da prova de modo a propiciar aos alunos a compreensão (significado) da Matemática e não somente a validação de um resultado. Dessa forma, a aceitação de uma prova em sala de aula deve considerar a compreensão e a criação de significados matemáticos (conteúdo), ao invés do emprego do rigoroso processo de demonstração (forma) para o estabelecimento da verdade. Uma prova tem valor quando promove a compreensão e auxilia os alunos a pensar de forma clara e eficaz sobre a Matemática. (Hanna, 2000).

Dessa forma, na Educação Matemática, o ensino de prova deve se afastar do uso excessivo da prova formal e passar a “levar em conta o papel da prova como meio de comunicação, e em reconhecimento dos processos sociais que desempenham um papel tão crucial na aceitação pelos matemáticos de um novo resultado” (Hanna, 1990, p. 9), dando mais importância ao conceito de prova como “argumento convincente” e à busca por formas alternativas de demonstrar a validade dos resultados. Em outras palavras, a autora defende uma maior ênfase na adoção de critérios sociais para aceitação de uma verdade Matemática, em detrimento dos critérios puramente formais. Para ela, a prova é vista como um argumento que deve ser, ao mesmo tempo, válido e explicativo.

Hanna (1990) diferencia a “prova que prova” da “prova explicativa” da seguinte forma:

Uma prova que prova apenas que um teorema é verdadeiro; ela fornece apenas razões probatórias. [...] uma prova que explica, por outro lado, também mostra porque um teorema é verdadeiro; fornece um conjunto de razões que derivam do próprio fenômeno. [...] uma prova que prova pode se basear em indução Matemática ou mesmo em considerações sintáticas. Mas uma prova que explica deve fornecer uma fundamentação baseada nas ideias matemáticas envolvidas, as propriedades matemáticas que fazem com que o teorema matemático seja verdadeiro (p. 10, tradução nossa).

Assim, não haverá infidelidade na prática da Matemática “se na Educação Matemática nos concentrarmos o máximo possível em boas explicações matemáticas, destacando para os alunos em nossa prova de teorema as importantes ideias matemáticas que levem à sua verdade” (Hanna, 1990, p.13, tradução nossa). A melhor prova, de acordo com a autora, “é aquela que também ajuda a compreender o significado do teorema a ser provado: ver não só que é verdade, mas também porque é verdade” (Hanna, 2000, p. 8).

Para Bicudo (2002), as descobertas das verdades matemáticas e sua apreensão pelo entendimento dos alunos ocorrem mais “substantivamente” e muito menos “formalmente”.

Considerando a prova como um tipo de argumentação no contexto da Educação Matemática, ela pode então atender a dois objetivos pedagógicos distintos: explicar o motivo pelo qual uma conjectura é válida e convencer alguém de que a conjectura é plausível (Hanna, 2000).

2.3 Os tipos e níveis de prova segundo Balacheff (1987, 1988)

Os tipos e níveis de prova apresentados “envolve a noção de prova do ponto de vista das

práticas matemáticas dos alunos e não do lógico” (Balacheff, 1988, p. 216). Trata-se de uma abordagem experimental na qual o autor propõe observar de maneira mais simples e cuidadosa os processos de prova utilizados pelos alunos na resolução de um problema, especialmente “como os alunos chegam a sua convicção sobre a validade da solução proposta” (Balacheff, 1988, p. 216).

Balacheff (1987, 1988) categoriza os tipos de provas produzidas por alunos em sala de aula em “provas pragmáticas” e “provas intelectuais”. As provas pragmáticas (empíricas) são aquelas que recorrem a fatos ou ações reais sobre o objeto de estudo (Balacheff, 1988). Elas se relacionam a um saber prático e envolvem argumentações cujas justificativas são de natureza empírica, resultantes de um processo de observação e ação do sujeito sobre o objeto. A validação de um argumento, neste tipo de prova, falha em seu caráter geral, uma vez que a justificação se dá a partir de uma explicação baseada em casos particulares (Balacheff, 1988; Rodrigues & Monteiro, 2021).

Por sua vez as provas intelectuais (conceituais) são “aquelas que não envolvem ação e repousam sobre formulações das propriedades em questão e sobre as relações entre elas” (Balacheff, 1988, p. 217). Elas se relacionam a um saber racional, por meio do qual o argumento de prova resulta de ações interiorizadas que fluem do pensamento, ou seja, trata-se, portanto, de formulações abstratas e sequências de raciocínio que controlam toda a generalidade da situação. São provas que se constituem em discursos lógico-dedutivos em torno da caracterização do objeto de estudo e suas relações (Balacheff, 1988; Rodrigues & Monteiro, 2021).

A evolução das provas pragmáticas para provas intelectuais e destas para a demonstração é marcada não apenas por uma evolução das características da linguagem, mas também pelo estado e natureza do conhecimento. A linguagem, em especial, além de ser um meio de comunicação, é uma ferramenta para realizar deduções lógicas, o que é característico do processo dedutivo (Balacheff, 1987, 1988). A evolução da linguagem natural para a linguagem funcional, de acordo com o autor, requer particularmente descontextualização, despersonalização, destemporalização.

Em síntese, a prova pragmática “é baseada em conhecimentos práticos que estão essencialmente envolvidos na ação, enquanto a prova intelectual requer que esse conhecimento possa ser tomado como um objeto de reflexão” (Balacheff, 1987, p. 15) oriundo da razão. Por sua vez, a demonstração (prova formal) também requer um estatuto particular para esse conhecimento. Ela se baseia em um corpo de conhecimentos “altamente institucionalizado, um conjunto de definições, teoremas e regras de dedução, cuja validade é socialmente partilhada” (Balacheff, 1987, p. 15).

Da prova pragmática à prova intelectual, Balacheff (1987, 1988) descreve cinco formas de validação reconhecidas como prova pelos seus produtores (alunos): empirismo ingênuo, experimento crucial, exemplo genérico, experiência mental e demonstração.

Empirismo ingênuo: constitui o nível mais elementar da hierarquia que envolve os tipos de prova pragmática (prova empírica). O modo de validação — ou afirmação da verdade — ocorre por meio da ação, observação e teste de uma proposição para alguns poucos casos particulares (geralmente selecionados sem critérios específicos). Nesse contexto, o raciocínio indutivo realizado pelo aluno promove uma generalização imprópria ao se basear apenas no teste empírico de uma proposição. O empirismo ingênuo, portanto, é um meio rudimentar de realizar uma prova e mostra resistência à generalização. Contudo, representa um primeiro passo no alcance da generalização (Balacheff, 1987, 1988; Rodrigues & Monteiro, 2021).

Experimento crucial: constitui o segundo nível da prova pragmática. Trata-se de um procedimento ou método de validação no qual, inicialmente, o aluno tenta extrair uma generalização empírica. Neste nível de prova, o aluno realiza a verificação de uma proposição em uma instância (exemplo/caso) que ele considera mais complexa ou especial. Após verificar a proposição para este caso não tão particular, ele conclui que ela será verdadeira para todos os outros casos, ou seja, “se funciona aqui, sempre funcionará” (Balacheff, 1988, p. 219). Nesse caso, o aluno tem uma falsa ideia da generalização por não considerar a situação pensada por ele como um simples caso particular.

Nesses dois primeiros níveis de prova, segundo Balacheff (1987, 1988), a linguagem apresentada pelo aluno pode envolver justificativas informais (pouco elaboradas), expressas por meio do linguajar cotidiano ou cálculos empíricos, ilustrações, gráficos e figuras, todos fundamentados por ações experimentais. Ainda de acordo com o autor, o experimento crucial pode ser considerado um meio de prova “quando constitui a refutação de uma asserção” (Balacheff, 1988, p. 230).

Os dois primeiros níveis não estabelecem a verdade de uma proposição. São chamados de prova pragmática porque são reconhecidos dessa forma pelos seus produtores (alunos) (Balacheff, 1988).

Exemplo genérico: constitui um nível que marca a transição da prova pragmática para a prova intelectual (Balacheff, 1988). De acordo com Rodrigues e Monteiro (2021),

o modo de validação parte de um exemplo particular do objeto de estudo (um representante da classe) e por meio de operações e transformações realizadas neste objeto explicita-se as razões que validam a conjectura e justificam a sua generalidade. Se a validação constituir uma ação focada em um raciocínio único e exclusivamente voltado para o caso particular então este nível de prova se concentra na categoria de prova pragmática. Por outro lado, se o caso particular oferecer suporte para expressar um tipo de raciocínio generalizador, então, este nível de prova pertencerá à categoria de prova intelectual (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 147).

No caso da transição da prova pragmática para a prova intelectual, o aluno elabora uma proposição geral a partir de um exemplo específico considerado como um representante de classe (o objeto, neste caso, não está presente por si mesmo). Posteriormente, o aluno realiza operações e formulações mentais a partir desse exemplo (contém nome e ilustração de um dos seus representantes), exibindo, assim, propriedades gerais (Balacheff, 1987, 1988). A dificuldade nesse nível de prova

reside no fato de que os oradores precisam de estar de acordo quanto ao caráter genérico do exemplo utilizado e, portanto, de partilhar as mesmas concepções dos objetos em questão: caso contrário, a explicação que se desenvolve parecerá estar fundamentalmente ligada a um caso particular (Balacheff, 1988, p. 225).

A prova inclui, portanto, “tentativas de transformar as propriedades observadas no exemplo em propriedades abstratas de toda a classe” (Fiallo & Gutierrez, 2017, p. 4).

Experiência mental (prova matemática conceitual): estabelece um dos níveis mais elevados de prova e está inserido na categoria de prova intelectual (Balacheff, 1988).

O modo de validação é constituído de justificativas desprendidas de concretização e contextualização em um representante particular. O raciocínio argumentativo

realizado por meio de operações e deduções flui por meio do pensamento que controla toda a generalidade da situação. Trata-se de um nível de prova onde ocorre construções cognitivas mais complexas, melhoria na estruturação do discurso e melhor encadeamento do raciocínio (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 147).

De acordo com Balacheff (1987), este é o momento em que o aluno passa a argumentar com maior fluência em linguagem natural, utilizando-a como ferramenta para realizar deduções lógicas. O argumento de prova, nesse contexto, consiste em uma cadeia de declarações dedutivas organizadas com a ajuda de exemplos específicos, porém internalizados, ou seja, invocados por uma ação internalizada. As operações, relações e articulação de conceitos e ideias matemáticas são realizadas mentalmente, desprovidas de qualquer tipo de concretização e implementação prática (Balacheff, 1987).

A prova, nessa perspectiva, leva em consideração o conteúdo das ideias matemáticas utilizadas para validar uma proposição. Este tipo argumento de prova, não formal e também não rigoroso, está de acordo com o que Garnica (2002) chama de “etnoargumentação” para o contexto de sala de aula.

Demonstração (prova matemática conceitual formal): é considerado um tipo especial de experiência mental devido à forma de raciocinar logicamente. Constitui também o nível mais elevado de prova e está inserido na categoria de prova intelectual. Trata-se de um nível de prova

mais complexa, uma vez que apresenta rigor e formalização na linguagem. [...] a demonstração é um tipo de argumentação, formal, que articula o uso de definições, teoremas e regras lógicas de dedução e que exprime uma validade socialmente compartilhada por toda a comunidade científica (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 147).

Este nível de prova leva em consideração a estrutura lógica formal dos argumentos para validar uma proposição. Para uma demonstração, podemos ter diferentes tipos de provas formais – direta, por indução, por contradição, analítica no sentido de Lakatos (1978) etc. – que devem ser diferenciadas pelos seus níveis de descontextualização, destemporalização e despersonalização, bem como pelo seu nível de formalização (ou seja, pela respectiva quota-parte de linguagem natural e de linguagem simbólica) (Balacheff, 1987, 1988).

3 Metodologia do estudo

O estudo realizado por Rodrigues e Monteiro (2021) apresentou um modelo teórico-metodológico para avaliar a qualidade do argumento de prova em um contexto de ensino baseado em um ciclo de Modelagem Matemática.

Já no estudo de tese³ (Rodrigues, 2023), o autor aperfeiçoou o referido modelo (Rodrigues & Monteiro, 2021) e estendeu o seu uso para um contexto de ensino que envolve a argumentação coletiva. Nesse contexto, o modelo pode ser utilizado em uma abordagem metodológica que engloba resolução de problemas, investigação matemática, experimentação, Modelagem Matemática e uso da tecnologia em sala de aula.

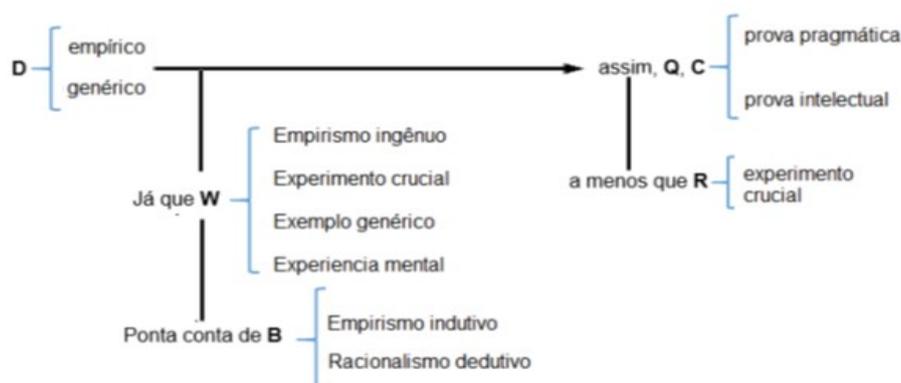
3.1 O modelo de avaliação do argumento de prova apresentado em Rodrigues (2023)

O modelo apresentado nesta seção integra a estrutura argumentativa de Toulmin (2001) à teoria de Nicolas Balacheff (1987, 1988) sobre os tipos e níveis de prova. Portanto, trata-se

³ Os resultados deste estudo compõem parte da tese de doutorado do primeiro autor (Rodrigues, 2023).

de um modelo teórico-metodológico (Figura 2) para avaliar a qualidade (solidez) do argumento de prova.

Figura 2: TAP no contexto da teoria de Balacheff (1987, 1988)



Fonte: Dados da pesquisa

Os elementos dados (D), garantia (W), apoio da garantia (B), qualificador (Q), Refutação (R) e conclusão (C) são definidos por Toulmin (2001). O que torna o modelo inovador é a possibilidade de classificar os componentes do argumento de prova à luz da teoria de Balacheff (1987, 1988) e, a partir disso, avaliar a qualidade (solidez) do argumento. A classificação da garantia, em especial, por si só orienta a classificação dos outros componentes do argumento (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

Em particular, os dados (D) podem ser classificados como empíricos ou genéricos. O dado é empírico quando é coletado diretamente do fenômeno ou objeto de estudo por meio da observação e manipulação. Por outro lado, o dado é considerado genérico quando se remete a uma ideia geral sobre o fenômeno estudado. Comumente, o dado é expresso pelo aluno por meio de símbolo ou variável para indicar uma generalização (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

A natureza da garantia (W) está relacionada ao modo como o aluno obtém o modelo/resultado/conjectura e realiza a validação. Balacheff (1987) considera que esse “modo” está relacionado às estratégias e aos raciocínios utilizados pelos alunos durante a justificação para produzir provas. Nesse sentido, a garantia (W) apresentada no argumento de prova pode ser classificada por alguma das categorias já citadas: empirismo ingênuo, experimento crucial, exemplo genérico e experiência mental (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

Os apoios (B) podem aparecer implícitos na explicação/justificação do aluno, referindo-se ao raciocínio empregado. Eles são classificados em

empirismo indutivo e racionalismo dedutivo. O empirismo indutivo é caracterizado por uma corrente epistemológica em que o conhecimento é construído a partir da ação-experiência-observação. Já o racionalismo dedutivo, remete ao mundo da razão, ao conhecimento construído de forma lógica, através de operações mentais (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

Ainda de acordo com Rodrigues e Monteiro (2021),

a classificação do apoio depende do tipo de garantia apresentada, ou seja, os tipos de garantias denominadas de empirismo ingênuo e experimento crucial remetem a corrente teórica ligada ao Empirismo indutivo. A garantia baseada na experiência mental tem apoio na teoria do racionalismo dedutivo. E por fim a garantia com base

no exemplo genérico, a depender do nível de dedução realizado pelo aluno e grau de apego deste ao caso particular, pode tanto variar de empirismo indutivo ao racionalismo dedutivo (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

É importante salientar que se a explicação/justificação do aluno for baseada na ação experimental, trata-se de um apoio associado ao empirismo indutivo. Caso contrário, se a explicação/justificação do aluno envolver conceitos e teorias para fundamentar o raciocínio, refere-se ao uso da razão para realizar deduções (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

O qualificador modal (Q), quando presente, pode ser avaliado pela presença de advérbios de intensidade que conferem força à conclusão (Toulmin, 2021; Rodrigues, 2023). Além disso, os qualificadores podem ser analisados

com base no tipo de teste realizado pelo aluno para então proferir um grau de força a conclusão. Em um nível de força, do menor para o maior, os testes podem ser classificados como: teste ingênuo, teste crucial e teste genérico. Dessa forma um argumento baseado em um teste genérico, a conclusão tem mais força do que uma conclusão baseada em argumentos associados a testes ingênuos e crucial (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

Rodrigues e Monteiro (2021) explicam que o elemento de refutação (R), enquanto parte integrante da estrutura completa do argumento de Toulmin (2001), pode ser compreendido também como um experimento crucial (Balacheff, 1987), “cujo contraexemplo desprovido do caráter generalizador, atua na refutação parcial de uma conclusão” (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

Por fim, o tipo de conclusão proferida,

seja ela, pragmática ou intelectual, é designada com base na avaliação da classificação das garantias e dos apoios fornecidos. A classificação do apoio decorre da classificação da garantia e nesse caso, o apoio em última instância, por si só, é capaz de direcionar o tipo de conclusão do argumento (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

Para Rodrigues e Monteiro (2021), o

argumento, portanto, é forte e bem elaborado se a conclusão for classificada como prova intelectual ou se a conclusão for um elemento de prova pragmática, do tipo experimento crucial à serviço da refutação de um argumento. Por outro lado, o argumento será classificado como fraco e de pouca elaboração quando a conclusão estiver baseada uma prova pragmática de caráter não refutador (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148).

O modelo é indicado “como um instrumento para avaliar a qualidade do argumento de prova, com fins de validação, produzido por alunos da Educação Básica especialmente no Ensino Médio” (Rodrigues & Monteiro, 2021, p. 148) ou também no Ensino Superior (Rodrigues, 2023).

3.2 O contexto escolhido para testagem e avaliação do modelo apresentado

O modelo inicialmente apresentado em Rodrigues e Monteiro (2021) foi proposto para um âmbito de ensino restrito à Modelagem Matemática. Posteriormente, o modelo foi

aperfeiçoado no estudo de tese de Rodrigues (2023) para um contexto mais amplo que envolve argumentação coletiva e pode ser utilizado sob diferentes enfoques metodológicos. No estudo realizado por Rodrigues (2023), o autor testou o uso do modelo junto a alunos ingressantes de um curso de formação de professores em Matemática em um ambiente de ensino que incluía argumentação coletiva durante uma aula de investigação numérica.

Para este estudo, selecionamos dois problemas de prova (Problema 3 e Problema 5), oriundos da atividade de investigação numérica proposta na tese de Rodrigues (2023). Na atividade, os problemas 3 e 5 solicitavam a elaboração de um argumento de prova para explicar o processo de conversão de um número do sistema de numeração de base decimal para uma base não decimal qualquer e vice-versa.

Participaram deste estudo 10 alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas (IFSULDEMINAS), Campus Passos, durante o ano de 2022. Os alunos foram divididos em três grupos de trabalho (G_1 ; G_2 ; G_3), e cada um deles realizou uma investigação numérica a partir dos dois problemas propostos. Os argumentos de prova (oral/escrito), elaborados coletivamente (Conner, *et al.*, 2014) para os dois problemas (Problema 3 e Problema 5) foram coletados por meio de registros escritos produzidos pelos grupos de trabalho durante a realização da investigação e videogravação. Para análise dos dados, foi utilizado o modelo teórico apresentado nesta seção. A utilização e eficácia do modelo foram avaliadas, e os resultados são discutidos na próxima seção.

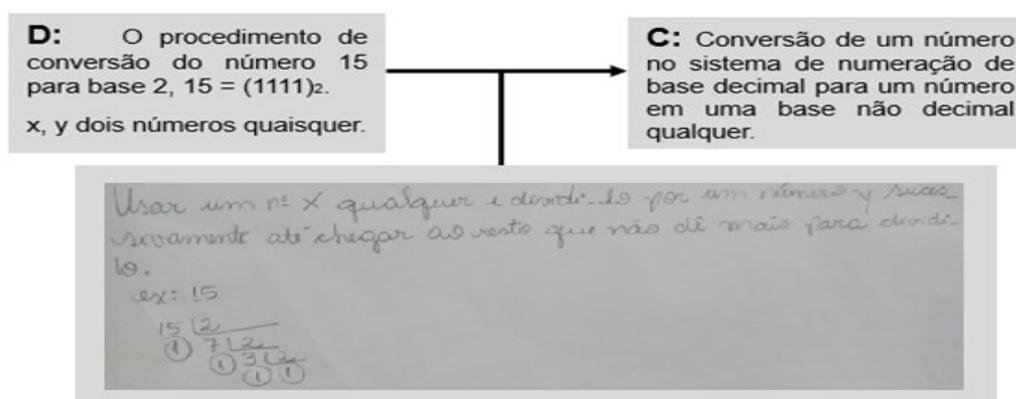
4 Resultados

O argumento de prova, como produto final da argumentação, foi obtido a partir dos dados coletados por meio de videogravação (argumentação oral) e da análise da atividade escrita (argumentação escrita) elaborada por cada grupo de trabalho.

No Problema 3 da atividade de investigação, foi proposto a cada aluno *mostrar para o seu colega de grupo como converter um número do sistema de numeração não decimal para um número correspondente no sistema de numeração decimal*. Os resultados apresentados como explicação/justificação para o problema de prova foram indicados no campo garantia do modelo de Toulmin (2001).

Para o grupo 1 (G_1), o problema obteve melhor justificação (validação) por escrito:

Figura 3: Argumento de prova composto por 3 elementos: dado, garantia e conclusão



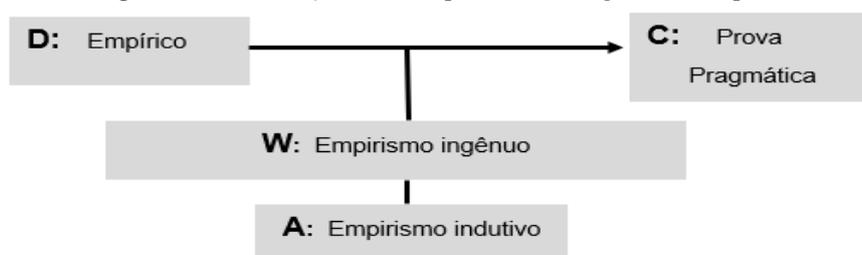
Fonte: Dados da pesquisa

Com base na análise da garantia (justificação) apresentada pelo grupo, o argumento de prova foi classificado como “prova pragmática” (Balacheff, 1987, 1988). Isso se deve ao fato

de que a justificação apresentada como prova iniciou-se de forma generalista na linguagem informal e, posteriormente, recorreu a um caso particular para dar continuidade à explicação do processo geral de conversão (Balacheff, 1987, 1988; Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023).

O argumento de prova teve a sua qualidade (solidez) avaliada com base na classificação dos componentes do argumento (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023), conforme apresentado na Figura 4, a seguir:

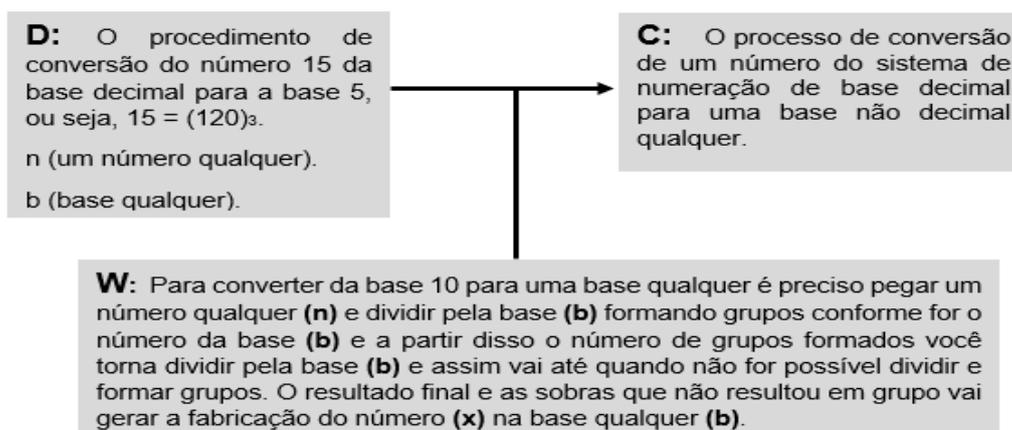
Figura 4: Classificação dos componentes do argumento de prova



Fonte: Dados da pesquisa

Com relação ao aspecto de solidez da prova, o argumento é considerado fraco e de pouca elaboração (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023), uma vez que a conclusão esteve baseada em uma prova pragmática (Balacheff, 1987, 1988). Para o grupo 2 (G_2), o problema obteve melhor justificação (validação) na forma oral.

Figura 5: Argumento de prova composto por 3 elementos: dado, garantia e conclusão



Fonte: Dados da pesquisa

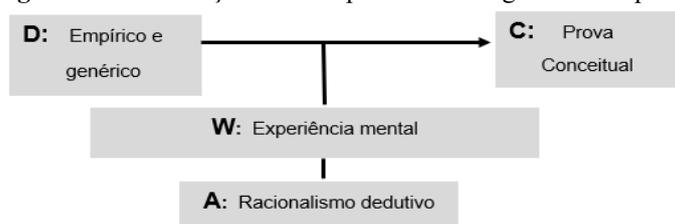
O tipo de prova produzida — na perspectiva dos seus produtores (os alunos) — foi classificado como prova intelectual ou conceitual (Balacheff, 1987, 1988). Nesse tipo de prova, ainda que o ponto de partida da explicação seja um caso particular (15 na base 3), o conhecimento no âmbito do grupo esteve relacionado a um saber racional a partir do qual a justificação resultou de ações interiorizadas que fluíram do pensamento dos alunos, produzindo um raciocínio que passou a controlar toda a generalidade da situação (Balacheff, 1987; Rodrigues & Monteiro, 2021).

O argumento de prova produzido pelo grupo teve a qualidade (solidez) avaliada com base na classificação dos componentes do argumento (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023), conforme apresentado na Figura 6.

De acordo com Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), esse argumento é considerado forte, uma vez que a conclusão esteve baseada em um tipo de prova conceitual

(Balacheff, 1987, 1988).

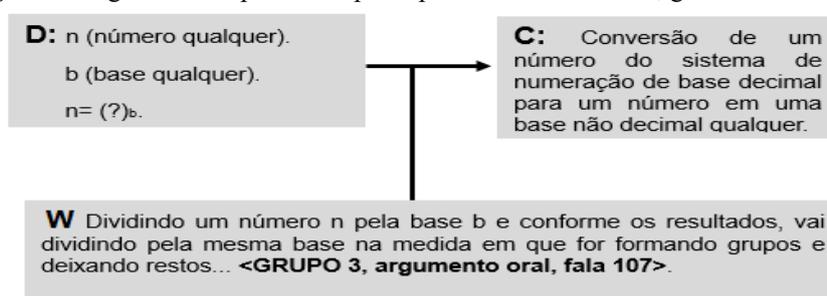
Figura 6: Classificação dos componentes do argumento de prova.



Fonte: Dados da pesquisa

Para o grupo 3 (G₃), o problema obteve melhor justificação (validação) a partir da expressão do argumento de forma oral, conforme indicado a seguir:

Figura 7: Argumento de prova composto por 3 elementos: dado, garantia e conclusão

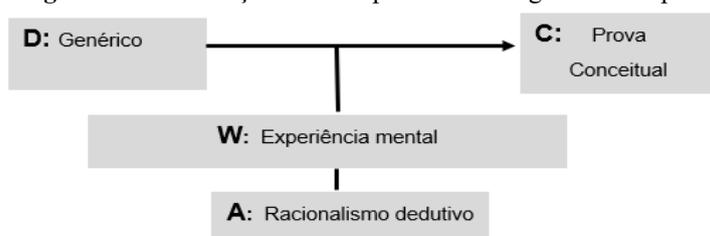


Fonte: Dados da pesquisa

No argumento elaborado pelo grupo, a prova foi classificada na categoria “prova intelectual” ou “prova conceitual” (Balacheff, 1987, 1988, haja vista que, em seu conteúdo, não há uma ação ou teste empírico explícito. Pelo contrário, uma formulação de cunho geral foi estabelecida para articular conceitos, ideias, relações e/ou propriedades, a fim de validar e explicar um processo (Balacheff, 1987, 1988; Hanna, 2000; Rodrigues & Monteiro, 2021).

Outro aspecto que também contribuiu para classificar a prova como conceitual foi a presença das expressões linguísticas “n” e “b” para representar dois objetos que baseiam alguma relação (Balacheff, 1987, 1988). Além disso, verificou-se que esse tipo de prova é genérico (Hanna, 2000), uma vez que a sua linguagem informal foi tida como “funcional”, ou seja, caracterizada por uma descontextualização, despersonalização e destemporalização em relação a um objeto específico (Balacheff, 1987, 1988). Ainda de acordo com o autor, o conhecimento, nessa situação, tornou-se objeto de reflexão, discurso e debate. O argumento de prova apresentado pelo grupo teve a sua qualidade avaliada (solidez) com base na classificação dos componentes do argumento proposto por Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8: Classificação dos componentes do argumento de prova



Fonte: Dados da pesquisa

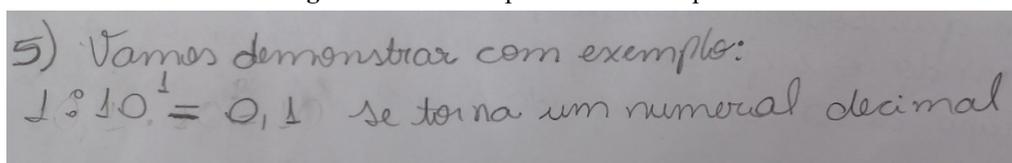
De acordo com Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), esse argumento é considerado forte e de boa elaboração, haja vista vez que a conclusão esteve fundamentada em

um tipo de prova conceitual (Balacheff, 1987, 1988). Apesar de terem sido identificadas algumas não conformidades na generalização apresentada, o argumento ainda assim foi avaliado dessa maneira (Rodrigues & Monteiro, 2021), pois cumpriu sua função de prova que explica (Hanna, 2000) dentro de um contexto de etnoargumentação em sala de aula (Garnica, 2002).

No Problema 5 da atividade de investigação, foi proposto a cada *aluno mostrar para o seu colega de grupo como converter um número do sistema de numeração não decimal para um número correspondente no sistema de numeração decimal*. Os resultados apresentados como explicação/justificação para a prova foram indicados no campo garantia do modelo de Toulmin (2001).

O grupo 1 (G_1) não conseguiu desenvolver uma prova aceitável para o Problema 5, impossibilitando-nos de avaliar a sua qualidade. Na justificação apresentada, os alunos confundiram os conceitos matemáticos “sistema de numeração decimal” e “número decimal”. Essa confusão de ideias conceituais contribuiu para o insucesso da equipe no entendimento do problema e, por fim, acarretou o surgimento de um argumento isolado e sem nenhuma conexão com a conclusão, conforme ilustra a Figura 9. Por esse motivo, não avaliamos a qualidade do argumento, uma vez que ele não pode ser utilizado como prova empírica ou conceitual.

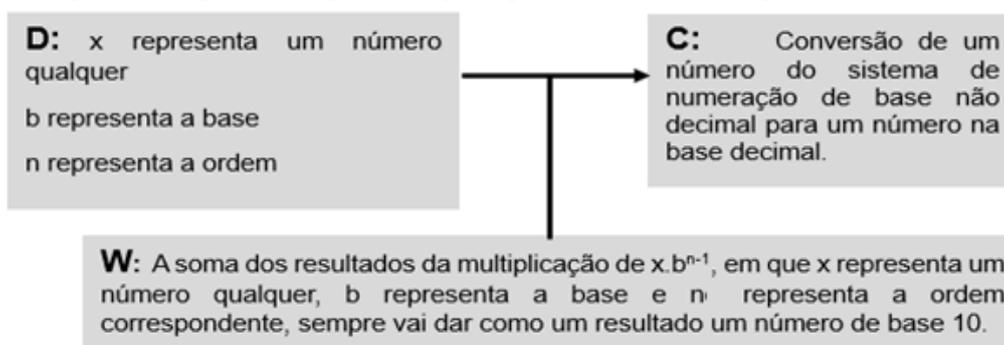
Figura 9: Garantia apresentada como prova



Fonte: Dados da pesquisa

Para o grupo 2 (G_2) o problema obteve melhor justificação (validação) na forma escrita e complementada na forma oral.

Figura 10: Argumento de prova composto por 3 elementos: dado, garantia e conclusão



Fonte: Dados da pesquisa

Com base na análise da garantia apresentada, verificou-se que o argumento de prova elaborado pelo grupo se enquadra na categoria de “prova intelectual” ou “prova conceitual” (Balacheff, 1987; 1988), uma vez que as ideias comunicadas repousam em formulações sobre objetos abstratos, suas propriedades e relações entre eles (Balacheff, 1988). A expressão linguística, como foi observado, evoluiu à medida que objetos abstratos e suas relações foram descritas por meio de variáveis como “ n ”, “ b ” e “ x ” (Balacheff, 1987, 1988), mesmo que em linguagem informal. Além disso, constatou-se que esse tipo de prova é genérico (Hanna, 2000), uma vez que sua linguagem informal foi considerada “funcional”, caracterizada por descontextualização, despersonalização e destemporalização em relação a um objeto específico (Balacheff, 1987, 1988). De acordo com esse autor, esse tipo de prova está relacionado a um

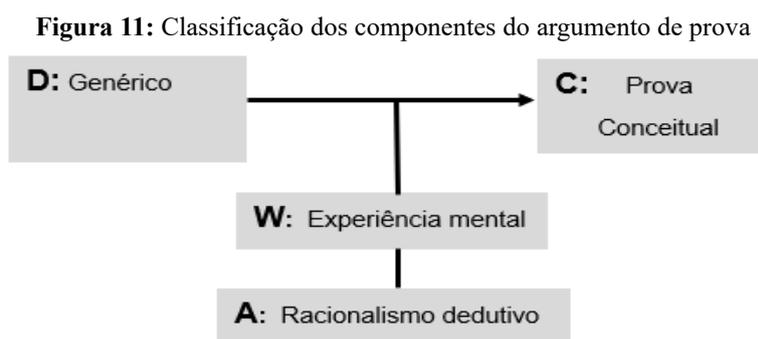
conhecimento racional que envolve argumentações cujas justificativas derivam de ações interiorizadas que fluem do pensamento e controlam a generalidade da situação (Balacheff, 1987, 1988; Rodrigues & Monteiro, 2021).

O grupo cometeu um equívoco na descrição da variável “x”. Contudo, durante a discussão oral em sala de aula, demonstraram compreender o verdadeiro significado da variável “x”, conforme aponta a fala a seguir:

Cada algarismo do número na base correspondente multiplicado pela sua base elevando a ordem (onde a primeira ordem é zero, a segunda ordem é equivalente a 1, a terceira ordem a 2 e assim por diante...) A soma dos seus resultados vai gerar o número na base decimal (Grupo 2, argumento oral, dados da pesquisa, grifo nosso).

Dentre todos os argumentos produzidos até então, este foi o único que transcendeu da linguagem informal para a linguagem matemática, ao produzir uma generalização por meio do uso de símbolos matemáticos, como “ $x.b^{n-1}$ ”, para estabelecer uma relação entre os objetos abstratos.

Por fim, o argumento de prova apresentado pelo grupo teve a sua qualidade (solidez) avaliada com base na classificação dos componentes do argumento proposto por Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), conforme apresentado na Figura 11.



Fonte: Dados da pesquisa

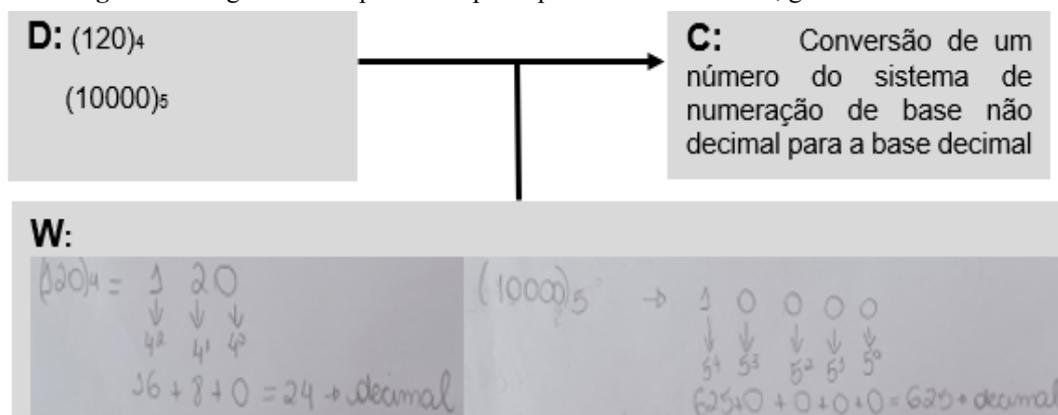
De acordo com Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), este argumento é considerado forte e bem elaborado, uma vez que a conclusão foi baseada em um tipo de prova conceitual (Balacheff, 1987, 1988). Apesar de ter sido identificada uma pequena não conformidade na generalização apresentada (descrição da variável “x”), o argumento ainda assim foi avaliado positivamente (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023), pois cumpriu sua função de prova explicativa (Hanna, 2000) dentro do contexto de etnoargumentação em sala de aula (Garnica, 2002).

Por fim, para o grupo 3 (G_3), o problema obteve melhor justificção (validação) na forma escrita.

Analisando a garantia apresentada, verifica-se que o argumento de prova elaborado pelo grupo se enquadra na categoria de “prova pragmática” ou “prova empírica” (Balacheff, 1987, 1988), uma vez que a justificativa é de natureza empírica e resulta de um processo de observação e ação direta do aluno sobre seu objeto de estudo (Balacheff, 1987; 1988). Nesse tipo de prova, o conhecimento é atestado por meio de uma ação, como resolver um caso particular, e não necessariamente por um discurso racional e generalista (Balacheff, 1987). Além disso, a linguagem escolhida na apresentação dos objetos utilizados na garantia, ou seja, os números $(120)_4$ e $(10000)_5$, apontou para uma contextualização da prova, uma vez que ela

não renuncia ao objeto em particular, impedindo assim o acesso a uma classe representativa e genérica desses objetos (Balacheff, 1988).

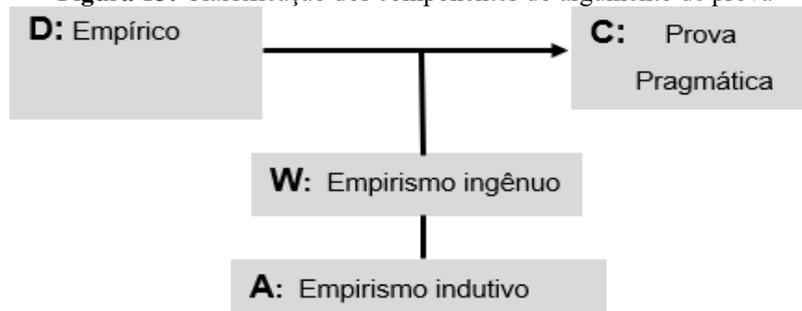
Figura 12: Argumento de prova composto por 3 elementos: dado, garantia e conclusão



Fonte: Dados da pesquisa

O argumento de prova apresentado pelo grupo teve a sua qualidade (solidez) avaliada com base na classificação dos componentes do argumento proposto por Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), conforme mostra a Figura 13.

Figura 13: Classificação dos componentes do argumento de prova



Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com Rodrigues e Monteiro (2021) e Rodrigues (2023), este argumento é considerado fraco e pouco elaborado, pois a conclusão está baseada em um tipo de prova pragmática (Balacheff, 1987, 1988). O Quadro 1 sintetiza os resultados obtidos.

Quadro 1: Avaliação dos argumentos de prova em cada grupo nos problemas 3 e 5

Grupos	Problema 3			Problema 5		
	Tipo de prova	Nível de prova	Avaliação	Tipo de prova	Nível de prova	Avaliação
Grupo 1	Prova Pragmática	Exemplo genérico	Argumento fraco e pouco elaborado	—	—	—
Grupo 2	Prova Conceitual	Experiência mental	Argumento forte e bem elaborado	Prova Conceitual	Experiência mental	Argumento forte e bem elaborado
Grupo 3	Prova Conceitual	Experiência mental	Argumento forte e bem elaborado	Prova Pragmática	Empirismo ingênuo	Argumento fraco e pouco elaborado

Fonte: Dados da pesquisa

Com base no Quadro 1, apenas o Grupo 2 foi capaz de obter êxito nos dois problemas de prova, mantendo a qualidade (solidez) do argumento de prova como forte e bem elaborado (Rodrigues & Monteiro, 2021; Rodrigues, 2023). O Grupo 1 não foi capaz de produzir uma prova probatória em nenhum momento. Já o Grupo 3 conseguiu desenvolver uma prova conceitual válida (forte e bem elaborada) para o Problema 3; no entanto, não foi capaz de produzir uma prova probatória para o Problema 5.

De modo geral, os resultados obtidos mostraram que os alunos investigados enfrentaram dificuldades em produzir provas conceituais. Contudo, essa dificuldade em desenvolver generalizações foi minimizada à medida que os alunos tiveram a oportunidade de participar de uma dinâmica de argumentação e construção coletiva de argumentos.

Com relação ao modelo utilizado para avaliar a qualidade (solidez) do argumento de prova produzido pelos alunos, ele foi testado pela primeira vez neste estudo. Os resultados mostraram a compatibilidade do modelo para avaliar e classificar os componentes do argumento de prova, exceto os qualificadores modais, uma vez que estes não foram identificados durante o processo de argumentação coletiva nesta investigação. Mais estudos podem ser realizados com o objetivo de avaliar a compatibilidade do modelo em outros contextos de ensino, bem como avaliar a possibilidade de ampliação das categorias propostas para cada componente do argumento.

Na perspectiva das práticas educacionais inclusivas, ressaltamos a necessidade de trabalhos futuros que contemplem o desenvolvimento de estruturas (modelos) de argumentação e prova que levem em consideração a captação e avaliação de argumentos produzidos por meio de modos de argumentação não escritos e não orais. Essa discussão não está presente na literatura de pesquisa.

5 Considerações finais

Ao longo deste estudo, exploramos a avaliação da qualidade do argumento de prova em um contexto de ensino de Matemática, combinando os referenciais teóricos de Stephen Toulmin (2001) e a teoria dos tipos e níveis de prova proposta por Nicolas Balacheff (1987, 1988). Nossa pesquisa concentrou-se em desenvolver e testar um modelo de avaliação capaz de classificar os componentes do argumento de prova, indo além da mera análise da garantia, considerando elementos como dados, apoios, conclusão, qualificadores e refutação.

Os resultados obtidos ao aplicar esse modelo em diferentes grupos de alunos em contextos de ensino baseado em argumentação coletiva revelaram *insights* valiosos. Ele se mostrou uma ferramenta eficaz para detectar a força e a solidez dos argumentos, categorizando-os como prova pragmática, prova conceitual ou prova intelectual.

Além disso, o modelo demonstrou ser uma ferramenta útil tanto para professores de Matemática em sala de aula quanto para pesquisadores da área. Ele pode ser utilizado como um instrumento de avaliação diagnóstica e verificação da compreensão dos processos de prova em sala de aula, auxiliando educadores a identificar o nível de prova do aluno e a partir disso aprimorar a sua prática pedagógica. Nesse sentido, constitui um instrumento eficaz para avaliar o nível de competência e habilidade do (s) aluno (s) da Educação Básica e Superior no que tange a proficiência da prática argumentativa para fins de prova. Da mesma forma, pode ser utilizado como um instrumento de análise de dados em pesquisas relacionadas à temática, contribuindo para o avanço do campo do ensino de Matemática.

No entanto, reconhecemos que ainda há desafios a serem superados. Os resultados apresentados não abordaram a presença de qualificadores modais e elementos de refutação nos

argumentos de prova, uma limitação que requer investigações futuras. Explorar como esses elementos influenciam a avaliação da qualidade dos argumentos pode enriquecer ainda mais nossa compreensão da construção do conhecimento matemático pelos alunos.

Em suma, este estudo avançou na discussão sobre a avaliação da qualidade do argumento de prova no contexto do ensino de Matemática. Ao integrar as teorias de Toulmin e Balacheff, desenvolvemos um modelo que se mostrou eficaz e útil. No entanto, encorajamos pesquisadores a continuarem a explorar novas possibilidades de aplicação desse modelo, especialmente no que diz respeito aos qualificadores modais e elementos de refutação. Acreditamos que essa abordagem aprimorada pode contribuir significativamente para o aprimoramento do ensino e da pesquisa em Matemática.

Referências

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147-176.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics (ODD). *Mathematics, teachers, and children*, 215-235.
- Bicudo, I. (2002). Demonstração em Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 15(18), 79-90.
- Cervantes-Barraza, J. A.; Hernandez Moreno, A. & Rumsey, C. (2000). Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school. *School Science and Mathematics*, 120(1), 4-14.
- Conner, A. M.; Singletary L. M.; Smith, R. C.; Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.
- Dede, A. T. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 292-314.
- Erkek, Ö. & Bostan, M. I. (2019). A different look at the reasoning process of prospective middle school mathematics teachers: Global argumentation structures. *Egitim ve Bilim*, 44(199), 1-27.
- Erkek, Ö. & Işıksal Bostan, M. (2019). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(3), 613-633.
- Fiallo, J. & Gutiérrez, A. (2017). Analysis of the cognitive unity or rupture between conjecture and proof when learning to prove on a grade 10 trigonometry course. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 145-167.
- Garnica, A. V. M. (2002). As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio. *Boletim de Educação Matemática*, 15(18), 91-99.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-3), 5-23.
- Kollar, I.; Ufer, S.; Reichersdorfer, E.; Vogel, F.; Fischer, F. & Reiss, K. (2014). Effects of

- collaboration scripts and heuristic worked examples on the acquisition of mathematical argumentation skills of teacher students with different levels of prior achievement. *Learning and Instruction*, 32, 22-36.
- Kosko, K. W. & Zimmerman, B. S. (2019). Emergence of argument in children's mathematical writing. *Journal of Early Childhood Literacy*, 19(1), 82-106.
- Lakatos, I. (1978). *A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e refutações*. Rio de Janeiro, RJ: Zahar Editores.
- Lin, P. J. (2018). O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental. *Educação & Realidade*, 43(3), 1171-1192.
- Lourenço, M. L. (2002). A demonstração com informática aplicada à Educação. *Boletim de Educação Matemática*, 15(18), 100-111.
- Monteiro, M. A. A. & Teixeira, O. P. . B. (2019). Contextos argumentativos e processos interativos em sala de aula. In: F. C. Bozelli & O. P. B. Teixeira. (Org.). *Contextos argumentativos e discursivos no ensino de Ciências*. (pp.27-44), São Paulo, SP: Espelho D'alma.
- Nardi, E., Biza, I. & Zachariades, T. (2012). "Warrant" revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin's model for argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 157-173.
- Nordin, A. K. & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15-27.
- Rodrigues, F. C. & Monteiro, M. A. A. (2021). Modelo para avaliação do argumento de prova em um contexto de ensino baseado em modelagem. *Revista Enseñanza de la Física*, 33(2), 143-151.
- Rodrigues, F. C. (2023). *Da argumentação à prova: produção e avaliação de argumentos matemáticos produzidos por alunos ingressantes em um curso de formação de professores*. 315f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Universidade Estadual Paulista. Bauru, SP.
- Solar, H.; Ortiz, A.; Deulofeu, J. & Ulloa, R. (2020). Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(12), 1-29.
- Staats, S. (2017). The poetics of argumentation: the relevance of conversational repetition for two theories of emergent mathematical reasoning. *Research in Mathematics Education*, 19(3), 276-292.
- Toulmin, S. (2001). *Os usos do argumento*. São Paulo, SP: Editora Martins Fontes.
- Vygotski, L. S. (2009). *A construção do pensamento e da linguagem* (2. ed.). São Paulo, SP: WMF Martins Fontes.
- Walter, J. G. & Barros, T. (2011). Students build mathematical theory: Semantic warrants in argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 323-342.