

Números racionais: fatores que influenciam as conversões entre figuras geométricas planas e frações impróprias

Fernanda Andréa Fernandes Silva

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias de Alagoas
Marechal Deodoro, AL — Brasil

✉ ernanda.fernandes@ifal.edu.br

🆔 0000-0002-2347-2372

André Pereira da Costa

Universidade Federal de Campina Grande
Cajazeiras, PB — Brasil

✉ andre.pcosta@professor.ufcg.edu.br

🆔 0000-0003-0303-8656

Emilson Afonso de Carvalho Filho

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias da Paraíba
Cajazeiras, PB — Brasil

✉ carvalho.afonso@academico.ifpb.edu.br

🆔 0000-0003-0700-6280



2238-0345 

10.37001/ripem.v15i3.4444 

Recebido • 08/01/2025

Aprovado • 25/06/2025

Publicado • 01/09/2025

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: Esta pesquisa teve o objetivo de compreender a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro de representação das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações. Possui abordagem qualitativa, com base na Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Foram analisados os protocolos de estudos distintos que se complementam e envolveram a análise da não congruência semântica entre esses registros. Concluiu-se que, mesmo em diferentes níveis escolares e acadêmicos, recorre-se ao uso do procedimento da dupla contagem nas conversões entre os registros estudados, com desprezo da Unidade de referência, ao unificar os inteiros representados inicialmente. E, nos casos em que a fração imprópria foi instituída, identificou-se uma estratégia que gera representações intermediárias e minimizam a não congruência semântica, mantendo correspondência semântica com a dupla contagem, podendo acarretar a não compreensão da Unidade de referência das frações impróprias.

Palavras-chave: Frações Impróprias. Conversão entre Registros de Representações. Não Congruência Semântica. Procedimento de Dupla Contagem.

Rational Numbers: Factors Influencing Conversions Between Plane Geometric Figures and Improper Fractions

Abstract: This research aimed to understand the influence of semantic non-congruence and the double counting procedure on conversions between the representation register of plane geometric figures with more than one whole and that of fractions. It has a qualitative approach, based on the Theory of Semiotic Representation Registers. The protocols of different studies that complement each other and involved the analysis of semantic non-congruence between these registers were analyzed. It was concluded that, even at different school and academic levels, the double counting procedure is used in conversions between the studied registers, disregarding the Reference Unit, when unifying the initially represented wholes. And, in cases where the improper fraction was instituted, a strategy was identified that generates intermediate representations and minimizes semantic non-congruence, maintaining semantic correspondence with the double counting, which may lead to the non-understanding of the Reference Unit of improper fractions.

Keywords: Improper Fractions. Conversion Between Representation Registers. Semantic Non-Congruence. Double Counting Procedure.

Números racionales: factores que influyen en las conversiones entre figuras geométricas planas y fracciones impropias

Resumen: El objetivo de esta investigación fue comprender la influencia de la no congruencia semántica y del procedimiento de doble conteo en las conversiones entre el registro de representación de figuras geométricas planas con más de un número entero y el de fracciones. Tiene un enfoque cualitativo, basado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Se analizaron los protocolos de diferentes estudios que se complementan entre sí e implicaron el análisis de la no congruencia semántica entre estos registros. Se concluyó que, incluso en diferentes niveles escolares y académicos, se recurre al uso del procedimiento de doble conteo en las conversiones entre los registros estudiados, con prescindencia de la Unidad de Referencia, al unificar los números enteros representados inicialmente. Y en los casos en que se utilizó la fracción impropia, se identificó una estrategia que genera representaciones intermedias y minimiza la incongruencia semántica, manteniendo la correspondencia semántica con el doble conteo, lo que puede llevar a la falta de comprensión de la unidad de referencia de las fracciones impropias.

Palabras clave: Fracciones Impropias. Conversión entre Registros de Representación. Conversión. No Congruencia Semántica. Procedimiento de Doble Conteo.

1 Introdução

Nunes e Bryant (1997) afirmam que, no processo de escolarização, há a possibilidade de uma considerável parcela dos estudantes usar os termos de uma fração de forma correta, resolver alguns problemas e até comunicar algo coerente sobre fração, sem, no entanto, ter construído conceitos importantes do número racional na representação fracionária. Dessa forma, pode haver uma falsa ideia de aprendizagem, fato que pode estar sendo despercebido pelos professores da área.

Isso decorre do ensino de números racionais, na Educação Básica, ao trabalhar com a relação parte-todo e as transformações entre figuras geométricas planas e frações; e ao priorizar o(s) inteiro(s) que representa(m) a Unidade, dividido(s) em partes congruentes (Nunes; Bryant, 1997). Sendo assim, Silva (2018), a partir de um ponto de vista semiocognitivo, analisou o quanto transparece ou não a relação parte-todo dos números racionais na transição entre figuras geométricas planas e frações, fenômeno nomeado por Raymond Duval, em sua Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de não congruência semântica.

A autora identificou um índice considerável de erros por parte dos estudantes da Educação Básica nesse tipo de transformação, em virtude do desprezo de elementos visuais necessários para o estabelecimento da relação em questão e da representação fracionária correspondente. Isso foi notado quando as figuras não eram prototípicas, ou seja, unitárias e particionadas em subfiguras de formas homogêneas entre si, com áreas congruentes. A principal estratégia de erro encontrada foi a que utiliza o procedimento da dupla contagem, a qual considera o número de partes pintadas ou hachuradas sobre o número de partes em que foi dividido o inteiro, sem que necessariamente haja compreensão da relação de congruência entre as partes.

A referida pesquisa aponta quais são os elementos visuais-perceptuais que devem ser considerados para o estabelecimento da relação parte-todo e posterior conversão (mudança de um registro semiótico para outro) entre as figuras geométricas planas, denominadas no estudo

de Registro Geométrico Bidimensional (RGBidm), e as frações, chamadas de Registro Simbólico Fracionário (RSF). Além disso, institui seis graus de não congruência semântica nas conversões entre estes dois registros de representação semiótica (RRS), sendo o primeiro grau o que mais transparece a relação parte-todo e a conversão para o RSF; e o sexto grau, o que menos transparece essa transformação.

Ao assumir Silva (2018) como aporte teórico-metodológico no que se refere aos graus de não congruência semântica entre o RGBidm e o RSF dos números racionais, e sob a orientação da pesquisadora, Oliveira (2022) objetivou analisar a compreensão de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática acerca da relação parte-todo. Para tal finalidade, aplicou com 103 licenciandos o instrumento de pesquisa elaborado por Silva (2018). Assim, o estudo de Oliveira (2022) apontou que, entre os itens apresentados como possíveis respostas, os que obtiveram um quantitativo maior de ocorrências foram aqueles que, de alguma maneira, provinham do emprego do procedimento da dupla contagem, o que levou a um número expressivo de erros.

Nessa mesma direção, porém em outra dimensão formativa dos participantes da pesquisa, Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023)¹ analisaram a compreensão de um grupo de professores de Matemática acerca das características visuais necessárias para estabelecer a relação parte-todo e escrever a fração a partir de figuras geométricas planas. Similarmente como em Silva (2018) e Oliveira (2022), os pesquisadores identificaram a influência do procedimento da dupla contagem enquanto estratégia que acarretou erros durante a conversão entre os referidos registros de representação semiótica.

É importante destacar que os participantes de pesquisa foram distintos nos três estudos quanto aos níveis de formação. Em Silva (2018), foram 381 estudantes do 6º e 9º anos dos anos finais, e do 1º e 3º anos do Ensino Médio do município de Maceió (AL). Enquanto que, em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023), a amostra contou com 11 professores de Matemática da Educação Básica na Cidade de Cajazeiras (PB); e, por fim, em Oliveira (2022), 103 estudantes do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Campus Cajazeiras. Entretanto, ao relacionarmos os resultados das pesquisas, verificamos que o emprego da dupla contagem para estabelecer a relação parte-todo e realizar a conversão para a representação fracionária, em muitas ocorrências, não obteve uma equivalência referencial, ou seja, a referência ou o objeto matemático encontrado não correspondeu ao que estava sendo representado na figura geométrica. O grau 2 de não congruência semântica foi o que obteve o maior número de erros entre essas pesquisas, apesar de não ter sido classificado por Silva (2018) como o de maior dificuldade para o estabelecimento da relação parte-todo. Esse grau é caracterizado por trabalhar com figuras planas com mais de um inteiro, que não precisam ser transformadas para estabelecer a relação parte-todo e converter para a fração.

Por consequência, a presente produção pretende discutir: qual a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações para pessoas de diferentes níveis de formação? E ainda, quais são as resoluções desenvolvidas pelos participantes das pesquisas supracitadas nas transformações entre essas representações? Quais delas levam em consideração o procedimento da dupla contagem? Dessas, quais não conservam a referência, ou seja, em virtude disso, não acarretam respostas corretas? E ainda, as estratégias de resolução

¹ Trabalho científico proveniente de resultados de uma pesquisa empírica realizada através do Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica (PIVIC, 2020-2021), ofertado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), submetido ao Edital nº 16/2020 - PIBIC/CNPq. Neste artigo, há recortes inéditos dos dados do referido projeto.

são comuns entre os sujeitos da pesquisa de Silva (2018), Oliveira (2022) e Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023)?

Portanto, temos como objetivo compreender a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro de representação das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações, para as pessoas participantes de diferentes níveis de formação.

Esta pesquisa teve uma abordagem qualitativa de cunho exploratório com fundamentação teórica na Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval; e nos graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros de representações semióticas Geométrico Bidimensional (RGBidm) e Simbólico Fracionário (RSF) dos números racionais, propostos por Silva (2018).

2 Fundamentação teórica

Behr *et al.* (1983) argumentam que os números racionais estão entre os objetos matemáticos mais importantes e complexos a serem estudados durante a Educação Básica. Essa importância, de um ponto de vista prático, se reflete na capacidade de compreender e lidar com situações do cotidiano; de um posto de vista psicológico, expande as estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual contínuo; e do ponto de vista matemático, fornece as bases para as operações algébricas elementares. Os autores, com base em Kieren (1976), apontam cinco subconstrutos (ou significados) distintos que podem assumir os números racionais, sendo eles: parte-todo, razão, quociente, operador multiplicativo e medida. Esses subconstrutos requerem diferentes estruturas cognitivas para a compreensão de cada um deles, como também exigem a inter-relação entre eles para a completa compreensão dos números racionais.

O subconstruto parte-todo é apontado por Behr *et al.* (1983) como sendo a base para a aprendizagem dos demais subconstrutos, além de ser o gerador da linguagem dos números racionais por “dar nome” às frações. A relação parte-todo depende diretamente da capacidade de particionar uma quantidade contínua, na maioria das vezes representada por figuras geométricas planas ou um conjunto de objetos discretos, em partes ou subconjuntos congruentes. E se constitui também como sendo um dos primeiros significados dos números racionais com que os estudantes têm contato na escola.

Nunes e Bryant (1997), por sua vez, apontam que, frequentemente, há no ensino dos números racionais um enfoque na relação parte-todo para iniciar as noções de frações. Porém, essa relação é trabalhada a partir de figuras geométricas que representam um inteiro, divididas totalmente em partes de áreas e formas iguais, das quais são pintadas algumas, levando

os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas – **sem entender o significado** deste novo tipo de número (Nunes; Bryant, 1997, p. 191, grifos nossos).

Corroborando essas ideias, Jahn *et al.* (1995) afirmam que, ao ser priorizado esse procedimento de uma “dupla contagem”, contribui-se para a falta de compreensão da relação parte-todo. Sendo assim, esse percurso pode impedir o desenvolvimento do conceito da Unidade de referência, principalmente, quando há presença de mais de um inteiro, caso particular das frações impróprias. Esse tipo de número racional é representado no RGBidm por dois ou mais inteiros particionados explícita ou implicitamente, cada um, em “n” partes congruentes. Cada parte dos inteiros é representada pela fração unitária $1/n$; e o total de partes

pintadas ou tomadas (m), sendo $m > n$, gera a fração imprópria $\frac{m}{n}$, com $n \neq 0$.

Além disso, Rodrigues (2005) afirma que os alunos, ao se depararem com situações em que aparecem mais de um inteiro, resultando numa fração imprópria a ser escrita, no geral, consideram a Unidade de referência sendo composta pelo maior número de partes congruentes possível ou coleção disponível para representar o denominador (ou seja, o quantitativo total de inteiros ou coleções). Dessa forma, o numerador será sempre menor que o denominador, caracterizando “uma tendência a evitar a fração imprópria, por mais enfáticas que sejam as indicações acerca do referencial desejado” (Rodrigues, 2005 p. 218). Ademais, segundo Pinilla (2007)²:

A imagem de dividir uma unidade inteira em partes iguais e pegar algumas delas sugere semanticamente que este “alguns” não pode ser “todos”. O modelo é facilmente reforçado, dado que coincide com uma forte intuição, mas depois impede a passagem para uma unidade como fração $\frac{n}{n}$ e para frações impróprias (Pinilla, 2007, p. 102, tradução nossa).

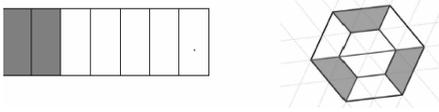
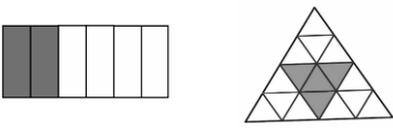
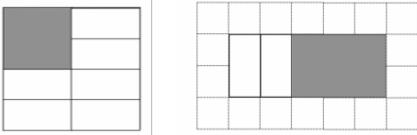
Portanto, há a percepção de que a fração a ser representada será sempre menor que o inteiro. De acordo com Rodrigues (2005), o significado de parte-todo e o de quociente como são usualmente trabalhados dão pouca ênfase à Unidade de referência, “ora propondo a fração como uma relação entre dois números naturais, ora como um quociente indicado” (Rodrigues, 2005, p. 219), apesar de as dificuldades na compreensão da Unidade envolvendo os números racionais ter sido apontada por Kieren (1988).

Por outro lado, Silva (2018), à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval, propôs uma categorização em graus de não congruência semântica para as transformações (conversões) entre os registros de representações semióticas, geométrico bidimensional (figuras planas) e numérico fracionário (frações) dos números racionais. Os graus de não congruência semântica indicam o quanto transparecem ou não a transformação entre os citados registros. Para Duval (2009), só há compreensão em matemática quando é desenvolvida a capacidade de coordenação entre, ao menos, dois registros de representações semióticas de um mesmo objeto matemático. E as conversões e os tratamentos que são as transformações em um mesmo registro de representação semiótica estão sujeitos ao fenômeno da não congruência semântica.

O Quadro 1, a seguir, apresenta os seis graus de não congruência semântica propostos por Silva (2018). Para esta categorização, a autora considerou: o tipo de figura geométrica trabalhada; dois dos três critérios de não congruência semântica proposto por Duval (2009); a correspondência semântica e a univocidade semântica terminal; e os tratamentos facultativos ou obrigatórios a serem realizados no registro de partida (figuras geométricas). Também analisou as apreensões geométricas que necessitam ser mobilizadas nas conversões do RGBidm para o RSF, em conformidade com Duval (1994), sendo elas: as apreensões perceptiva, discursiva e operatória.

² “The image of dividing a unit-whole in equal parts and taking some of them suggests semantically that this ‘some’ cannot be ‘all’. The model is easily reinforced, given that it coincides with a strong intuition, but then impedes the passage to a unit as a fraction n/n and to improper fractions” (Pinilla, 2007, p. 102).

Quadro 1: Graus de não congruência semântica propostos por Silva (2018)

Graus de não congruência semântica	Figuras geométricas que representam a fração correspondente à parte pintada da figura	Principais características
<p>Grau 1 - Figuras perceptuais com um inteiro</p>		<p>Formas homogêneas; áreas congruentes; necessita de apreensão perceptiva e discursiva; não necessita de tratamento; adaptável a dupla contagem</p>
<p>Grau 2 - Figuras perceptuais com mais de um inteiro</p>		<p>Formas homogêneas; áreas congruentes; necessita de apreensão perceptiva e discursiva; não necessita de tratamento; não adaptável a dupla contagem</p>
<p>Grau 3 - Figuras operatórias por inclusão das partes</p>		<p>Formas homogêneas; áreas congruentes; necessita de apreensão perceptiva, discursiva e operatória (facultativa); tratamento não obrigatório de inclusão das partes; adaptável a dupla contagem</p>
<p>Grau 4 - Operatórias por divisão</p>		<p>Formas homogêneas; áreas não congruentes; necessita de apreensão perceptiva, discursiva e operatória; tratamento obrigatório; de particionamento explícito; não adaptável a dupla contagem</p>
<p>Grau 5 - Figuras operatórias por modificação das formas geométricas</p>		<p>Formas heterogêneas; áreas congruentes; necessita de apreensão perceptiva, discursiva e operatória; tratamento obrigatório que envolve modificação das formas das partes para verificação da igualdade das suas áreas; adaptável a dupla contagem</p>
<p>Grau 6 - Figuras operatórias por modificação das formas geométricas e das áreas</p>		<p>Formas heterogêneas; áreas não congruentes; necessita de apreensão perceptiva, discursiva e operatória; tratamento obrigatório; envolve modificação das formas e das áreas das partes; não adaptável a dupla contagem</p>

Fonte: Adaptado de Silva (2018).

Nos graus 1, 2 e 3 de não congruência semântica, são exigidas a apreensão perceptual

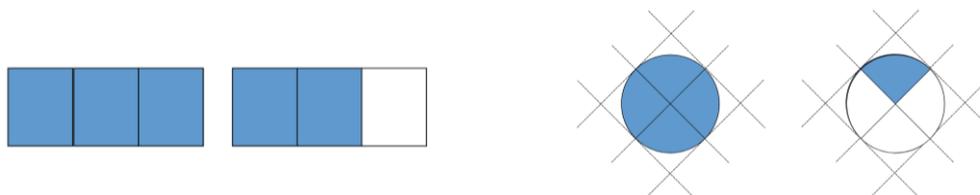
para reconhecimento das formas das figuras geométricas e a apreensão discursiva para relacionar a figura geométrica ao objeto matemático que está sendo descrito/representado por ela, ou seja, o número racional. Todavia, no grau 3, a apreensão operatória, para transformar a figura geométrica inicial por inclusão das partes, é facultativa para chegar à fração irredutível, sem que sejam necessários tratamentos no registro simbólico fracionário. Nos graus 4, 5 e 6, é preciso mobilizar as três apreensões para obter a fração desejada.

Silva (2018) identificou as correspondências semânticas e, principalmente, as não correspondências semânticas entre as variáveis visuais das figuras planas e as unidades de sentido dos números fracionários para estabelecer a relação parte-todo no RGBidm e realizar a devida conversão para o RSF. Após a estruturação desses graus, a autora os aplicou a 381 estudantes distribuídos entre o 6º e o 9º anos dos anos finais do Ensino Fundamental; e o 1º e o 3º anos do Ensino Médio. O grau 2 de não congruência semântica, envolvendo as figuras geométricas que representam mais de um inteiro e que resultam numa fração imprópria, foi o que obteve o segundo maior número de respostas erradas. É sobre este grau que discutiremos no próximo tópico, pois temos como objetivo compreender a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro de representação das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações.

2.1 O grau 2 de não congruência semântica: compreendendo a não correspondência com o método da dupla contagem

Em virtude do objetivo deste artigo, temos como foco o grau 2 de não congruência semântica, instituído por Silva (2018), por ser este o único que contém figuras geométricas planas (perceptuais) que representam mais de um inteiro no registro inicial. As figuras perceptuais são caracterizadas por conter particionamento explícito e subfiguras com áreas congruentes e formas homogêneas, conforme a Figura 1.

Figura 1: Figuras planas que representam o grau 2 de não congruência semântica



Fonte: Silva (2018, p. 146).

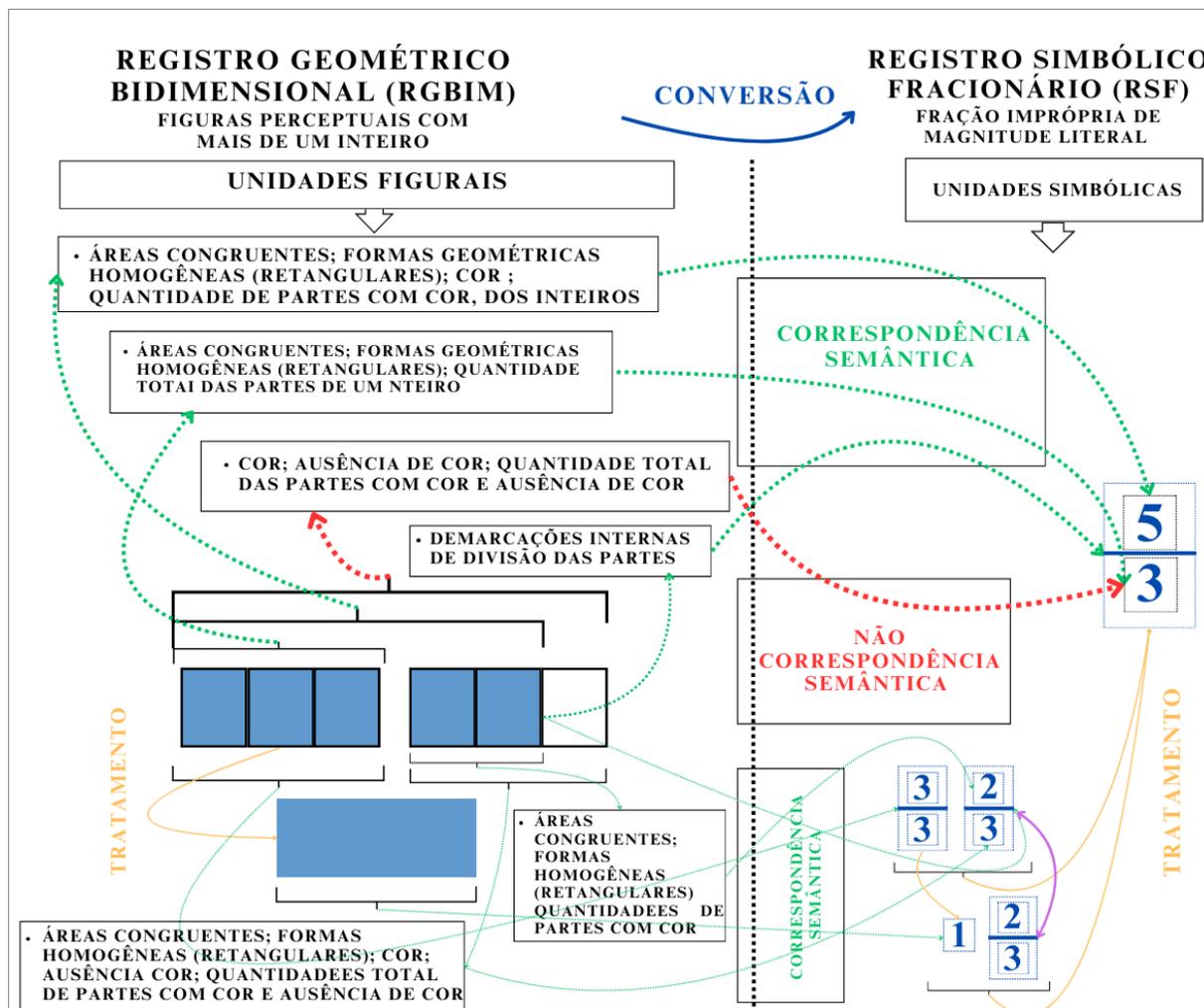
As características visuais dessas figuras podem sugerir o emprego do procedimento da dupla contagem. Porém, quando se trata de figuras geométricas que representam mais de um inteiro, não há uma adaptação destas ao referido procedimento, pois

a unidade simbólica denominador requer que o sujeito realize uma **apreensão discursiva** entre ela e a unidade figural, “inteiro”. Uma leitura perceptual ou gestáltica das formas, sem essa apreensão discursiva, pode levar a uma contagem de todas as subfiguras ou partes dos todos, como se tratando apenas de um inteiro (Silva; Câmara dos Santos, 2020, p. 179, grifos nossos).

Como destacado pelos autores, a mobilização desses dois tipos de apreensão,

perceptual³ e discursiva⁴, é necessária para relacionar corretamente as unidades figurais do RGBidm com as simbólicas do RSF. Na Figura 2, houve uma adaptação do esquema que envolve a conversão entre as representações semióticas do RGBidm e o RSF, do grau 2 de não congruência semântica, estruturado por Silva (2018).

Figura 2: Expansão do esquema de conversões e tratamentos para o 2º grau de não congruência semântica



Fonte: Adaptação de Silva (2018, p. 105).

No esquema ilustrado por Silva (2018, p. 105), não houve a apresentação do processo de conversão que segue, recorrendo à representação a partir da operação com as frações intermediárias $3/3 + 2/3$, e/ou o número misto $1\frac{2}{3}$, percurso de custo cognitivo menor, o que se justifica por manter uma relação com o método da dupla contagem, segundo a autora. Portanto, houve a necessidade de expansão do referido esquema para apontar as conversões e os tratamentos no grau 2 de não congruência semântica, que acarretaram respostas corretas nas produções de Silva (2018), Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023) e Oliveira (2022).

Além disso, nesse novo esquema, há a explicitação do tratamento de inclusão das partes (as três partes pintadas de um dos inteiros foram consideradas em um dos tipos de resposta como sendo um inteiro) de um dos dois inteiros envolvidos, realizado no RGBidm; além da

³ “[...] permite reconhecer de imediato as formas da figura geométrica, como também de suas subfiguras e que conduz as demais apreensões” (Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2023, p. 4).

⁴ “[...] permite relacionar as unidades figurais com as simbólicas do RSF [...]” (Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2023, p. 4).

representação das duas frações (uma para cada inteiro). Há, ainda no esquema apresentado, a presença de cores nas setas para facilitar a interpretação, sendo estas: verde (correspondência semântica), vermelha (não correspondência semântica) e laranja (tratamentos).

3 Resultados e discussões

A fim de investigar a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações para pessoas de diferentes níveis de formação, foi estruturada uma sistematização e análise dos dados apresentados nas produções de Silva (2018), Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023) e Oliveira (2022). O motivo da escolha dessas pesquisas se deu pelo fato de serem estudos que se complementam e que estão vinculados a uma pesquisa maior, realizada a partir de Silva (2018).

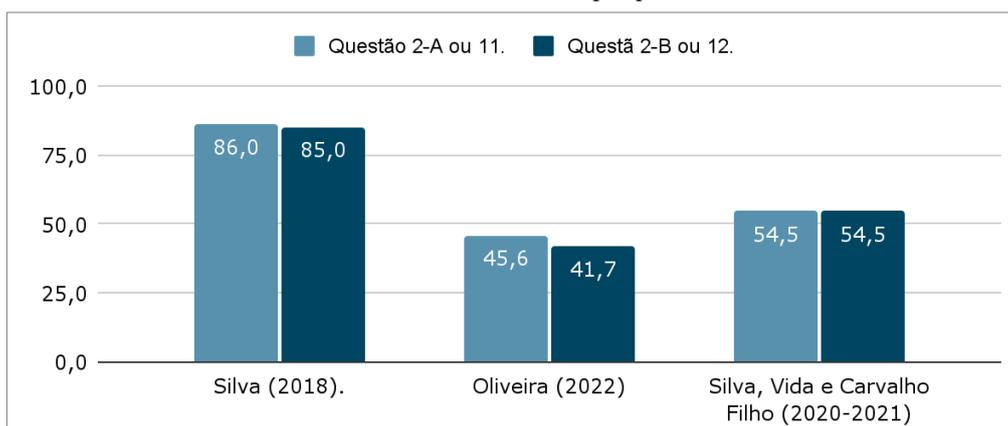
O universo empírico das supracitadas pesquisas reuniu a articulação de um quantitativo de 495 participantes, sendo 381 estudantes da Educação Básica do estudo de Silva (2018); 11 professores que ensinam Matemática na Educação Básica das pesquisas de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023); e 103 estudantes de uma licenciatura em Matemática do trabalho de Oliveira (2022). Nas duas primeiras pesquisas, usou-se um questionário elaborado por Silva (2018), contendo duas questões. A primeira questão foi composta pelas letras de A a J, e, em cada uma delas, era dada uma figura geométrica bidimensional particionada explícita, ou implícita em partes de áreas congruentes e pintadas algumas delas, sendo solicitada a fração correspondente às partes pintadas da figura. Enquanto a segunda questão, composta pelas letras A e B, trabalhou com duas figuras geométricas bidimensionais cada uma, para, a partir delas, serem encontradas as frações impróprias correspondentes. As doze figuras geométricas trabalhadas no questionário se encontram no Quadro 1.

Nessas questões foram distribuídos e trabalhados os seis graus de não congruência semântica. A segunda questão abordou, exclusivamente, frações impróprias que correspondiam ao grau 2, instituído pela autora. Além da aplicação do questionário, foram realizadas entrevistas semiestruturadas, com um universo de cinco alunos na pesquisa de Silva (2018) e com todos os sujeitos de pesquisa (11 professores) nos estudos de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021; 2023).

Em Oliveira (2022), houve uma adaptação do questionário utilizado nas pesquisas supracitadas, modificando a numeração das questões, que passaram a ser: de 1 a 10 correspondendo à primeira questão, de A a J; e 11 e 12 correspondendo à segunda questão, das letras A e B, e as transformando em itens de múltipla escolha. Por ter sido aplicado por meio de um formulário do Google Forms, permitiu às pessoas participantes de pesquisa selecionar mais de uma opção, acarretando acertos parciais. Além disso, este estudo não contou com entrevista semiestruturada.

Ao ser analisado o quantitativo de respostas erradas do grau 2 (foco deste estudo), que correspondem às questões 2-A ou 11 e 2-B ou 12, as quais podem ter como respostas corretas uma fração imprópria, um número misto ou uma adição de frações com mesmo denominador, as pesquisas elencadas obtiveram um considerável percentual de erros para essa classe de questões, conforme o Gráfico 1, guardadas as devidas proporções, por se tratarem de estudos com quantitativos distintos de sujeitos.

Gráfico 1: Percentual de erros nas pesquisas analisadas



Fonte: Autoria própria (2025).

Em Silva (2018), esses percentuais de erros (85% e 86%, respectivamente, para as questões 2-A e 2-B) foram menores apenas para os levantados no grau 6 de não congruência semântica, cuja complexidade, para ser estabelecida a relação parte-todo e realizada a conversão para o RSF, exige, entre outras mobilizações, as transformações das subfiguras ou partes que compõem a figura geométrica inicial (por rotação e/ou translação) para ser encontrada a Carunidade-parte e realizado o tratamento de (re)particionamento. Já em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2023), esse foi o grau que obteve o maior número de respostas erradas (46,2%) entre os professores de Matemática participantes da pesquisa, lembrando que foi um total de apenas 11 pessoas. E, em Oliveira (2022), os percentuais de erros foram um pouco menores (45,6% e 41,7%, respectivamente, para as questões 11 e 12) que os estudos anteriores, entretanto permaneceram acima dos 40% de respostas erradas.

Na intenção de aprofundar a discussão dos dados de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2023) que chegaram aos percentuais de erros e acertos a partir das respostas dadas pelos professores ao questionário respondido, sem considerarem outras soluções (muitas vezes, intermediárias) dadas pelos participantes da pesquisa durante a entrevista semiestruturada, foi realizado um novo levantamento dos dados empíricos do projeto de pesquisa desenvolvido pelos citados autores nos anos de 2020 e 2021, do qual resultou o estudo publicado em 2023. Portanto, segue a apresentação das ocorrências de respostas no Quadro 2.

Quadro 2: Descrição das ocorrências das respostas nas entrevistas e instrumento de pesquisa de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021)

Cod.	Instrumento	Entrevista	Instrumento	Entrevista
Prof(a).	Item - A	Item - A	Item - B	Item -B
1_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{6}$ e $\frac{5}{3}$	$1\frac{2}{3}$; $\frac{5}{3}$	$\frac{5}{8}$ e $\frac{5}{4}$	$1\frac{1}{4}$; $\frac{5}{4}$
2_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
3_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$	$\frac{5}{8}$	$1\frac{1}{4}$
4_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
5_Prof(a).E.E.	$1\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$	$1\frac{2}{3}$; $\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$	$1\frac{1}{4}$ e $\frac{5}{8}$	$1\frac{1}{4}$; $\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$

6_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$
7_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{6}$	$1\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
8_Prof(a).E.E.	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$
9_Prof(a).E.E.	$1\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{3}$	$1\frac{2}{3}$; $\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{3}$	$1\frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4}$	$1\frac{2}{4}$; $\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{5}{4}$
10_Prof(a).E.E.	$1\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{3}$	$1\frac{2}{3}$; $\frac{5}{3}$	$1\frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4}$	$1\frac{1}{4}$; $\frac{5}{4}$
11_Prof(a).E.E.	$1\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$; $\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{4}$ ou $\frac{5}{4}$	$\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{5}{4}$

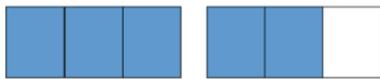
Fonte: Elaboração própria (2025).

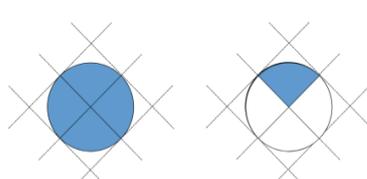
O Quadro 2 apresenta todas as respostas identificadas nos questionários e dadas ao longo das entrevistas pelos participantes ao serem questionados como chegaram à fração final, totalizando 44 ocorrências (não contabilizamos respostas iguais dadas pelo mesmo participante no questionário e na entrevista). Este retorno aos dados da pesquisa se fez necessário para que pudéssemos analisar o percurso utilizado pelos professores de Matemática para a solução dada a cada item.

Dessa forma, por exemplo, o 3_Prof(a) atribuiu como resposta ao item 2-A do questionário a fração $\frac{5}{6}$. Todavia, quando perguntado na entrevista, explicou que a resposta encontrada partiu da identificação das frações que correspondia a cada inteiro e posterior adição destas frações $\left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right)$.

Além disso, a partir do Quadro 2 e retomando os protocolos da pesquisa de Oliveira (2022) e os dados de Silva (2018), foi organizado o Quadro 3 com todas as respostas dadas às questões do grau 2 de não congruência semântica.

Quadro 3: Mapeamento dos percentuais das respostas dadas ao 2º grau de não congruência semântica

Registros de Representações Semióticas (RRS)		Silva (2018)	Oliveira (2022)	Silva, Vidal & Carvalho Filho (2020-2021)
RGBidm	RSF	Percentuais (%)		
	$1\frac{2}{3}$	2,6 %	34%	30,4%
	$\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$	5,5%	68,9%	13%
	$\frac{5}{3}$	1,8%	9,7%	26,1%

	$\frac{5}{6}$	45% ⁵	42,7%	30,4%
	$1\frac{1}{4}$	3,4%	37,9%	28,6%
	$\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$	6%	74,8%	14,2%
	$\frac{5}{4}$	1,8%	8,7%	28,6%
	$\frac{5}{8}$	42% ⁶	38,8%	28,6%

Fonte: Elaboração própria (2025).

No Quadro 3, ao somarmos as ocorrências de respostas corretas para o item 2A (ou 11), em cada uma das três pesquisas analisadas, que considera o número misto $(1\frac{2}{3})$ ou a soma de frações $(\frac{3}{3} + \frac{2}{3})$, iremos obter um percentual de 8,1% na pesquisa de Silva (2018), 102,9% em Oliveira (2022) e 43,4% em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021). Essas respostas, de acordo com as pesquisas supracitadas, consideram o procedimento da dupla contagem e buscam minimizar a não congruência semântica entre o RGBidm e o RSF ao considerar cada um dos inteiros separadamente. Entretanto, o quantitativo de ocorrências para a fração $\frac{5}{3}$, que corresponde à relação entre o quantitativo de partes congruentes pintadas dos inteiros e o quantitativo das partes em que foi particionada a Unidade, nas respectivas pesquisas, é de apenas 1,8%; 9,7% e 26,1%. Dessa forma, inferimos que obter o número misto ou mesmo a soma de frações para os distintos inteiros, nesse grau de não congruência semântica, pode não auxiliar na construção da fração imprópria, pois pode ser observado para a questão 2-B (ou 12).

Na questão 2B (ou 12), os percentuais de ocorrência de respostas que consideram o número misto $(1\frac{1}{4})$ ou a soma de frações $(\frac{4}{4} + \frac{1}{4})$ são de 9,4% na pesquisa de Silva (2018), 112,9% em Oliveira (2022) e 59% em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021). Por outro lado, o quantitativo de ocorrências para a fração $\frac{5}{4}$ corresponde a 1,8%, 8,7% e 28,6% nas respectivas pesquisas. Esse achado de pesquisa pode ser ratificado no protocolo de entrevistas da pesquisa de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021),

Pesquisador(a): Na segunda questão letra A, qual a solução encontrada?

7_Prof(a).E.E.2.A: Dará para encontrar com o número misto, então ficou 1 (um inteiro) e 2/3 (dois terços).

Pesquisador(a): Qual seria a fração correspondente a esse um inteiro e dois terços? Se você olhar para a figura, consegue ver a fração que corresponde a esse total das duas figuras?

7_Prof(a).E.E.2.A: Seria 5/3, não, seria 5/6.

Pesquisador(a): Você pode descrever quem é o numerador e denominador?

7_Prof(a).E.E.2.A: Na fração final, né?

⁵ Na pesquisa de Silva (2028), houve outros tipos de ocorrências com respostas erradas. Estamos considerando apenas esta resposta por se destacar em relação às demais.

⁶ Ver nota anterior.

Pesquisador(a): Isso.

7_Prof(a).E.E.2.A: Numerador 5 e denominador 6.

Pesquisador(a): Olhando para a figura, o 5 representa o quê?

7_Prof(a).E.E.2.A: As partes escuras.

Pesquisador(a): E o seis?

7_Prof(a).E.E.2.A: Todas as partes, as seis partes

(Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2020-2021).

O 7_Prof(a).E.E.2.A, ao ser questionado pelo pesquisador sobre qual seria a fração correspondente ao número misto que atribuiu como resposta à questão 2A e ao ser solicitado a retomar a visualização das figuras iniciais, deteve-se apenas aos aspectos visuais das duas figuras (que mantêm uma relação com o procedimento da dupla contagem) para afirmar que seria $\frac{5}{6}$. Esse padrão de respostas, apesar de considerar o número misto ou a soma de frações, retoma a visualização das figuras e encontra a fração supracitada. Foi encontrado ainda nas respostas de 1_Prof(a).E.E.2.A, 3_Prof(a).E.E.2.A, 5_Prof(a).E.E.2.A, 11_Prof(a).E.E.2.A para os dois itens da questão 2, com exceção do 11_Prof(a).E.E.2.A, que atribuiu esse padrão de solução apenas para o item A, como pode ser observado no Quadro 2

O 3_Prof(a).E.E.2.A demonstrou ter dúvidas sobre a Unidade a ser considerada. A explicação do(a) pesquisador(a) poderia ter levado a uma reflexão, todavia a resposta enunciada segue o percurso daquela atribuída por 7_Prof(a).E.E.2.A:

Pesquisador(a): Qual a resposta na segunda questão?

3_Prof(a).E.E.2.A: Só uma pergunta, eu vou juntar as duas figuras ou vou fazer separadamente?

Pesquisador(a): As duas figuras estão separadas, dois inteiros, tanto na letra A como na B. Agora o que a gente está querendo é que seja dada uma fração que equivale ao total, esses dois inteiros.

3_Prof(a).E.E.2.A.: Fazer a junção das duas, né?

Pesquisador(a): Uma fração equivalente a esses dois inteiros.

3_Prof(a).E.E.2.A.: Eu tenho um inteiro, que tem $\frac{3}{3}$, e tenho $\frac{2}{3}$, se for juntar as duas figuras, vou ter seis partes iguais e tenho 5 de 6

(Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2020-2021).

Logo, o referido participante não consegue perceber que a soma atribuída às frações que enunciou não está correta, pois a influência do procedimento da dupla contagem relacionada aos aspectos visuais das figuras no RGBidm é mais forte do que a operação necessária (tratamento no RSF) para encontrar a fração imprópria.

O(a) 5_Prof(a).E.E.2.A atribuiu a resposta $\frac{5}{6}$, juntando as figuras iniciais, mas foi alertado(a) pelo(a) pesquisador(a) que as figuras estariam separadas:

5_Prof(a).E.E.2.A: Como é o pintado em relação ao todo, teria 3 partes pintadas em relação ao todo 3, $\frac{3}{3}$. Na primeira figura da letra A.

Pesquisador(a): Mas considerando o total das duas figuras?

5_Prof(a).E.E.2.A: Ah, entendi, seria $\frac{5}{6}$ o total, agora sim. Como se juntassem as duas figuras.

Pesquisador(a): *Não como se juntassem as duas figuras, são duas figuras separadas. Mas se eu quisesse dar o total, uma única fração que representasse o total das duas figuras?*

5_Prof(a).E.E.2.A: *Poderia fazer usando a soma entre as duas frações, tanto poderia usar $3/3 + 2/3$, que foi a representação da outra, e fazendo a soma das frações, ou $1 + 2/3$ para fazer a soma e representar. E geometricamente, só olhando as figuras, ver que tinha 6 partes do total de 5 pintadas, $5/6$*

(Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2020-2021).

A intervenção do(a) pesquisador(a) levou o(a) 5_Prof(a).E.E.2.A à reflexão para encontrar o número misto e a soma de frações correspondentes às partes pintadas dos inteiros dados. Entretanto, novamente, ao tentar encontrar a fração correspondente, obteve como resposta $\frac{5}{6}$, observando que seria uma resposta geométrica. Podemos inferir que o participante considera uma resposta geométrica e as respostas numéricas, sem relacionar uma às outras. Além disso, a partir dos protocolos de 7_Prof(a).E.E.2.A, 3_Prof(a).E.E.2.A e 5_Prof(a).E.E.2.A, pudemos verificar que chegar ao número misto ou à soma das frações de cada inteiro não garante a compreensão do significado da fração imprópria equivalente a estas, ou seja, não garante a coordenação entre os dois registros.

E ainda, a influência da não correspondência semântica entre os aspectos perceptivos-visuais e o denominador da fração parece ser potencializada com a proximidade desse tipo de figura, quando empregada apenas com um inteiro e o procedimento da dupla contagem, levando ao abandono de respostas corretas, em detrimento de um “suposto” conhecimento acerca das conversões entre o RGBidm e o RSF. Como evidenciado em Silva (2018), essas características são sobrepostas em relação à lógica-matemática e à compreensão necessária para essa “família” de frações.

Além do padrão de respostas discutido, uma parte significativa de respostas erradas são constituídas pela representação fracionária, considerando apenas o referido procedimento e desprezando, totalmente, as figuras perceptuais que representam mais de um inteiro, como pode ser observado na entrevista com o sujeito a seguir

Pesquisador(a): *Na segunda questão da letra A, qual a resposta encontrada?*

4_Prof(a).E.E.2.A: *Ele pede em um todo, como vou ter dois retângulos divididos aparentemente em quadrados iguais, **vou ter seis divisões, dessas seis divisões eu solicitei cinco, então cinco sobre seis ($5/6$)***

(Silva; Vidal; Carvalho Filho, 2020-2021, grifos nossos).

Dessa forma, é reiterada, como em Silva (2018), a confusão entre as unidades visuais que constituem a Unidade e as unidades significantes necessárias para instituir o denominador da fração, uma vez que, para escrever o numerador, com o uso do procedimento em análise, os participantes o conseguem enunciar corretamente. Todavia, quando assumem a referência incorreta da Unidade, a relação parte-“suposto todo” é operacionalizada erroneamente, demonstrando uma incompreensão da conversão, tendo como representação de partida figuras com mais de um inteiro.

Por outro lado, considerar que as pessoas podem ter “[...] sucesso nas conversões em um sentido e fracassarem sistematicamente para a conversão inversa” (Duval, 2015, p. 107) é crucial para a aprendizagem matemática, dado que os docentes precisam estimular ambos os sentidos de conversão. Corroborando essa condição da compreensão em Matemática, temos

uma das entrevistas realizadas por Silva (2018):

Pesquisadora: *E isso daqui, por quê?*

Aluna: *Bom, isso eu perguntei a outro professor quando o de cima tá maior, aí ele ensinou que é só você desenhar outra figura igual ao lado e pintar o que está sobrando. É isso*

(Silva, 2018, p. 250, grifos nossos).

A aluna em questão, ao explicar para a pesquisadora como encontrou a fração $\frac{5}{3}$ para a questão 2-A, demonstra realizar a conversão inversa, cujo registro de partida seria o RSF e o de chegada, o RGBidm, o que parece deixar compreensível a presença dos dois inteiros. Um dos participantes na pesquisa de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021) aborda uma estratégia semelhante, no entanto, parte do RGBidm para representar o número misto, encontrar a fração imprópria e depois relacionar com os elementos visuais da figura inicial, como apontado no protocolo,

Pesquisador(a): *Na segunda questão, qual foi a resposta?*

10_Prof(a).E.E.2.A: *Na questão 2 na letra A, nós temos um inteiro e dois terços ($1 + \frac{2}{3}$); ou se eu for trabalhar com a fração imprópria, eu tenho $\frac{5}{3}$, o numerador é maior que um inteiro. Então foi preciso um inteiro mais duas partes do outro para chegar à resposta.*

Pesquisador(a): *Certo, então poderia dizer quais elementos visuais na figuras devem ser considerados para estabelecer a relação parte-todo?*

10_Prof(a).E.E.2.A: *Os retângulos maiores, foi preciso dois retângulos maiores, cada retângulo estava dividido em três partes iguais.*

Pesquisador(a): *Nesse caso, o numerador ficou sendo?*

10_Prof(a).E.E.2.A: *5 É o denominador 3.*

Pesquisador(a): *O 5 significa quais partes?*

10_Prof(a).E.E.2.A: *5 partes tomadas de um todo dividido em 3 partes, por isso foi preciso dois inteiros, foi tomado um inteiro e duas partes do segundo.*

O(a) 10_Prof(a).E.E.2.A explica que, para representar a fração imprópria $\frac{5}{3}$ no RGBidm, são necessários dois inteiros particionados em três partes para representar a quantidade de partes tomadas (5). Dessa forma, explicita a conversão de volta. Entretanto, ainda em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021), os participantes 02_Prof(a)E.E. e 04_Prof(a)E.E. atribuíram como resposta aos itens as frações que consideram, unicamente, o procedimento da dupla contagem, desprezando a unidade de referência e juntando as duas figuras em uma única figura ($\frac{5}{6}$ e $\frac{5}{8}$), conforme Quadro2. Essa estratégia de resolução demonstra o quanto é forte para esses participantes a necessidade de reunir os inteiros e o procedimento da dupla contagem. Apenas o participante 8_Prof(a).E.E.2.A chegou à fração imprópria, solução dos itens, sem externalizar ter considerado a soma de frações ou o número misto, ou ainda o procedimento da dupla contagem com desprezo da Unidade.

Item A - Pesquisador(a): *E na segunda questão letra A?*

8_Prof(a).E.E.2.A: *No caso $\frac{5}{3}$.*

Pesquisador(a): *Como você pensou para encontrar essa resposta?*

8_Prof(a).E.E.2.A: *Temos duas figuras de que tomamos 5 partes, e cada figura foi dividida em 3.*

Item B - Pesquisador(a): *E na letra B?*

8_Prof(a).E.E.2.B: *5/4, a gente também tem duas figuras, que cada figura foi dividida em 4 e as partes que foram tomadas foram 5, logo 5/4.*

Pesquisador(a): *Certo.*

O 8_Prof(a).E.E.2.A demonstra ter compreensão de que a sua Unidade é formada pelo inteiro particionado em 3 ou 4 partes (item 2A ou 2B), correspondendo ao denominador da fração; e de que a quantidade de partes pintadas refere-se ao seu numerador. Todavia, como mais nada foi perguntado ao participante sobre o item, podem ter sido, mentalmente, utilizadas representações intermediárias, como a soma de frações ou o número misto.

Ademais, analisando o quantitativo de ocorrências das respostas que consideraram, acertadamente, as frações impróprias ($\frac{5}{3}$ e $\frac{5}{4}$) para os itens (2A e 2B) do grau 2 de não congruência semântica, nas pesquisas de Silva (2018), Oliveira (2022) e de Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021), correspondendo, respectivamente, a 1,8% e 1,8%; 8,7% e 9,7%; 26,1 e 28,6%, apontam para um baixo índice da representação da fração imprópria. Isso revela, desta forma, por consequência da não correspondência semântica dos elementos visuais entre o RGBidm e as unidades significantes do denominador, no RSF, mesmo em diferentes etapas de formação escolar/acadêmica, que a maior parte dos indivíduos não consegue chegar à representação fracionária esperada; e ainda que uma parcela destes, quando representa a fração imprópria, demonstra uma incompreensão acerca da visualização com o registro de partida.

Outro fator importante que pode estar sendo considerado na análise das conversões no grau 2 de não congruência semântica é o que aponta Oliveira (2021) em sua pesquisa que envolveu a análise de livros didáticos. O autor afirma que, nos livros didáticos analisados, são utilizadas, majoritariamente, figuras perceptuais totalmente particionadas em áreas congruentes com apenas um inteiro, o que acarreta uma compreensão restrita da relação parte-todo, por conter uma correspondência semântica com o método da dupla contagem. As respostas atribuídas ao item 2-A por 2_Prof(a).E.E.2.A. em Silva, Vidal e Carvalho Filho (2020-2021) se coadunam a essa afirmação:

Pesquisador(a): *Poderia dizer a resposta do item A?*

2_Prof(a).E.E.2.A: *No item A, apesar dessa figura estar dividida em duas partes, estar separada, eu considereei como uma única figura, não sei, fiquei meio em dúvida. Para ser sincero, nos livros com que trabalho, ainda não tinha visto uma imagem como essa, e olha que trabalho muito frações, só que o que fiquei mais pensativo foi essa divisão das figuras. Mas considerando como uma única figura que está dividida em 6, tenho 5 partes pintadas, tenho 5/6.*

Há uma estranheza do 2_Prof(a).E.E.2.A com relação às figuras apresentadas, por conter mais de um inteiro, que é revelada ao afirmar não ter se deparado com representações como estas no livro didático para trabalhar as conversões entre os registros citados. Mas, para além do que foi discutido nesta pesquisa, acreditamos que outro fator pode estar influenciando este grau de não congruência semântica, por se tratar de frações que representam mais de um inteiro: é a própria etimologia da palavra “fração”, que representa “parte de algo”. Portanto, leva à ideia de que será sempre menor do que a Unidade, não podendo ser igual a ela, no caso das frações aparentes; ou maior do que ela, caso das frações impróprias.

4 Considerações finais

Esta pesquisa buscou compreender a influência da não congruência semântica e do procedimento da dupla contagem nas conversões entre o registro de representação das figuras geométricas planas com mais de um inteiro e o das frações para pessoas participantes de diferentes níveis de formação.

Nessa direção, à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) e de Silva (2018), ao selecionar, nesta produção, pesquisas que envolveram a análise do fenômeno da não congruência semântica entre o RGBidm e o RSF dos números racionais para figuras perceptuais com mais de um inteiro, classificadas por Silva (2018) como sendo pertencente ao grau 2 de não congruência semântica, buscou-se analisar as confluências de respostas dadas aos itens que compuseram esse grau em diferentes níveis de formação.

Conclui-se, portanto, que um percentual considerável de respostas dadas aos itens, mesmo em diferentes níveis escolares/acadêmicos, recorre ao uso do procedimento da dupla contagem nas conversões entre os RRS estudados, com desprezo da Unidade de referência ao unificar os inteiros representados inicialmente. E, nos casos em que a fração imprópria foi instituída, identificamos um percurso de conversão que gera as representações intermediárias, como o que utiliza a fração correspondente a cada um dos inteiros separadamente; ou aquele que considera o número misto e posteriormente o tratamento no RSF, em ambos os percursos. Essa estratégia de resolução minimiza a não congruência semântica na conversão entre esses registros e mantém correspondência semântica com a estratégia da dupla contagem, podendo acarretar a não construção do significado da Unidade de referência das frações impróprias.

Outro fator que pode estar corroborando os baixos índices de estratégias que consideram a fração imprópria é o ensino de Matemática sofrer uma forte influência dos livros didáticos, que trabalham quase exclusivamente com figuras perceptuais com um único inteiro e representam frações próprias.

Por fim, infere-se que a compreensão da relação parte-todo a partir do RGBidm envolvendo figuras perceptuais com mais de um inteiro e a conversão para o RSF não é natural, sem a mobilização de outros subconstrutos que formem a compreensão conceitual dos números racionais, visto que há um custo cognitivo maior na compreensão da Unidade de referência, ou seja, na equivalência referencial entre esta e o denominador da fração, que é menor que o quantitativo de partes. Isso leva a confusões na compreensão das frações impróprias, principalmente, se recorrer apenas ao subconstruto da relação parte-todo a partir de elementos perceptuais-visuais.

Ademais, pode ser interessante desenvolver mais investigações teóricas e empíricas acerca da relação entre a etimologia da palavra “fração” e a sua influência na construção das frações impróprias. Talvez uma possibilidade seja investir em pesquisas sustentadas nos fundamentos históricos e filosóficos da matemática.

Referências

- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-125). Academic Press.
- Duval, R. (1994). Les diferentes fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM*, 17(1), 121-138. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/iwr94032_1702762427835-pdf

- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais* (1 ed.). Livraria da Física.
- Duval, R. (2015). Les théories cognitives en didactique des mathématiques: lesquelles et pourquoi? *Isonomia—Epistemologica*, 7. <http://isonomia.uniurb.it/>
- Jahn, A. P., Silva, M. J. F., Silva, M. C. L. & Campos, T. M. M. (1995). *Lógica das equivalências*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_22/logica_equiv_alencias.pdf
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational number. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts in the middle grades* (pp. 163-181). Erlbaum.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). Compreendendo números racionais. In T. Nunes, P. Bryant, & S. Costa, *Crianças fazendo matemática* (pp. 191-201). Artmed.
- Oliveira, F. A. (2022). *Análise da compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais* Tese de Graduação [Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias da Paraíba]. <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/2054>
- Oliveira, F., & De, M. (2021). *Livro didático: Análise das figuras geométricas empregadas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais à luz dos registros de representações semióticas* Tese de Graduação [Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologias da Paraíba]. <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/1764>
- Pinilla, M. F. (2007). Fractions: Conceptual and didactic aspects. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, 7(1), 23-45.
- Rodrigues, W. R. (2005). *Números racionais: Um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. Tese de Mestrado [Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].
- Silva, F. A. F. (2018). *Graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais*. Dissertação de Doutorado [Universidade Federal Rural de Pernambuco]. <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/8349>
- Silva, F. A. F., Vidal, F. A. & Carvalho Filho, E. E. (2023). Análise da compreensão de professores de matemática sobre as figuras geométricas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(2), 1-16. <https://doi.org/10.37001/ripem.v13i2.3728>
- Silva, F. A. F., Vidal, F. A., & Carvalho Filho, E. E. (2020-2021). *Uma análise da compreensão de professores de matemática sobre a influência das características visuais das figuras geométricas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais*. Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica (PIVIC), Instituto Federal da Paraíba.