

## A mobilização das apreensões figurais no ensino da circunferência como lugar geométrico

**Camila Cassoli**

Universidade Estadual de Maringá  
Maringá, PR — Brasil

✉ [camilacassoli5@gmail.com](mailto:camilacassoli5@gmail.com)

 0000-0003-1160-5884

**Mariana Moran**

Universidade Estadual de Maringá  
Maringá, PR — Brasil

✉ [mbarroso@uem.br](mailto:mbarroso@uem.br)

 0000-0001-8887-8560



2238-0345 

10.37001/ripem.v15i2.4362 

Recebido • 31/10/2024

Aprovado • 29/04/2025

Publicado • 28/05/2025

Editor • Gilberto Januario 

**Resumo:** Este artigo é fruto de uma pesquisa de mestrado e se trata das apreensões perceptivas, operatórias, sequenciais e discursivas mobilizadas no decorrer da solução de uma tarefa que contempla o lugar geométrico da circunferência. Diante disso, é uma pesquisa de cunho qualitativo e busca identificar as apreensões figurais que podem se manifestar durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como lugar geométrico em uma turma de 7º ano do ensino fundamental. A tarefa foi implementada com seis estudantes do 7º ano do ensino fundamental de forma remota devido o cenário pandêmico. As análises dos dados estão pautadas nas apreensões figurais que se relacionam com os processos cognitivos de aprendizagem em Geometria, ambas as teorias propostas por Raymond Duval. Os resultados indicaram que houve indícios dos três processos cognitivos – visualização, construção e raciocínio – isso porque todas as apreensões foram mobilizadas, oportunizando a construção do conceito de circunferência como lugar geométrico.

**Palavras-chave:** Processos Cognitivos. Geometria. Ensino Fundamental.

### The mobilization of figural apprehensions in the teaching of circumference as a geometric place

**Abstract:** This article is the result of a master's research project and deals with the perceptual, operative, sequential and discursive apprehensions mobilized during the solutions of a task that includes the geometric locus of the circumference. It is therefore qualitative research and seeks to identify the figural apprehensions that can manifest themselves during the learning of the concepts that underpin the circumference as a geometric locus in a 7<sup>th</sup> grade Elementary School class. The task was conducted remotely with six 7<sup>th</sup> grade students due to the pandemic scenario. The data analysis is based on figural apprehensions that relate to the cognitive learning processes of learning Geometry, both theories proposed by Raymond Duval. The results showed that there was evidence of the three cognitive processes —visualization, construction and reasoning— because as all the apprehensions were mobilized, making it possible to construct the concept of circumference as a geometric locus.

**Keywords:** Cognitive Processes. Geometry. Elementary School.

### La movilización de las apreensiones figurativas en la enseñanza de la circunferencia como lugar geométrico

**Resumen:** Este artículo es fruto de una investigación de maestría y aborda las apreensiones perceptivas, operatorias, secuenciales y discursivas mobilizadas en la resolución de una tarea

relacionada con el lugar geométrico de la circunferencia. Se trata de una investigación cualitativa que busca identificar las aprehensiones figurales que pueden emerger durante el aprendizaje de los conceptos que fundamentan la circunferencia como lugar geométrico en una clase de séptimo grado de la Educación Básica. La tarea fue aplicada de forma remota con seis estudiantes debido al contexto pandémico. El análisis de los datos se basa en las aprehensiones figurales y los procesos cognitivos del aprendizaje en Geometría, según el marco teórico propuesto por Raymond Duval. Los resultados indicaron evidencias de los tres procesos cognitivos —visualización, construcción y razonamiento—, ya que se movilizaron todos los tipos de aprehensión, favoreciendo la construcción del concepto de circunferencia como lugar geométrico.

**Palabras clave:** Procesos Cognitivos. Geometría. Educación Primaria.

## 1 Introdução

Este artigo é resultado de uma pesquisa de mestrado <sup>1</sup>já finalizada, cujo objetivo foi identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como um lugar geométrico em uma turma do 7º ano do ensino fundamental. Para alcançarmos o objetivo da pesquisa, foram desenvolvidas três Tarefas que envolvem o conceito a ser trabalhado, da maneira como é previsto na BNCC, sendo “a construção de circunferências por meio do compasso, reconhecimento como lugar geométrico e utilização das circunferências para fazer composições artísticas” (Cassoli, 2021, p. 57).

No entanto, considerando a limitação de espaço, apresentaremos apenas a Tarefa 2, que tem como objetivo realizar construções de circunferências com raios diferentes, por meio de um barbante que serviu como um compasso manual. Partindo disso, o objetivo deste artigo é identificar as apreensões figurais que podem se manifestar durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como lugar geométrico em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, no decorrer da Tarefa 2. Para isso, buscamos responder à seguinte questão: Que apreensões figurais podem se manifestar durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como lugar geométrico em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, no decorrer da tarefa desenvolvida? Para compreendermos como o conceito de circunferência pode ser desenvolvido em sala de aula, realizamos um levantamento de dissertações e teses brasileiras que desenvolvem discussões e apresentam resultados acerca do assunto circunferência em sala de aula.

Para investigarmos os aspectos envolvidos na aprendizagem do conceito de “lugar geométrico da circunferência” da Tarefa 2, em nossas análises usaremos as teorias propostas por Duval (1998, 2004, 2012): os processos de aprendizagem da Geometria e as apreensões figurais.

Em suas pesquisas, Duval (1998) investiga os aspectos cognitivos que podem ser desenvolvidos durante o processo de aprendizagem da Geometria por meio de três processos de aprendizagem: a) visualização: processo de representação do espaço; b) construção: processo de construção de uma configuração; c) raciocínio: processo discursivo para provar as etapas anteriores.

Quando o aluno interage com um problema geométrico que apresenta uma figura geométrica, ele se depara com propriedades heurísticas que podem indicar diferentes interpretações autônomas sobre o objeto geométrico apresentado. Para Duval (2012), essas

---

<sup>1</sup> Este artigo compõe a dissertação de mestrado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, escrita pela primeira autora e orientada pelo segundo autor.

interpretações são designadas de apreensões. As apreensões ocorrem de quatro maneiras distintas, que podem se conectar umas às outras: apreensão perceptiva, apreensão operatória, apreensão sequencial e apreensão discursiva.

Esta pesquisa ocorreu em um cenário pandêmico, de forma remota e síncrona, com seis alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública do norte do Paraná. Assim, para facilitar a coleta de dados, foi elaborado um kit de tarefas contendo todos os materiais necessários para a resolução das tarefas, que foi entregue para cada um dos participantes, de forma presencial, na escola. Também foram elaborados slides com algumas imagens e questionamentos para iniciar uma discussão no momento da aplicação remota.

As análises evidenciaram que a Tarefa 2 favoreceu a identificação dos três processos cognitivos propostos por Duval – visualização, construção e raciocínio – isso porque promoveu a mobilização articulada das apreensões figurais, o que indica a ocorrência da aprendizagem do conceito de circunferência como lugar geométrico e suas propriedades.

Nas próximas seções, apresentaremos o levantamento bibliográfico realizado sobre o objeto de estudo desta pesquisa bem como o referencial das apreensões figurais, os resultados e as análises da Tarefa 2.

## 2 A circunferência como lugar geométrico em pesquisas brasileiras

Nesta pesquisa legitimamos o lugar geométrico da circunferência “como um conjunto de pontos que atendem a uma determinada propriedade, e apenas esses pontos satisfazem essa propriedade” (Cassoli, 2021, p. 21), nesse caso, a propriedade certifica que todos os pontos estejam a uma mesma distância no centro da circunferência. Partindo disso, com o objetivo de tomarmos conhecimento sobre os trabalhos já publicados que abordam o tema circunferência como lugar geométrico, e também de como esse conceito é desenvolvido em sala de aula, realizamos um levantamento de dissertações e teses no banco de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Os dados foram coletados e organizados considerando os seguintes filtros de busca: a) Temática: assuntos que abordam “circunferência”; b) Período de publicação: pesquisas publicadas de 2000 a 2020; c) Idioma: somente em português; d) Tipos de publicação: dissertação e teses; e) Áreas de conhecimento: Educação Matemática.

Durante o levantamento realizado, encontramos diferentes áreas que desenvolvem estudos sobre a circunferência como Biologia, Educação Matemática, Matemática Pura, Computação, Medicina, Sistemas Ambientais, entre outras. Assim, como critério de exclusão, consideramos trabalhos desenvolvidos em outras áreas que não incluem a Educação Matemática e áreas afins.

Considerando os filtros de busca e o critério de exclusão, foram selecionados 23 trabalhos que se relacionavam com o ensino da Matemática e que foram desenvolvidos em programas de pós-graduação *stricto sensu*, sendo Programas de Pós-Graduação em Educação, Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, Programas de Pós-Graduação em Matemática, Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

Para melhor organização, foram quantificados os trabalhos de cada programa, como, por exemplo, nos programas PROFMAT, foram realizados 11 trabalhos relacionados ao tema escolhido, já nos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, quatro trabalhos foram publicados, bem como nos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Em programas de Pós-Graduação em Educação e Programas de Pós-

Graduação em Matemática foram encontrados apenas dois trabalhos.

Observamos uma abrangência relacionada ao ensino desse conceito, visto que parte dos trabalhos selecionados para esta pesquisa usufruiu de meios tecnológicos como o software GeoGebra, por exemplo, as pesquisas desenvolvidas por Oliveira (2013), Selli (2014), Motta (2015), Stival (2019), Bérti (2015), Reis (2012) e Fernandes (2010), que conceberam o GeoGebra como um meio facilitador para a compreensão e construção de conceitos geométricos que circundam a circunferência e também como um recurso profícuo para despertar o interesse nos alunos. Alguns trabalhos utilizaram outros recursos tecnológicos para seus estudos, como o GPS, na pesquisa de Moraes (2015), o Software GrafEq, utilizado por Halberstadt (2015) em seu trabalho e o Software Wingeom, na pesquisa de Yoshimura (2017), que também consideraram esses outros softwares como recursos facilitadores para a observação e compreensão do objeto geométrico no decorrer da resolução de uma situação matemática.

Também encontramos pesquisas que se valem de outros recursos, como o lápis e papel, quadro e giz, régua e compasso, para executarem as construções, que é o caso desta pesquisa em específico e também dos trabalhos publicados por Clarimundo (2020), Paulo (2012), Araújo (2010), Cordeiro (2020), Keller (2013), Gonçalves (2017), Silva (2016), Brasil (2017), Noronha (2006) e Souza (2006).

Valentim (2013) foi o único pesquisador que realizou uma análise de documentos curriculares e livros didáticos para traçar uma linha histórica. Bem como Moreira (2014), que também foi o único pesquisador que utilizou um jogo denominado “Banco Geométrico” como recurso para desenvolver o conceito de área e perímetro de figuras geométricas, principalmente da circunferência, em sala de aula.

O estudo de todas as pesquisas selecionadas por meio dos critérios estabelecidos proporcionou melhor compreensão da abrangência das possibilidades de aplicações do conceito de circunferência nas turmas de ensino fundamental e ensino médio, além de possibilitar a observação da dependência de recursos e ferramentas para a compreensão e observação do objeto geométrico, no caso, a circunferência, em sala de aula. Também oportunizou uma reflexão sobre as diferentes maneiras de se trabalhar o conceito de circunferência, o que contribuiu para a adaptação e a elaboração das Tarefas elaboradas para a coleta de dados, em especial, da Tarefa 2 que será apresentada neste artigo.

Por meio desse levantamento, evidenciamos a escassez de trabalhos desenvolvidos no 7º ano do ensino fundamental que envolvem o conceito de circunferência e seu lugar geométrico, conceitos estes que embasam a presente pesquisa. Esse contexto ressalta a importância das atividades propostas nesta pesquisa como um meio de inserção desse conceito em sala de aula.

Como alternativa de investigar os aspectos envolvidos na aprendizagem do lugar geométrico da circunferência, usufruiremos da teoria apreensões geométricas, de Duval (1998, 2004, 2012), para realizarmos nossas análises. Esses aspectos referentes aos processos cognitivos na aprendizagem da Geometria serão apresentados logo a seguir.

### 3 As apreensões figurais

Ao refletir sobre o ensino da Geometria e suas contribuições para o desenvolvimento cognitivo do aluno, o francês Duval (1998) buscou compreender os processos cognitivos que podem ser desenvolvidos durante a aprendizagem da Geometria, em contato com um problema geométrico. Esses processos se dão por meio de três aspectos diferentes e independentes:

- Visualização: representação do espaço para ilustrar uma situação geométrica complexa, por meio de uma exploração heurística<sup>2</sup> e intuitiva.
- Construção: elaboração de uma configuração que representará um modelo matemático para uma situação que envolve geometria. Essa configuração pode sofrer alterações para favorecer a observação do objeto.
- Raciocínio: elaboração de um discurso que servirá de prova para a construção realizada. O discurso deve ser elaborado por meio de teoremas, propriedades e axiomas.

Durante a interação com uma figura geométrica, existem diferentes formas de se visualizar, construir e interpretar esse processo, uma vez que, quando o aluno se depara com propriedades de figura geométrica, podem mobilizar diferentes interpretações. Essas interpretações são designadas, por Duval (2012), de apreensões figurais. As apreensões figurais podem ser mobilizadas de quatro formas diferentes:

- Apreensão perspectiva: observação das características da figura, intencionando sua identificação por meio da visualização;
- Apreensão operatória: observação das possíveis modificações<sup>3</sup> e reorganizações que a figura pode sofrer, na tentativa de compreender o problema ou a própria figura;
- Apreensão sequencial: etapas de uma construção geométrica, na tentativa de reproduzir e compreender uma figura geométrica.
- Apreensão discursiva: observação das propriedades figurais presentes no enunciado, intencionando compreendê-lo.

Os processos de aprendizagem se conectam às apreensões, possibilitando que a sua identificação seja realizada por meio da mobilização das apreensões figurais. As apreensões perceptiva e operatória estão relacionadas com o processo de visualização. A apreensão sequencial domina o processo de construção. Por fim, o processo de raciocínio é comandado pela apreensão discursiva. Portanto, quando as apreensões perceptivas e operatórias são mobilizadas, isso indica que ocorreu o processo de visualização, bem como, quando a apreensão sequencial é mobilizada, isso aponta a ocorrência do processo de construção. Da mesma forma, o raciocínio só é identificado por meio da mobilização da apreensão discursiva.

No contato com um problema geométrico, as apreensões figurais não são mobilizadas de forma isolada, ou seja, podem ser requisitadas de forma conectada. Para Moretti e Brandt (2015), “a resolução dos problemas geométricos torna-se complexa pelo fato de requerer a conexão de dois ou mais tipos de apreensões figurais ao mesmo tempo” (Cassoli, 2021, p. 39). Duval (1997) aponta quatro conexões:

- Figura geométrica: conexão entre as apreensões perceptivas e discursivas. Nesse caso, ocorre a observação da figura geométrica por meio das hipóteses presentes no enunciado, sucedendo a dependência da apreensão discursiva e da apreensão perceptiva.
- Visualização: conexão entre apreensões perceptiva e operatória. Nessa conexão “não [se] necessita de demonstrações, teoremas e propriedades matemáticas, apenas da percepção e da

<sup>2</sup> uma exploração não racional, intuitiva “com um olhar sinóptico, que no caso é uma breve visualização do conjunto como um todo, sobre o que está sendo trabalhado” (Cassoli, 2021, p. 33).

<sup>3</sup> São três modificações que podem ocorrer: a) Modificação mereológica: decomposição em unidades figurais com mesma dimensão; b) Modificação ótica: mantém o formato original, mudando somente o tamanho da figura; c) Modificação posicional: mantém o tamanho e modifica sua posição e orientação.

habilidade de modificar o objeto geométrico” (Cassoli, 2021, p. 39).

- Heurística e demonstração: conexão entre as apreensões operatórias e discursivas. É importante ressaltar que, nessa conexão, a apreensão perceptiva também está presente, isso porque a apreensão operatória é subordinada da perceptiva, ou seja, “depende da função de identificação da figura (apreensão perceptiva) para ser mobilizada” (Moretti; Brandt, 2015, p. 665);
- Construção geométrica: conexão entre as apreensões discursivas e sequenciais. Essa conexão ocorre quando é requerida a construção de uma figura durante uma tarefa. Nesse caso, também se dá a conexão com a apreensão perceptiva, uma vez que é necessário que o aluno deduza as características figurais para o reconhecimento da figura a ser construída (Moretti; Brandt, 2015).

As conexões demonstram predominância na ocorrência da apreensão perceptiva durante a aprendizagem da Geometria. No entanto, sua mobilização está embasada na percepção inicial do objeto geométrico, excluindo, em um primeiro momento, propriedades e definições, o que garante que, por si só, não ocorra uma aprendizagem do saber ensinado, o que demonstra a necessidade das conexões para o reconhecimento do conceito geométrico.

Diante disso, nas seções seguintes abordaremos a metodologia adotada para o desenvolvimento da Tarefa 2 e as apreensões figurais que se manifestaram a partir dos processos cognitivos evidenciados.

#### 4 Contexto metodológico

A Tarefa 2, intitulada “Circunferências com barbante”, é uma adaptação da Tarefa quadrados com palitos, de Vale e Pimentel (2012), e teve como intuito reconhecer as características do lugar geométrico da circunferência e generalizar esse conceito por meio de diferentes construções realizadas com um barbante de 30 centímetros que serviu de compasso manual. Essa proposta foi adaptada para se articular com uma das habilidades<sup>4</sup> previstas na BNCC, no caso, a construção da circunferência por meio de um compasso.

A ideia inicial era realizar esse momento presencialmente com a turma, mas, em razão do momento atípico da pandemia, a tarefa foi desenvolvida individualmente e de modo remoto, respeitando todas as normas do Conselho Nacional de Educação (CNE). De acordo com Marques, Carvalho e Esquinalha (2021), o ensino remoto ganhou notoriedade em 2020, tornando-se a mídia mais popular de ensino, em razão do cenário pandêmico, e começou a ser utilizado como uma medida emergencial e pontuada.

Diante desse contexto, o desenvolvimento da tarefa sucedeu por via Google Meet e com slides para contribuir com as discussões e os passos a serem percorridos durante a resolução do problema proposto. O meio escolhido para o desenvolvimento da aula possibilitou a gravação da aplicação, o que colaborou para identificarmos alguns aspectos nas falas dos alunos. Além disso, os seis alunos participantes receberam um kit tarefas com a proposta impressa (Figura 1), barbante, régua e lápis, para facilitar o processo de resolução. Assim, foi proposto que resolvessem as questões e desenvolvessem as construções no documento entregue de forma completa e explicativa.

Por fim, os alunos ficaram responsáveis por levar o material com a solução da tarefa até a escola, após a aplicação, o que favoreceu o acesso aos registros escritos e figurais que serviram como dados para a pesquisa de mestrado e, conseqüentemente, para este artigo.

<sup>4</sup> a construção de circunferências por meio do compasso, o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico e a utilização das circunferências para compor obras de arte (Brasil, 2018).

Figura 1: Proposta da tarefa

**Tarefa 2: Circunferências com barbante**

1) O que estudamos em geometria? Cite alguns exemplos.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2) Agora vamos para a ação! Marque na folha verde um ponto que deve seguir as seguintes regras:

- Marcar um ponto no meio da folha;
- Nomeá-lo com a letra O;

Tome o barbante de 30 cm de comprimento, dado. Considere um ponto O desenhado por vocês na folha verde. A partir do ponto O, estique o barbante dado. Agora, com o barbante fixo no ponto O, gire o barbante esticado formando o desenho de uma circunferência com o auxílio de um lápis. Utilizando o barbante, construa outras circunferências com medidas diferentes. Descubra o maior número possível de soluções e desenhe-as na folha verde.

3) Quantas soluções você encontrou?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4) E quais estratégias você utilizou para encontrar essas soluções?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Fonte: Cassoli (2021, p. 90).

O acesso aos dados possibilitou que as respostas individuais e as gravações fossem analisadas “sob o olhar dos três processos cognitivos geométricos independentes propostos por Duval (1998), ou seja, a visualização, a construção e o raciocínio” (Cassoli, 2021, p. 59) bem como as apreensões figurais mobilizadas (perceptiva, operatória, sequencial e discursiva). Diante desse contexto, desenvolvemos a análise da ocorrência das fases da aprendizagem emergentes a partir das apreensões figurais. Vale a pena ressaltar que, para as análises, utilizamos nomes fictícios para os seis participantes: Laura, José, Ana, Marcos, Maria e João.

Portanto, a presente pesquisa tem caráter qualitativo e analítico, uma vez que busca identificar fenômenos ocorrentes na sala de aula durante o desenvolvimento de uma tarefa que envolve o lugar geométrico da circunferência, não priorizando dados numéricos (Santos, 2009). E problematiza o objeto de estudo, buscando confrontá-lo com uma teoria já existente (Ponte, 2006), no caso, os processos cognitivos que podem ser identificados por meio das apreensões figurais.

## 5 Uma análise da visualização, da construção e do raciocínio dos estudantes durante a resolução da tarefa proposta

Durante a resolução da tarefa proposta, os alunos transitaram entre diferentes tamanhos que o barbante de 30 cm possibilitou construir e se depararam com os conhecimentos que essa construção propõe tais como “a possibilidade de diferentes tamanhos para o raio, a ideia de que todos os pontos de cada circunferência estão a uma mesma distância do centro, e a proposição da existência de infinitos números do ponto O até os 30 cm (tamanho do barbante)” (Cassoli, 2021, p. 66). Também viabilizou a mobilização dos processos cognitivos que foram identificados por meio das apreensões figurais indicadas por Duval (2004, 2012). Para isso, a

análise será dividida em três subtópicos (categorias), que serão explanados posteriormente: i) análise da visualização; ii) análise da construção; e iii) análise do raciocínio.

## 5.1 Análise da visualização

“No que diz respeito à análise da visualização, Duval (1998) explica que esta pode ser feita por meio da identificação das apreensões perceptivas e operatórias” (Cassoli, 2021, p. 91). Partindo disso, o momento que antecedeu a construção geométrica se deu pela discussão do questionamento “o que estudamos em Geometria?”, o que possibilitou a observação dos conhecimentos prévios dos alunos acerca da Geometria de modo geral. Os alunos manifestaram suas ideias sobre as formas geométricas que conheciam, e surgiram alguns questionamentos que ampliaram as discussões como

*Laura: Professora, a Geometria Plana, entra, né?*

*Professora/ pesquisadora: Muito bem lembrando! É a geometria que estuda ponto, reta, plano, figuras planas...*

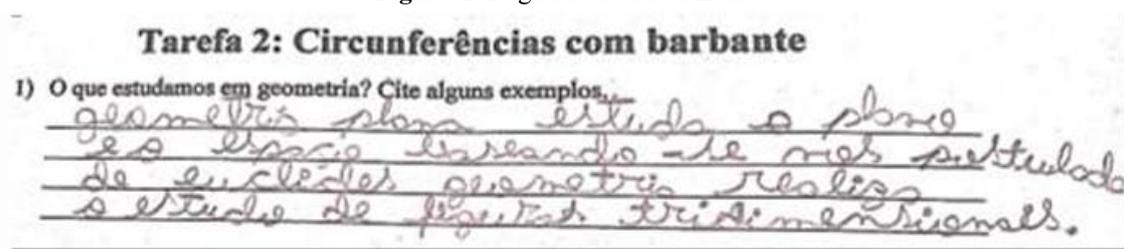
*José: círculo, retângulo, triângulo, quadrado, também!*

*Ana: Espaços e distâncias também, né, prof.?*

Por meio das falas apresentadas, observamos que Laura relaciona aspectos teóricos da Geometria que excede o assunto proposto na resolução da Tarefa 2, revelando um reconhecimento da estrutura da Geometria Euclidiana. Os alunos que mais interagiram nessa discussão foram a Laura, a Ana e o José. O João, a Maria e o Marcos se mostraram tímidos durante a discussão e elaboraram suas respostas de forma escrita e intuitiva, citando apenas algumas formas geométricas – círculos, quadrados, retângulos e triângulos. Para Duval (2012), o reconhecimento intuitivo refere-se ao primeiro nível de apreensão perceptiva.

A Laura também elaborou seu registro escrito, mas considerando elementos da geometria euclidiana, como mostra a Figura 2.

Figura 2: Registro escrito da Laura



Fonte: Cassoli (2021, p. 91).

Nesse caso, a aluna reconhece algumas características da geometria euclidiana, de forma intuitiva, sem adentrar em definições e propriedades, o que indica a mobilização da apreensão perceptiva (Duval, 2012).

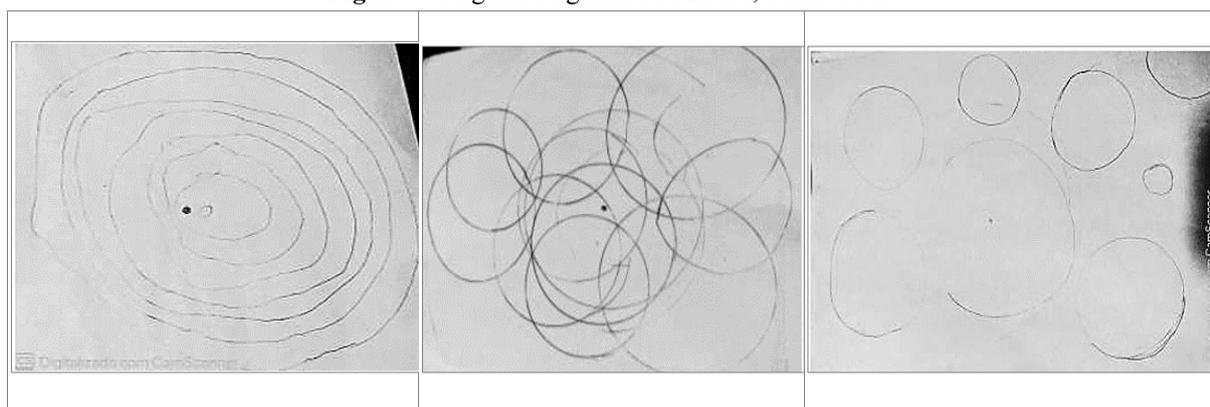
No entanto, de acordo com Duval (1997), no momento que ela descreve o que a Geometria Plana estuda e em que ela se baseia, ocorre a conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, uma vez que um termo geométrico ou uma figura geométrica só é reconhecida quando o aluno assume um discurso, quando ele afirma por meio de registro escrito aquilo que ele quer provar (Cassoli, 2021, p. 92).

Como nesse caso a apreensão perceptiva e a discursiva são mobilizadas, podemos identificar a visualização (Duval, 1998), uma vez que Laura descreve e ilustra, por meio de exemplos, um conceito complexo.

Em um segundo momento, os alunos tiveram dificuldades em compreender como realizar a construção por meio do barbante, isso porque não notaram as propriedades implícitas da circunferência que estavam presentes no ato de construir a circunferência com o compasso manual – o barbante como raio que ligaria o ponto central aos outros. Para Duval (1997), a dificuldade da compreensão do enunciado e da construção inicial ocorreu em razão de a conexão entre as apreensões sequenciais e discursivas não ter ocorrido, o que prejudicou também a mobilização da apreensão operatória. Vale a pena ressaltar que, em razão dessa dificuldade inicial, os alunos ficaram tímidos para interagir por meio das falas, então, nesse momento, os registros escritos e figurais foram predominantes.

Após uma breve explicação de como deveriam manusear o barbante para as construções, Marcos desenhou oito circunferências, uma dentro da outra, com tamanhos variados. Ana e João utilizaram a mesma estratégia, mas elaborando apenas seis circunferências organizadas de formas diferentes, uma ao lado da outra. Já a aluna Maria construiu diferentes circunferências entrelaçadas umas às outras. Todas as estratégias evidenciadas anteriormente estão representadas na Figura 3.

**Figura 3:** Registros figurais do Marcos, Maria e José



**Fonte:** adaptado de Cassoli (2021, p. 93-94).

As estratégias apresentadas pela Figura 3 estão relacionadas com a apreensão operatória, uma vez que representam as possíveis alterações que a circunferência pode sofrer e possíveis formas de organizações dessa figura geométrica. Por exemplo, Marcos mantém o formato original da figura (circunferência menor) e aumenta gradativamente o tamanho das outras figuras, o que possibilita efeito de profundidade e justaposição. Nesse caso, para Duval (2004), a figura sofre uma modificação ótica, característica presente na apreensão operatória. Já Maria e José utilizam estratégias diferentes, porém apresentam algumas circunferências com o mesmo tamanho, mudando apenas a posição, o que indica a modificação posicional (Duval, 2004), que também se relaciona com a apreensão operatória.

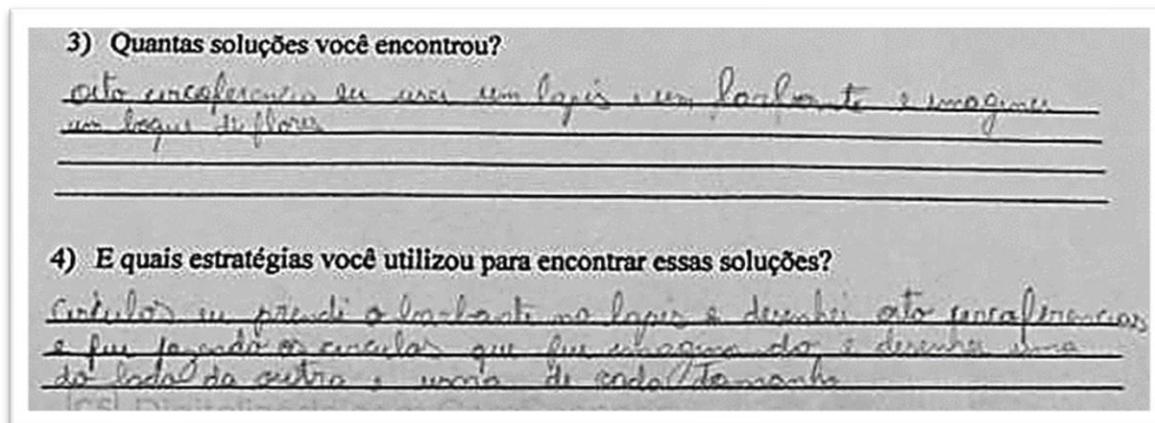
Portanto, essa tarefa oportunizou a mobilização da apreensão perceptiva em conexão com as apreensões operatórias e discursivas, o que possibilita a identificação da visualização. Além disso, observamos que a tarefa possui características que conduzem à mobilização das apreensões perceptivas, operatórias e discursivas, como questionamento aberto que induz ao conhecimento prévio dos alunos, relaciona os conceitos da circunferência como lugar geométrico de forma dinâmica por meio de construções, oportuniza momentos de discussões entre professor e aluno e permite registros escritos e figurais (Cassoli, 2021).

## 5.2 Análise da construção

Para Duval (1997, 1998), a construção é identificada por meio da conexão entre a apreensão sequencial e a apreensão discursiva. Isso porque a apreensão sequencial se manifesta em problemas que propõem construções geométricas, e, para que essas construções sejam realizadas de forma adequada, é necessária a compreensão do enunciado proposto, que está diretamente relacionada com a apreensão discursiva.

Assim, José utilizou o registro escrito para descrever as estratégias utilizadas em sua construção, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Registro escrito de José

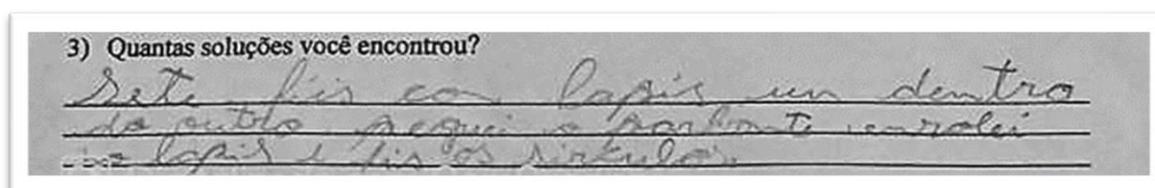


Fonte: Cassoli (2021, p. 97).

Nesse caso, José relata: “*imaginei um buquê de flores para desenhar circunferências*”, que, no caso, foram as oito circunferências apresentadas na Figura 3. Essa relação feita pelos alunos indica a apreensão perceptiva, isso porque faz referência com uma situação intuitiva do cotidiano. Para Duval (2012), a mobilização apenas dessa apreensão não é o suficiente para elaborar uma construção geométrica e reconhecer suas unidades figurais. É necessária a conexão da apreensão sequencial e da discursiva. No entanto, esse aluno refere-se à construção geométrica como “circunferência”, o que indica uma significação à construção realizada, ou seja, é um pequeno indício da apreensão discursiva.

De acordo com Duval (2012), a apreensão sequencial provém do passo a passo de uma construção que necessita de indicação verbal, e isso é observado no registro de Marcos (Figura 5) que apresenta o modo como conduziu a construção.

Figura 5: Registro escrito de Marcos

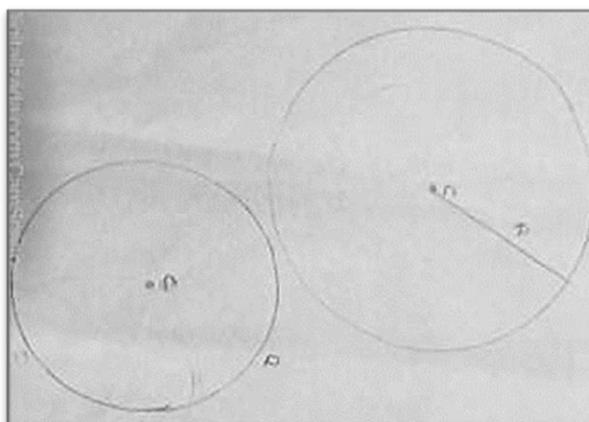


Fonte: Cassoli (2021, p. 98).

Por meio do registro, observamos que Marcos refere-se à figura geométrica como “círculo”, não reconhecendo a circunferência. No entanto, esse fato não interfere na mobilização da apreensão sequencial que foi identificada por meio do registro escrito. O registro escrito não foi elaborado por todos, como foi o caso de Laura, que, por sua vez, não faz uma indicação verbal de maneira descritiva como Marcos. No entanto, em seu registro figural

(Figura 6), Laura apresentou alguns elementos que caracterizam a circunferência como lugar geométrico.

**Figura 6:** Registro figural de Laura



**Fonte:** Cassoli (2021, p. 98).

Nesse caso, Laura reconhece o centro da circunferência, marcado pelo ponto  $C$ , e o raio da circunferência  $R$ , indicado pelo segmento de reta que liga o ponto  $C$  a outro ponto da circunferência. Essas indicações são consideradas indicações verbais que indicam as principais características da circunferência, ou seja, ocorre o reconhecimento do objeto geométrico construído. Para Duval (2004), sucedeu a apreensão discursiva, uma vez, que para construir esse objeto, Laura “atribuiu certa congruência à resolução e ao enunciado, por meio da observação das características apresentadas de forma indireta no enunciado proposto” (Cassoli, 2021, p. 99).

Portanto, essa tarefa oportunizou a mobilização da apreensão sequencial em conexão com as apreensões discursivas, possibilitando a identificação da construção. Além disso, observamos que a tarefa apresenta características que conduzem à mobilização da apreensão sequencial e da discursiva como questionamento aberto, que possibilita possibilidades de tamanhos para a circunferência, elaboração dos registros figurais e escritos e espaço e tempo para a descrição das estratégias e construções (Cassoli, 2021).

### 5.3 Análise do raciocínio

Conforme Duval (1997,1998), o processo de raciocínio pode ser identificado por meio da mobilização da apreensão discursiva em conexão com a apreensão operatória. “Essa conexão permite a compreensão do enunciado e das propriedades pertencentes a ele de forma que a construção realizada cumpra a função de suporte intuitivo” (Cassoli, 2021, p. 100).

O enunciado da proposta exprime, de forma sutil, uma indicação verbal dos passos que devem ser percorridos para a construção do objeto geométrico. Ao percorrerem esses passos, os alunos transitaram de forma implícita pelas diferentes características da circunferência. Partindo disso, como já descrito anteriormente, essa tarefa possibilitou a mobilização da apreensão discursiva em todos os momentos da tarefa, de modo que ocorressem conexões com as apreensões perceptiva, operatória e sequencial. Como, por exemplo o José, que elaborou os registros figurais fazendo associações com o cotidiano, e isso ficou explícito na seguinte fala: “*as circunferências desenhados assim parece um buque de flores, foi o que imaginei*” (apreensão perceptiva), de forma que organizou as circunferências, causando efeito de profundidade (apreensão operatória), e depois explicou sua construção por meio do registro

escrito, no qual ocorreu o reconhecimento da circunferência como uma figura geométrica (apreensão discursiva). Para Duval (1997), essa conexão entre as apreensões discursiva e operatória já garante a identificação do raciocínio.

O reconhecimento da circunferência como figura geométrica também ocorreu nos registros de Laura, que não apresentou um registro escrito e uma fala, mas em seu registro figural indicou características importantes da circunferência que estavam implícitas no enunciado, indicando a apreensão discursiva. Para indicar essas características, a aluna necessitou passar por um processo de construção e organização do objeto geométrico por meio de instruções, o que garante a mobilização da apreensão operatória e da sequencial.

Os outros alunos – Maria, Ana, João e Marcos – realizaram as construções, mas não reconheceram o objeto geométrico desenhado como uma circunferência. Esses alunos mobilizaram a apreensão discursiva de modo sutil na primeira pergunta proposta, “o que estudamos em Geometria?”, como evidenciado no diálogo já apresentado anteriormente. Nesse momento de discussão, Maria falou que em “*geometria a gente estuda espaços e distâncias, né, prof.?*”, dois elementos que se relacionam com o conceito de circunferência como lugar geométrico. Essa relação, feita de forma sutil por meio na língua materna e da escrita, indica levemente a mobilização da apreensão discursiva. Nesse mesmo contexto, Laura relata que “*a circunferência entra na geometria plana, não é?*”; essa fala evidencia o uso discursivo de um conceito ou propriedade durante a resolução da tarefa, o que constitui um dos critérios estabelecidos por Duval (2012) para a mobilização da apreensão discursiva.

Portanto, a apreensão discursiva foi mobilizada pelos alunos em diferentes momentos, possibilitando conexões com as outras apreensões, em especial, a apreensão operatória, induzindo à identificação do raciocínio. Por fim, todas as características mencionadas nas outras seções oportunizaram a mobilização da apreensão discursiva.

### Considerações Finais

As análises realizadas dos registros escritos, figurais e da língua materna trouxeram indícios de que a tarefa apresentada oportunizou a identificação dos três processos cognitivos – visualização, construção e raciocínio – isso porque potencializou a mobilização das apreensões perceptiva e operatória, que regem o processo de visualização; da apreensão sequencial, que está relacionada com a construção; e da apreensão discursiva, que rege o raciocínio.

As conexões foram fundamentais para a resolução da tarefa e a identificação dos processos cognitivos. Os seis alunos manifestaram a conexão entre a apreensão perceptiva e a operatória, para visualizarem as características figurais (visualização), a conexão entre as apreensões sequencial e discursiva, para elaborarem e explicarem a construção (construção), e a conexão entre as apreensões operatória e discursiva para a compreensão do enunciado (raciocínio). Tais conexões podem ser observadas no Figura 7.

**Figura 7:** Relações dos dados obtidos na tarefa

| Alunos | Visualização |            | Construção |            | Raciocínio |            |
|--------|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|        | Perceptiva   | Operatória | Sequencial | Discursiva | Operatória | Discursiva |
| Ana    | X            | X          | X          | X          | X          | X          |
| Laura  | X            | X          | X          | X          | X          | X          |
| José   | X            | X          | X          | X          | X          | X          |
| Marcos | X            | X          | X          | X          | X          | X          |
| João   | X            | X          | X          | X          | X          | X          |
| Maria  | X            | X          | X          | X          | X          | X          |

**Fonte:** Cassoli (2021, p. 105).

Portanto, a tarefa proposta apresentou indícios de ocorrência da aprendizagem do conceito de circunferência como lugar geométrico e suas propriedades, uma vez que, para Duval (1998, 2012), o processo de ensino e aprendizagem da geometria está relacionado com a mobilização desses três processos cognitivos, que foram identificados de forma satisfatória no decorrer da resolução dessa tarefa, por meio das conexões entre as apreensões figurais.

Por fim, destacamos que este estudo suscitou uma reflexão acerca da responsabilidade do professor na condução de tarefas geométricas que favoreçam o desenvolvimento dos processos cognitivos e a construção do raciocínio geométrico por parte dos alunos. Tal constatação abre possibilidades para investigações futuras voltadas à compreensão de como os docentes promovem os processos cognitivos em sua prática em sala de aula bem como à análise do nível de desenvolvimento do próprio raciocínio geométrico dos professores.

### Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

### Referências

- Araújo, P. (2010). *Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra*. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP.
- Bérti, G. C. (2015). *Curvas descritas mecanicamente e Geogebra: uma proposta destinada ao Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática). Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS.
- Brasil, T. C. (2017). *O ensino da Geometria através de resolução de problemas: Explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática*. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- Cassoli, C.B.A. (2021). *As contribuições de Tarefas Criativas nas fases da aprendizagem da circunferência no Ensino Fundamental*. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual do Paraná. Campo Mourão, PR.
- Clarimundo, L. J. (2020). *Introduzindo a ideia de séries numéricas nos ensinamentos fundamental e médio*. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG.

- Cordeiro, R. F. L. (2020). *Compreensão dos conceitos de área do círculo e volume com o uso de tendências metodológicas na educação do campo*. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, PR.
- Duval, R. (1997). La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée. In: *Curso ministrado na PUC/SP*.
- Duval, R. (1998). Seção II. Geometria do ponto de vista cognitivo. *Perspectivas sobre o ensino de geometria para o século 21: um estudo do ICMI*, 5, 37.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Colombia: Merlín.
- Duval, R. & Moretti, T. M. T. (2012). Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(1), 118-138.
- Fernandes, R. U. (2010). *Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência*. 2010. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP.
- Gonçalves, J. S. S. (2017). *Método de comparações visuais entre medidas de segmentos como facilitador da aprendizagem de conceitos trigonométricos*. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, PR.
- Halberstadt, F. F. (2015). *A aprendizagem da Geometria analítica do Ensino médio e suas representações semióticas no grafeq*. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.
- Keller, F. A. L. (2013). *Descobrimo o número PI*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.
- Marques, P. P. M. da R., Carvalho, T. R. S. de, & Esquincalha, A. da C. (2021). Impactos da pandemia de Covid-19 na rotina profissional de professores que ensinam Matemática: alguns aspectos de precarização do trabalho docente. *Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 11(3), 19-40.
- Moraes, M. C. (2015). *O funcionamento do GPS e a matemática do ensino médio*. 2015. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, SP.
- Moreira, P. S. (2014). *Banco geométrico: uma maneira divertida de aprender matemática*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG.
- Moretti, M. T; Brandt, C. F. (2015). Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática*, 17 (3), 597-616.
- Motta, U. F. (2015). *Geometria plana - um curso no GeoGebra*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) Universidade Federal de Goiás. Goiânia, GO.
- Noronha, C. A. (2006). *As geometrias urbanas e isoperimétrica: uma alternativa de uso em sala de aula*. 2006. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN.

- Oliveira, C. A. N. (2013). *O uso do Geogebra no ensino da geometria analítica: estudo da circunferência*. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.
- Paulo, G. P. (2012). *Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de círculo e perímetro de circunferência*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP.
- Reis, H. G. P. (2012). *Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra*. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB.
- Santos Filho, J. C. D. (2009). Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. *Pesquisa educacional: quantidade-qualidade*, (7. ed., Pp. 13-59). São Paulo, SP: Cortez.
- Selli, L. F. (2014). *GeoGebra, recurso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino fundamental II*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.
- Silva, T. R. F. (2016). *Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de Matemática: O caso da circunferência e do círculo*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, SP.
- Souza, C. F. (2006). *Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos*. 2006. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN.
- Stival, E. G. P. (2019). *Reta de Euler, circunferência dos nove pontos, sólidos platônicos e arquimedianos: aspectos teóricos, suas construções em GeoGebra e aplicações no ensino*. 2019. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.
- Pimentel, T., & Vale, I. (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, 21(2), 29-50.
- Ponte, J. P. da. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Valentim Júnior, J. L. (2013). *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM*. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, MG.
- Yoshimura, A. K. (2017). *Círculo e circunferência: uma proposta de ensino utilizando software de geometria dinâmica*. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, MS.