Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

Explorando áreas no Ensino Superior: uma prática educativa de Resolução de Problemas

Vilmar Ibanor Bertotti Junior
Universidade do Oeste de Santa Catarina
Videira, SC — Brasil
vbt.junior@gmail.com
0000-0003-0046-2486

Janaína Poffo Possamai
Universidade Regional de Blumenau
Blumenau, SC — Brasil
janainap@furb.br
0000-0003-3131-9316

2238-0345

10.37001/ripem.v15i2.4357

Recebido • 23/10/2024
Aprovado • 06/05/2025
Publicado • 12/05/2025

Editor • Gilberto Januario

Resumo: Este artigo objetiva analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o enfoque, em aulas de Cálculo Numérico, na generalização da fórmula da área de trapézios a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes. Para tanto, inicialmente discute-se a abordagem de ensino através da resolução de problemas e a metodologia indicada nesta pesquisa, caracterizando-se, quanto à natureza, como aplicada; em relação à abordagem do problema, como qualitativa; e quanto aos procedimentos, como investigação-ação. Também se apresentam o contexto e a organização da prática, bem como o relato e a análise do problema desenvolvido. A aplicação aconteceu em aulas remotas, possibilitando que a coleta de dados envolvesse gravações de vídeo, sendo utilizados os registros dos acadêmicos e diário do pesquisador para sua consolidação. Os resultados indicam que a metodologia permitiu o desenvolvimento da autonomia, do raciocínio e da argumentação dos estudantes durante a prática educativa realizada.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino de Matemática. Cálculo Numérico. Ensino Superior.

Exploring areas in Higher Education: an educational practice of Problem Solving

Abstract: This article aims to analyze the implications of the Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving Methodology, focusing on the generalization of the area formula for trapezoids in Numerical Calculus classes based on students' prior knowledge. To achieve this, the article initially discusses the teaching approach through problem solving and the methodology indicated in this research, characterized, in terms of nature, as applied; in relation to the problem approach, as qualitative; and regarding the procedures, as action research. It also presents the context and organization of the practice, as well as the report and analysis of the developed problem. The application took place in remote classes, allowing data collection to involve video recordings, utilizing the students' records and the researcher's diary for consolidation. The results indicate that the methodology facilitated the development of autonomy, reasoning, and argumentation among students during the educational practice conducted.

Keywords: Problem Solving. Teaching of Mathematics. Numerical Calculus. Higher Education.

Explorando áreas en la Educación Superior: una práctica educativa de Resolución de Problemas

Resumen: Este artículo tiene como objetivo analizar las implicaciones de la metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemáticas a través de la Resolución de Problemas, enfocándose en las clases de Cálculo Numérico y en la generalización de la fórmula del área de trapecios a partir de los conocimientos previos de los estudiantes. Para ello, se discute inicialmente el enfoque de enseñanza a través de la resolución de problemas y la metodología indicada en esta investigación, caracterizándose, en cuanto a su naturaleza, como aplicada; en relación con el enfoque del problema, como cualitativa; y en cuanto a los procedimientos, como investigación-acción. También se presentan el contexto y la organización de la práctica, así como el relato y el análisis del problema desarrollado. La aplicación se realizó en clases remotas, lo que permitió que la recolección de datos incluyera grabaciones de video, utilizando los registros de los académicos y el diario del investigador para su consolidación. Los resultados indican que la metodología facilitó el desarrollo de la autonomía, el razonamiento y la argumentación de los estudiantes durante la práctica educativa realizada.

Palabras clave: Resolución de Problemas. Enseñanza de Matemáticas. Cálculo Numérico. Educación Superior.

1 Introdução

A Resolução de Problemas, enquanto meio de ensinar Matemática, vem conquistando um espaço significativo nas escolas e universidades, por meio da qual os estudantes têm a oportunidade de encontrar uma ou várias soluções para um determinado problema que tenha como objetivo promover o desenvolvimento de um conteúdo matemático. Nesse processo, são mobilizados seus conhecimentos prévios e experiências, favorecendo a participação ativa na construção do conhecimento. (Allevato & Onuchic, 2019).

Essa abordagem, que reconhece o estudante como sujeito ativo do processo, é denominada ‘ensino *através* da resolução de problemas’. Nela, os estudantes desenvolvem e constroem o conhecimento a partir de um problema, de modo que o professor se torna mediador desse processo. Nesse contexto, compreende-se por problema toda situação cuja solução não é imediatamente conhecida, mas que desperta o interesse em resolver (Onuchic, 1999).

No entanto, a abordagem de ‘ensino *para* resolução de problemas’ é a que ainda se faz mais presente nas salas de aula (Allevato & Onuchic, 2021; Possamai, Cardozo & Meneghelli, 2018). Nessa perspectiva, o professor apresenta previamente o conteúdo, seguido de exemplos ilustrativos, e apenas depois propõe problemas para os estudantes resolverem. Como os conhecimentos necessários já foram expostos, a resolução tende a não envolver processos de descoberta. Embora essa prática esteja enraizada na cultura escolar, este estudo foi conduzido com base na perspectiva através da resolução de problemas, uma das abordagens contempladas nas atuais orientações curriculares (Brasil, 2019).

A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, criada e assim denominada por Allevato e Onuchic (2021), constitui-se como uma vertente da abordagem descrita. A partir dessa metodologia, o professor organiza suas atividades em sala de aula por meio de dez etapas sugeridas pelas autoras.

Por meio dessa vertente, elaborou-se uma prática educativa para estudantes do Ensino Superior, especificamente, dos cursos de Engenharia de Alimentos, Civil, Elétrica, Mecânica, Produção e Química da Universidade Regional de Blumenau, Brasil. A partir de um conjunto de cinco problemas, trabalhou-se com os acadêmicos o conteúdo de Integração Numérica, o qual faz parte da disciplina de Cálculo Numérico. Neste artigo, far-se-á a análise qualitativa do primeiro problema, de uma sequência didático que foi desenvolvida com os estudantes, denominado "Você sabe calcular áreas?", que tem como objetivo principal resgatar os conhecimentos prévios frente aos conceitos de área de quadrado, retângulo e triângulo para construção da generalização da fórmula da área de trapézios.

Desse modo, este estudo tem como objetivo analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o enfoque, em aulas de Cálculo Numérico, na generalização da fórmula da área de trapézios a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes. Cabe colocar que a prática educativa foi realizada de forma remota devido à situação de pandemia causada pela Covid-19.

Assim, na sequência, apresentam-se o contexto da abordagem de ensino através da resolução de problemas, bem como os procedimentos metodológicos adotados.

2 A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

De acordo com Cai e Lester (2012), se quisermos ajudar os estudantes a se tornarem bons resolvedores de problemas, o primeiro passo é mudar a concepção de que a resolução de problemas seja uma consequência dos conceitos ensinados. Uma das alternativas é fazer com que ela se constitua como parte integrante da aprendizagem da matemática, atualmente denominada como ensino através da resolução de problemas.

Van de Walle (2009) propõe que o processo de ensino e aprendizagem se consolide dessa forma e destaca que esse procedimento deveria ser o foco do currículo de Matemática. Além disso, chama a atenção para que o trabalho de ensinar comece sempre no ponto em que estão os estudantes, ao contrário da forma *ensinar-então-praticar* que inicia por onde estão os professores, ignorando-se, em muitas situações, o que os estudantes trazem consigo para a sala de aula.

Na visão de Schroeder e Lester Junior (1989), quando os estudantes constroem novos conhecimentos matemáticos, aprendem não apenas conceitos, fatos e habilidades; mas também aprendem a organizar seu raciocínio e a gerenciar a aplicação desse novo conhecimento, tornando-os mais capacitados para resolver problemas e aprender novos conceitos e habilidades. Um benefício de ter adquirido conhecimento matemático dessa maneira é que os esforços de resolução de problemas são menos suscetíveis a erros.

Onuchic (1999) corrobora esses apontamentos no sentido de que, a melhor forma para trabalhar o ensino e aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas é ajudando os estudantes a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias para realizar o trabalho feito em cada unidade temática. Para tanto, cabe ao professor proporcionar aos seus estudantes um ambiente de aprendizagem que conduza a essa construção conjunta, atuando como mediador do processo e incentivando-os a serem protagonistas de sua própria aprendizagem (Onuchic & Allevato, 2011).

Assim, Van de Walle (2009, p. 59) coloca que ensinar por resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois "[...] as tarefas devem ser planejadas ou selecionadas a cada dia e a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares devem ser levadas em consideração"; porém, aponta que a abordagem centrada na resolução de problemas direciona a atenção dos estudantes para a compreensão e o significado das ideias matemáticas, promovendo a crença em sua capacidade de entender a matemática.

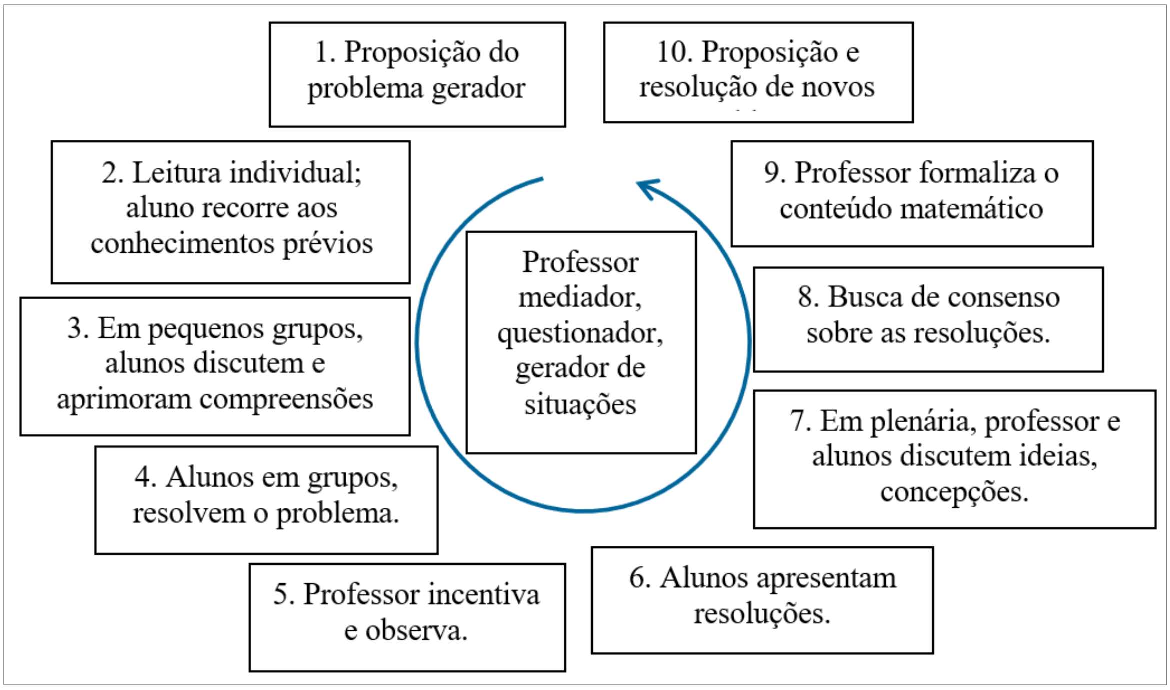
Nesse viés, é crucial considerar a possibilidade de utilizar problemas como elementos geradores de conteúdos e procedimentos matemáticos, em consonância com premissas construtivistas que valorizam o protagonismo do estudante na construção do conhecimento. Segundo Vigotsky (1998), o construtivismo defende que o aprendizado ocorre a partir da interação do sujeito com o objeto de conhecimento, sendo o erro compreendido como parte do processo de aprendizagem. Essa abordagem se alinha à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ao considerar o estudante não apenas como executor de instruções, mas como sujeito ativo, que interpreta problemas com base em seus conhecimentos prévios e, a partir disso, constrói novos saberes.

Essa concepção de resolução de problemas é a que orienta a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma proposta de trabalho desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Essa metodologia se configura como um caminho não apenas para ensinar a resolver problemas, mas, principalmente, para ensinar Matemática.

Ao referir-se à palavra composta *ensino-aprendizagem-avaliação*, sugere-se que o ensino e a aprendizagem sejam trabalhados em sala de aula de forma integrada, de modo que a avaliação perpasse esse processo, considerando os estudantes como construtores do conhecimento durante a resolução do problema (Bertotti Junior & Possamai, 2021; Pironel & Vallilo, 2017).

Para utilização da referida metodologia, Allevato e Onuchic (2021) apontam as dez etapas nas quais uma prática educativa pode ser organizada em sala de aula pelo professor. As etapas podem ser visualizadas na Figura 1.

Figura 1: Etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

Fazendo uma explicação dessas etapas, tem-se que a preparação do problema (1) refere-se ao planejamento do professor, de modo que ele crie ou selecione um problema gerador de conhecimento relacionado ao desenvolvimento de conteúdos e conceitos matemáticos. Disponibilizado esse problema, os estudantes realizarão a etapa da leitura individual (2), fazendo previamente a decodificação e interpretação do enunciado. Dado esse tempo, segue-se para a etapa de leitura em conjunto (3), na qual os estudantes, reunidos em grupos, farão a leitura coletiva do problema e compartilharão com os demais suas ideias iniciais de resolução.

Assim, utilizando seus conhecimentos prévios, os grupos iniciam a etapa de resolução do problema (4) de maneira colaborativa até chegarem à solução do problema. Enquanto isso, o professor irá observar e incentivar (5) esse processo, assumindo a função de mediador do conhecimento, sem fornecer respostas prontas aos estudantes em caso de dúvidas, mas sempre fazendo perguntas pertinentes que os levem a refletir sobre seus pensamentos. Isso permite aos estudantes o desenvolvimento de habilidades como autonomia, criticidade e pensamento reflexivo.

Quando os estudantes terminam a etapa da resolução do problema, são convidados a fazer o registro das resoluções na lousa ou em outro meio digital (6). Nesse momento, o professor irá abordar as respostas, independentemente de estarem corretas ou não. Na etapa da plenária (7), os estudantes apresentarão suas propostas de forma coletiva aos colegas, justificando e defendendo suas ideias. Após essas discussões, o professor orientará os estudantes a chegarem a um consenso de resposta (8), realizando intervenções com base no que foi apresentado.

Com isso, o professor realizará a formalização do conteúdo (9) com os estudantes, utilizando as ferramentas desenvolvidas por eles para apresentar a linguagem formal da Matemática. Por fim, outras situações podem surgir em meio ao debate que se configuram como proposição e resolução de novos problemas (10).

Diante desse cenário descrito, em que a Resolução de Problemas está presente, percebe-se que os estudantes estão, constantemente, envolvidos em um trabalho ativo e, em grande parte do processo, são eles os responsáveis pela construção da aprendizagem. Nesse aspecto, Onuchic e Allevato (2011, p. 82) consideram que o professor "precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir".

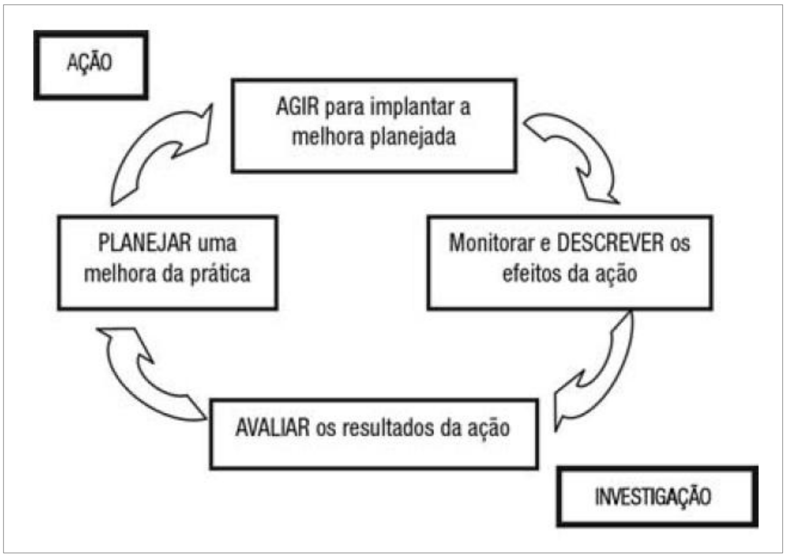
Na sequência apresenta-se a caracterização da pesquisa desenvolvida, que envolveu uma prática educativa realizada no contexto da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

3 Caracterização da pesquisa

Do ponto de vista da natureza, esta pesquisa é aplicada, objetivando gerar conteúdos/procedimentos que proporcionem conhecimentos durante a realização da prática educativa. Com relação à abordagem do problema, ela classifica-se em qualitativa, pois estabelece uma relação entre o mundo real e o sujeito, sendo que a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são fundamentais para caracterizar a pesquisa neste contexto. Quanto aos procedimentos, a pesquisa é classificada como investigação-ação, em que os pesquisadores e estudantes são representativos da situação que estão envolvidos, de modo que atuam de forma cooperativa ou participativa (Kauark, Manhães & Medeiros, 2010; Tripp, 2005).

Diante disso, adotou-se o ciclo básico de quatro etapas para o desenvolvimento da investigação-ação desta pesquisa, as quais são propostas por Tripp (2005), iniciando-se com "a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia" (p. 446), que podem ser melhor entendidas na Figura 2.

Figura 2: Ciclo básico da investigação-ação



Fonte: Tripp (2005, p. 46)

O procedimento metodológico utilizado para a construção de dados foi baseado na investigação-ação, e incluiu observações em sala de aula, registros escritos das atividades desenvolvidas em grupo, reuniões semanais com os estudantes e a professora titular da disciplina de Cálculo Numérico, bem como a análise de produções dos estudantes ao longo da intervenção.

Assim, as fases da pesquisa foram organizadas do seguinte modo, de acordo com o Ciclo Investigativo de Tripp: Fase I – Planejar uma melhora da prática – remeteu-se à leitura e análise das discussões evidenciadas no que se refere à Resolução de Problemas. Fase II – Agir para implantar a melhora planejada – consistiu em desenvolver um conjunto de 5 problemas abordando o conteúdo de Integração Numérica. Fases III e IV – Monitorar e descrever os efeitos da ação e avaliar os resultados da ação – enquanto os estudantes resolviam o problema, os pesquisadores realizavam o processo de observação nos grupos.

Salienta-se que a fase III – "Monitorar e descrever os efeitos da ação" – e a fase IV– "Avaliar os resultados da ação" – foram unificadas, pois entende-se que a avaliação não está desassociada do processo de ensinar e aprender.

Na sequência discutem-se o contexto e a organização da prática educativa.

4 O contexto e a organização da prática educativa

O desenvolvimento da prática educativa ocorreu no primeiro semestre de 2020, com 72 estudantes das turmas do período matutino – cursos de Engenharia de Alimentos, Mecânica e Química – e noturno – cursos de Engenharia de Alimentos, Civil, Mecânica, Produção e Química – de uma universidade comunitária de Blumenau, seguindo as dez etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Reitera-se que a prática educativa ocorreu de forma remota e síncrona devido à situação de pandemia causada pela Covid-19.

No início do primeiro dia, tanto para a turma do período matutino quanto noturno, a professora titular da disciplina de Cálculo Numérico concedeu a palavra aos pesquisadores – denominados de P1, P2 e P3 no presente artigo –, os quais se apresentaram à turma, bem como falaram da proposta e das etapas da metodologia mencionada anteriormente.

Findado esse momento, os estudantes foram organizados em grupos de 3 a 4 integrantes e realocados em *chats* via Microsoft Teams, com o acompanhamento dos pesquisadores, para que pudessem discutir e resolver os problemas.

Diante disso, a organização deu-se, primeiramente, com a (i) reunião da turma na sala virtual do Microsoft Teams[1], na qual os estudantes realizavam a leitura individual e conjunta do problema. Na sequência houve a (ii) organização dos estudantes em grupos separados nas salas virtuais (cada grupo possuía seu *chat* de comunicação). A partir desse ponto, seguiu-se para a etapa da resolução do problema, em que os estudantes argumentavam e socializavam ideias por meio dos recursos de áudio, videoconferência, escrita e/ou compartilhamento de telas disponibilizados pelo *software*. Além disso, utilizavam, nesta etapa, outros recursos computacionais como o GeoGebra, Microsoft Word e Excel para visualização gráfica e resolução dos problemas, elaboração dos textos, bem como a utilização de planilha de cálculos.

Enquanto os estudantes resolviam o problema, os pesquisadores realizavam o processo de observação nos grupos, participando das discussões quando solicitados via *chat*. Eles estavam presentes em todos os grupos para oferecer orientação. Nesse aspecto, os pesquisadores ajudavam os estudantes com dúvidas relacionadas aos recursos computacionais e à resolução dos problemas, especialmente no que se referia à interpretação das questões. É importante destacar que eles nunca davam uma resposta definitiva aos estudantes, mas os envolviam em questionamentos para estimular a reflexão sobre o problema.

Após o término da resolução dos problemas nos *chats* individuais, ocorreu o (iv) retorno à sala virtual da turma, na qual os estudantes apresentavam seus resultados e discussões na etapa da plenária e consenso. A apresentação deu-se por meio do compartilhamento de telas com a sistematização dos arquivos que contemplavam a resolução. Por fim, o pesquisador P1 formalizava o conteúdo com sua fala por meio de seu compartilhamento de tela tendo por base um arquivo de texto. Desse modo, fez-se o uso de tecnologias de informação como recurso para resolução e registro das soluções, e de tecnologias de comunicação como recurso para o compartilhamento de soluções e para o trabalho colaborativo.

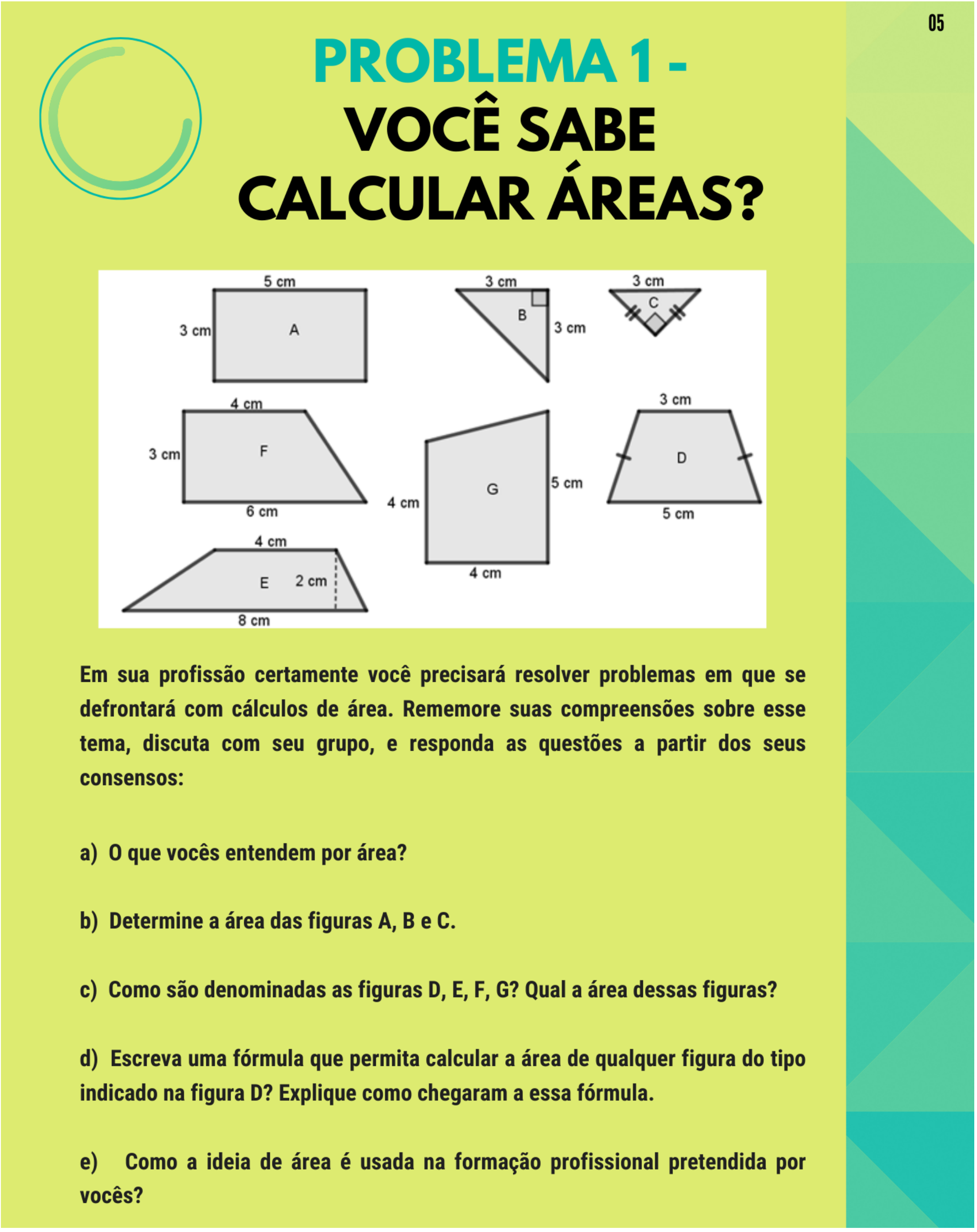
Na sequência discute-se o primeiro dos cinco problemas que foram resolvidos pelos estudantes, o qual é objeto de análise neste artigo.

5 Problema: Você sabe calcular áreas?

O problema teve como intuito resgatar o conhecimento prévio dos estudantes frente às definições de área, envolvendo quadrado, retângulo e triângulo. Com isso, buscou-se que, a partir das relações existentes entre elas, chegassem a uma generalização da fórmula de área dos trapézios. Na Figura 4 apresenta-se uma imagem do problema, denominado “Você sabe calcular áreas?”

[1] Microsoft Teams é uma aplicação da Microsoft que permite comunicação e colaboração em equipe por meio de *chats*, chamadas de vídeo e compartilhamento de arquivos, frequentemente usada em ambientes educacionais.

Figura 4: Problema – Você sabe calcular áreas?



Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 125)

O tempo destinado para resolução, discussão e formalização desse problema foi de 3 aulas de 50 min cada. Iniciou-se com a leitura individual do problema, sendo disponibilizado um tempo para que os estudantes pudessem realizá-la. Na sequência, o P1 fez a abordagem geral do problema com eles, que está evidenciada nas falas abaixo:

> P1: Para começar, cada um de vocês deverá fazer a leitura individual do problema. Vocês terão um tempo de dez minutos para isso.
>
> [...] Tempo para leitura
>
> P1: Retornando a aula, percebam que há várias figuras dispostas no problema, como quadrado, retângulo, triângulo..., e por meio dessa visualização, vocês irão

responder o que entendem por área, determinar a área das figuras A, B e C, escrever como são denominadas as figuras D, E, F e G, bem como calcular a área dessas figuras. Depois, escrevam uma fórmula que permita calcular a área de qualquer figura do tipo indicado na alternativa (d), e expliquem como chegaram a esta fórmula. Certo pessoal?

Para resolverem as questões do problema não é necessário pesquisar na internet, vocês conseguem resolvê-las a partir do conhecimento que vocês já têm adquirido. E a partir dessa relação das áreas é possível chegar a uma formulação geral da área do trapézio. Por fim, explorem onde a ideia de área pode ser utilizada na futura profissão de vocês.

Vale destacar que, nesse momento, o pesquisador P1, ainda que de forma não intencional, acabou antecipando parcialmente a resposta ao item C da proposta, ao apontar que as figuras eram trapézios. Em seguida, a P2 fez alguns questionamentos para despertar o conhecimento prévio dos futuros engenheiros (os estudantes estão indicados pela letra E), como:

P2: Alguém lembra como calcula a área de um quadrado?

E1: Lado ao quadrado, sendo que o quadrado tem todos os lados iguais, a função é multiplicar o lado por ele mesmo.

P2: Isso mesmo e se for um retângulo?

E1: Base vezes altura.

P2: E um triângulo?

E1: Base vezes altura sobre 2, visto que ele vem de um quadrado cortado na diagonal.

P2: Certo, então a ideia é que com base nesses conhecimentos vocês consigam responder esse problema. Ressaltando o que o P1 falou, pedimos para que, por favor, vocês não usem a internet como recurso de resposta, não pesquisem sobre isso, respondam com base no conhecimento prévio de vocês, com base na discussão que vocês fizerem, visto que isso vai contribuir tanto para o conhecimento que vocês forem construir ao longo dessa pesquisa, como para nossa evidência científica também.

Essa abordagem foi uma adaptação necessária da metodologia utilizada, devido as aulas terem ocorrido de modo virtual. Optou-se por fazer a leitura do problema juntamente com os estudantes, uma vez que, se esta fosse realizada sem a presença dos pesquisadores e da professora, algum grupo poderia levantar questões pertinentes de discussão que, em consequência da demanda de atendimento nos demais grupos, acabaria deixando determinado grupo ocioso por um tempo, podendo-o desestimular pela espera da discussão. Diferentemente da sala de aula, em que os estudantes levantam a mão e chamam facilmente o professor, no ambiente virtual é necessário entrar em todos os *chats* para verificar se é preciso realizar alguma discussão com o grupo. Isso ocorre porque as notificações do *chat* em grupo foram desativadas; caso contrário, a cada comentário inserido, um som era emitido, o que dificultava a organização.

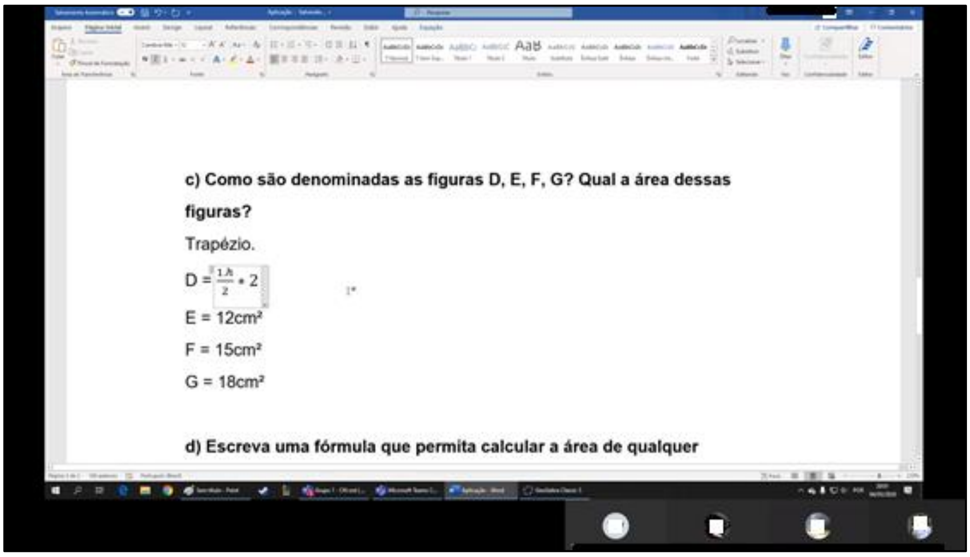
Na sequência, os pesquisadores comunicaram aos estudantes para se alocarem nos grupos individuais, no Microsoft Teams, para realizarem a resolução do problema, sendo que deveriam registrar suas resoluções em arquivo de texto ou de modo manuscrito, registrado por foto. Após isso, informou-se que depois de 40 minutos deveriam retornar à sala virtual da turma para apresentar as resoluções, em que um integrante do grupo poderia fazer a socialização com os demais na plenária, compartilhando suas telas no Microsoft Teams.

É importante salientar que somente os grupos nos quais todos os membros consentiram com a pesquisa foram incluídos no relato e na análise deste estudo. Assim, da turma do período matutino, analisaram-se as falas e dados dos estudantes que integraram os Grupos GM1 (3 estudantes), GM4 (3 estudantes), GM6 (4 estudantes), GM7 (4 estudantes) e GM12 (3 estudantes). Já do período noturno consideraram-se os grupos GN1 (5 estudantes), GN2 (4 estudantes), GN3 (4 estudantes) e GN6 (4 estudantes).

6 Etapa de resolução nos grupos

Os estudantes dos grupos GN1 e GN2, compostos por quatro integrantes cada, organizaram-se de modo que um representante estruturasse as respostas em arquivo de texto, enquanto discutiam as questões. A Figura 5 mostra esse contexto.

Figura 5: Discussão e estruturação da resolução do problema



Fonte: Acervo de pesquisa

A discussão da equipe GN2 é transcrita:

> GN2: (E23 falando) Boa noite, pessoal. Vamos começar com a primeira pergunta, o que você entende por área? A E24 já comentou, certo?! A área depende das dimensões de uma figura.
>
> (E24 falando) Vou mandar o que eu escrevi aqui: ‘área é a medida que envolve toda a parte interna da figura’.
>
> (E25 falando) Não seria região interna da figura?
>
> (E26 falando) Isso.
>
> (E25 falando) A b é para determinar a área das figuras A, B e C. Na figura C todos os lados são iguais?
>
> (E23 falando) Não, só dois lados são iguais, aqueles que possuem um tracinho em cima.
>
> (E25 falando) Acredito que a C precisa da altura ou da dimensão de um dos lados, não? Ao menos que ele seja equilátero.
>
> (E23 falando) Mas como o triângulo tem os risquinhos, não conseguimos calcular a área dele?

(E25 falando) Ainda acho que deveria ter o valor da altura ou de um dos lados.

(E23 falando) Então nós colocamos que não tem como resolver?

(E25 falando) Acho que sim.

(E24 falando) Não pessoal, por que não tentamos descobrir o valor da hipotenusa? Os dois catetos são iguais.

(E26 falando) Claro, temos um ângulo de 90 graus formado ali na superfície inferior deste triângulo.

(E23 falando) Isso mesmo, aquela fórmula dos lados iguais.

[Nesse momento os estudantes começaram a calcular a área da Figura C pelo teorema de Pitágoras, encontrando um valor para ela].

(E23 falando) Certo pessoal, vamos para a letra c agora: como são denominadas as figuras D, E, F e G e qual a área delas?

(E25 falando) A figura D é um trapézio isósceles, não? Tem dois lados iguais.

(E26 falando) Acredito que sim.

(E25 falando) Sim, está, acabei de procurar na internet para conferir se estava.

(E23 falando) Certo, vamos para a figura E... essa figura é a mesma que uma Professora deu como atividade para nós em sala. Se lembram?

(E25 falando) Na disciplina de Instrumental, né?

(E23 falando) Isso mesmo.

(E25 falando) Sim, a figura E é um trapézio escaleno, tem dois lados diferentes. E a figura F é um trapézio retângulo.

(E24 falando) A figura G é igual.

(E26 falando) Sim, se trata de um trapézio retângulo também, só está virado.

(E25 falando) É, os triângulos formam um ângulo de 90º em sua base.

Diante das conversas mencionadas, destacam-se três pontos de observância ao grupo: (i) a E23 tornou-se a mediadora na narrativa das questões, conduzindo a equipe (assumiu o papel de líder); (ii) embora o E25 argumentasse que o trapézio da Figura D era isósceles, precisava ter segurança de sua fala, utilizando-se da internet como fonte de pesquisa; (iii) os estudantes remeteram-se às lembranças de sala de aula nos comentários com os colegas para encontro das respostas (resgate do conhecimento prévio).

A discussão que gerou dúvida entre os estudantes do grupo GN2 foi em relação à altura do trapézio identificado pela letra D. Essa mesma discussão aconteceu no grupo GN1 que decidiu apresentar a resolução de forma genérica, conforme mostra a discussão do grupo:

(E18 falando) Cara, para mim, se colocar aquele triângulo transposto por cima do outro, é formado um quadrado ou retângulo, não sabemos ainda, de lados 1 paralelos e de outros lados paralelos igual a x. E, então montando os ângulos, para mim fica 45º.

(E19 falando) E como que você sabe que um dos lados vale 1?

(E18 falando) Porque em baixo a medida é de 5cm e em cima a medida vale 3cm, então se tem 1cm em cada um dos lados: 3cm + 1cm + 1cm = 5cm.

(E19 falando) Ah sim, está certo.

(E20 falando) Só que para o ângulo ser de 45º, as duas figuras deveriam formar um quadrado perfeito.

(E19 falando) Mas não forma?!

(E18 falando) Não precisa formar, porque o retângulo também tem todos os lados iguais a 90º, independentemente de qual seja o valor indicado na figura.

(E20 falando) Certo, mas quando o retângulo é cortado ao meio...

(E18 falando) Oh, vamos assumir assim: os dois triângulos formados são exatamente iguais?

(E20 falando) Sim, são iguais.

(E18 falando) Então, quando é encaixado os dois triângulos perfeitamente iguais...

(E20 falando) Pode formar um retângulo ou um quadrado.

(E18 falando) Um ângulo é 90º, isso a gente sabe, o problema são os outros dois ângulos que não sabemos.

(E20 falando) E na minha opinião não é 45º, sabe?

(E18 falando) É, não dá para garantir né?!

(E20 falando) Porque a altura do trapézio deveria ser 1 para formar um ângulo de 45º.

(E20 falando) Pessoal, eu cheguei à conclusão de que a área desse trapézio é 4 vezes a altura.

(E19 falando) Tá, mas aí colocamos o que como a altura, esse é o problema.

(E18 falando) Mas eu concordo contigo E20, é melhor deixarmos em função da altura, uma vez que poderemos assumir qualquer valor nesse caso.

(E20 falando) Sim, pois assim generalizamos a fórmula para qualquer valor de altura, respeitando as bases.

(E19 falando) Certo, mas como se chega em 4 vezes h?

(E18 falando) A base maior mais a base menor resulta em 8, que dividido por 2, fica

4 multiplicado pela altura (fórmula do trapézio).

(E20 falando) Eu já fiz diferente, mas deu o mesmo resultado: 2 vezes 1 vezes h dividido por 2, que seria as áreas dos triângulos somado a 3 vezes h que é a área do retângulo ou quadrado, assim 3h + 1h, tem-se 4h.

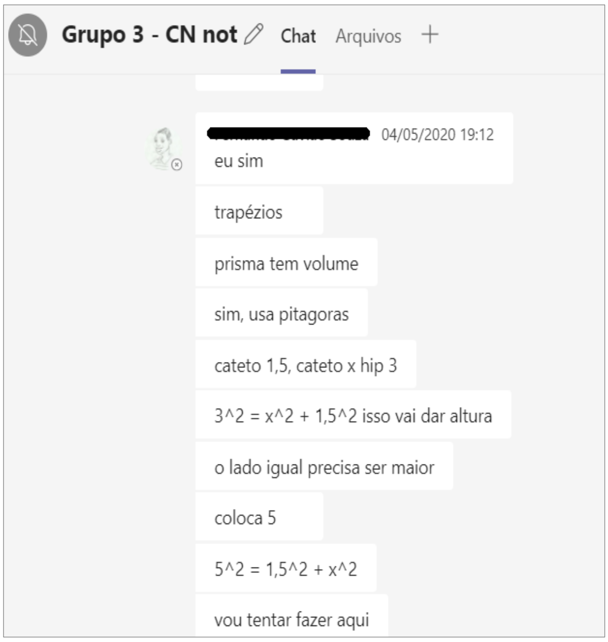
[E assim, chegaram ao consenso de deixar a fórmula em função da altura para essa questão].

No que se refere ao acompanhamento do GN1, nesta etapa, percebeu-se autonomia em equipe, uma vez que argumentaram por longos minutos a respeito de uma problematização, sem a necessidade da utilização da internet ou, até mesmo, do auxílio do professor como fontes imediatas de respostas. Ao invés disso, optaram por debater as questões entre eles até chegarem a um consenso, o que gerou, por consequência, envolvimento e argumentação entre os membros presentes no grupo.

O grupo GN3 também teve todos os integrantes envolvidos na discussão, mesmo tendo um integrante que não possuía microfone, dado que ele conseguia participar ativamente da resolução ouvindo os colegas e registrando seus pareceres no *chat*, que era acompanhado pelos demais. A Figura 6 mostra o contexto desse estudante respondendo aos colegas via *chat* enquanto os ouvia.

Desse grupo, é relevante destacar que o cálculo da área dos trapézios era realizado tanto utilizando a fórmula quanto decompondo o trapézio em triângulos e retângulos; no entanto, eles não conseguiram estabelecer a relação entre a fórmula para o cálculo da área dos trapézios e a decomposição em triângulos, retângulos ou quadrados.

Figura 6: Comunicação do grupo GN3



Fonte: Acervo de pesquisa

Nessa etapa de resolução, chama-se atenção para o uso de pesquisa na internet, uma vez que o grupo GN3, apesar de conseguir responder parte das questões, ainda assim buscava um auxílio, via acesso à internet, como confirmação de resposta daquilo que pensaram, enquanto o grupo GN6 já buscava de imediato respostas prontas, reduzindo a problematização.

Na questão e, um fato despertou o interesse nesse grupo quando um dos integrantes comentou que já estava realizando matérias específicas do curso, no entanto, nunca havia parado para pensar ou ter sido questionado a respeito da aplicação de área à sua formação profissional pretendida.

> GN6: (E31 falando) Eu não faço ideia da última questão, eu não cheguei nas matérias específicas ainda.
>
> (E33 falando) Também não sei muito bem, isso que já estou cursando as matérias específicas.
>
> (E32 falando) Na Engenharia Química, a gente usa área para dimensionar equipamentos, como reator, mas não sei nada muito além disso de aplicações.
>
> (E31 falando) Eu faço Engenharia Elétrica, será que chegamos num consenso de resposta?
>
> (E32 falando) Colocamos um pouco de cada curso.
>
> (E31 falando) E33, será que aprendemos a calcular área de um transformador em elétrica? Nunca parei para pensar.
>
> (E33 falando) Deixa-me pensar... Área pode ser usada para dimensionarmos uma barragem envolvendo usina hidrelétrica.
>
> (E31 falando) Área de uma barragem? Mas isso não é a parte de um Engenheiro Civil?
>
> (E33 falando) Também não sei responder, mas deixamos como dimensionamento (A

Figura 7 exemplifica o consenso dos estudantes)?!

Figura 7: Resposta do GN6 para a questão e

E31 04/05 19:45
e) Área de um reator e também o dimensionamento de uma hidroelétrica

Fonte: Acervo de pesquisa

Nesse aspecto, nota-se a falta de problemas envolvendo aplicações profissionais voltadas para a realidade desses estudantes de Engenharia. É importante destacar que os futuros profissionais do ramo não devem apenas ter acesso a esses problemas quando estiverem atuando no mundo do trabalho, mas sim durante a graduação. Em complementação a essa ênfase, Bertotti Junior e Possamai (2021) reiteram que o ensino de Engenharia ou qualquer outra área do conhecimento com viés estritamente profissional,

> [...] não seja mais focado em problemas desvinculados à construção do conhecimento e ao contexto prático dos futuros profissionais, uma vez que o mundo pós-universidade irá exigir desses graduandos leques de problemas e situações que precisarão ser resolvidos, de fato, por eles, afinal, o papel do Engenheiro e também do Matemático envolve, essencialmente, o ato de resolver problemas. O conhecimento adquirido por eles não deve ser insuficiente para o trabalho de amanhã, o qual deve estar apto a aprender novos conhecimentos e desenvolver ainda mais suas habilidades, com base nas suas vivências e experiências desenvolvidas ao longo de sua trajetória acadêmica (p. 199).

Ainda que a citação evidencie uma perspectiva utilitária do ensino de Matemática, orientada para a preparação do estudante diante das demandas do mercado de trabalho, é importante ressaltar que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas vai além disso. Ela também contempla uma dimensão formativa, na medida em que promove o desenvolvimento de competências cognitivas dos estudantes. Na prática, essas duas dimensões — utilitária e formativa — podem ser conciliadas ao propor problemas que estejam conectados a contextos reais da futura atuação profissional, mas que, ao mesmo tempo, incentivem a autonomia intelectual, a argumentação, a tomada de decisão e a reflexão crítica. Assim, o estudante não apenas aprende a resolver problemas, mas aprende por meio deles, construindo conhecimentos que dialogam com a sua realidade e com sua formação como sujeito.

Após os grupos resolverem os problemas, passou-se à etapa de discussão e socialização dos resultados.

7 Etapas após a resolução

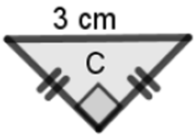
Para dar início à socialização dos resultados na plenária, os estudantes retornaram à sala virtual da turma, sendo que cada grupo usou o compartilhamento de tela para socializar seus resultados. Ou seja, a etapa de registro na lousa foi substituída pelo compartilhamento dos registros realizados pelos grupos, não ficando, desse modo, expostas todas as resoluções para já fomentar alguma análise e discussão nos grupos.

Em relação ao questionamento referente ao entendimento sobre o conceito de área, pôde-se verificar que os grupos descreveram utilizando seus conhecimentos prévios e relacionaram com situações do cotidiano, conforme verificado na fala do GM1 na plenária:

> GM1: Com relação a primeira questão, que é o que entendemos por área, definimos que é a quantificação da superfície de um objeto real ou de uma representação algébrica, tudo que existe em duas dimensões possui área que pode ser calculada.

A questão b solicitava aos estudantes para realizarem o cálculo de área de diversas figuras com formatos geométricos diferentes. Para a área do triângulo isósceles, quando a altura não havia sido informada, alguns grupos usaram o Teorema de Pitágoras para descobri-la, conforme indica a resolução do GN2 apresentada na Figura 8.

Figura 8: Resposta do GN6 para a questão e



$$a^2 = b^2 + c^2 \qquad b = c$$
$$3^2 = b^2 + b^2$$
$$9 = 2b^2$$
$$b^2 = \frac{9}{2}$$
$$b = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
$$A = \frac{b.h}{2}$$
$$A = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\frac{18}{4}}{2} = \frac{18}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Fonte: Acervo de pesquisa

Já o grupo GM6 utilizou razões trigonométricas para resolver a mesma questão. A Figura 9 mostra a resolução do grupo.

Figura 9: Resolução da área do triângulo isósceles pelo GM6

$$\sum \hat{A}ngulos = 180°$$
$$180° = 90° + 2x$$
$$x = 45°$$
$$Tg45° = \frac{h}{\frac{1}{\frac{3}{2}}}$$
$$h = 1{,}5$$
$$A = \frac{B * A}{2}$$
$$A = \frac{3 * 1{,}5}{2} = 2{,}25$$

Fonte: Acervo de pesquisa

Para o cálculo da área dos trapézios, na questão c, alguns grupos lembravam da fórmula, conforme mostra a fala do grupo GM4 na plenária:

> GM4: Bem, eu sou a E5 e agora vou continuar respondendo à alternativa c. Aqui nós tínhamos quatro figuras, as quais são denominadas de trapézios e são figuras planas que possuem dois lados paralelos entre si, a base maior e a base menor. Desse modo, calculamos as áreas por meio da fórmula da definição do trapézio. Além disso, a gente escreveu qual o nome de cada trapézio, por exemplo, na figura D, temos um trapézio isósceles, o qual possui dois lados com medidas iguais, sendo que o

> resultado deu 12 cm². Na figura E, tem-se um trapézio escaleno, já que nenhum dos lados possuem medidas iguais, diferente do isósceles. E nas figuras F e G os trapézios já são diferentes, eles se enquadram como trapézio retângulo, então um dos lados possuem ângulo de 90º. E as áreas deles deram 15 e 18 cm².

Esse grupo foi questionado por P2 se sabiam ou já conheciam a fórmula para o cálculo da área do trapézio, sendo que o E4 respondeu à pergunta:

> P2: E a fórmula que vocês encontraram, vocês deduziram? Ou vocês já a conheciam?
>
> GM4: (E4 falando) Então, nos baseamos pela fórmula da área do trapézio que já conhecíamos. Mas por exemplo, com relação ao cálculo da figura F, nós poderíamos fazer pela soma da área do retângulo com a do triângulo retângulo da extremidade, e nas outras figuras também conseguimos deduzir seguindo mais ou menos esse mesmo caminho, deduzindo a área de cada figura e somando umas às outras.

Esse diálogo permitiu compreender o processo de construção desse conhecimento pelos estudantes, evidenciando a importância da etapa da plenária como uma ferramenta de avaliação. Esta não ocorre apenas durante a resolução do problema e com base nos registros escritos dos estudantes, mas também, e especialmente, durante as discussões, que possibilitam a compreensão de aspectos não verificados nos registros escritos. Assim, a avaliação permite que se realize uma intervenção imediata durante a resolução do problema, quanto à reflexão após a prática por meio dos registros escritos apresentados pelos estudantes e dos diálogos e discussões registrados pelo professor (Pironel & Vallilo, 2017).

Nessa questão, outros grupos utilizaram a decomposição do trapézio em triângulos e retângulos e, nesse aspecto, Van de Walle (2009) enfatiza que:

> Um *desenvolvimento conceitual de fórmulas* é muito mais do que simplesmente fornecer fórmulas aos alunos. *Quando os estudantes desenvolvem fórmulas*, eles adquirem compreensão conceitual das ideias e das relações envolvidas e se ocupam de um dos processos reais de fazer matemática (p. 429, grifos do autor).

As estratégias utilizadas pelos estudantes ficaram mais evidentes na plenária, quando eram questionados sobre como chegaram aos resultados, pois nos registros pôde-se verificar que alguns grupos não detalharam como chegaram à solução, conforme mostra o registro do GN6 na Figura 10.

Figura 10: Resposta do GN6 à questão c

áreas
D = 12cm²
E = 12cm²
F = 15cm²
G = 18cm²

Fonte: Acervo de pesquisa

Ressalta-se que o detalhamento escrito do processo que levou ao encontro das respostas foi, inclusive, um dos pontos elencados como critério de avaliação. Todavia, cabe salientar que a escrita nas aulas de Matemática não é uma prática comum aos estudantes e compete ao professor incentivá-los, uma vez que registrar os cálculos realizados é diferente de explicar e justificar o motivo pelo qual foram realizados e pelo qual estão corretos. De acordo com Smole (2001),

> Escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. (p. 31).

Assim, o registro da resolução dos problemas configura-se como um processo reflexivo, no qual os estudantes são levados a explicitar seus raciocínios. No entanto, essa etapa requer a mediação do professor, que deve solicitar explicações sobre as estratégias utilizadas e incentivar os estudantes a argumentarem em defesa de suas respostas.

Nesse aspecto, destaca-se alguns grupos, como o GM1 e GN1, que descreveram na plenária a estratégia usada para a resolução da questão d que solicitava a generalização da fórmula da área dos trapézios: "GM1: A questão D fizemos por dedução, sendo que a gente poderia separar esse trapézio em outras três figuras, quadrado ao meio e dois triângulos ao lado". No registro, a equipe apresentou a generalização proposta para determinar a área dos trapézios, apresentada na Figura 11.

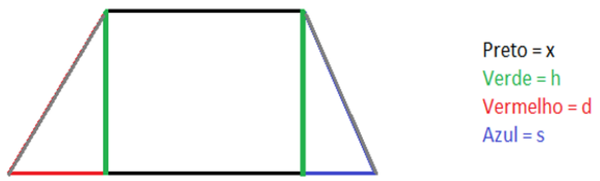
Figura 11: Resolução da questão d (GM1)

A figura D é um trapézio; pode-se interpretá-la como a junção de dois triângulos retângulos anexos aos lados de um retângulo, de forma que sua área total seria a soma das áreas dos triângulos e do retângulo. Assim:

$A = x \times h + (s \times h)/2 + (d \times h)/2$

$A = x \times h + ((s \times h) + (d \times h))/2$

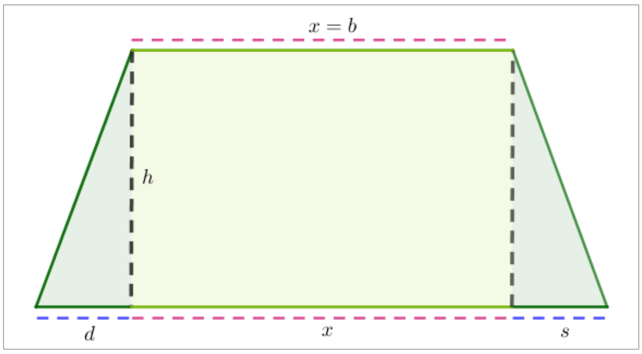
$A = x \times h + (h \times (s + d))/2$



Fonte: Acervo de pesquisa

É possível verificar que a fórmula, apontada na Figura 11 e apresentada pelo grupo, é correta e na etapa de formalização o pesquisador P1 utilizou o registro dos estudantes para chegar à representação usual, conforme apresentado na Figura 12.

Figura 12: Representação da figura D para a linguagem formal



Fonte: Acervo de pesquisa

Na sequência, tendo como base a Figura 12, foi detalhado o raciocínio utilizado pelos estudantes e ampliado para compatibilizar a fórmula padrão do cálculo da área dos trapézios. Pode-se denominar a letra x de b, que é a base menor do trapézio. E o somatório de $d + s + x = B$, isto é, a base maior do trapézio, em que:

$$d + s = B - x$$

$$d + s = B - b$$

Assim, aplicando a fórmula de área correspondente a cada figura e fazendo a mudança de representação da linguagem apresentada pelos estudantes para a linguagem formal, tem-se:

$$A = x.h + \frac{h \cdot (s + d)}{2}$$

$$A = b.h + \left(\frac{h}{2}\right).(B - b)$$

$$A = b.h + \frac{B.h}{2} - \frac{b.h}{2}$$

Multiplicando a representação acima por 2, diz-se que:

$$2A = \left(2.b.h + \frac{2.B.h}{2} - \frac{2.b.h}{2}\right)$$

$$2A = (2.b.h + B.h - b.h)$$

$$2A = (b.h + B.h)$$

$$A = \frac{(b.h + B.h)}{2}$$

Colocando h em evidência, chega-se à generalização da fórmula para o cálculo da área do trapézio, dada por:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Nesse viés, é importante enfatizar a importância de deixar os estudantes registrarem e produzirem suas resoluções utilizando nomenclaturas e representações informais, uma vez que, conforme enfatiza Van de Walle (2009), a simbologia e terminologia adequadas só devem ser inseridas (pelo professor) após os conceitos/procedimentos terem sido desenvolvidos e compreendidos pelos estudantes.

Outro grupo, nessa questão, apresentou a fórmula já conhecida por eles e então tentaram justificá-la, conforme apresenta a Figura 13.

Percebe-se que eles justificaram a fórmula do cálculo da área dos trapézios por meio da decomposição da figura em triângulos e retângulo. Porém, nesse caso, faltou o grupo trabalhar algebricamente as variáveis que representam a base e a altura dessas figuras para formalizarem o raciocínio.

Nessa perspectiva, vale salientar que o detalhamento do que é discutido é requisitado não somente no ambiente acadêmico, mas também no mundo do trabalho. Chefes e gestores precisam diariamente do respaldo dos futuros profissionais ingressantes em indústrias, para argumentar em reuniões que, frequentemente, envolvem a diretoria de uma empresa. Isso se aplica nas entregas de projetos, melhorias de processos produtivos e na resolução de problemas que a empresa possa estar enfrentando. Nesse aspecto, Moaveni (2010, p. 5, tradução nossa) coloca que "Os engenheiros são obrigados a escrever relatórios. Esses relatórios podem ser longos, detalhados e técnicos, contendo g//ráficos, tabelas e desenhos de engenharia".

Figura 13: Resolução da questão d (GM4)

d) Escreva uma fórmula que permita calcular a área de qualquer figura do tipo indicado no item (d)? Explique como chegaram a essa fórmula.

A= ((B+b)*H)/2

A= Área

B= Base Maior

b= Base Menor

H= Altura

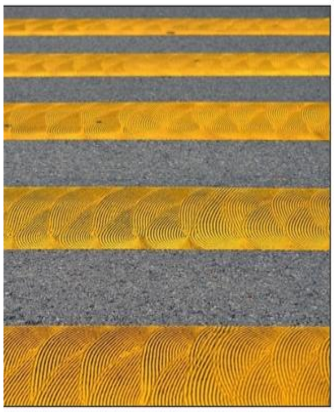
F = podemos fazer a área do retângulo + área do triângulo retângulo: (base x altura) + (base x altura/2)
G = podemos fazer a área do quadrado + área do triângulo retângulo: (lado x lado) + (base x altura/2)
D = podemos fazer a área de um quadrado (lado x lado) + a área de um triângulo retângulo na direta e outro na esquerda (base x altura /2)
E = podemos fazer a área de um quadrado (lado x lado) + a área de um triângulo retângulo na direta e outro na esquerda (base x altura /2)

Fonte: Acervo de pesquisa

Com relação à questão e, que solicitava a aplicação de área no contexto profissional dos estudantes, destacam-se o registro e a fala apresentados por alguns grupos. Inclusive, parte dos comentários realizados pelos estudantes encontram-se evidenciados na literatura, conforme indicados no Quadro 1:

Quadro 1: Aplicações profissionais de área na visão dos estudantes de Engenharia

Falas dos estudantes na plenária	Registros da literatura
 Pixabay (2020) – indústria caldeira GM1: Bem, todos nós somos do curso de Engenharia Química, então dentro desse curso, elencamos algumas aplicações de área relativos a ele. Quando se trabalha com o dimensionamento de equipamentos, que envolve cálculo de área e volume, é importante que se tenha um cálculo correto do dimensionamento para que tenhamos uma eficiência máxima na obtenção de um produto. Não adianta ter um reator muito pequeno, se não houver capacidade de produzir o que se deseja, e nem um reator muito grande, que demanda de maior quantidade de material para produzir o equipamento e que, por vezes, não compensa pelo fato de a reação química não exigir um reator tão grande para obtenção do produto. Então tudo vai depender do que se deseja obter durante o processo que passa por esses equipamentos. Outra questão é com relação as áreas de ocupação desses equipamentos nas indústrias, uma vez que muita área significa muita	O engenheiro químico pode atuar no desenvolvimento de novos produtos, na concepção de processos e na operação de plantas, pode trabalhar em um laboratório, planta piloto ou planta em larga escala. A planta piloto é construída para desenvolver as operações da unidade necessárias para executar o processo. As operações da unidade são processos químicos e físicos fundamentais que são combinados exclusivamente pelo engenheiro químico para produzir o produto desejado. Uma operação da unidade pode envolver a separação de componentes por meios mecânicos, como filtragem, sedimentação e flutuação. A separação também pode ocorrer alterando a forma de um componente - por exemplo, por evaporação, absorção ou cristalização. As operações da unidade também envolvem reações químicas como

manutenção, e pouca área significa pouco espaço para realizar os procedimentos. Além disso, existem legislações também para a ocupação de área dos próprios produtos e embalagens, sendo que não é viável ter uma embalagem muito grande, por exemplo, para um produto que ocupa pouco espaço, o cliente pode reclamar com isso, ou vice-versa, é preciso ter um padrão na hora de projetar os produtos nas embalagens. Outro exemplo, é com relação a uma lata de refrigerante, o líquido é colocado em uma embalagem cilíndrica, porque se torna melhor para o consumidor beber nesse tipo de embalagem, ao contrário se fosse em uma embalagem de formato prismático. Também é preciso otimizar as áreas para haver ganhos com isso.	oxidação e redução. Certos processos químicos requerem a adição ou remoção de calor ou a transferência de massa. O engenheiro químico trabalha assim com trocas de calor, fornos, evaporadores, condensadores e tanques de refrigeração no desenvolvimento de processos em larga escala. Em uma planta em larga escala, o engenheiro químico continuará ajustando as operações da unidade para produzir o processo ideal com base no menor custo. (Eide *et al.*, 2011, p. 25, tradução nossa)
 Fonte: Pixabay (2020) – tinta com microesfera aplicada a uma faixa de pedestre GM4: A gente usou exemplos de indústria que envolvem tinta, no caso, a primeira foi indústria têxtil, em que, por exemplo, a gente precisa saber a área de um tecido para conseguir tingir ele corretamente, para que não fique uma cor nem muito clara nem muito escura, dependendo do padrão definido, além disso para não ter excesso de tinta no tecido. E, também, a gente usou um exemplo, que achamos muito importante, que é na área de infraestrutura, que está relacionado à pintura de áreas, como ruas, faixas de pedestre, sendo que o local que precisa ser pintado, é necessário saber sua área exata, para ter conhecimento do quanto de tinta que será utilizada, bem como o tanto de microesfera que vai ser usado na tinta. A microesfera é o produto que é utilizado para que a tinta fique refletiva, então, por exemplo, à noite, quando a pista está brilhando, digamos assim, significa que tem microesfera nessa tinta. E para facilitar a produção a gente já necessita saber certinho o quanto de tinta deverá ser utilizado por m². Se colocarmos pouca microesfera na tinta, a rua não vai ficar refletiva, e se colocarmos muita microesfera na tinta, vai ficar refletiva demais, então é muito provável de acontecer acidentes. Por exemplo, não sei se todo mundo aqui já passou pela BR-470 de noite e reparou, mas em algumas áreas a pintura tem pouca microesfera, então é perceptível que você não consegue andar direito durante a noite, porque foi feito um cálculo errado na hora de saber quanta microesfera utilizar na tinta.	Como o nome indica, os engenheiros químicos usam os princípios da química e das ciências básicas de engenharia para resolver uma variedade de problemas relacionados à produção de produtos químicos e seu uso em várias indústrias, incluindo as indústrias farmacêutica, eletrônica e fotográfica. A maioria dos engenheiros químicos é empregada em indústrias químicas, de refino de petróleo, filmes, papéis, plásticos, tintas e outras indústrias relacionadas. Os engenheiros químicos também trabalham nas indústrias metalúrgica, de processamento de alimentos, biotecnologia e fermentação. Eles geralmente se especializam em determinadas áreas, como polímeros, oxidação, fertilizantes ou controle de poluição. (Moaveni, 2010, p. 18, tradução nossa)

Fonte: Elaborado pelo autor com base na fala dos estudantes

De acordo com as respostas fornecidas, verificou-se que os grupos exploraram detalhadamente a ideia de área na formação profissional pretendida, indo além do que estava registrado no documento escrito. Nesse momento, observou-se um maior interesse dos estudantes em expor seus argumentos, sendo este o único momento de socialização em que os grupos se referiram às respostas dos outros em suas falas.

A busca pelo consenso é uma etapa que ficou comprometida nesse formato de aula remota, pois houve pouca discussão entre os alunos, ficando a responsabilidade ao professor promover um confronto entre as soluções das equipes. Em uma aula presencial, com o uso da lousa, todas as soluções são apresentadas para que os estudantes possam fazer comparações e, assim, estimular a discussão em prol de um consenso. Já na aula remota, cada equipe compartilhava a tela durante sua vez de apresentação, dificultando a comparação entre as respostas.

Na formalização do conteúdo discutiu-se sobre o cálculo da área do trapézio e sobre as denominações de base maior, base menor e altura.

Na sequência apresentam-se as considerações finais frente à análise dos dados.

8 Considerações finais

Visando analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, focalizando-se nas aulas de Cálculo Numérico, para generalizar a fórmula da área de trapézios a partir do conhecimento prévio dos estudantes, realizou-se, incialmente, uma revisão bibliográfica para compreender os pressupostos teóricos frente à metodologia estudada. A partir disso, verificou-se o quão importante se torna a realização de uma prática educativa baseada no ensino de Matemática através da resolução de problemas para desenvolver nos estudantes, a partir da mediação do professor, a construção do conhecimento.

Como potencialidades deste trabalho, destaca-se que os estudantes mostraram autonomia, raciocínio, argumentação e discussão no processo de investigação e resolução dos problemas, possibilitando a construção de conceitos que levaram à generalização da fórmula da área de trapézios, com base em seus conhecimentos prévios. Nesse sentido, verificou-se que o problema se tornou o ponto de partida para a aprendizagem, sendo gerador da construção do conhecimento, permitindo que os estudantes também estabelecessem relações entre a área estudada e seus respectivos campos profissionais.

Há de se destacar, nesse aspecto, a importância de estimular o trabalho colaborativo durante a Resolução de Problemas. Diferentemente de uma aula tradicional, na qual os estudantes resolvem em grupos os exercícios propostos e, na sequência, comparam os resultados encontrados, nessa abordagem metodológica, precisam resolver um problema pelo qual desconhecem um caminho seguro ou um roteiro já pré-estabelecido para resolvê-lo.

Diante desse cenário, a discussão e o confronto de ideias são inevitáveis, ao mesmo tempo que as dificuldades apresentadas por determinado estudante de um grupo na resolução do problema são sanadas à medida que o debate fortalece a construção das ideias pela mediação do professor ou, até mesmo, de algum integrante do grupo que proporcione reflexões acerca dos obstáculos, principalmente ao que se refere à interpretação dos problemas. É importante, desse modo, que o professor apresente confiança em seus estudantes, de tal forma que o trabalho colaborativo se torne o fio condutor da aprendizagem, pelo qual os estudantes têm a oportunidade de defenderem seus pontos de vista e expressam suas vivências.

Entre as dificuldades identificadas na prática educativa, destacaram-se alguns equívocos na interpretação dos problemas, a limitação na interação entre os estudantes — que possivelmente teria sido mais significativa em contexto presencial — e a resistência em romper com métodos tradicionais de ensino, especialmente no que se refere à abertura para práticas baseadas na pesquisa e na investigação. Em algumas situações, alguns grupos de estudantes se sentiam desconfortáveis por não receberem uma confirmação de resposta dos pesquisadores. Quando confrontados com perguntas que os fizessem refletir sobre suas respostas, não confiavam em suas decisões e buscavam validações das respostas na internet. A prática educativa, realizada de forma síncrona durante a pandemia de Covid-19, apresentou ainda desafios como a ausência de microfones e a dificuldade no acompanhamento simultâneo de diferentes grupos.

Apesar disso, os estudantes conseguiram construir os conceitos e procedimentos pretendidos como resultado da busca de solução para o problema apresentado. Desse modo, entende-se que ensiná-los a resolver problemas é despertar neles a capacidade de aprender a aprender, diariamente, no sentido de habituá-los a encontrar por si próprios um caminho às respostas, inquietando-os, ao invés de dispor de imediato uma resposta elaborada pelo professor ou por alguns livros-texto de Matemática.

Sugere-se, para trabalhos futuros, que outras práticas educativas sejam desenvolvidas e analisadas no contexto da Resolução de Problemas no Ensino Superior, tendo em vista que ainda são escassas as investigações que abordem essa metodologia nesse nível de ensino (Onuchic & Allevato, 2011; Bertotti Junior & Possamai, 2021). A maioria das pesquisas concentra-se na Educação Básica, o que evidencia a necessidade de ampliar os estudos voltados à formação de professores e profissionais em áreas específicas, como a Engenharia.

Referências

Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. R. (2019). As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *10*(2), 1-14.

Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. R. (2021). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: L. R. Onuchic, N. S. G. Allevato, F. C. H. Noguti & A. M. Justulin. (Org.). *Resolução de Problemas: teoria e prática* (2. ed., pp. 40-62). Jundiaí, SP: Paco.

Bertotti Junior, V. I. (2021). *A Resolução de Problemas como proposta de abordagem do conteúdo de Integração Numérica em aulas de Cálculo Numérico na Educação Superior: uma prática educativa realizada em contexto de ensino remoto*. 258f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, SC.

Bertotti Junior, V. I. & Possamai, J. P. (2021). Resolução de Problemas no Ensino Superior – uma análise na visão dos acadêmicos. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *10*(21), 184-208.

Brasil. Ministério da Educação. (2019). *Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*. Brasília, DF: MEC.

Cai, J. & Lester, F. (2012). Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno? Tradução: A. S. A. M. Bastos & N. S. G. Allevato. *Boletim GEPEM*, *60*(1), 241-254.

Eide, A. R.; Mickelson, S. K.; Jenison, R. D. & Northup, L. L. (2011). *Engineering Fundamentals and Problem Solving* (6. ed.). Nova York, NY: McGraw-Hill Education.

Kauark, F. S.; Manhães, F. C. & Medeiros, C. H. (2010). *Metodologia da Pesquisa: Um guia prático*. Itabuna, BA: Via Litterarum.

Moaveni, S. (2010). *Engineering Fundamentals: an introduction to engineering* (4. ed.). Melbourne, Austrália: Cengage Learning.

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: M. A. V. Bicudo (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas* (pp. 199-218). São Paulo, SP: EdUnesp.

Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, *25*(41), 73-98.

Pironel, M. & Vallilo, S. A. M. (2017). O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: L. R. Onuchic, L. C. Leal Junior, & M. Pironel (Org.), *Perspectivas para Resolução de Problemas* (1. ed., pp. 279-304). São Paulo, SP: Livraria da Física.

Possamai, J. P.; Cardozo, D. & Meneghelli, J. (2018). Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *14*(31), 73-87.

Schroeder, T. L. & Lester Junior, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In: P. R. Trafton. & A. B. Shulte (Org.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 31-42). Reston, VA: NCTM.

Smole, K. S. (2001). Textos em Matemática: Por Que Não? In: K. S. Smole, & M. I. Diniz (Org.), *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática* (1. ed., pp. 29-68). Porto Alegre, RS: Artmed.

Tripp, D. (2005). Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, *31*(3), 443-466.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula* (6. ed.). Porto Alegre, RS: Artmed.

Vigotsky, L. S. (1998). *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores* (6. ed.). São Paulo, SP: Martins Fontes.