Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

Práticas de ensino de alta alavancagem em uma experiência de formação continuada com professores que ensinam Matemática na Educação Básica

Valdir Alves da Silva
Universidade Federal do ABC
Santo André, SP — Brasil
valdir.geom@yahoo.com.br
0000-0003-4767-7089

Vinícius Pazuch
Universidade Federal do ABC
Santo André, SP — Brasil
vinicius.pazuch@ufabc.edu.br
0000-0001-6997-1110

2238-0345

10.37001/ripem.v15i1.4328

Recebido • 28/09/2024
Aprovado • 09/11/2024
Publicado • 02/03/2025

Editor • Gilberto Januario

Resumo: As aproximações da prática docente têm se mostrado promissoras para envolver os professores com partes constituintes da prática. Buscamos neste artigo *identificar e caracterizar indícios de proficiência matemática para o ensino desvelados pelos professores que ensinam matemática (PEM) diante de práticas de ensino de alta alavancagem, concebida como aproximações da prática docente sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na educação básica*. Trata-se de uma pesquisa qualitativa-interpretativa, desenvolvida numa experiência de formação continuada no contexto de uma pedagogia da formação de professores na educação básica. O *corpus* textual da análise foi obtido por meio da seleção de tarefas matemáticas, encenação de aula e elaboração de plano de aula. Os resultados revelam que as *aproximações da prática docente*, como proposta neste artigo, se constituem como *práticas de ensino de alta alavancagem*, bem como contribuem para a promoção de indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas relacionados ao *noticing matemático*, *raciocínio matemático* e *criatividade matemática do professor*.

Palavras-Chave: Práticas Docentes. Proficiência Matemática para o Ensino. Desigualdades Matemáticas. Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Experiência de Formação Continuada.

A high-leverage teaching practice in a continuing education course of teachers who teach Mathematics in Basic Education

Abstract: Approximations of teaching practice have been promising in the movement of involving teachers with constituent parts of practice. In this article, we seek to identify and characterize evidence of mathematical proficiency for teaching revealed by teachers who teach mathematics (TTMs) in the face of high-leverage teaching practices, conceived as teaching practice approaches to the teaching and learning of mathematical inequalities in basic education. This qualitative-interpretative research was developed in a continuing education course in the context of a teacher education pedagogy in basic education. The textual corpus of the analysis was obtained through the selection of mathematical tasks, class role-playing, and elaboration of a lesson plan. As proposed in this article, the results reveal that approximations of practice constitute high-leverage teaching practices and promote evidence of mathematical proficiency for teaching and learning mathematical inequalities related to the teacher's mathematical noticing, mathematical reasoning, and mathematical creativity.

Keywords: Classroom Role-Playing. Mathematical Proficiency. Mathematical Inequalities. Teaching and Learning of Algebra. Formative Experience.

Prácticas docentes de alto apalancamiento en el contexto de la formación de docentes que enseñan Matemáticas en la Educación Básica

***Resumen**:* Las aproximaciones a la práctica docente han sido prometedoras en el movimiento de involucramiento de los docentes con partes constituyentes de la práctica. En este artículo, buscamos identificar y caracterizar evidencias de competencia matemática para la enseñanza reveladas por docentes que enseñan matemáticas (PEM) frente a prácticas docentes de alto apalancamiento, concebidas como enfoques de práctica docente para la enseñanza y aprendizaje de desigualdades matemáticas en educación básica. Esta investigación cualitativa-interpretativa se desarrolló en un curso de formación continua en el contexto de una pedagogía de formación docente en educación básica. El corpus textual del análisis se obtuvo a través de la selección de tareas matemáticas, juegos de roles de clase y elaboración de un plan de clase. Como se propone en este artículo, los resultados revelan que las aproximaciones a la práctica constituyen prácticas docentes de alto apalancamiento y promueven evidencias de competencia matemática para la enseñanza y aprendizaje de desigualdades matemáticas relacionadas con la observación matemática, el razonamiento matemático y la creatividad matemática del docente.

Palabras clave: Juego de Roles en el Aula. Competencia Matemática. Desigualdades Matemáticas. Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra. Experiencia de Formación.

1 Introdução[1]

No contexto das atividades humanas existem diversas práticas profissionais que são consideradas complexas, uma das quais é ensinar (Grossman *et al.* 2009). O trabalho docente é um empreendimento multifacetado que vai muito além de simplesmente transmitir conhecimentos aos estudantes (Kennedy, 2016). Ele ocorre em contextos sociais diversos e dinâmicos, onde os professores enfrentam uma série de desafios, adaptando-se constantemente para atender às necessidades dos estudantes, da instituição de ensino e da comunidade em que estão inseridos (Forzani, 2014; Grossman *et al.* 2009). Devido à essa complexidade, alguns pesquisadores sugerem, a título de formação inicial e/ou continuada, decompor a prática docente em partes constituintes para serem analisadas, estudadas e encenadas, para depois serem implementadas no próprio trabalho de ensino (Ball; Forzani, 2009; Banks *et al.*, 2024; Grossman *et al.*, 2009; Sztajn *et al.*, 2020).

Conceitualmente, a *decomposição da prática docente* é interpretada de diferentes maneiras na literatura, como por exemplo, "descompactar e especificar a prática em detalhes e projetar a educação profissional que oferecerá aos novatos oportunidades para praticar o trabalho e ajustar suas habilidades" (Ball & Forzani, 2009, p. 498, tradução nossa).[2] Matsumoto-Royo e Ramírez-Montoya (2021) compreendem como a "segmentação ou divisão em elementos constitutivos para facilitar o ensino e a aprendizagem" (p. 2). No entendimento de Sztajn *et al.* (2020), a intenção é "apoiar os novatos na distinção e compreensão de componentes separados antes de integrá-los na prática profissional complexa". Para Banks *et al.* (2024), se trata da "divisão das práticas de ensino em pedaços pequenos e manejáveis" (p. 5). Esses autores compartilham do mesmo entendimento de que a *decomposição da prática docente* "envolve desmembrar a prática em suas partes constituintes para fins de ensino e aprendizagem" (Grossman *et al.*, 2009, p. 2056).

[1] Este artigo compõe a tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC, organizada em formato *multipaper*, escrita pelo primeiro autor e orientada pelo segundo autor.

[2] Para não carregar o texto, a partir desta citação optamos por não explicitar a expressão "tradução nossa" após as traduções das citações. Cabe ressaltar que as traduções são de nossa inteira responsabilidade.

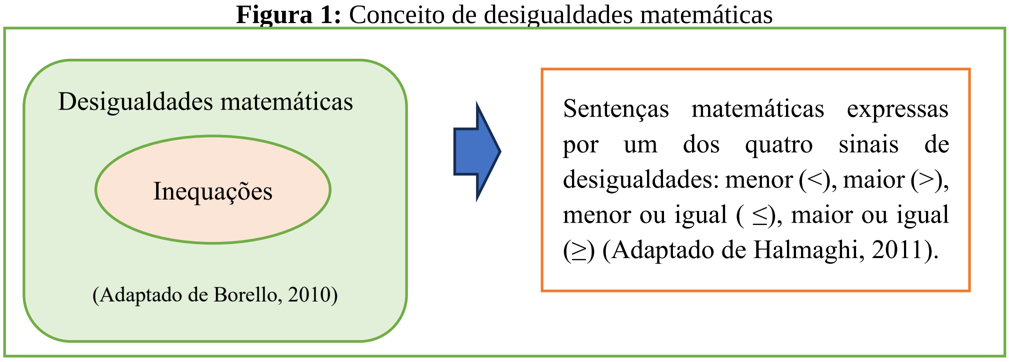
Mesmo reconhecendo a importância de abordagens integradoras à aprendizagem dos professores, a prática docente é formada por partes constituintes que podem ser melhoradas por meio do ensino direcionado (Grossman *et al.*, 2009). Assim, incorporamos neste estudo as ideias desses autores sobre a *decomposição da prática docente* para engajar PEM em práticas deliberadas de ensino que são mais ou menos próximas de sua profissão – ***aproximações da prática docente*** (Grossman *et al.* 2009), sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na Educação Básica[3] durante uma Experiência de Formação Continuada (EFC).

A expressão "desigualdades matemáticas" é um tema que se configura, explicitamente ou implicitamente, nos currículos de matemática da Educação Básica brasileira (Brasil, 2017, 2018). Este conteúdo não é exclusividades de uma única área da matemática, podem estar presentes na resolução de problemas de aritmética, álgebra ou geometria. Por outro lado, diversos, pesquisadores, como Alvarenga (2013) e Anggoro e Prabawanto (2019), relatam que o campo da educação matemática ainda agrega poucas pesquisas em torno desse assunto. Ademais, sublinham para o fato de que estudantes de licenciaturas em matemática e PEM, apresentam dificuldades quando estão diante de tarefas matemáticas que envolvem essa temática. Todas essas constatações serviram de argumentos para considerarmos as desigualdades matemáticas tema de investigação para promover as discussões com os PEM.

Ainda sobre as desigualdades matemáticas, o seu conceito não ecoa de forma unânime entre os pesquisadores do campo da educação matemática (Halmaghi, 2011; Iezzi & Murakami, 2019; Mineiro, 2019). Diante desse cenário de divergência conceitual, optamos por seguir as palavras de Halmaghi (2011), que entende as desigualdades matemáticas como "sentenças matemáticas expressas por um dos cinco sinais de desigualdade: menor ($<$), maior ($>$), menor ou igual ($\leq$), maior ou igual ($\geq$) e diferente ($\neq$)" (p. 16). Esse conceito abrange as sentenças matemáticas fechadas, isto é, sentenças que de imediato somos capazes de afirmar que elas são verdadeiras ou falsas, como por exemplo: $10 \neq 3$, $8 < 20$. Além disso, esse conceito carrega também as sentenças matemáticas abertas que, de imediato, não conseguimos classificá-las como verdadeiras ou falsas, pois cada uma delas depende do valor da variável que carrega, como por exemplo: $3 + x^2 > 5$, $5y + 4 \geq 24$, $2z \leq 10$.

Cabe ressaltar que o sinal de diferente ($\neq$) não será abordado neste estudo. Assim, assumimos o conceito de desigualdades matemáticas como:

Figura 1: Conceito de desigualdades matemáticas



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Diante dessas conceptualizações, o objetivo delineado para este artigo é: *identificar e caracterizar indícios de proficiência matemática para o ensino desvelados pelos PEM diante*

[3] De acordo com a LDBEN n.º 9.394/96, Art. 21, a Educação Básica é formada pela Educação Infantil, pelo Ensino Fundamental e pelo Ensino Médio. Nosso estudo abordará o tema de desigualdades matemáticas presente no currículo escolar dos anos finais do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio.

de práticas de ensino de alta alavancagem (HLTP)[4]*, concebida como aproximações da prática docente sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na Educação Básica.* Essas práticas são compartilhadas, com pequenas adaptações, do pensamento de Ball *et al.*, (2009) e Melhuish *et al.* (2022), os quais entendem que as HLTP são práticas que (i) podem ser implementadas rotineiramente; (ii) usam, moldam ou integram o pensamento matemático dos PEM; (iii) têm potencial para aumentar a equidade, o acesso e/ou o envolvimento entre os PEM; (iv) são sustentadas por pesquisas que conectam a aprendizagem dos PEM; e (v) oferecem oportunidades de aprendizagem com vista equipar os PEM com capacidades para os elementos fundamentais do trabalho docente.

Já a palavra "indícios" remete à ideia de pistas, sinais de algo que se deseja descobrir numa investigação ou na análise minuciosa de um objeto (Ginzburg, 1989). Para Santos e Costa (2020), palavra pista é compreendida como a "possibilidade de existência de algo, que, até então, encontra-se aparentemente oculto" (p. 1306). Para atingir esse propósito, apresentamos a seguir o referencial teórico, a metodologia, os procedimentos de análise do *corpus* textual deste estudo e os resultados. Encerramos o artigo com a discussão dos resultados, as limitações do estudo e a conclusão.

2 Proficiência Matemática para o Ensino

A proficiência matemática para o ensino (PMpE), do original *mathematical proficiency for teachers* (Wilson; Heid, 2011), foi elaborada no contexto da formação de PEM para o Ensino Médio. A palavra "proficiência" é originária do Latim *proficere,* que significa *"progredir, aproveitar, avançar", de pro, "à frente",* e *facere, "fazer"* (Proficiência, [20--]). No entendimento de Kilpatrick, Swafford e Findell (2001),"nenhuma palavra captura completamente todos os aspectos de especialização, competência, conhecimento e facilidade em matemática. Escolhemos a 'proficiência matemática' para capturar o que achamos que significa para qualquer pessoa aprender matemática com sucesso" (p. 5).

A PMpE é uma estrutura teórica formada pelas componentes: *proficiência matemática, atividade matemática e trabalho matemático para o ensino*. Elas se sobrepõem, se articulam e interagem para promover a formação de professores proficientes para o ensino da matemática. Essas componentes, assim organizadas conforme mostra a figura 2, são compreendidas como "experiência e a habilidade matemática que um professor tem e usa com o objetivo de promover a compreensão, a proficiência e a apreciação da matemática dos estudantes" (Wilson & Heid, 2011, p. 2).

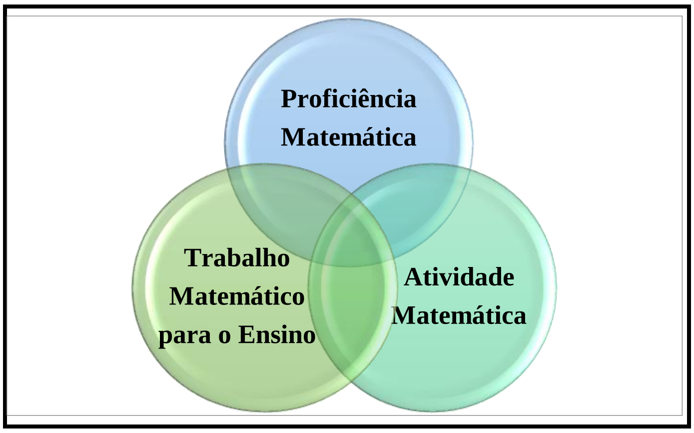
Nesta perspectiva, a ***proficiência matemática*** refere-se aos aspectos relacionados a proficiência matemática do professor e a sua capacidade de ajudar os estudantes a avançarem na sua aprendizagem em matemática. Esta componente contém as vertentes: *compreensão conceitual, fluência procedimental, competência estratégica, raciocínio adaptativo, disposição produtiva e conhecimento histórico-cultural*. Como sublinha Wilson e Heid (2011), "o desenvolvimento da proficiência matemática dos estudantes geralmente depende muito de quão bem desenvolvida é a proficiência do professor"(p. 4).

A ***atividade matemática*** tem como foco principal o "fazer matemática", as atividades matemáticas que o professor realiza em suas aulas e que deseja que os estudantes aprendam. Esta componente inclui as vertentes: *noticing matemático do professor*, *raciocínio matemático do professor e criação matemática do professor*. Para essas autoras, "quanto mais proficiência de um professor em atividade matemática se desenvolver, mais bem equipado ele estará para

[4] Empregamos o acrônimo HLTP da designação em inglês *high-leverage teaching practices* para nos referirmos às práticas de ensino de alta alavancagem.

facilitar a aprendizagem dos estudantes e a prática da matemática"(Wilson & Heid, 2011, p. 4). Nesta perspectiva, os professores são colocados no centro do processo de aprendizagem e incentivados a pensar criticamente, explorar ideias e formular conjecturas. O aprimoramento da atividade matemática acontece por meio da exploração de atividades conectadas a situações que os aproximem mais das práticas reais de sala de aula, o que inclui, por exemplo, selecionar/elaborar/resolver tarefas matemáticas, encenar aulas para seus pares e elaborar plano de aula.

Figura 2: Componentes da proficiência matemática para o ensino



Fonte: Adaptado pelos autores com base em Wilson e Heid (2011)

O ***trabalho matemático para o ensino*** relaciona-se ao trabalho matemático de ensino do professor de modo a ajudar os estudantes a desenvolverem a proficiência matemática. Esta componente inclui as vertentes: *analisar ideias matemáticas dos estudantes, acessar e compreender o pensamento dos estudantes, conhecer e usar o currículo, avaliar a proficiência matemática dos estudantes e refletir sobre sua própria prática.* Como observam Wilson e Heid (2011), "possuir proficiência no trabalho de ensino de matemática permite que os professores integrem sua proficiência de conteúdo e conhecimento de processo para aumentar a compreensão matemáticas dos estudantes" (p. 16).

A PMpE foi estruturada no contexto da formação de PEM que atuavam no Ensino Médio. Por esse motivo, Wilson e Heid (2011) justificaram a escolha esse público por entenderem que: (i) o número de assuntos trabalhados neste nível escolar é maior daqueles abordados no Ensino Fundamental; (ii) a formalidade e o rigor matemático se tornam mais presentes e recebem mais atenção do professor; (iii) o professor pode dar mais atenção às estruturas e as abstrações matemáticas e (iv) os raciocínios dos estudantes estão, teoricamente, mais elaborados para aceitarem tarefas matemáticas mais complexos.

2.1 Atividade Matemática

Dentre as três componentes da PMpE, escolhemos a ***atividade matemática*** como lente teórica para a análise dos dados deste estudo. Esta escolha justifica-se pelo fato deste estudo: (i) estar diretamente relacionado às atividades matemáticas que os PEM utilizam em suas aulas e que desejam que os estudantes aprendam; (ii) estar totalmente situado e socialmente promulgado e (iii) não configurar em pesquisas brasileiras com foco na formação de PEM que envolvem as desigualdades matemáticas na Educação Básica. Ademais, é importante frisar que a escolha desta componente não exclui as outras duas, pois tanto a *proficiência matemática*, como o *trabalho matemático para o ensino*, estão presentes no trabalho diário que os PEM empregam em suas práticas docentes e que desejam que os estudantes aprendam. Figura 3 mostra como Wilson e Heid (2011) idealizaram a componente, suas vertentes e subvertentes.

Figura 3: Vertentes e subvertentes da componente atividade matemática

Noticing matemático do professor	*Raciocínio matemático do professor*	*Criatividade matemática do professor*
• Estrutura matemática • Formas simbólicas válidas • Argumentação matemática • Conectar dentro e fora da matemática	• Justificar • Conjecturar • Generalizar • Restringir e estender	• Representação • Definições • Transformação

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Wilson & Heid (2011)

Nesta perspectiva, Wilson e Heid (2011) esclarecem que a vertente ***noticing matemático do professor*** refere-se à capacidade do professor de perceber e interpretar aspectos da sala de aula que são relevantes para a aprendizagem dos estudantes. Suas subvertentes são: (i) *estrutura matemática*—relaciona-se às semelhanças e diferenças presentes nas estruturas matemáticas. Por exemplo, o professor precisa saber a diferença na resolução de uma equação do 2º grau para a resolução de uma desigualdade matemática do 2º grau; (ii) *formas simbólicas válidas*—relaciona-se ao reconhecimento de formas simbólicas algébricas válidas na matemática. Por exemplo, o professor precisa estar ciente de que a propriedade comutativa a.b = b.a é válida para quaisquer que sejam números reais a e b. Por outro lado, esta mesma propriedade não se aplica para as matrizes; (iii) *argumentação matemática*—refere-se à capacidade do professor de perceber a forma como os estudantes apresentam seus argumentos durante as atividades matemáticas, e como professor pode intervir para ajudar os estudantes aprimorar o seu raciocínio matemático; (iv) *conexões dentro e fora da matemática*—refere-se às conexões que o professor realiza do conteúdo que está ensinando naquele momento com outras áreas da matemática ou até mesmo com outras disciplinas do currículo escolar, como por exemplo, as tecnologias.

Em relação a vertente ***raciocínio matemático do professor***, Wilson e Heid (2011) referem-se à capacidade do professor de produzir seus fundamentos matemáticos e/ou lógico (raciocínio dedutivo) que apoia a plausibilidade de uma conjectura (raciocínio abdutivo) ou generalização (raciocínio indutivo). Esta se complementa com as subvertentes: (i) criar argumentos que apoiem as justificações em procedimentos, propriedades, axiomas, teoremas e definições matemáticas (*justificar*); (ii) identificar padrões após uma fase informal de exploração de exemplos específicos (*conjecturar*); (iii) produzir argumentos matemáticos que permitam afirmar que uma propriedade é válida para um determinado conjunto de objetos e também é válida para um conjunto maior de objetos (*generalizar*) e (iv) definir os limites ou a extensão de um conceito que está sendo abordado com os estudantes num determinado momento da aula (*restringir e estender*).

A vertente ***criatividade matemática do professor*** refere-se à capacidade do docente de produzir novas maneiras de transmitir a matemática para os estudantes. Esta vertente que se complementa com as subvertentes se divide em: (i) *representação*—representar a matemática para os estudantes de forma menos comuns; (ii) *definição*—recorrer às definições para resolver questões matemáticas e (iii) *transformação*—recorrer à modificação, transformação e manipulação de conceitos matemáticos de modo a contribuir para a proficiência matemática dos estudantes (Wilson & Heid, 2011). Assim, com o contexto teórico definido, passaremos a apresentar a metodologia que orientou o presente estudo.

3 Metodologia

Nesta seção, apresentamos e justificamos as opções metodológicas que orientam este estudo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994) de cunho interpretativo (Borko *et al.*, 2008), desenvolvida por meio de uma EFC que se configurou nesta pesquisa com características particulares, pois: (i) teve por finalidade principal oferecer oportunidades de aprendizagem profissional para os PEM em início de carreira aprimorarem sua proficiência matemática para o ensino por meio de práticas deliberadas que os aproximem da prática docente; (ii) foi situada no contexto de uma pedagogia da formação de professores; (iii) se constitui como uma sequência de ERP, composto por conversas entre professores, para que estes reflitam sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na Educação Básica.

3.1 Contexto do estudo, participantes e instrumentos de recolha dos dados

A experiência de formação continuada (EFC) foi estruturada com carga horária total de 30 horas, dividida em nove partes, chamadas de episódios de raciocínio pedagógico (ERP). Destes, os ERP (3, 4, 6), com duração de 3h, 4h e 3h, respectivamente, compõem o *corpus* textual de análise deste artigo. A EFC foi desenvolvida com base numa pedagogia da formação de professores (Loughran, 2010), que sustenta que "o ensino do ensino não se trata da simples entrega de informações e ideias sobre o ensino. Pelo contrário, é o ensino sobre o conhecimento da prática através da criação cuidadosa e proposital de episódios em que esse conhecimento nasce em experiências de prática" (Loughran, 2010, p. 589). Quanto aos ERP, estes são "momentos de interação entre os professores em que eles descrevem ou levantam questões sobre a prática docente que são acompanhadas por alguma elaboração de razões, explicações ou justificativa" (Mosston & Ashworth, 2008, p. 215). Em outras palavras, são momentos coletivos de ensino e aprendizagem em que todos os professores trabalham em prol do mesmo conjunto de objetivos, que no nosso caso, é sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na Educação Básica.

Os ERP (3, 4, 6) foram desenvolvidos no segundo semestre de 2022, nos dias 4/10, 11/10 e 25/10, respectivamente, nas dependências de uma universidade pública federal, e tiveram por finalidades oferecer oportunidades aprendizagem profissional para os PEM se engajarem em práticas deliberadas de ensino que são mais ou menos próximas às práticas de sua profissão. A expressão "oportunidades de aprendizagem profissional" foi construída, com base nos estudos de Ball e Cohen (1999), Kawkman (2003), Lloyd *et al.* (2019) e Ribeiro e Ponte (2019), como momentos em que professores estudam e discutem sobre atividades matemáticas de modo a aprimorar sua proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática na Educação Básica. Tais atividades podem diferir no trabalho dos professores, contudo, incluem: (i) observar, refletir e discutir sobre as práticas reais de sala de aula de seus pares ou por meio de gravações de vídeos; (ii) planejar tarefas matemáticas de modo a contribuir para a proficiência matemática dos estudantes; (iii) encenar métodos de ensino visando promover avanços na proficiência matemática dos estudantes; (iv) implementar tarefas matemática na escola com os estudantes; e (v) refletir coletivamente com seus pares sobre as tarefas implementadas nas escolas.

Esses ERP foram supervisionados pelo formador e gravados em vídeos. Com este recurso tecnológico foi possível "capturar aspectos difíceis de serem percebidos com outros recursos, tais como expressões corporais, faciais ou verbais utilizadas em situações cotidianas, reações de diferentes sujeitos em face de uma atividade ou questão proposta pelo pesquisador" (Garcez *et al.*, 2011, p. 251). Para além das gravações em vídeo, os registros de observações assistemáticas do formador e as fichas de avaliação realizadas pelos PEM completaram o conjunto de instrumentos de recolha dos dados deste estudo. Observações assistemáticas "consistem em recolher e registrar os fatos da realidade sem que o pesquisador utilize meios técnicos especiais ou precise fazer perguntas diretas.[...], não tem planejamento e controle previamente elaborados" (Marconi & Lakatos, 2003, p. 192). Quanto às fichas de avaliação, foram estruturadas com seis questões e teve por finalidade conhecer a percepção dos professores sobre as atividades desenvolvidas em cada ERP.

Figura 4: Objetivos das partes constituintes das aproximações da prática

ERP-3	ERP-4	ERP-6
• Selecionar e resolver coletivamente tarefas matemáticas sobre desigualdades matemáticas	• Encenar aula com a tarefa matemática selecionada	• Elaborar plano de aula para estudantes do Ensino Médio

Fonte: Elaborado pelos autores

Participaram desses ERP duas professoras, S(29) e H(26)[5], e um professor, L(31), todos no início de carreira (Ferreira, 2017), com experiência até cinco anos de docência. Além desses colaboradores, incluímos um estudante, N(23), do curso de licenciatura da mesma universidade em que a EFC foi desenvolvida. A inclusão deste estudante se deu por conta de seu interesse no ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas e por possuir experiências em docência ao nível de estágios supervisionados no Ensino Fundamental e Médio em instituições de ensino privadas na região metropolitana da cidade de São Paulo. A partir desse momento, todos os participantes serão chamados de PEM.

A escolha dos PEM resultou, principalmente, de três motivos: (i) a formação inicial não é suficiente para o trabalho docente (Ferreira, 2017); (ii) o início da carreira docente é marcada por descobertas e experimentações, e é considerada como a mais difícil para os professores (Seriani *et al.*, 2017) e (iii) o início da carreira é um período extremamente complexo, em que vários desafios e responsabilidades são colocados para esses novos profissionais sem que eles estejam preparados para enfrentá-los (Lopes & Rhoden, 2023). Assim, acreditamos que oferecer oportunidades de aprendizagem profissional para os PEM se envolverem em práticas deliberadas de ensino que os ***aproximem da prática docente*** pode contribuir para aprimorar sua proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Cabe frisar que, no contexto deste estudo, tarefas são "usualmente, mas não necessariamente, propostas pelos professores, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelos estudantes e podem dar origem a atividades muito diversas ou a nenhuma atividade" (Ponte, 2017, p. 195). Quanto a atividade, relaciona-se exclusivamente àquilo que os estudantes realizam durante as suas atividades escolares. No contexto da matemática, as tarefas são "proposta de trabalho que os professores apresentam para os estudantes, que pelo seu lado, se envolvem em 'atividades' matemáticas para resolver" (Cunha, 2000, p. 5). Nessa mesma direção, Stein *et al.* (2009, p. 19) entendem a tarefa como "proposição feita pelo professor em sala de aula, cujo objetivo é concentrar a atenção dos estudantes em uma determinada ideia matemática."

3.2 *Corpus* textual de análise do estudo e recolha dos dados

O *corpus* textual de análise deste estudo se constituiu como um conjunto de textos (Moraes, 2003), extraídos por meio das atividades desenvolvidas nas ***aproximações da prática docente***. Esse conjunto de materiais é visto como fruto das investigações que expressam

[5] Os PEM foram nomeados pela última letra do seu sobrenome. O número que está do lado direito da letra refere-se à idade do PEM. Esta identificação foi dada após a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

observações, discussões e reflexões sobre os fenômenos estudados e que podem ser lidos, descritos e interpretados no contexto da formação de PEM na Educação Básica.

3.2.1 Seleção de tarefas matemáticas

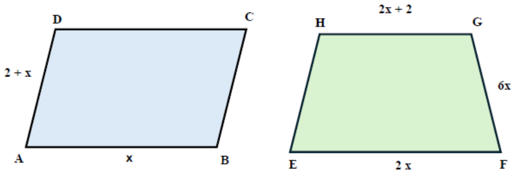
A seleção de tarefas matemáticas é uma etapa importante do processo de planejamento da aula do professor (Steele, 2001). Ao desenvolver este tipo de atividade, o professor precisa estar seguro do desenho da tarefa que ele quer propor aos estudantes, pois como Stein *et al.* (2009) observam, “algumas tarefas têm o potencial de envolver os estudantes em forma complexa de pensamento e raciocínio, enquanto outras se concentram na memorização ou no uso de regras ou procedimentos” (p. 4). Para Steele (2001), “nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades de os estudantes aprenderem e na sua percepção acerca do que é matemática, como a seleção ou criação de tarefas com que o professor envolve os estudantes no estudo da matemática” (p. 42).

Atentos às palavras de Steele (2001) e Stein *et al.* (2009), os PEM selecionaram duas tarefas sobre as desigualdades matemáticas com a finalidade de envolver estudantes do Ensino Médio com formas complexas de pensamento e raciocínio. As tarefas estabeleceram conexões entre a álgebra e a geometria, o que as caracterizam como tarefas de alto nível de demanda cognitiva. Por demanda cognitiva queremos dizer “o tipo e o nível de pensamento exigido dos estudantes para se envolver com sucesso e resolver a tarefa” (Stein *et al.*, 2009, p. 1). A primeira tarefa, criada pelos próprios PEM, **excerto #1**, aborda uma desigualdade do 2º grau. Em complemento, essa tarefa foi classificada pelo formador de acordo com o modelo teórico proposto por Barbosa (2013).

Barbosa (2013) apresenta três conceitos-chave para o desenho de tarefas. O primeiro, *quadro de referência*, refere-se ao contexto em que a tarefa foi elaborada, explicitando as condições que a tornam verdadeira ou não. O quadro de referência oferece limitações para a construção da tarefa, como por exemplo, coloca o professor diante de um quadro de referência específico em que a tarefa é projetada. Já o segundo, *recontextualização reversa*, refere-se às ações que o professor realiza para equilibrar aspectos da sua própria prática em relação aos conhecimentos prévios que os alunos trazem sobre um determinado assunto e o quadro de referência em que a tarefa está sendo projetada. O terceiro, *marcadores de tarefas*, nos ajudam a compreender as características da tarefa.

Figura 5: Primeira tarefa matemática escrita proposta pelos PEM

Tarefa 1 - Observe as figuras e encontre o valor de $x \in R$ de modo que a área do paralelogramo seja maior que a área do trapézio. Apresente sua resposta por meio de diferentes tipos de representações (gráfica, conjunto numérico e intervalo numérico).



Excerto #1

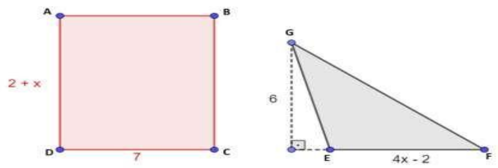
Modelo teórico	
Quadro de referência	BNCC
Recontextualização reversa	Elaborada pelos PEM
Marcadores	**Classificação**
Contexto de referência	Matemática pura
Uso da linguagem	Muito rigorosa
Estrutura	Fechada
Distribuição	Alto nível
Relação pedagógica	Muito isolada

Fonte: Dados da pesquisa

Seguindo o raciocínio de estabelecer conexões entre a álgebra e a geometria, os PEM reduziram a demanda cognitiva da segunda tarefa, **excerto #2**, propondo abordar o conceito de desigualdades matemáticas do 1º grau.

Figura 6: Segunda tarefa matemática escrita proposta pelos PEM

Tarefa 2 - Observe as figuras e encontre o valor de x $\in R$ de modo que a área do retângulo seja maior que a área do triângulo. Apresente sua resposta por meio de diferentes tipos de representações (gráfica, conjunto numérico e intervalo numérico). Adaptada da obra de Souza (2011)



Excerto # 2

Modelo teórico	
Quadro de referência	BNCC
Recontextualização reversa	Adaptada pelos PEM
Marcadores	**Classificação**
Contexto de referência	Matemática pura
Uso da linguagem	Muito rigorosa
Estrutura	Fechada
Distribuição	Alto nível
Relação pedagógica	Muito isolada

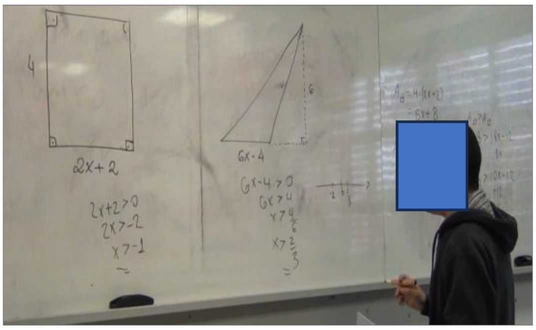
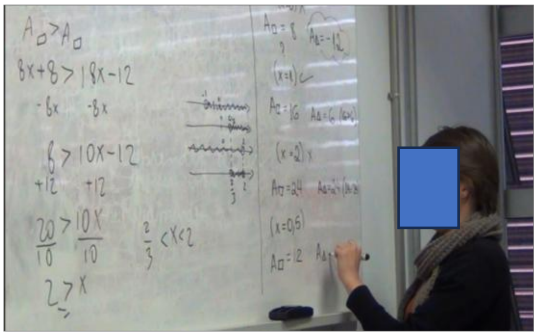
Fonte: Dados da pesquisa

Resumindo, a seleção das tarefas exigiu a proficiência dos PEM em relação: (i) ao conteúdo matemático presente nas tarefas; (ii) ao currículo de matemática, ou seja, selecionaram as tarefas próximas ao ano escolar dos estudantes; (iii) ao pensamento dos estudantes, ou seja, reconheceram o nível de demanda cognitiva que cada tarefa iria exigir dos estudantes.

3.2.2 Encenação de aula com a tarefa matemática selecionada

Na encenação de aula, **excertos #3** e **#4**, os PEM(N) e (H) tiveram oportunidades de apresentarem suas estratégias de ensino na resolução das tarefas. O formador e os demais PEM assumiram o papel de estudantes/observadores na aula. Após a encenação, os PEM se reuniram e, de comum acordo, decidiram escolher a segunda tarefa para que fosse posteriormente implementada com os estudantes do Ensino Médio de uma escola pública da região metropolitana da cidade de São Paulo. Segundo eles, a primeira tarefa apresentava nível de demanda cognitivo muito elevado para os estudantes, bem como o tempo de aula reservado na escola não seria suficiente para o desenvolvimento completo da tarefa.

Figura 7: Professores encenando aulas com as tarefas matemáticas

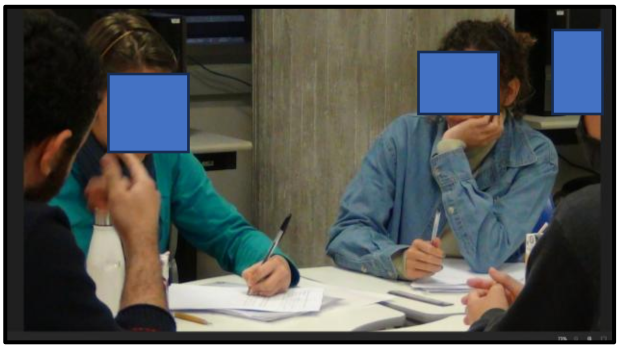
Excerto #3	**Excerto #4**
	
Resolução da tarefa 2	Resolução da tarefa 2

Fonte: Dados da pesquisa

3.2.3 Elaboração do plano de aula

Neste encontro, os PEM elaboraram coletivamente o **excerto #5**, um plano de aula de 100 minutos para: (i) atender o propósito e os objetivos da aula; (ii) verificar a proficiência matemática prévia dos estudantes; (iii) anexar a tarefa matemática com suas possíveis resoluções; (iv) antecipar possíveis dificuldades e perguntas dos estudantes durante a resolução da tarefa; (v) selecionar os materiais didáticos para a realização da aula com os estudantes; (vi) organizar os momentos da aula: introdução da tarefa, realização da tarefa matematica pelos estudantes, discussão coletiva sobre a resolução da tarefa e sistematização das aprendizagens (Canavarro, 2018).

Figura 8: PEM elaborando plano de aula



Excerto #5

Fonte: Dados da pesquisa

As atividades desenvolvidas nesses três ERP produziram um conjunto de textos que revelaram diversos eventos críticos que irão contribuir para a construção do modelo de análise do *corpus* textual deste estudo. Esses eventos são compreendidos como "eventos que demostram significância ou contrastante mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior" (Powell *et al.*, 2004, p. 21).

4 Procedimentos de análise do *corpus* textual do estudo

Para a análise do *corpus* textual das informações selecionadas para este estudo, tomamos como orientação para a transcrição e análise dos vídeos, com as devidas adaptações, o modelo analítico proposto por Powell, Francisco e Maher (2004). Este modelo foi construído a partir das análises de videograções e sobre o pensamento de estudantes engajados em investigações matemáticas. Assim, pelo fato de estarmos usando o vídeo como instrumento de coleta de dados, decidimos, com as devidas adaptações, trazer seis fases interativas e não lineares desse modelo para fazer parte do *corpus* textual deste artigo. Ademais, a análise será sobre as práticas deliberadas dos PEM engajados no ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas na Educação Básica. Figura 6 mostra as fases desse modelo.

Figura 9: Fases do modelo de análise do corpus textual da pesquisa

1ª fase	2ª fase	3ª fase
• Familiarização do corpus da pesquisa	• Descrição da unidade de análise	• Identificação e transcrição dos eventos críticos
4ª fase	**5ª fase**	**6ª fase**
• Categorização dos eventos críticos	• Construção do enredo	• Composição da narrativa

Fonte: Elaborado pelos próprios autores com base em Powell, Francisco e Maher (2004)

Resumidamente, na primeira fase do modelo, realizamos a leitura dos textos produzidos nos ERP (3, 4, 6) sem que houvesse qualquer tipo de análise sobre o material observado. Na segunda fase, formamos com esses ERP a unidade de análise, denominada de ***aproximações da prática docente***. Na terceira fase, identificamos e descrevemos os eventos críticos desta unidade. Na quarta fase categorizamos os eventos críticos de acordo com as vertentes: ***noticing* matemático do professor*, raciocínio matemático do professor*** e ***criatividade matemática do professor***, com as suas respectivas subvertentes. Nesta categorização, os eventos críticos passaram a se chamar *indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas*. Na quinta fase, construímos o enredo (resultados), que consiste na tessitura de um texto em que "as interpretações dos dados e as inferências assumem papéis importantes" (Powell, Francisco e Maher, 2004, p. 33). Na sexta fase, construímos a narrativa, que consiste na discussão dos resultados, ou melhor, dos indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas desvelados pelos PEM.

5 Resultados

Nesta seção, identificamos e descrevemos os indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas revelados pelos PEM durante as ***aproximações da prática docente***. Esses indícios foram organizados de acordo com a quarta fase do modelo de análise do *corpus* textual da pesquisa que contém as vertentes: ***noticing* matemático*, raciocínio matemático*** e ***criatividade matemática*** do professor, com suas respectivas subvertentes.

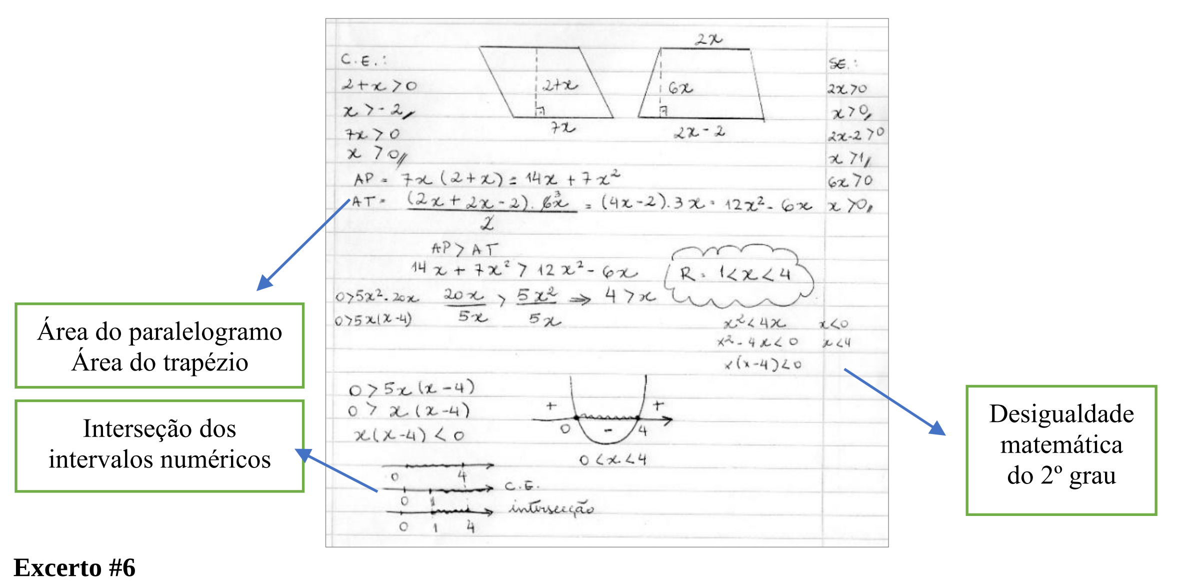
5.1 Indícios de *noticing* matemático do professor

Durante as atividades realizadas nas ***aproximações da prática docente***, os PEM revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas relacionados ao ***noticing* matemático do professor**: *fazer conexões dentro da própria matemática, formas simbólicas válidas* e *estrutura matemática*. Por exemplo, na seleção de tarefas, **excertos # 1 e #2**, os PEM perceberam, por meio de atividades realizadas anteriormente, que conectar as desigualdades matemáticas com conceitos de áreas de figuras planas na mesma tarefa matemática ofereceria oportunidades para os estudantes aprimorarem sua proficiência matemática. Esta capacidade dos PEM nos fez lembrar das palavras de Wilson e Heid (2011) quando observam que os professores que percebem que ***conexões dentro da própria matemática*** oferecem um ambiente rico e desafiador para os estudantes.

Por outro lado, os PEM revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados à subvertente *formas simbólicas válidas*. Por exemplo, na resolução coletiva da primeira tarefa, **excerto #1**, eles utilizaram a propriedade distributiva em relação à adição na expressão $7x.(2 + x)$ para determinar, **excerto #6**, a área do paralelogramo $14x + 7x^2$. Esta propriedade informa, com base em Vieira (2021), que quaisquer que sejam os números reais a, b e c, a expressão matemática $a.(b + c) = a.b + a.c$ é sempre válida. De maneira análoga, os PEM determinaram a área do trapézio.

Além disso, os PEM revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados a subvertente ***estrutura matemática*** quando reconheceram semelhanças e diferenças na resolução de equações do 2º grau com a desigualdade $x^2 - 4x < 0$, **excerto #6**. Ou seja, observaram que as equações podem não ter nenhuma raiz, e se existir, pode ter no máximo duas; já a desigualdade matemática apresentada na tarefa, além de encontrar as raízes da equação, será necessário estudar o sinal da função e fazer a interseção dos intervalos numéricos das expressões $7x$, $(2 + x)$ e $2x$, $(2x – 2)$ pertencentes aos lados e as alturas do paralelogramo e do trapézio, respectivamente, de modo a encontrar o valor de x que torne a área do paralelogramo maior que a área do trapézio.

Figura 10: Resolução da primeira tarefa matemática pelos PEM



Fonte: Dados da pesquisa

5.2 Indícios de raciocínio matemático do professor

As manifestações dos PEM durante as atividades realizadas nas ***aproximações da prática docente*** revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas relacionados à vertente ***raciocínio matemático do professor***: *justificar, generalizar, restringir e estender*. Por exemplo, na encenação da aula, **excerto #4**, os PEM(N) e (H) adicionaram (-8x) e (+12) nos dois lados das desigualdades 8x + 8 > 18x - 12 e 8 > 10x - 12, respectivamente. Em seguida, multiplicaram os dois lados da desigualdade matemática 20 > 10x por 1/10, encontrando o valor de x < 2. Ao fazerem uso dessas operações matemáticas, o formador perguntou o porquê dessas operações na resolução das desigualdades. Os PEM(N) e (H) declararam: "*Se somar nos dois lados de uma desigualdade matemática um número qualquer, o sentido da desigualdade não será alterado*" (PEM(N) e (H), 11/10/2022). Complementando, disseram: "*Se multiplicar os dois lados da desigualdade matemática por um número qualquer, o seu resultado não se altera* (PEM(N) e (H), 11/10/2022).

Como podemos observar, os PEM(N) e (H) não fizeram uso de linguagem formal para justificar as operações de adição e multiplicação de um número nos dois lados das desigualdades. Eles trouxeram argumentos de sua formação acadêmica que validassem seus procedimentos durante a resolução da tarefa, revelando indícios de proficiência matemática na subvertente ***justificar***. Como sublinham Wilson e Heid (2011), as justificações dos professores que lecionam no Ensino Médio muitas vezes não precisam estar fortemente fundamentadas no rigor que os matemáticos normalmente usam em suas provas ou demonstrações, pois se assim fosse, muitas vezes não propiciariam o entendimento dos estudantes.

Complementando as respostas dos PEM(N) e (H), o formador informou que a operação de adição é definida como *monotonicidade da adição* e ressaltou: se **x, y** e **z** são três números reais quaisquer e se **x > y,** então a desigualdade **x + z > y + z** é equivalente à primeira (Sichinel, 2022). Para esse autor, a palavra "equivalente" significa que "se a primeira desigualdade matemática é satisfeita, então a segunda também é, e vice-versa: se a segunda desigualdade matemática é satisfeita, então a primeira também é" (p. 4). Além disso, o formador informou que a operação de multiplicação é definida como *monotonicidade da multiplicação* e ressaltou: se **x > y, x** e **y** números reais quaisquer e **z** um número real positivo, então a desigualdade matemática **x.z** > **y.z** é equivalente à primeira. E complementou: se **x > y** e **z** um número real negativo, então a desigualdades **x.z** < **y.z** não será equivalente a primeira (Sichinel, 2022).

Por outro lado, os PEM revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados a subvertente ***restringir e estender*** quando selecionaram as tarefas, **excertos # 1** e **#2**. Os PEM tiveram que restringir, reduzir o nível de demanda cognitiva da segunda tarefa após a encenação. Eles perceberam que tinham estendido demasiadamente o nível de demanda cognitivo da primeira tarefa, pois ela abordava diversos conceitos impossíveis de abordar com os estudantes em função do tempo reservado para a implementação da aula. Como observam Wilson e Heid (2011), "restringir em matemática significa definir os limites de uma ideia matemática específica" (p.14). Ademais, os PEM(N) e (H) ***generalizaram*** procedimentos válidos aplicados na resolução da primeira tarefa, como por exemplo, a propriedade da *monotonicidade da adição*, para a resolução da segunda tarefa. Como observam essas autoras, a generalização envolve a identificação de propriedades ou procedimentos válidos de uma atividade específica para um conjunto maior de atividades.

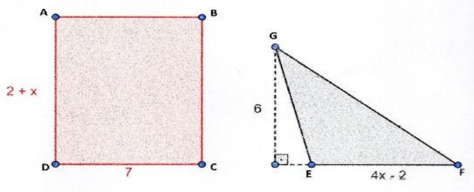
5.3 Indícios de criatividade matemática do professor

Durante as atividades desenvolvidas nas ***aproximações da prática docente***, os PEM revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas relacionados à ***criatividade matemática do professor***: *representação, definição e transformação*. Por exemplo, ao elaborarem o plano de aula, os PEM apresentaram duas maneiras de resolver a segunda tarefa. Para além dos procedimentos algébricos, os PEM utilizaram um quadro, **excerto #8**, em que os valores de x eram testados de modo que a área do retângulo se tornasse maior do que a área do triângulo. Cabe ressaltar que esta estratégia de apresentar a resolução da desigualdade matemática é trabalhosa, é restrita e passível de erros. Mas, por outro lado, esta capacidade de apresentar a resolução da desigualdade matemática revela indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados à subvertente ***representação,*** em que a matemática é apresentada de forma menos comuns para os estudantes (Wilson & Heid, 2011).

Figura 11: Resolução da segunda tarefa matemática pelos PEM*

Tarefa Matemática (TM) (caso o espaço não seja suficiente, anexar ao plano)

Observe as figuras e encontre o valor de $x \in R$ de modo que a área do retângulo seja maior que a área do triângulo. Apresente a sua resposta por meio de diferentes tipos de representações (gráfica, conjunto numérico e intervalo numérico).



(Adaptado de Souza, 2019, p. 74)

Diferentes soluções da TM

Resolução 1

Condições de existência:

1) $14 + 7x > 0 \Rightarrow x > -2$

2) $4x - 2 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$

Cálculo de áreas:

$A_R = b \cdot h = 7 \cdot (2 + x) = 14 + 7x$

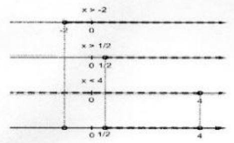
$A_T = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(4x-2) \cdot 6}{2} = \frac{24x - 12}{2} = 12x - 6$

Excerto # 7

Comparação de áreas:

$A_R > A_T \Rightarrow 14 + 7x > 12x - 6 \Rightarrow 20 > 5x \Rightarrow 4 > x$

Solução gráfica:



Solução por meio de intervalo numérico: $]\frac{1}{2}, 4[$

Solução por meio de conjuntos numéricos: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x < 4\}$

Resolução 2

Valor de x	A_R	A_T	$A_R > A_T$?	Obs.
x = 0	14	- 6	sim	impossível, A_T negativa
x = 0,5	17,5	0	sim	A_T nula
x = 0,5...	**17,5...**	**0...**	**sim**	
x = 0,6	**18,2**	**1,2**	**sim**	
x = 1	**21**	**6**	**sim**	
x = 2	**28**	**18**	**sim**	
x = 3	**35**	**30**	**sim**	
x = 3,99...	**41,93...**	**41,88...**	**sim**	
x = 4	42	42	não	áreas iguais
x = 5	49	54	não	A_R menor

Conclusão: Obedecendo as condições de existência do problema, o valor x deve ser maior que ½. Além disso, para que a área do retângulo seja maior que a área do triângulo, o valor de x precisa ser menor que 4. Dessa forma, valor de x que satisfaz a solução do problema pertencer o intervalo $\frac{1}{2} < x < 4$, sendo x um número pertencente ao conjunto dos números reais.

Excerto # 8

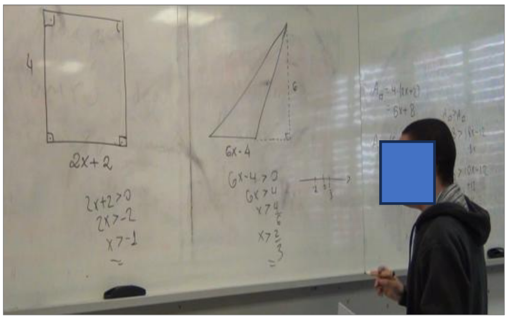
*Esta resolução é parte constituinte do plano de aula elaborado pelos PEM.

Fonte: Dados da pesquisa

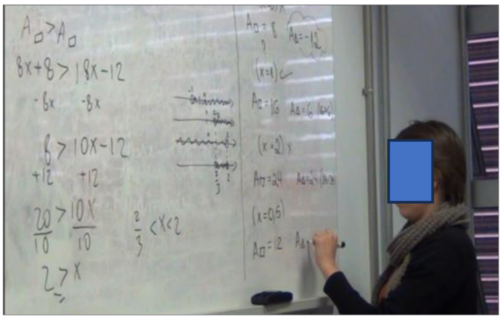
Além disso, os PEM(N) e (H) revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados à subvertente ***definições***. Por exemplo, quando questionados: *Como é que vocês pensaram para resolver a segunda tarefa matemática*? (Formador, 4/10/2022). Os PEM responderam, **excerto #7**, *"A gente tem que calcular primeiro a área do quadrado e do triângulo em função de x, e depois a gente resolve a desigualdade matemática"* (PEM(N) e (H), 4/10/2022). O domínio dos conceitos de áreas de figuras planas dos PEM, bem como de outros aplicados por todos os PEM ao longo das ***aproximações da prática docente***, como por exemplo, propriedade da *monotonicidade da adição e da multiplicação*, nos remetem novamente às palavras de Wilson e Heid (2011): "os professores de matemática precisam ser capazes de recorrer a definição para resolver questões matemáticas" (p. 15).

Quanto aos indícios de proficiência matemática para o ensino relacionados à subvertente ***transformação***, esses foram desvelados pelos PEM(N) e (H) durante a verificação da condição de existência das expressões (2 + x), lado do retângulo e (6x – 4), base do triângulo. No primeiro momento, os PEM(N) e (H) fizeram uso do raciocínio dedutivo (Mata-Pereira & Ponte, 2018), **excerto #9**, para verificar a condição de existência das expressões por meio da interseção dos intervalos numéricos. Em seguida, **excerto #10**, utilizaram-se do raciocínio indutivo (Mata-Pereira & Ponte, 2018) para verificar a condição de existência das mesmas expressões numéricas.

Figura 12: Resolução da segunda tarefa matemática pelos PEM



Excerto # 9



Excerto #10

Fonte: Dados da pesquisa

Esta capacidade de modificar, transformar e manipular a matemática mostra a fluência desta vertente na prática docente desses PEM (Wilson & Heid, 2011).

6 Discussão dos resultados

Durante a seleção e resolução das tarefas, os PEM desvelaram indícios de proficiência matemática para o ensino em relação ao ***noticing matemático do professor***. Os PEM fizeram ***conexões dentro da própria matemática***, integrando conceitos de álgebra e geometria nas tarefas, e reconheceram ***formas simbólicas válidas*** durante as resoluções das tarefas, como por exemplo, constataram que o método indutivo era restrito para verificar a condição de existência das expressões presentes nas figuras. Como bem lembrou um dos PEM: "*Essa estratégia é restrita, tem mesmo que fazer a interseção entre as retas*" (PEM(L), 4/10/2022). Ademais, os PEM perceberam semelhanças e diferenças nas ***estruturas matemáticas***, em que a resolução das tarefas exigiu formas complexas de pensamento e raciocínio diante dos diferentes conceitos que elas abordavam, tais como: desigualdades matemáticas de 1º e 2º grau, estudo de sinal de função afim e quadrática, interseção de intervalos numéricos e conceitos relacionados às grandezas e medidas: área de figuras planas: trapézio e paralelogramo e medidas.

Durante a encenação da aula, os PEM também revelaram indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas relacionados ao ***raciocínio matemático do professor***. Os PEM trouxeram de suas formações acadêmicas e profissionais argumentos, às vezes formais ou não, que ***justificassem*** o uso de procedimentos, propriedades e definições matemáticas para a resolução das tarefas. Cabe lembrar que no contexto das ***aproximações da prática docente***, as justificações sempre ocorreram num processo social, fundamentadas no conhecimento público do campo da matemática, como foi o caso em que o formador explicou formalmente para os PEM a propriedade da *monotonicidade da adição e da multiplicação* de números reais.

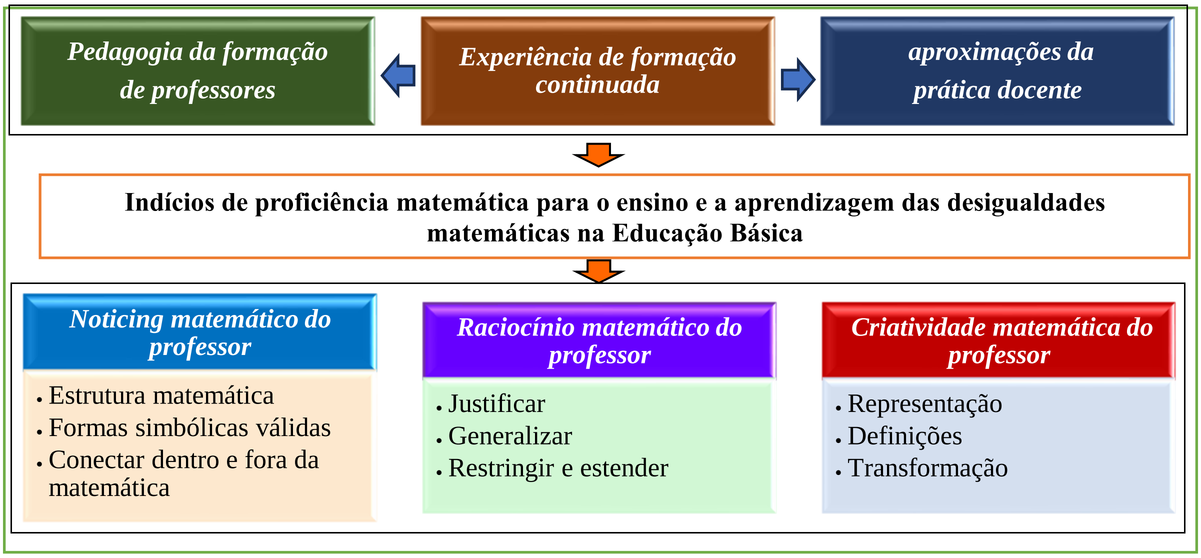
Para além de justificar, os PEM também transportaram conceitos, definições, propriedades e procedimentos válidos da resolução de uma tarefa para outra. Essa capacidade de generalizar, característica da própria formação acadêmica desses PEM, é um processo fundamental do raciocínio matemático envolvendo a abstração e a extensão de conceitos matemáticos para situações mais amplas e diversas (Mata-Pereira & Ponte, 2018). Na resolução da primeira tarefa, por exemplo, os PEM reconheceram a importância da interseção entre as retas para verificar a condição de existência das expressões algébricas presentes nos lados do paralelogramo e do trapézio. Posteriormente, eles aplicaram esses procedimentos nas expressões algébricas presentes nos lados do quadrado e do triângulo da segunda tarefa. A seleção e encenação de tarefas mostraram aos PEM que ***restringir* e *estender*** são partes constituintes importantes do raciocínio matemático dos professores e que elas devem ser aprimoradas constantemente por meio de diferentes tipos de tarefas matemáticas.

Para elaboração do plano de aula, os PEM trouxeram ideias, estratégias e procedimentos válidos dos encontros anteriores, seleção de tarefas e encenação de aulas, para atender os elementos constituintes do plano: objetivo da aula, proficiência matemática prévia que os estudantes precisam para resolver a tarefa, propor diferentes resoluções para a tarefa, antecipar erros que os estudantes podem cometer durante a resolução da tarefa, antecipar questões que os estudantes podem fazer durante a resolução da tarefa, selecionar os materiais didáticos para a resolução da tarefa, organizar o espaço da sala e o tempo para a implementação da tarefa. Neste contexto, os PEM foram proficientes para selecionar tarefa matemática menos comum (***representação****)*, envolvendo as desigualdades matemáticas com áreas de figuras planas. Para além disso, recorreram às ***definições*** para resolver a tarefa proposta no plano de aula, bem como apresentaram diferentes tipos de representações para as soluções das tarefas—conjuntos numéricos, representação gráfica e intervalos numéricos, o que mostra a capacidade dos PEM de ***transformação*** de uma representação em outra.

Assim, resumidamente, apresentamos na figura 13 os indícios de proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemáticas manifestados pelos PEM durante a realização das práticas deliberadas de ensino desenvolvidas nas ***aproximações da prática docente***.

Como podemos observar, as subvertentes *argumentação matemática* pertencente à vertente ***noticing matemático do professor*** e a subvertente *conjecturar* pertencente à vertente ***raciocínio matemático do professor*** não foram identificadas neste estudo. A *argumentação matemática* refere-se à capacidade do professor de perceber a forma como os estudantes apresentam seus argumentos durante as atividades matemáticas. Nas ***aproximações da prática docente*** os PEM não tiveram contato com os estudantes. A subvertente *conjecturar*, por sua vez, está frequentemente baseada na identificação de padrões após uma fase informal de explorações de exemplos específicos (Wilson & Heid, 2011), o que também não ocorreu neste estudo.

Figura 13: Indícios de proficiência matemática desvelados pelos PEM



Fonte: Elaborada pelo autor

Antes de concluir o presente artigo, gostaríamos de ressaltar que o público-alvo e o contexto em que este estudo foi realizado não permite generalizações para outros cenários de formação de professores. Assim, pedimos aos leitores que devem ter cautela ao considerar as diferenças contextuais e usar essas descobertas como *insights* para novas investigações no contexto da formação de PEM sobre o ensino e a aprendizagem das desigualdades na Educação Básica. Por outro lado, como ressaltam Grossman *et al.* (2009), essa ideia de equipar os professores com capacidades para os elementos fundamentais do trabalho docente não se dá única e exclusivamente pelas ***aproximações da prática docente***. Para apoiar este argumento, complementamos nossa pesquisa com outra prática deliberada: ***representações da prática*** (Alves da Silva & Pazuch, no prelo).

7 Conclusão do estudo

Diante do que foi apresentado neste estudo, inferimos que o objetivo deste artigo foi atingido e que as ***aproximações da prática docente***, assim proposto neste estudo, se constitui como uma ***prática de ensino de alta alavancagem***. Essas práticas ajudaram os PEM a integrar seu pensamento matemático relacionado às desigualdades matemáticas na Educação Básica, bem como aprimoraram suas habilidades relacionadas às atividades matemáticas, com foco em: (i) reconhecer e interpretar semelhanças e diferenças na estrutura matemática e nas formas de expressão dos estudantes durante as atividades em sala de aula (***noticing matemático do professor);*** (ii) elaborar fundamentos matemáticos, lógicos ou generalizações (***raciocínio matemático do professor***); e (iii) desenvolver abordagens para ensinar matemática que facilitem a compreensão dos estudantes (***criatividade matemática do professor***). Além disso, a pesquisa contribuiu para uma prática pedagógica mais intencional e fundamentada na proficiência matemática para o ensino e a aprendizagem das desigualdades matemática na Educação Básica. Neste contexto, inferimos que a prática de ensino de alta alavancagem concebida como *aproximações da prática docente* ofereceu oportunidades de aprendizagem profissional para os PEM, com o objetivo de que se aproximassem dos elementos fundamentais do trabalho docente, permitindo a vivência, num primeiro momento, de situações de ensino de maneira simulada ou em ambientes controlados para posterior implementação em salas de aulas reais. O foco em práticas de ensino de alta alavancagem, como mostramos neste estudo, contribui para a construção de uma formação continuada de professores mais equitativa e inclusiva, pois essas práticas são voltadas para atender às necessidades de ensino e aprendizagem de todos os PEM, independentemente de suas habilidades ou contextos.

Assim, espera-se que os resultados desta pesquisa possam servir de *insight* para futuras investigações no sentido de construir a proficiência matemática para o ensino e aprendizagem das desigualdades matemáticas de futuros professores de matemática. Este conteúdo matemático merece mais atenção dos formadores e pesquisadores, e as práticas de ensino de alta alavancagem, concebidas como *aproximações da prática docente*, a seleção de tarefas matemáticas, encenação de aula e elaboração de plano de ensino, podem contribuir para o aperfeiçoamento de suas práticas docentes em torno dessa temática na Educação Básica.

Referências

Alvarenga, K. B. (2013). *O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].

Anggoro, A. & Prabawanto, S. (2019). Undergraduate students conceptual understanding on rational inequalities. *Journal of Physics: Conference Series*, 1211.

Ball, D. L. & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32).

Ball, D. L.; Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of teacher education*, *60*(5). 497-511.

Ball, D. L., Sleep, L., Boerst, T. A. Bass, H. (2009). Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. *The Elementary School Journal*, *109*(5), 458-474.

Banks, B., Sims, S., Curran, J., Meliss, S., Chowdhury, N., Altunbas, H. G., Alexandri, N., MacTavish, L. & Isabel Instone (2024). Decomposition and recomposition: effects on novice teachers' enactment and transfer of behavior management practices. *Ambition Institute*. London, p. 1 – 55.

Barbosa, J. C. (2013). Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field proposing a theoretical model. In: BERGER, Margot. (Ed.). *Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference*, Cidade do Cabo: Africa do Sul, p. 213-223.

Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Editora Porto.

Borko, H., Whitcomb, J. A. Byrnes, K. (2008). Genres of research in teacher education. In Marilyn Cochran-Smith, Sharon Feiman-Nemser, D. John McIntyre & Kelly E. Demers (Associate editor). *Handbook of research on teacher education: Enduring questions in changing contexts*.

Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2017, 2018.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. *Revista Educação Matemática*, *115*, 11-17.

Cunha, H. M. (2000). Saberes Profissionais de Professores de Matemática: dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação. *Revista Científica do Politécnico de Viseu,* "Millenium", *17*, 1-58.

Ferreira, L. G. (2017). Desenvolvimento profissional e carreira docente: diálogos sobre professores iniciantes. *Acta Scientiarum Education*, *39*(1), 9-89.

Forzani, F. M. (2014). Understanding "Core Practices" and "Practice-Based" Teacher Education: Learning from the Past. *Journal of Teacher Education*. American Association of Colleges for Teacher Education, *65*(4), 357-368.

Garcez, A., Duarte, R. Eisenberg, Z. (2011). Produção e análise de vídeo gravações em pesquisas qualitativas. *Revista Educação e Pesquisa*, *37*(2), 249-262.

Ginzburg, C. (1989). *Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história* (Federico Carotti, Trad.). Companhia das Letras.

Grossman, P., Compton, C., Igra, D., Ronfeldt, M., Shahan, E. Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: a cross-professional perspective. *Teachers College Record*, *111*(9), 2055-2100.

Halmaghi, E. F. (2011). Undergraduate student's conceptions of inequalities. 219 p.

Doctor of Philosophy - Faculty of Education. Simon Fraser University, Spring.

Iezzi, G. Murakami, C. (2019). *Fundamentos de matemática elementar conjuntos e funções: novas questões de vestibulares* (vol.1). Atual.

Kennedy, M. (2016). Parsing the Practice of Teaching. *Journal of Teacher Education, 67*(1), 6–17.

Kilpatrick, J.; Swafford, J.; Findell, B (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. *National Research Council* - Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. National Academy Press.

Kwakman, K. (2003). Factors affecting teachers' participation in professional learning activities. *Teaching and Teacher Education*, *19*(2), 149-170.

Lloyd, G. M., Rice, C. L. & McCloskey, A. V. (2019). Opportunities for professional learning about mathematics instruction: the role of joint work in student-teaching triads. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *23*(5), 499-525.

Lopes, L. A. Rhoden, J. L. M. (2023). Professor iniciante: os desafios do início da carreira, *Revista de Iniciação à Docência*, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, *8*(1), 1-17.

Loughran, J. J. (2010). A pedagogy of teacher education. In P. Peterson, E. Baker B. McGaw (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (3rd edition, pp. 587-591). Elsevier.

Marconi, M. A. Lakatos, E. M. (2003). Fundamentos da metodologia científica (5. ed.). Atlas.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, Rio Claro (SP), *32*(62), 781-801.

Matsumoto-Royo, K., Ramírez-Montoya, M. S. (2021). Core practices in practice-based teacher education: a systematic literature review of its teaching and assessment process. *Studies in Educational evaluation, 70,* 1-13.

Melhuish, K., Dawkins, P.C., Lew, K. Strickland, S. K. (2022). Lessons Learned About Incorporating High-Leverage Teaching Practices in the Undergraduate Proof Classroom to Promote Authentic and Equitable Participation. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *8*(3), p. 1-34.

Mineiro, R. M. (2019). Estudo das três dimensões do problema didático de inequações. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].

Moraes, R. (2003). Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência e Educação*, *9*(2), 191-211.

Mosston, M. Ashworth, S. (2008). *Teaching physical education.* Spectrum Institute for Teaching and Learning.

Powell, A. B.; Francisco, J. M.; Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Bolema*, *17*(1), 1-47.

Ponte, J. P. (2017). Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In: Investigações matemáticas e investigações na prática profissional. Livraria da Física, São Paulo.

Proficiência. (2024). In *Origem da palavra*. https://origemdapalavra.com.br/?s=aprender.

Ribeiro, A. J. Ponte, J. P. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae*, *21*(2), 49-74.

Santos, P. F. Costa, V. G. (2020). Paradigma indiciário: contribuições para a pesquisa em educação matemática. *EDUCA – Revista Multidisciplinar em Educação*, *7*, 1298-1314.

Seriani, R.; Silva, D. A.; Rosa, C. A. S. (2017). Professores de matemática no início da carreira docente: implicações à formação inicial. *Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, *13*(49),181-199.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2 0 0 9 . *Implementing standards-based mathematics instruction:* a casebook for professional development. 2ª ed. New York: Teachers College Press.

Steele, D. F. (2001). Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, (62), 39-42.

Sztajn, P., Heck, D. J., Malzahn, K. A., Dick, L.K. (2020). Decomposing practice in teacher professional development: Examining sequences of learning activities. *Teaching and Teacher Education*, (*91)*1, 1-53.

Vieira, V. L. (2021). Álgebra abstrata básica. Textuniversitários 8, v. I. Livraria da Física, São Paulo.

Wilson, P. S. Heid, M. K. (2011). *Framework for mathematical proficiency for teacher.* Boucke: Center for Mathematics Teaching and Learning/The Pennsylvania State University.