

Conexões entre Decisões Didáticas e Transposição Didática na Atuação do Professor de Matemática

Wuallison Firmino dos Santos

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Patos, PB — Brasil

✉ wuallison.firmino@ifpb.edu.br

 0000-0002-2354-6896

Marcus Bessa de Menezes

Universidade Federal de Pernambuco
Campina Grande, PB — Brasil

✉ marcus.bmenezes@ufpe.br

 0000-0003-0850-1793



2238-0345 

10.37001/ripem.v15i1.4347 

Recebido • 17/10/2024

Aprovado • 09/11/2024

Publicado • 02/03/2025

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: Este estudo analisa as relações entre as decisões didáticas de um professor de Matemática e o processo de transposição didática em uma turma da 1ª série do Ensino Médio. A abordagem metodológica é qualitativa, com a produção de dados realizada por meio de observação de aulas e entrevista. Fundamentado na Didática da Matemática de influência francesa, particularmente nos níveis de atividade do professor, investiga como fatores externos, epistêmicos e de história didática influenciam nas escolhas do professor e nos processos da transposição didática. Os resultados mostram que existem modificações no ensino de forma contínua, sendo este processo impactado por imprevistos e interações em sala de aula. As conclusões destacam que as decisões didáticas do professor e a transposição didática se complementam, o que contribui para a organização do saber escolar.

Palavras-chave: Escolhas Didáticas. Fenômenos Didáticos. Conjuntos Numéricos.

Connections between Didactic Decisions and Didactic Transposition in Mathematics Teachers' Practice

Abstract: This study analyzes the relationship between a mathematics teacher's didactic decisions and the process of didactic transposition in a first-year high school class. The methodological approach is qualitative, with data collected through classroom observations and interviews. Grounded in French-influenced Mathematics Didactics, particularly focusing on the teacher's level of activity, the study explores how external, epistemic, and didactic history factors shape the teacher's choices and the process of didactic transposition. The results show that teaching undergoes continuous modifications, impacted by unforeseen circumstances and classroom interactions. The conclusions emphasize that the teacher's didactic decisions and didactic transposition are interdependent, contributing to the organization of school knowledge.

Keywords: Didactic Decisions. Didactic Phenomena. Numerical Sets.

Conexiones entre las Decisiones Didácticas y la Transposición Didáctica en la Práctica de los Profesores de Matemáticas

Resumen: Este estudio analiza las relaciones entre las decisiones didácticas de un profesor de matemáticas y el proceso de transposición didáctica en una clase de primer año de la educación secundaria. El enfoque metodológico es cualitativo, con la producción de datos realizada mediante observación de clases y entrevistas. Basado en la Didáctica de la Matemática de influencia francesa, com especial ênfasis en los niveles de actividad del profesor, investiga

cómo los factores externos, epistémicos y de historia didáctica influyen en las decisiones del profesor y en los procesos de transposición didáctica. Los resultados muestran que la enseñanza se modifica continuamente, siendo impactada por imprevistos e interacciones en el aula. Las conclusiones destacan que las decisiones didácticas del profesor y la transposición didáctica se complementan, contribuyendo a la organización del saber escolar.

Palabras clave: Decisiones Didácticas. Fenómenos Didácticos. Conjuntos Numéricos.

1 Introdução

A Didática da Matemática de influência francesa tem sido um importante aporte teórico para as pesquisas brasileiras nas últimas três décadas. À medida que o campo de estudo dos fenômenos didáticos se consolida, as reflexões dos professores de Matemática sobre suas práticas educativas fomentam investigações que revelam resultados promissores na compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem.

Em 1986, Brousseau destacou o meio como parte essencial do sistema didático, composto pela tríade: professor, aluno e saber. O autor ressaltou que a interação dos alunos com o meio é essencial para a construção autônoma do conhecimento. Esse meio vai além dos recursos materiais e abrange as ações e decisões do professor, que busca adequar o saber ao contexto da sala de aula, criando condições favoráveis para a aprendizagem.

Essa adequação implica em transformações no saber para torná-lo acessível no contexto escolar. Chevallard e Joshua (1991) afirmam que o saber matemático ensinado em sala se distancia das fontes originais, revelando uma diferença entre o saber científico e o saber escolar. Tais transformações ocorrem quando saberes acadêmicos se tornam saberes escolares, conhecidos como objetos de ensino. Ao chegarem à sala de aula, esses saberes são explorados pelo professor e alunos, em um processo denominado por Chevallard de *transposição didática*.

A transposição didática envolve modificações que tornam um saber teórico acessível aos alunos por meio da didatização. Esse processo exige que o professor tome decisões contínuas sobre como apresentar o saber de forma compreensível, considerando o distanciamento entre o saber científico e o saber escolar.

Margolinas (1993, 2004) contribuiu para o entendimento dessas decisões ao estudar a atividade docente, em especial as escolhas do professor em situações de ensino. Seu trabalho visa avançar na compreensão das decisões didáticas, conectando-as ao processo de transposição didática discutido por Chevallard.

De modo geral, os estudos de Margolinas influenciaram diversas pesquisas voltadas para a análise de decisões didáticas. Essas decisões são as escolhas que o professor faz ao longo de suas ações para promover a aprendizagem de um saber específico. Elas podem ser planejadas previamente ou ajustadas durante as interações em sala de aula. Ademais, são fundamentais para direcionar o processo didático e determinar como o saber será apresentado aos alunos (Bessot & Bittar, 2019).

Ao articular os estudos de Brousseau, Margolinas e Chevallard, podemos identificar que essas decisões estão intrinsecamente ligadas à transposição didática. O professor, ao adaptar o saber para torná-lo acessível, toma decisões que consideram tanto a natureza do saber quanto a forma de apresentá-lo em sala. Essas decisões não apenas refletem escolhas imediatas, mas também a forma como o professor mobiliza conhecimentos no contexto escolar.

Dessa forma, nos interessamos pelas relações entre as decisões do professor e o processo da transposição didática, visando estabelecer uma interface entre ambos, para uma compreensão teórica mais profunda, de modo a contribuir para a análise das relações didáticas estabelecidas entre o professor, alunos e saber matemático. Nosso foco é entender como as decisões didáticas e a transposição didática se inter-relacionam ao analisarmos a prática docente. Assim, questionamos: quais são as implicações diretas e indiretas entre as decisões didáticas do professor e a transposição didática?

Embora muitas pesquisas explorem as decisões didáticas (Margolinas, 2002; Bessot & Bittar, 2019; Lima, 2011; Espíndola e Trgalová, 2015) e a transposição didática (Chevallard, 2002; Chevallard & Joshua, 1991; Brito Menezes, 2006; Bessa de Menezes, 2010; Santos, 2019), ainda há carência de estudos que investiguem as conexões teóricas entre esses dois fenômenos.

Este estudo não se restringe a apontamentos isolados, mas busca compreender como esses fenômenos se relacionam e como elementos teóricos de um influenciam o outro. Para isso, investigamos uma situação de introdução aos conjuntos numéricos em uma sala de aula da 1ª série do Ensino Médio, a fim de identificar marcas dessa interface. A seguir, discutimos brevemente os fenômenos que são objetos de estudo, apontando os elementos teóricos constituintes para uma análise das relações entre eles.

2 As decisões didáticas do professor

A atuação do professor como profissional é vasta e dinâmica. Ele planeja as aulas, as executa e, com base nos resultados, reflete sobre as ações desenvolvidas para promover a aprendizagem dos alunos. Durante esse processo, o professor toma decisões fundamentadas em suas concepções, formação, crenças e experiências, que influenciam suas escolhas. As decisões didáticas visam não apenas criar um ambiente de aprendizagem, mas também servir como oportunidade para reflexão sobre a prática docente. Trata-se de processo contínuo, com decisões tomadas antes, durante e após a aula.

Margolinas (2002, 2004) fundamenta a análise dessas decisões no campo da Didática da Matemática, expandindo o conceito de estruturação do meio proposto por Brousseau (1986). Nos estudos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), Brousseau (1998) destaca que a aprendizagem ocorre a partir da adaptação a um meio que apresenta contradições, dificuldades e desequilíbrios, alinhando-se à abordagem construtivista de Piaget. Contudo, Brousseau avança ao afirmar que o meio é organizado intencionalmente pelo professor, com o intuito de favorecer a aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, a aprendizagem resulta da interação do aluno com um meio antagonico, composto por atividades propostas pelo professor, conhecimentos prévios, materiais disponíveis e interações com os colegas. Com base nessa concepção, Brousseau propõe um modelo de estruturação do meio que delimita cinco posições para o aluno e duas para o professor, sendo uma delas relacionada ao planejamento das aulas e a outra à condução das interações em sala.

Margolinas (2002, 2004) aprimora esse modelo¹ teórico ao delimitar os níveis de atividade do professor, ampliando o papel docente em diferentes posições. O modelo oferece uma visão das interações e escolhas do professor em múltiplos níveis.

¹A estruturação do milieuo proposta por Margolinas é considerada mais como heurística do que um modelo. Neste trabalho, usamos o termo *modelo* para nos referirmos a essa heurística.

Nível +3 - Valores e concepções sobre o ensino/aprendizagem – Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.

Nível +2 - Construção do tema - Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a realizar.

Nível +1 - Projeto de aula - Projeto didático específico sobre a aula observada: objetivos e planificação do trabalho.

Nível 0 - Situação didática - Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.

Nível -1 - Observação da atividade dos alunos - Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho destinado aos alunos (Margolinas, Coulange & Bessot, 2005, p. 11, grifos nossos).

Esse modelo permite uma caracterização dos conhecimentos do professor em diversas situações, nas quais as atividades desse profissional são exploradas e experimentadas em diferentes níveis, no entanto, na maioria das vezes, de forma simultânea. Esses níveis evidenciam o conhecimento do professor em contextos variados e indicam que sua atuação é explorada e experimentada em diferentes camadas, muitas vezes, simultaneamente. Além disso, correspondem às posições que o professor adquire ao longo de sua prática e podem ser utilizados para descrever suas decisões didáticas. O *nível + 3* (N+3) reflete uma visão ampla sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, enquanto o *nível + 2* (N+2) envolve a organização do ensino de um objeto matemático. No *nível + 1* (N+1), o foco é o planejamento, mobilizando conhecimentos globais sobre os alunos e suas dificuldades. No *nível 0* (N0), ocorre a aula propriamente dita, com decisões imediatas baseadas nas representações dos alunos. No *nível - 1* (N - 1), o professor observa e identifica erros e/ou dificuldades dos alunos.

Não há isolamento entre esses níveis; eles interagem dinamicamente. Como exemplifica Coulange (2012, p. 19), no N0, o professor lida com “[...] o resultado de suas observações da atividade matemática dos alunos em situação de aprendizagem, mas também com elementos de seu projeto de aula, elaborado ao nível superior + 1”. Essas interações revelam posições distintas do professor, que refletem aprendizagens próprias da prática docente, influenciadas pelas decisões que precisam ser tomadas, como bem acentua Lima (2011, p. 365): “[...] independentemente da influência que sofre o professor por fatores de origens diversas, suas concepções sobre a natureza do ensino e da aprendizagem têm, certamente, um papel importante nas suas decisões didáticas”.

Bessot e Bittar (2019) identificam três tipos de fatores que influenciam as decisões didáticas: fatores externos, epistêmicos e história-didáticos. Fatores externos referem-se às condições que o professor não controla, como reuniões imprevistas. Os fatores do tipo epistêmico envolvem a relação pessoal do professor com o objeto a ensinar, a disciplina e os processos de ensino e aprendizagem. Os fatores do tipo história-didático relacionam-se à história compartilhada entre o professor e os alunos, considerando memórias de interações anteriores.

Há também distinção entre decisões imediatas e planejadas. Essa distinção é resultado da consciência do professor em relação às escolhas possíveis. A primeira é denominada de microdecisões, e a segunda, macrodecisões, conforme Espindola, Silva e Brito Júnior (2020). A análise das decisões didáticas e dos fatores que as influenciam constitui um objeto de estudo fértil para a Didática da Matemática, estabelecendo, por exemplo, conexões com a transposição didática, discutida brevemente a seguir.

3 A transposição didática: as modificações do saber

Introduzida por Verret, em 1975, a noção de transposição didática foi desenvolvida para o estudo da *vulgarização* dos saberes, visando torná-los acessíveis, adequados ao ensino e à aprendizagem. No entanto, é Yves Chevallard que aprofunda o estudo desse fenômeno ao analisar o percurso do saber, desde a sua produção científica até a sua entrada na escola. Ele descreve que “um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os ‘objetos de ensino’” (Chevallard & Joshua, 1991, p. 39).

Esse processo de transformação ocorre em duas fases: externa e interna. A transposição didática externa envolve a transformação dos saberes científicos em saberes a ensinar antes de chegarem ao contexto escolar. Esse trabalho é realizado pela noosfera, definida por Chevallard (2002) como uma instituição invisível formada por professores, didatas, técnicos de órgãos públicos, como o Ministério da Educação no Brasil – e outros atores envolvidos no cenário educativo. Chevallard e Joshua (1991, p. 33) consideram a noosfera como “[...] o centro operacional do processo de transposição, pois permite que os saberes passem de uma instituição a outra”.

A transposição de saberes envolve um longo percurso que parte da academia, passa pela produção e comunicação dos saberes de referência e, finalmente, chega à escola por meio de programas curriculares e livros didáticos, por exemplo. A noosfera atua como intermediária entre o sistema de ensino e a sociedade, ajustando o saber em cada etapa. Como afirmam Chevallard e Joshua (1991, p. 16, tradução nossa), “o saber a ensinar e o saber ensinado são necessariamente distintos do saber científico”.

A segunda etapa, chamada transposição didática interna, refere-se à passagem do saber a ensinar ao saber efetivamente ensinado. É nessa fase que o trabalho do professor se torna visível, embora sua participação na transposição didática externa também ocorra, por exemplo, na proposição de currículos. No planejamento, surge o conceito de saber preparado, descrito por Ravel (2003) como o saber presente no plano de aula, moldado pelas expectativas do professor sobre seus alunos.

Na prática docente, o que foi planejado frequentemente sofre modificações diante das condições de ensino, o que origina o saber efetivamente ensinado. O professor, com sua subjetividade, desenvolve formas de ensinar, gerando distinções entre o planejado e o ensinado, muitas vezes resultantes de sua verbalização oral, que transforma o saber em um novo texto.

Esse novo texto, adaptado pelo professor, não se limita às prescrições oficiais, sendo temporalizado conforme a relação que o docente mantém com o saber matemático (Câmara dos Santos, 1997). Assim, compreender as decisões didáticas, especialmente nos níveis $N+1$, $N0$ e $N-1$, implica considerar os fatores que orientam as escolhas do professor durante a transposição didática interna.

Com nas discussões teóricas apresentadas, o próximo tópico descreve as escolhas metodológicas adotadas para investigar a relação entre as decisões didáticas e a transposição didática.

4 Aspectos metodológicos

Nossas escolhas metodológicas são impulsionadas pela questão orientadora deste estudo, bem como pelas concepções sobre a temática e pelos objetivos traçados. Optamos por caracterizá-lo como uma pesquisa qualitativa (Stake, 2011), pois se concentra em

compreender fenômenos didáticos, considerando a relevância dos significados das interações no sistema didático.

Nesse sentido, utilizamos dados oriundos da pesquisa de mestrado realizada em Campina Grande, no campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB). Para atingir nossos objetivos, selecionamos como participante o professor de Matemática *P*, cuja ação didática será examinada com o intuito de compreender suas escolhas e decisões didáticas no contexto da sala de aula.

O professor *P* possui graduação em Matemática, mestrado em Matemática Aplicada e doutorado em Ciências e Engenharia de Petróleo. Na época da produção de dados, ele lecionava para uma turma de 1ª série do Ensino Médio do Curso Técnico Integrado de Mineração, composta por 35 alunos. A turma constitui o contexto analisado em nossas reflexões.

Para este estudo, adotamos dois procedimentos metodológicos: observação direta das aulas e entrevista.

- Na observação, acompanhamos e gravamos as aulas *in loco* durante três semanas, no ano de 2018, em um módulo sobre conjuntos numéricos, com ênfase nos números naturais. A gravação em vídeo foi iniciada na segunda semana para minimizar interferências na rotina das aulas, evitando influenciar fortemente as ações do professor e dos alunos;
- Na entrevista, optamos por uma abordagem semiestruturada, com o intuito de entender as concepções do professor e as implicações didáticas de suas ações, aspectos relevantes para a análise da transposição didática interna e de suas decisões didáticas.

Por se tratar de um estudo realizado em sala de aula, consideramos os fatores de decisão apontados por Bessot e Bittar (2019), discutidos anteriormente, que podem influenciar direta ou indiretamente as escolhas do professor. Organizamos a análise em três categorias: fatores externos, epistêmicos e história didática.

A análise articula os elementos observados com discussões sobre as decisões didáticas e a transposição didática, enriquecida por trechos transcritos das aulas e da entrevista. Fundamenta-se nos fatores previamente mencionados e integra, parcialmente, os níveis de atividades do professor propostos por Margolinas (2004), possibilitando uma compreensão mais aprofundada da prática docente.

Por fim, descrevemos e discutimos situações significativas identificadas durante o ensino dos números naturais, que orientaram a análise e se destacaram nas reflexões do estudo.

5 Discussões e resultados

Para refletir sobre as relações entre os fenômenos didáticos considerados neste estudo, elucidamos os fatores de decisões descritos por Bessot e Bittar (2019), destacando aspectos inerentes à transposição didática como um processo contínuo. Esse fenômeno se manifesta desde decisões de ordem macro, relacionadas à seleção e escolha dos objetos de ensino de acordo com as intencionalidades do professor, até decisões micro, que ocorrem na interação e na adaptação do professor de Matemática em sala de aula.

Antes de iniciar a descrição e análise dos dados, é importante ressaltar que este trabalho não se propõe a avaliar a qualidade das aulas do professor, nem a emitir juízo de valor. Compreendemos que a sala de aula é um ambiente dinâmico, comparável a um organismo vivo, no qual ações e reações são desencadeadas e impactam a prática docente.

Nesse contexto, o professor conduz sua aula com propósitos didáticos e pedagógicos, seguindo ou não o planejamento original, em um espaço que envolve a diversidade de alunos e o tempo limitado em sessões.

Como exposto na seção metodológica, este estudo fundamenta-se em dados construídos em dois momentos: a observação de aulas, fonte precípua para análise; e entrevista com o professor, que complementa e aprofunda algumas das situações analisadas.

Com base nos três fatores de decisões apresentados por Bessot e Bittar (2019) – fatores externos, fatores epistêmicos e história didática –, buscamos identificar elementos que conectem as decisões didáticas às dinâmicas da transposição didática.

5.1 Fatores do tipo externo

Os fatores externos influenciam as decisões do professor ao escaparem ao seu controle, impactando suas ações. Esses fatores incluem tanto restrições institucionais do contexto escolar e circunstâncias imprevistas.

A seguir, analisamos como as decisões didáticas e a transposição didática se relacionam, com base em uma perspectiva crítica e fundamentada no referencial teórico adotado. No início da aula, ocorre um diálogo entre o professor e os alunos sobre a posse do livro didático, como descrito no quadro abaixo.

Quadro 1: Excerto da aula ministrada pelo professor P

P: Já estão com os livros em mãos?
Alunos (A): Não!
P: Então pronto, vou trazer, vou preparar um material, estou esperando o livro chegar, não tem problema. A semana que vem, eu já trago (*sic*) o material que trabalha esse material aqui, não vamos esperar mais por livro, está bom, ok? Então gente, é, vamos começar, está certo! Nessa aula de hoje, a parte que trabalha especificamente os conjuntos numéricos.

Fonte: Santos (2019)

Esse diálogo sugere que o professor tome uma decisão imediata, redirecionando suas ações diante da ausência dos livros. Ao indicar que trará material para a próxima aula, supõe-se que preparará uma lista de exercícios sobre o conteúdo.

A decisão é influenciada por um fator externo circunstancial: o atraso na entrega dos livros aos alunos. Na entrevista, o professor menciona que *esse é um problema que vem do projeto do governo federal e, geralmente, ele chega com um pouco de atraso*, relatando que a situação se prolongou por cerca de três meses. Apesar de seu plano inicial de usar o livro, o professor adaptou a aula, comunicando à turma que elaboraria outro material para suprir a indisponibilidade do livro.

Esse episódio destaca aspectos da transposição didática, especialmente no que se refere à passagem dos saberes científicos para os saberes a serem ensinados – a etapa conhecida como transposição didática externa. Esse processo influencia diretamente a prática em sala de aula, impactando a transposição didática interna, na qual os alunos lidam com um saber que, embora relacionado ao saber científico, é ajustado às necessidades da escola.

A transformação dos saberes percorre um longo caminho: de forma ampla, parte da produção acadêmica, passa pelos trabalhos de pesquisadores e chega às escolas por meio de currículos e livros didáticos.

Outro ponto relevante é a interação entre diferentes níveis de atividades do professor, com ênfase no nível +1. Nesse nível, o professor reflete sobre decisões imediatas durante a

aula e, simultaneamente, planeja as próximas sessões, estabelecendo objetivos, como a aplicação de exercícios. Essa dinâmica reforça as observações de Margolinas (2002) e Lima (2011) sobre a natureza interativa e não linear da atividade docente.

Embora o livro já estivesse disponível ao professor, ele destaca a necessidade de preparar material para a próxima aula, evidenciando o processo de escolhas didáticas na transposição didática interna.

O professor é um agente central na transposição didática interna (Bessa de Menezes, 2010; Santos, 2019). Mesmo com o uso de livros didáticos, ele elabora um novo texto, personalizado pela relação que mantém com o saber em questão. Essas escolhas geram um saber único, pois cada professor molda suas expectativas de acordo com as especificidades de sua classe e do saber ensinado.

Dada a natureza da pesquisa de mestrado (Santos, 2019), não foi possível avaliar como a substituição do material influenciou a forma como o conteúdo foi apresentado, ou até mesmo compreendido pelos alunos. No entanto, essa situação levanta a possibilidade de investigar se as decisões de alterar o material poderiam resultar em uma aula com um texto diferente daquele previsto no livro didático.

5.2 Fatores do tipo epistêmico

A análise das ações docentes relacionadas aos fatores epistêmicos são conduzidas em termos de microdecisões, ou seja, decisões tomadas pelo professor em interação com os alunos. Essas interações são moldadas pelo saber matemático em questão (*rapport au savoir*). O *saber* no sistema didático é essencial, pois a relação estabelecida entre professor e aluno revela e define fatores que influenciam a aprendizagem de determinado conteúdo, como aponta Brito de Menezes (2006).

Nesse contexto, apresentamos duas perguntas que norteiam a análise das decisões imediatas do professor no nível 0, além de sua interface com a transposição didática. A primeira questiona se a escolha do professor em incluir contextos históricos da Matemática ao abordar os números naturais foi previamente planejada ou resultou de uma resposta imediata à interação com os alunos. A segunda pergunta investiga quais justificativas o professor utilizou para reexplorar o sistema binário e relacioná-lo aos conjuntos numéricos. Essas questões visam compreender as motivações e os impactos das escolhas didáticas realizadas.

Apresentamos, a seguir, um extrato que nos impulsionou a considerar a primeira questão como intrínseca aos fatores do tipo epistêmico.

Quadro 2: Excerto da aula ministrada pelo professor P

P: Por exemplo, existem os algarismos romanos, lembra? Que também são símbolos, mas também nós temos os algarismos o quê? Indo-arábico! Que é esse que nós utilizamos, está certo? É... que é chamado também de algarismo, em homenagem a Al-khwarizmi. Então veja, pessoal, observe que quando você ia comprar na antiguidade, como ele não tinha a escrita numérica, o que é que se fazia? Vocês lembram como é que se contava? Alguém lembra como era que contava? Tinha computador na época lá? Quando vocês não eram nascidos ... tinha computador, tinha calculadora? Não tinha calculadora, então como era que se contava pessoal? Se contava (*sic*) como?

Alunos: Nos dedos

[...]

Aí de manhãzinha ia botar (*sic*) o gado para pastar... o que é que ele fazia para não perder o

animal? Quando o animal passava ele colocava um risquinho no chão, não era? Lembra que ele colocava um risquinho no chão? A cada animal um risquinho, a cada risquinho um animal... Existia uma correspondência biunívoca: animal tracinho, tracinho animal. Pessoal, tem um, porém, se desse um vendaval grande, cobria os risquinhos e ele não sabia se era a quantidade de animal que ele colocou para pastar ou qual era a quantidade de animal que ele recolheu no final da tarde. Quando não era o risquinho vocês lembram a outra maneira?

Aluna: pedras

P: era como?

Alunos: pedras!

Fonte: Santos (2019)

No trecho acima, observamos que a escolha do professor em incluir uma perspectiva histórica, embora possivelmente planejada, foi reforçada pela interação com os alunos, especialmente diante de um comentário humorado: *Para complicar a nossa vida...* O professor aproveitou a oportunidade para engajar a turma, adaptando sua abordagem em tempo real.

Essa situação reflete a relação do professor com o saber e com os alunos. Como destaca Brito de Menezes (2006), toda relação com o saber é também uma relação epistemológica. A inclusão de elementos históricos no ensino dos números naturais pode gerar diferentes resultados na aprendizagem, dependendo da abordagem escolhida pelo professor.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), os conjuntos numéricos devem ser aprofundados no Ensino Médio, permitindo que os alunos compreendam a necessidade de ampliar esses conjuntos ao longo da história. No Ensino Fundamental, o conteúdo é frequentemente abordado de forma fragmentada e simplificada, sem explorar suficientemente as justificativas para a criação de novos conjuntos. Como observa Souza (2017, p. 13), “[...] para atender as necessidades e desafios do homem e da ciência, novas categorias de números foram surgindo e se juntando às existentes”. Além disso, o autor avança, concluindo que “[...] com o passar do tempo por praticidade, surgiu a necessidade de agrupá-los, formando estruturas com características e propriedades comuns, que constituem os conjuntos numéricos” (Souza, 2017, p. 13).

No Ensino Médio, entretanto, os conjuntos numéricos são frequentemente apresentados como uma revisão, sem aprofundamento histórico ou conceitual. A abordagem histórica adotada pelo professor *P* destaca o valor desses processos de construção para a compreensão dos conceitos, reforçando a importância do contexto histórico na Matemática escolar.

Bessot e Bittar (2019) enfatizam que o professor é um sujeito epistemológico cujas decisões afetam diretamente os processos cognitivos envolvidos no ensino e na aprendizagem. Ao explorar elementos históricos e conectar a contagem primitiva com os números naturais, o professor se posiciona ativamente diante do saber e da aprendizagem dos alunos.

Diante disso, constatamos que as decisões do professor são provenientes de influências dos conhecimentos pedagógicos e didáticos por parte dele, impulsionados pelas respostas ou indagações apresentadas pelos alunos. Essa importância fica clara durante a entrevista, quando ele destaca o valor de aprender sobre os conjuntos numéricos, apontando que esse saber é fundamental para a compreensão de conceitos, e para o sucesso no Ensino Superior: *Você vai para o Ensino Superior; você vai estudar um limite, você vai estudar uma derivada, você vai estudar uma integral e é tudo em cima de quê? De conjuntos numéricos!*

Essas reflexões ficam imersas no processo de transposição didática interna, uma vez que é nessa etapa que constatamos indicativos da relação do professor com o saber a ensinar

e o saber ensinado. Este último, por sua vez, é delineado pelas decisões do professor no momento da aula propriamente dita, ao observar o que a resposta de um aluno provoca no professor e, em particular, no saber produzido e revelado por ele no encaminhamento das escolhas a serem feitas. Ainda, há elementos de níveis superiores que remete aos encadeamentos de temas a serem explorados no percurso escolar dos alunos.

Com base nos fatores epistêmicos, analisamos outra situação inerente à segunda pergunta, que evidencia conexões entre as decisões do professor e a transposição didática. A seguir, apresentamos um extrato da transcrição da aula, em que o professor introduz o sistema binário como um subconjunto dos números naturais aos alunos.

Quadro 3: Excerto da aula ministrada pelo professor P

P: Primos... é outro tipo de conjunto. Vocês conhecem esse conjunto aqui (*escreve no quadro* $X = \{0,1\}$), ou não?

A: binário.

P: Ein? (*sic*) Binário, pessoal, binário. Esse conjunto aqui pessoal, (*apontando para* \mathbb{N}) ele vai nos dá o sistema de numeração decimal, os dez tá (*sic*)! Ele vai nos dar o sistema de numeração decimal. Mas, esse aqui não (*apontando para* $X = \{0,1\}$), esse aqui vai nos dar o sistema de numeração binário. Aí eu pergunto: esse conjunto aqui é importante? (*apontando para* \mathbb{N}) Extremamente importante, e esse aqui é importante? (*apontando para* $X = \{0,1\}$), esse é importante? E é? Para quê?

A: linguagem de computadores.

P: Linguagem de computadores, pessoal, linguagem de computação, ok? Toda informação que você trabalha na parte de computação, ela é trabalhada em cima de quê? Do zero e do um. Ele não trabalha com esses números todos aqui, pessoal (*apontando para* \mathbb{N}).

Fonte: Santos (2019)

Esse trecho mostra como o professor introduz o sistema binário como uma extensão dos conjuntos numéricos. A decisão de explorar o binário pode ter sido resultado da interação em sala de aula, demonstrando como o professor ajusta o texto do saber conforme a necessidade da turma.

O uso do sistema binário reflete o saber específico na instituição de ensino técnico profissionalizante. Poderíamos nos questionar: trabalhar com o sistema binário no ensino dos conjuntos numéricos seria uma escolha do professor em todas as turmas da 1ª série do Ensino Médio da instituição ou foi resultado das interações reais no transcorrer da aula? Na entrevista, o professor destacou que o zero e o um são a base de toda computação. Essa escolha didática evidencia a influência da relação do professor com o saber e com a instituição onde atua.

Essa exploração feita pelo professor revela quais conhecimentos são considerados por ele para que o aluno tenha domínio de elementos do saber matemático, refletindo sobre como o aluno aprende diante das exemplificações em outro sistema de numeração, no caso, o sistema binário. Bessa de Menezes (2010) enfatiza que a modificação que o professor faz com o saber a ser ensinado está estreitamente ligada à relação que o professor possui com esse saber, influenciando nas estratégias de ensino utilizadas por ele.

As decisões do professor se articulam entre os níveis N+1, N0 e N-1, mostrando como as escolhas podem ser planejadas antecipadamente ou surgir em resposta às reações dos alunos. As decisões tomadas no nível N+1 refletem o que Ravel (2003) chama de *saber preparado*, ou seja, o saber que o professor planeja ensinar, muitas vezes apresentado no plano de aula (projeto de curso). Esse saber, que pode ou não estar formalmente escrito, orienta o ensino de um objeto matemático específico e opera com base na previsibilidade do que será ensinado aos alunos. Esse saber é resultado de escolhas didáticas e matemáticas e, portanto,

apresenta-se de forma própria para cada professor, visto que as expectativas podem ser diferentes para cada um deles, diante das particularidades das classes de alunos e da relação com o saber a ser ensinado.

Assim, um professor que prepara o seu curso, baseia-se no programa oficial, nos manuais de livros disponíveis ou no seu próprio conhecimento matemático sobre o assunto. No entanto, suas decisões não se limitam a esses elementos; elas envolvem escolhas sobre o texto do saber, considerando como ele será interpretado na sala de aula, onde intervêm fatores como restrições temporais, organização, interação com os alunos e o conhecimento didático acumulado ao longo da trajetória profissional do professor.

Esse conjunto de decisões, segundo Ravel (2003, p. 7), contribui para a construção do projeto de ensino. É importante destacar que o *saber preparado* difere do *saber a ser ensinado*, evidenciando a dinâmica do processo de transposição didática interna, na qual o saber é adaptado e transformado para se adequar ao contexto pedagógico e didático e às necessidades dos alunos.

5.3 Fatores do tipo história didática

Os fatores de tipo história didática referem-se à partilha de experiências do professor com os alunos sobre um saber no contexto didático. A prática docente envolve eventos que marcam a memória dos professores, criando lembranças significativas dos momentos de ensino. Abaixo, apresentamos um recorte da transcrição de uma aula em que identificamos evidências desse fator.

Quadro 4: Excerto da aula ministrada pelo professor P

P: Vou fazer mais uma operação, pessoal, olha! Vou botar (*sic*) pequenininho aqui, tá (*sic*)? Vou botar (*sic*) pequenininho! Dois elevado a terceira. Dois elevado a terceira é quanto pessoal? Seis não é isso? (*escreve 6*). Não é seis? Então pessoal fiz a quinta conta, tá certo (*sic*)?

Alunos: Não está certo! É não!

P: Tá (*sic*) certo, pessoal? Então vamos acordar! Esse erro, ele é muito ocorrente... não é dois vezes três! Isso aí é como, pessoal? É dois vezes dois, vezes dois (*escreve na lousa 2.2.2 =*), tá (*sic*)? Isso vai dar o nosso oito (*escreve na lousa 8*). Então gente esse erro aqui, até no superior, ele é bem recorrente (*apaga o 6 da lousa e escreve 8*), tá (*sic*)? Vamos ter cuidado na hora de fazer as nossas continhas! Então observem, pessoal, que a gente aqui fez outra operação que é a potenciação. Mas também, a gente pode chegar aqui e fazer outra operação, que é a operação de radiciação, oh (*sic*)? (*escreve na lousa $\sqrt{9} = 3$*) E a raiz de nove dá quanto? Dá três! Porque três elevado ao quadrado vai dar nove.

Fonte: Santos (2019)

O episódio acima retrata a ação do professor ao lidar com um erro comum no cálculo de potenciação, antecipando-o para chamar a atenção dos alunos. Essa decisão reflete suas experiências anteriores com erros frequentes dos alunos.

Segundo Bessot e Bittar (2019), os fatores do tipo história didática estão relacionados à memória e às interações do professor com diferentes alunos e turmas. A decisão do professor de antecipar o erro revela uma experiência acumulada ao longo de sua carreira que envolve o algoritmo da potenciação.

O professor destacou, em entrevista, que, ao ensinar desde o primeiro até o terceiro ano em instituições superiores, observou uma *necessidade tremenda no básico*. No excerto da aula, ele menciona que o erro é recorrente também no Ensino Superior, sugerindo uma familiaridade com a questão da potenciação e as dificuldades dos alunos em aprender esse conteúdo.

Essa vivência, segundo Bessot e Bittar (2019), evidencia a influência dos fatores do tipo história didática. No caso analisado, também notamos uma interface entre os fatores epistêmicos e história didática. A decisão de antecipar o erro reflete tanto o conhecimento do professor sobre o ensino de potenciação quanto à sua preocupação em gerir a aula para que os alunos compreendam o saber matemático envolvido.

Para que a aprendizagem ocorra, não basta alertar sobre os erros; é necessário que o professor considere os conhecimentos que os alunos já possuem e os fatores que os levam a cometer erros recorrentes, como o próprio professor destaca. Esse cenário ilustra o *efeito topázio*, descrito por Brousseau (1998), no qual o professor oferece pistas, mas os alunos não compreendem o objeto matemático. No exemplo, o professor erra ao calcular *dois ao cubo* e, por meio de questionamentos e gestos, estimula os alunos a perceberem o erro.

As decisões do professor baseiam-se em seu conhecimento matemático e didático, que se ajustam às modificações necessárias devido à transposição didática, especialmente quando surgem erros recorrentes. A prática docente, então, é moldada pelas respostas dos alunos e pela identificação de dificuldades durante a aula, o que ocorre no nível 0, conforme as decisões imediatas e o planejamento.

Essas decisões são influenciadas pelas modificações do saber a ser ensinado e o saber planejado, como assinala Ravel (2003). O professor cria mecanismos para facilitar o funcionamento didático da aula, motivado pela necessidade de ensino de um conteúdo para os alunos, libertando-se do livro didático. Isso corrobora os estudos de Almouloud (2011, p. 195) ao afirmar que “[...] o trabalho do professor supõe evidentemente um conhecimento do objeto de saber, mas também do modo pelo qual os alunos construam seu conhecimento”.

Chevallard (2002) complementa ao afirmar que a relação pessoal do sujeito com os objetos ou as instituições manifesta-se na realização de tarefas e técnicas, como no caso da operação de potenciação analisada.

6 Considerações finais

Este estudo explora as conexões entre decisões didáticas e transposição didática, a partir da análise da prática de um professor de Matemática ao abordar conjuntos numéricos. Foram revelados elementos teóricos cruciais que merecem atenção em pesquisas futuras no campo da Didática da Matemática.

Os resultados indicam que as escolhas do professor refletem uma convergência entre as decisões didáticas e transposição didática, especialmente considerando o impacto dessas escolhas sobre o conhecimento dos alunos. As decisões do professor não ocorrem isoladamente; elas são interdependentes e complementares, confirmando a inter-relação entre os níveis de atividade do professor.

No entanto, ao analisar os fatores de decisão, observamos que nem sempre há uma interação contínua entre todos os níveis propostos por Margolinas (2004). Em vez disso, essa interação tende a ocorrer em blocos específicos, como os níveis $N+1$, N_0 e $N-1$, conforme evidenciado nas análises deste estudo.

Ademais, no que diz respeito aos fatores de decisão, identificamos que, embora outros estudos não indiquem sobreposições perceptíveis entre eles, o conhecimento do professor sobre o objeto matemático e o domínio a que ele pertence é fundamental. Isso se reflete em suas experiências com os alunos, particularmente em como ele lida com as dificuldades destes.

Nesse contexto, o *tempo do saber* desempenha um papel importante nas discussões

das relações entre as decisões do professor e a transposição didática. Como destacado por Câmara dos Santos (1997), o *tempo do professor* e o *tempo do saber* influenciam diretamente a prática docente. O tempo dedicado a cada conteúdo reflete a relação do professor com o saber e como ele gerencia essa relação durante o ensino, impactando a transposição didática e a aprendizagem dos alunos.

Os erros e dificuldades dos alunos emergem, assim, como elementos críticos para compreender o fator história didática nas decisões didáticas, especialmente considerando a transposição didática interna.

A inter-relação entre as decisões didáticas e a transposição didática sugere a necessidade de um esquema teórico que integre essas conexões, oferecendo uma visão mais holística da prática docente. Esse esquema pode explorar as dimensões da transposição externa e interna, organizando os níveis de atividade do professor em blocos. Os níveis N+1, N0 e N-1 estariam mais vinculados à transposição interna, enquanto os níveis N+3 e N+2 se conectariam mais diretamente à transposição externa.

Essa divisão, no entanto, não é rígida. O nível N+1, em particular, parece atuar como uma linha tênue que conecta o externo ao interno, sendo um ponto crítico em que os conhecimentos do professor sofrem as maiores transformações. O conceito de saber preparado, descrito por Ravel (2003), sugere que o professor adapta o saber prescrito de acordo com as necessidades específicas da sala de aula, ajustando-o para atender melhor às demandas dos alunos e do contexto educacional. Em pesquisas futuras, seria interessante desenvolver modelos que capturem essa dinâmica.

Agradecimentos

Este estudo contou com o suporte do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), que possibilitou sua realização por meio de concessão de afastamento para capacitação, formalizado pela Portaria 1085/2024 da Reitoria/IFPB, em vigor desde 15 de julho de 2024.

Referências

- Almouloud, S. A. (2011). As transformações do saber científico ao saber ensinado: O caso do logaritmo. *Educar em Revista, n. Especial 1*, 191-210.
- Bessa de Menezes, M. (2010). *Praxeologia do professor e do aluno: uma análise de diferenças no ensino de equações do segundo grau* (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.
- Bessot, A. & Bittar, M. (2019). Análise de decisões de professor. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21(5), 21-29.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino médio*. Brasília, DF.
- Brito Menezes, A. P. de A. (2006). *Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental* (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.
- Brousseau, G. (1986). La relation didactique: Le milieu. In *Actes de la IVème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 54-68). Irem Paris 7.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Editions La pensée sauvage.

- Câmara dos Santos, M. (1997). O professor e o tempo. *Tópicos Educacionais*, 15(1-2), 105-116.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation. In *Actes de la XI^e École d'été de didactique des mathématiques — Revue Recherches en Didactique des Mathématiques* (pp. 41-56). Grenoble, Fr.
- Chevallard, Y. & Joshua, M. A. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Editions La pensée sauvage.
- Coulange, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves* (Habilitation à Diriger des Recherches). Université Paris-Diderot - Paris VII, Paris, France.
- Espindola, E. B. D. M., Silva, R. D. M. D. & Júnior, J. J. R. T. de B. (2020). Microdecisões didáticas em uma aula sobre volume de sólidos geométricos. *Educação Matemática em Revista - RS*, 2(21), 37-45.
- Espindola, E. & Trgalová, J. (2015). Trabalho documental e decisões didáticas do professor de matemática: um estudo de caso. *Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 6(3), 1-25.
- Lima, I. M. S. (2011). Conhecimentos e concepções de professores de matemática: Análise de sequências didáticas. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 13(2), 359-385.
- Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Editions La pensée sauvage.
- Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances: Analyse de l'activité du professeur. In *Actes de la 11^{ème} Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 141-156). Editions La pensée sauvage.
- Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques* (Habilitation à Diriger des Recherches). Université de Provence - Aix-Marseille I.
- Margolinas, C., Coulange, L. & Bessot, A. (2005). What Can the Teacher Learn in the Classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 59(1/3), 205-234.
- Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe: Etude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique* (Tese de Doutorado). Université Joseph-Fourier - Grenoble I.
- Santos, W. F. (2019). *A transposição didática interna no ensino do conjunto dos números naturais para surdos: um estudo numa sala de aula inclusiva* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB.
- Souza, J. V. D. (2017). *A percepção de alunos do 1º ano do ensino médio sobre a importância e aplicações de conteúdos matemáticos relacionando a aprendizagem dos conjuntos numéricos* (Dissertação de Mestrado). Fundação Universidade Federal do Amapá, Macapá, AP.
- Stake, R. E. (2011). *Pesquisa Qualitativa: Estudando como as coisas funcionam*. Penso.