Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

Percepções de professores indígenas de Matemática em meio ao recurso histórico da balança de Arquimedes

Geraldo Aparecido Polegatti
Instituto Federal de Mato Grosso
Juína, MT — Brasil
✉ geappolegatti@gmail.com
0000-0003-4515-3855

Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina
Londrina, PR — Brasil
✉ angelamartasavioli@gmail.com
0000-0002-5624-6398

José Roberto Linhares de Mattos
Universidade Federal Fluminense
Rio de Janeiro, RJ — Brasil
✉ jrlinhares@gmail.com
0000-0002-4075-6764

2238-0345

10.37001/ripem.v15i3.4558

Recebido • 24/04/2025
Aprovado • 31/07/2025
Publicado • 01/09/2025

Editor • Gilberto Januario

Resumo: Nesse trabalho, tem-se o objetivo de analisar as percepções de sete professores indígenas de Matemática da etnia Pataxó, sobre a produção, observação e manipulação do recurso histórico *balança de Arquimedes* com a finalidade de constituição das expressões matemáticas para o cálculo da superfície esférica, e dos volumes de um cone reto e da esfera, a partir do cilindro equilátero reto. A *balança* e os *três sólidos* envolvidos, a pedido dos participantes, foram confeccionados em madeira (cedro) por um artesão Pataxó. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, em meio a uma sequência didática, organizada em dois encontros presenciais que totalizaram seis horas (duas no primeiro e quatro no segundo), em novembro de 2024, com base teórica pautada na História da Matemática sob a perspectiva da Etnomatemática. As percepções dos professores indígenas apontam que eles compreenderam a constituição das referidas expressões, e pretendem replicar a dinâmica em suas aulas com estudantes indígenas.

Palavras-chave: Educação Escolar Indígena. Educação Matemática. Etnomatemática. Geometria. História da Matemática.

Perceptions of indigenous mathematics teachers regarding the historical resource of Archimedes' balance

Abstract: This study, aims to analyze the perceptions of seven indigenous Mathematics teachers from the Pataxó ethnic group regarding the production, observation, and manipulation of the historical resource *Archimedes' balance* for the purpose of constituting mathematical expressions for calculating the spherical surface and volumes of a right cone and a sphere, based on the right equilateral cylinder. The *balance* and the *three solids* involved were made of wood (cedar) by a Pataxó artisan at the request of the participants. This is a qualitative research, in the midst of a didactic sequence, organized in two face-to-face meetings that totaled six hours (two in the first and four in the second), in November 2024, with a theoretical basis based on the History of Mathematics from the perspective of Ethnomathematics. The perceptions of the indigenous teachers indicate that they understood the constitution of these expressions, and that they intend to replicate the dynamics in their classes with indigenous students.

Keywords: Indigenous School Education. Mathematical Education. Ethnomathematics.

Geometry. History of Mathematics.

Percepciones de los docentes indígenas de matemáticas respecto al recurso histórico de la balanza de Arquímedes

Resumen: En este trabajo, el objetivo es analizar las percepciones de siete profesores de Matemáticas indígenas de la etnia Pataxó, respecto de la producción, observación y manipulación del recurso histórico *balanza de Arquímedes* con el propósito de constituir expresiones matemáticas para el cálculo de la superficie esférica y los volúmenes de un cono recto y una esfera, a partir del cilindro recto equilátero. La *balanza* y los *tres sólidos* involucrados, a pedido de los participantes, fueron elaborados en madera (cedro) por un artesano Pataxó. Se trata de una investigación cualitativa, en medio de una secuencia didáctica, organizada en dos encuentros presenciales que sumaron seis horas (dos en el primero y cuatro en el segundo), en noviembre de 2024, con una base teórica basada en la Historia de la Matemática desde la perspectiva de la Etnomatemática. Las percepciones de los docentes indígenas indican que entendieron la constitución de estas expresiones y que pretenden replicar la dinámica en sus clases con estudiantes indígenas.

Palabras clave: Educación Escolar Indígena. Educación Matemática. Etnomatemáticas. Geometría. Historia de las Matemáticas.

1 Introdução

A formação de professores indígenas no Brasil ocorre por meio de cursos de Magistério Indígena, Pedagogia Intercultural ou Licenciatura Intercultural Indígena, no intuito de possibilitar a atuação desses profissionais nas escolas indígenas alocadas nas suas comunidades. Bicho, Auareke e Miola (2023) salientam que a estruturação desses cursos prima por enaltecer a diversidade e a complexidade cultural dos povos envolvidos, bem como busca favorecer o diálogo entre os saberes tradicionais e os conhecimentos não indígenas presentes nos currículos de cada curso de formação. Assim, "[…] a prática docente indígena tem uma especificidade que é a de ser conhecedora da própria cultura e de suas raízes ancestrais, não bastando conhecer, mas fazer conhecer para proporcionar uma educação escolar indígena libertadora" (Mattos & Mattos, 2019, p. 108).

A atuação de professores indígenas busca atender às necessidades demandadas pela política pública de implementação de educação indígena em países latino-americanos, fruto da luta dos povos originários (Franco & Álvarez, 2023). Zeballosf-Cuathin (2024) apresenta em seu trabalho a luta por direitos conquistados pelos povos indígenas latino-americanos, sobretudo, o de terem uma educação heterogênea, que considere a diversidade cultural de cada comunidade indígena no diálogo educacional. No México, por exemplo, foram criadas, a partir da primeira década desse século, as Universidades Interculturais que constituem "propostas de ensino superior destinadas a atender, prioritariamente, a população rural e indígena" (Moyo & Pardo, 2024, p. 140). No Brasil, os professores indígenas buscam suprir às necessidades da Educação Escolar Indígena, regida pela Educação Intercultural e garantida perante a Constituição Federal de 1988, como um direito fundamental dos povos indígenas, regulamentada pela Lei de Diretrizes e Base da Educação Brasileira de 1996.

Para Candau (2020), a Educação Intercultural busca equalizar os confrontos culturais que emergem em mecanismos de radicalização da afirmação de uma cultura sobre a outra. Nela, o processo educacional é heterogêneo, dinâmico e complexo. Não há elementos culturais mais importantes do que outros, dado que esse modelo compreende que cada cultura está em construção permanente, desconsidera as questões que diferenciam uma cultura da outra, além de presar pelo combate às desigualdades que se apresentam em nossa realidade. “O que considero importante na perspectiva intercultural é estimular o diálogo, o respeito mútuo e a construção de pontes e conhecimentos comuns no cotidiano escolar, nos processos de ensino-aprendizagem desenvolvidos nas salas de aula” (Candau, 2020, p. 42).

Segundo Moyo e Pardo (2024), as Universidades Interculturais constituem espaços de disputas culturais e ideológicas, enquanto a primeira propicia um ambiente educacional plural, dinâmico e complexo, a segunda “pode servir para posicionar politicamente os projetos educativos, mas que, além disso, representam um obstáculo ao compreender a complexidade dos fenômenos que se desenvolvem nas Universidades Interculturais” (Moyo & Pardo, p. 142). Oliveira (2020) destaca que, por meio da Educação Intercultural, a formação e a atuação de professores indígenas solicitam a mediação de conflitos, a valorização da diversidade cultural, o diálogo constante entre todos os envolvidos (acadêmicos, professores, universidade, escolas indígenas e suas comunidades). “A produção e circulação de diferentes sistemas de conhecimento em cursos de formação de professores indígenas, na universidade e nas escolas indígenas, se desenvolvem em um campo de muitos conflitos, de conexão e de oposição” (Oliveira, 2020, p. 105).

O ensino de Matemática nos cursos de formação de professores indígenas de Matemática é concebido

> na perspectiva da formação humana, da justiça social, para além das matemáticas necessárias para o ensino nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Para contemplar esses aspectos, faz-se necessário compreender as possibilidades de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e as dimensões política, social e cultural de cada contexto sociocultural. Trata-se de construir o ensino a partir de atividades que permitam o exercício da investigação, do diálogo e da crítica (Lima & Lima, 2024, p. 6).

Nesse cenário, no campo da Educação Matemática, emerge a perspectiva educacional da Etnomatemática. Segundo D’Ambrosio (2016), os estudos em Etnomatemática buscam entrelaçar as variadas etnomatemáticas que são desenvolvidas em cada comunidade humana socialmente identificada, como a dos povos indígenas, com a própria Matemática debatida nas escolas. Para o autor, não há uma hierarquia entre os variados modos de matematizar o cotidiano de cada comunidade. Nesse contexto, os saberes matemáticos que são úteis para um desses grupos humanos podem não ser para outros, variam em consonância com o meio cultural de cada comunidade, assim como a Etnomatemática não indígena também serve ou é importante para outras sociedades, como, por exemplo, as variadas etnias indígenas (D’Ambrosio, 2016).

O professor indígena de Matemática tem o papel de contextualizar o saber/fazer matemático de seu povo com a Matemática não indígena, pois “[...] o acesso a mais instrumentos ou técnicas intelectuais dá muito mais capacidade e compreensão para lidar com novas situações e resolver problemas” (Oliveiras & Gavarrete, 2012, p. 348). Para D’Ambrosio (2020), o saber/fazer matemático de cada povo indígena engloba as diferentes maneiras contextualizadas de práticas de “[...] comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar [...] na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto [...] está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura” (D’Ambrosio, 2020, p. 24). O saber/fazer matemático indígena solicita seu protagonismo na Educação Escolar Indígena, e cabe ao professor indígena de Matemática fomentar esse papel de destaque.

Segundo Santos e Lara (2022), quando a Etnomatemática atua em parceria com a

História da Matemática, abrem-se outras possibilidades de discussões sobre como se desenvolvem a produção, a formação e a propagação do conhecimento matemático. Além disso, os autores destacam que, por intermédio do estudo e/ou pesquisa da História da Matemática, pode-se evocar, analisar e entender os variados modos de matematizar que as sociedades humanas desenvolveram e/ou desenvolvem ao longo de suas histórias. Para Santos e Lara (2022), os saberes matemáticos são organizados, constituídos e correlacionados às diferentes formas de viver e de se desenvolver de cada comunidade, "[...] é a História da Matemática que possibilita à Etnomatemática compreender quais são as condições de possibilidade para a geração, organização e difusão do saber/fazer matemático [...]" (Santos & Lara, 2022, p. 477).

Já os autores Silva, Pereira e Batista (2022, p. 3) consideram que

> A ideia de inserir recursos advindos da história no ensino de Matemática é fundamentada em orientações que procuram mobilizar os conceitos matemáticos oriundos de alguns recursos disponíveis pela história, para se ter um aproveitamento didático em sala de aula, a fim de construir o conhecimento com alguma prática elaborada (Silva, Pereira & Batista 2022, p. 3).

Nessa perspectiva, um dos recursos disponíveis no âmbito da História da Matemática é *a balança abstrata de Arquimedes*, "[..] que deveria equilibrar figuras geométricas equivalentes. O objetivo era defender um método que permitisse entender certas realidades matemáticas por meio da mecânica" (Roque, 2015, p. 198). No caso, a referida *balança* apresenta o equilíbrio entre uma esfera e um cone circular reto com um cilindro equilátero reto, com raios da base iguais ao raio da esfera e altura igual ao dobro do raio da base. No transcorrer do texto, serão nomeados apenas como cone reto e cilindro reto.

Nesse contexto, com base no trabalho de Polegatti (2020), desenvolveu-se uma sequência didática com o objetivo de analisar as percepções de sete professores indígenas de Matemática da etnia Pataxó, que envolve o processo de confecção do recurso histórico *balança de Arquimedes* e dos *três sólidos geométricos* (cilindro reto, cone reto e esfera), perpassa pela observação e manipulação desses materiais, e finaliza com a constituição das expressões matemáticas que servem para calcular a superfície esférica, o volume da esfera e o volume de um cone reto. Esses professores atuam na Educação Escolar Indígena do distrito de Coroa Vermelha, localizado no município de Santa Cruz Cabrália, no Sul do Estado da Bahia. A sequência didática foi aplicada em novembro de 2024, no Instituto Federal da Bahia em seu campus no município de Porto Seguro.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois é "lida e dá atenção às pessoas e suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas" (D'Ambrosio, 2019, p. 21). Ademais, este artigo está dividido da seguinte maneira: a seção 2 apresenta um breve marco teórico que envolve a formação de professores indígenas de Matemática no contexto da Educação Intercultural, sob a perspectiva da Etnomatemática e com apoio da História da Matemática; a seção 3 traz os procedimentos metodológicos; a seção 4 contempla o desenvolvimento da sequência didática entrelaçada às percepções dos participantes, bem como algumas análises pontuais em meio ao embasamento teórico. E, por fim, são apresentadas as considerações finais acerca dos resultados e da possibilidade de outras investigações que esse trabalho pode fomentar. Para efeito de identificação das falas dos participantes (P), elas foram enumeradas de P1 a P7, ao longo do texto, em conformidade com a manifestação de cada um dos professores indígenas de Matemática[1].

2 Marco teórico

Nesse trabalho, enquanto professor não indígena de Matemática, o pesquisador se depara com um contexto dinâmico e complexo, tensionado por conflitos e aproximações culturais, em meio ao ambiente da Educação Intercultural. De acordo com Candau (2020, p.36), a Educação Intercultural parte do princípio de que o conhecimento debatido, em qualquer nível escolar, pode e deve ser questionado, ele não é neutro e nem estático, "conceber a dinâmica escolar nesta perspectiva supõe repensar seus diferentes componentes e romper com a tendência homogeneizadora e padronizadora que impregna suas práticas". Para Delmondez e Pulino (2014), os espaços educacionais interculturais são propícios ao diálogo com outros costumes, outros modos de ler e interpretar o mundo, outras experiências e pensamentos, afinal, constante exercício desse diálogo "[...] é almejado como um fator estruturante para as práticas pedagógicas indígenas. Trata-se de pensar no papel daquele que realiza a mediação, ou seja, no papel do/a professor/a pela busca de valorização das diferenças culturais" (Delmondez & Pulino, 2014, p. 639).

Os ambientes de Educação Escolar Indígena são tensos (embate cultural) e desafiadores para o professor que não é indígena. Quando se trata do ensino e aprendizagem da Matemática, então, o desafio aumenta, pois o conhecimento matemático não indígena, segundo D'Ambrosio (2020), apresenta-se como algo de fora da comunidade, oriundo do colonizador. Ou seja, há de certa forma um abismo cultural entre o saber/fazer matemático da comunidade indígena em tela e o conhecimento matemático presente no currículo escolar das suas escolas indígenas. Nesse cenário, Rincón, Osório e Parra (2015) salientam que as perspectivas educacional e de pesquisa da Etnomatemática afloram para promoverem a valorização das práticas matemáticas das comunidades indígenas envolvidas, isto é, os modos peculiares de matematizar de cada etnia emergem e são protagonistas no diálogo intercultural com o conhecimento matemático do não indígena. No escopo da Etnomatemática, metodologias de ensino ou de pesquisa não são delimitadas, há diálogos entre teorias e práticas.

Corroborando o debate, segundo Mattos e Mattos (2019), cabe ao professor indígena de Matemática construir pontes culturais para superar esse abismo, ou seja, "convém aos professores indígenas, em suas práticas docentes, mostrarem a importância dos saberes e fazeres tradicionais da etnia, garantindo, assim, a apresentação dos conteúdos matemáticos escolares contextualizados e trabalhando-os interdisciplinarmente" (Mattos & Mattos, 2019, p. 10). Assim, a *práxis* do professor indígena de Matemática precisa ocorrer em ambientes educacionais que propiciem o diálogo e a valorização cultural, considerem e busquem contextualizar os variados saberes e fazeres etnomatemáticos dos envolvidos, com o conhecimento matemático presente no currículo escolar da Educação Escolar Indígena. Para tanto, conforme (D'Ambrosio, 2020), é necessário que o professor indígena de Matemática faça reconhecer que o saber matemático da tradição, o saber/fazer matemático, emerja do contexto indígena para ser articulado com protagonismo ao conhecimento matemático escolar.

Santos (2018) salienta que a Etnomatemática atua para instituir outras verdades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito das escolas indígenas. Verdades dos saberes tradicionais encontrando-se ou se contrapondo ao conhecimento escolar. Verdades que afloram do pensamento etnomatemático dos povos indígenas, com destaque para os professores indígenas de Matemática. Verdades de subversão ao currículo escolar não indígena,

[1] As respostas obtidas foram transcritas de modo literal, sem passar por critérios de correção gramatical, no intuito de garantir a análise fidedigna dos fenômenos investigados nesta pesquisa.

perante a consideração de calendários que seguem a dinâmica cultural da comunidade, bem como verdades produzidas pela diversidade e liberdade de estratégias pedagógicas, ambientadas e contextualizadas, ao saber/fazer matemático do cotidiano indígena.

Desse modo, a atuação de professores indígenas de Matemática, perante os preceitos da Etnomatemática, possibilita que o saber/fazer matemático dos estudantes indígenas seja aprofundado em meio à comunhão do conhecimento matemático não indígena com suas tradições, histórias, mitos, lendas, crenças, rituais, relações interpessoais, maneiras distintas de interagir tanto com o meio em que vivem quanto com outros indivíduos indígenas ou não. Pois, no contexto da Educação Escolar Indígena, para além do olhar ao entorno, faz-se

> necessário olhar a si mesmo, os seres humanos, os saberes e os fazeres, pois somos parte desse entorno, desse ambiente. É assim que os indígenas pensam e eles nos ajudaram a entender o quanto somos parte destas multiespécies que dialogamos com a natureza, com os seres das águas, do ar, da floresta (Mattos, 2025, p. 7).

O cenário da Educação Escolar Indígena é propício para o desenvolvimento de processos de investigações sobre si próprio, ou seja, pesquisar a própria prática, ou de outros professores indígenas da mesma ou de outras etnias. Ou ainda promover o entrelaçamento entre os elementos culturais e o conhecimento escolar com o auxílio de professores não indígenas. Nesse escopo, reconhece-se "que a Etnomatemática pode dar base teórica para que os professores possam pensar, refletir, planejar e desenvolver práticas pedagógicas que marquem o lugar dos saberes tradicionais na educação escolar" (Oliveira, 2018, p. 179).

Segundo Polegatti *et al.* (2024), no âmbito da Educação Escolar Indígena, e em consonância com os princípios da Etnomatemática, a epistemologia do professor indígena de Matemática tem o propósito de envolver com protagonismo o saber/fazer matemático próprio na sua relação com o saber matemático do não indígena. Da convivência com os participantes, compreende-se que a relação, entre o professor indígena de Matemática e o estudante indígena, desenvolve-se para além do pedagógico, assume grau de parentesco, o professor indígena ganha visibilidade, torna-se representativo perante seus estudantes indígenas. Nas falas dos participantes "*o professor é na verdade um estudante contínuo, na comunidade ele é o professor para todos os momentos e quando sai da comunidade ele tem a responsabilidade de representar todo o seu povo, de levar e trazer informações*" (P3) e "*os professores são os próprios parentes, e os estudantes são os sobrinhos, filhos, primos, primas, pai, mãe, e parente por ser indígena, só quem é indígena vai entender, ser parente sem ser da família*" (P5). Nesse contexto, concorda-se que "quando nos vermos como parentes humanos, conseguiremos negociar, trocar e dividir o ambiente com os outros seres humanos ou não de maneira harmônica" (Mattos, 2025, p. 8).

De acordo com Zabala (1998, p. 18), a sequência didática é definida como "Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos". Cada atividade de uma sequência didática constitui-se em um processo dinâmico que envolve estudantes e professores com a finalidade de promover o ensino, a aprendizagem e a avaliação escolar, em uma tríade coesa que "possui, por exemplo, uma exposição dialogada, um trabalho prático, uma observação, um estudo, um debate, uma leitura, uma pesquisa bibliográfica, uma tomada de notas, uma ação motivadora, uma aplicação" (Costa & Gonçalves, 2022, p. 366). Para Zabala (1998, p. 20),

> O papel dos professores e dos alunos e, em resumo, das relações que se produzem na

> aula entre professor e alunos ou alunos e alunos, afeta o grau de comunicação e os vínculos afetivos que se estabelecem e que dão lugar a um determinado clima de convivência.

Assim, em meio à sequência didática proposta, compreende-se que o professor indígena de Matemática é quem, naturalmente, exalta os elos culturais nas suas *práxis*, por intermédio dos entrelaçamentos entre o saber/fazer matemático do seu povo, com o conhecimento matemático presente no currículo da Educação Escolar Indígena, afinal "é o professor indígena de Matemática que dá voz aos saberes tradicionais matemáticos, ou melhor, a voz dele em conjunção com seus estudantes indígenas, familiares, anciões, dentre outros" (Polegatti *et al*., 2024, p. 8). Nesse trabalho, salienta-se que é papel dos professores indígenas de Matemática serem pesquisadores etnomatemáticos autônomos e conectados com suas realidades culturais, que os docentes indígenas de Matemática sejam voz e exerçam o protagonismo de atuar construindo pontes e fortalecendo elos já existentes, entre o conhecimento matemático curricular e o saber/fazer matemático de seu povo.

Logo, no desenvolvimento dessa sequência didática, por um lado, não cabe ditar aos participantes como *os objetos geométricos* (esfera, cone reto e cilindro reto) e *a balança de Arquimedes* podem emergir da cultura deles, deve-se, sim, desenvolver um processo de ensino e aprendizagem, não para eles, mas com eles, pautado na valorização cultural desses professores indígenas, nos exemplos ventilados por eles em meio à dinâmica da sequência didática. Por outro lado, o pesquisador exerce a função de interlocutor do saber matemático do currículo escolar (acadêmico técnico), com o desafio de trazer o conhecimento do colonizador, sem transparecer, por meio, por exemplo, da utilização de recursos didáticos, e, indo além, com a ação de se colocar no lugar do professor indígena, sem, no entanto, ocupar o espaço que é dele por natureza.

Trazer elementos da História da Matemática para o debate escolar mostra que o saber/fazer matemático de cada sociedade humana é o elo, muitas vezes oculto no currículo escolar, entre o conhecimento matemático da escola e os modos das pessoas de matematizar no cotidiano. Compreende-se que elementos socioculturais que surgem em investigações, perante a História da Matemática, são importantes para a compreensão de que o conhecimento matemático é uma construção humana coletiva, um bem imaterial e cultural da humanidade, fundamental para o nosso desenvolvimento enquanto sociedade, e, por isso, deve estar ao alcance de todos. Utilizar a História da Matemática é um procedimento educacional que humaniza a Matemática. "Professores que têm uma perspectiva histórica da evolução da matemática, como processo de construção humana, são capazes de utilizar a experiência e a realidade cultural dos seus alunos para escolher problemas motivadores e contextuais" (D'Ambrosio, 2007, p. 401).

Assim, ao trazer a História da Matemática para o desenvolvimento das aulas de Matemática, busca-se mostrar aos professores indígenas que o conhecimento matemático, presente no currículo escolar, não surgiu de maneira repentina, mas sim, foi e continua sendo construído pelos seres humanos, em forma de representações culturais que eclodem da arte do saber/fazer matemático de cada comunidade humana socialmente identificada. O ambiente educacional propiciado pela Educação Escolar Indígena, aliado à perspectiva pedagógica da Etnomatemática, e em parceria com uma *práxis* que envolve recursos da História da Matemática, corresponde a base teórica para a constituição, execução e análises da sequência didática proposta.

3 Caminhos metodológicos

Este trabalho desenvolve-se no contexto da Educação Escolar Indígena, sob a perspectiva da Etnomatemática, em consonância com recursos advindos da História da Matemática, em meio à elaboração e aplicação de uma sequência didática. O objetivo desta investigação foi analisar as percepções de sete professores indígenas de Matemática, da etnia Pataxó, sobre o processo de produção, observação e manipulação da *balança de Arquimedes*, com a finalidade de constituição das expressões matemáticas do cálculo da superfície esférica, e dos volumes do cone reto e da esfera, a partir do cilindro reto. A oportunidade de pesquisa vem da procura, por parte da gestão da Escola Estadual Indígena de Coroa Vermelha, localizada no município de Santa Cruz Cabrália no Estado da Bahia, para dialogar com os professores indígenas participantes, sobre o ensino de conteúdos de Matemática, com foco na Geometria. Esta pesquisa possui natureza qualitativa, tipo de estudo caracterizado, segundo Gonzáles Rey (2010, p. 81) como um

> processo permanente, dentro do qual se definem e se redefinem constantemente todas as decisões e opções metodológicas no decorrer do próprio processo de pesquisa, [...] envolve a imersão do pesquisador no campo de pesquisa, considerando este como o cenário social em que tem lugar o fenômeno estudado em todo o conjunto de elementos que o constitui, e que, por sua vez, está constituído por ele (Gonzáles Rey, 2010, p. 81).

O pesquisador não age com neutralidade, pois não há como se desvencilhar de sua lente epistemológica que é afetada por suas leituras, vivências, crenças, reflexões, dentre outras. A trajetória dessa investigação não é linear, seu planejamento foi revisto e readaptado em função das discussões e apontamentos dos participantes. Dessa forma, não houve como estabelecer regulamentos predeterminados para a pesquisa, já que não há um modelo geral ou um molde para esse tipo de investigação, afinal, "a própria natureza da pesquisa qualitativa não permite enquadrá-la em linhas mestras" (D'Ambrosio, 2019, p. 22). Nesse processo de investigação, tanto a Etnomatemática quanto a História da Matemática concedem o conhecimento matemático como uma produção humana que se desenvolve permeado pelo saber/fazer matemático presente em contextos culturais dos participantes.

Segundo Zabala (1998, p. 19)

> As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir. (Zabala, 1998, p. 19)

Nesse cenário, cabe destacar que, para Gonzáles Rey (2010), a pesquisa qualitativa busca considerar todos os sujeitos que estão envolvidos na investigação para o processo de constituição do cenário de pesquisa que "tem por objetivo apresentar a pesquisa para os possíveis sujeitos que dela vão participar, e sua função principal é envolver o sentido subjetivo dos que participam da pesquisa" (Gonzáles Rey, 2010, p. 83). O autor ressalta que a criação do cenário de pesquisa, parte inicial dessa sequência didática, perpassa pelas informações essenciais sobre o assunto em análise. Além disso, considera os participantes como protagonistas no seu desenvolvimento, e ainda salienta que é na constituição do cenário de pesquisa que "as pessoas tomarão a decisão de participar da pesquisa, e o pesquisador ganhará confiança e se familiarizará com os participantes e com o contexto em que vai desenvolver a pesquisa" (Gonzáles Rey, 2010, p. 83), em concordância com Lima e Lima (2024, p. 7) ao destacarem que

> A vivência de um cenário para investigação nas aulas de matemática contrapõe-se a um ensino que adota apenas listas de exercícios que, muitas vezes, visam tão somente a uma solução matemática baseada na memorização e no uso de fórmulas, sem que a investigação e as reflexões críticas sejam requisitos para a resolução. (Lima & Lima, 2024, p. 7)

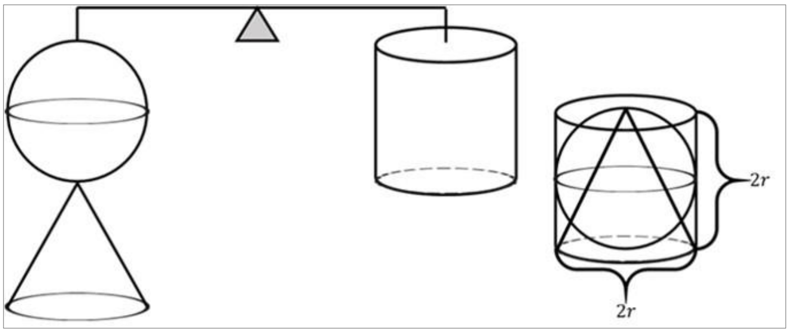
Assim, realizou-se dois encontros presenciais com os participantes. O primeiro, com duração de duas horas, foi dedicado à constituição do cenário de pesquisa que inicia pela leitura dos textos de Ávila (2009) e Roque (2015). Perpassou pelas discussões acerca de conceitos básicos da Física (força, alavanca interfixa, peso e massa específica), bem como pela definição de construção da *balança abstrata de Arquimedes* e dos *sólidos geométricos* (cilindro reto, cone reto e esfera). Esses elementos foram utilizados no segundo encontro, com duração de quatro horas, com o intuito de construir expressões matemáticas da superfície esférica e dos volumes de um cone reto e da esfera. Assim, "a função desses materiais é despertar o interesse, promover a criatividade e assegurar a argumentação" (Mattos & Mattos, 2022, p. 92).

Ao final do segundo encontro, foi solicitado que os participantes respondessem, por escrito, três questões abertas. 1) O que você achou da ideia de construção e de utilização da *balança de Arquimedes*? 2) A *balança de Arquimedes* e os *sólidos geométricos* foram confeccionados em madeira por um artesão indígena, isso faz deles elementos familiares aos indígenas? 3) Faça um comentário livre sobre as atividades realizadas.

4 Percepções dos participantes em meio ao desenvolvimento da sequência didática.

No primeiro encontro, com o intuito de criar o cenário de pesquisa, debateu-se com os professores indígenas os textos de Ávila (2009) e Roque (2015), que envolvem a *balança de Arquimedes*, cuja finalidade era obter informações históricas sobre o conhecimento matemático desenvolvido por esse recurso histórico. Sempre atentos a considerar que o papel da História da Matemática "para além da reprodução estéril de anedotas visando motivar o interesse dos estudantes, é possível reinventar o ambiente problemático no qual os conceitos foram criados" (Roque, 2015, p. 32). No texto de Ávila (2009), chamou a atenção dos participantes um esboço da *balança abstrata de Arquimedes* que representa o equilíbrio mecânico entre um cilindro reto, e uma esfera de raio igual ao do referido cilindro, aliada a um cone reto de altura igual ao dobro do raio da base do cilindro reto, ambos representados nos desenhos da Figura 1.

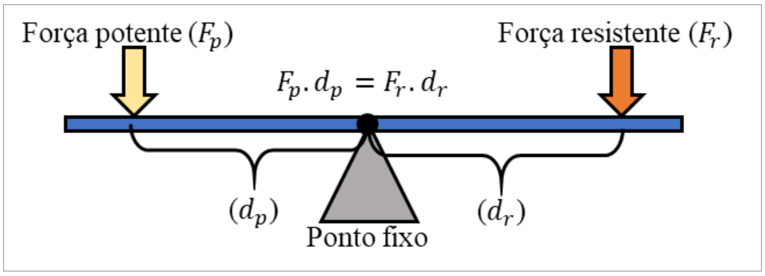
Figura 1: Desenho da *balança abstrata de Arquimedes*



Fonte: Adaptado de Ávila (2009, p. 5)

Para o desenvolvimento da sequência didática, faz-se necessário conhecimentos prévios dos conceitos físicos de força, alavanca interfixa, força peso e massa específica. No âmbito de uma sequência didática, "o ensino tem que ajudar a estabelecer tantos vínculos essenciais e nãoarbitrários entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios quanto permita a situação" (Zabala, 1998, p. 38) e, segundo Roque (2015, p. 198) "sabemos, hoje, que alguns dos resultados demonstrados geometricamente por Arquimedes eram obtidos de modo puramente mecânico", assim, a dinâmica de funcionamento da *balança abstrata* se enquadra no escopo da Mecânica. Trata-se de uma alavanca interfixa, na qual, há um ponto fixo central e duas ou mais forças que atuam em lados opostos (força potente x força resistente), cujo equilíbrio, como apresentado no desenho da Figura 2, é alcançado em função da distância d entre o ponto de ação de cada força, e o ponto fixo da alavanca.

Figura 2: Desenho do sistema de alavanca interfixa



Fonte: Arquivo digital dos autores

Quanto a isso, salientou-se aos participantes que as forças (potente x resistente) que agem na *balança de Arquimedes*, correspondem aos respectivos pesos P dos *sólidos geométricos* envolvidos. "A relação entre o peso e a massa de um corpo é dada pela equação $P = m.g$ em que m é a massa do corpo e g é o módulo da aceleração de queda livre" (Halliday; Resnick & Walker, 2018, p. 103). Nesse cenário, quanto maior ou menor for a diferença de massa entre os corpos, proporcionalmente, maior ou menor será a diferença da distância entre cada corpo e o ponto fixo. Com isso, pode-se calcular a relação entre as massas dos objetos na dinâmica de promover o equilíbrio na *balança*. Por exemplo, se os corpos se equilibram na alavanca intefixa (*balança de Arquimedes*), de forma equidistante ($d_p = d_r$) ao ponto fixo, significa que eles possuem a mesma massa. Portanto, partindo da equação de equilíbrio presente no desenho da Figura 2, e com a mesma aceleração g que atua nos *sólidos geométricos*, tem-se que

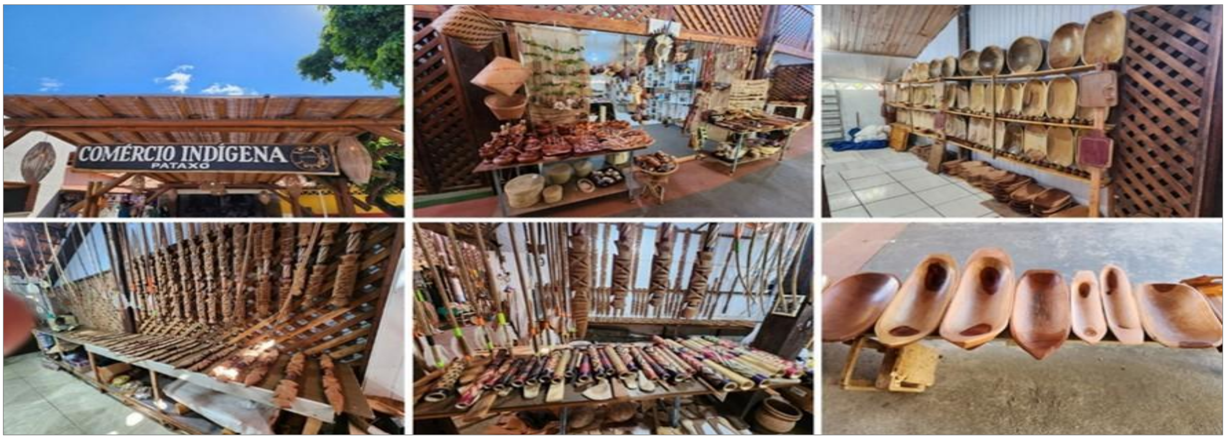
$$Pp.dp = Pr.dr \rightarrow m_p.g.d_p = m_r.g.d_r \rightarrow m_p = m_r$$

Considerando que "A história da matemática pode perfeitamente tirar do esconderijo os problemas que constituem o campo de experiência do matemático, ou seja, o lado concreto do seu fazer, a fim de que possamos entender melhor o sentido dos seus conceitos" (Roque, 2015, p. 33), resolveu-se reconstituir o recurso histórico da *balança abstrata de Arquimedes* para utilizá-lo como material didático da sequência didática.

Contudo, a sequência didática pretende promover a construção das expressões matemáticas da superfície esférica e dos volumes da esfera e do cone reto. Então, fez-se necessário trazer para a discussão o conceito físico de massa específica. Para tanto, os *sólidos geométricos* devem ser constituídos do mesmo material, e serem homogêneos, ou seja, "objetos cuja *massa específica* (massa por unidade de volume), representada pelo símbolo ρ (letra grega rô), é a mesma para todos os elementos infinitesimais do objeto e, portanto, para o objeto como um todo. Nesse caso, pode-se representar: $\rho = \frac{m}{V}$" (Halliday; Resnick & Walker, 2018, p. 215-216, grifo nosso). Assim, a partir da equação da massa específica em consonância com a relação das massas dos objetos em equilíbrio na *balança*, constituem-se as expressões matemáticas supracitadas com os participantes no segundo encontro.

Por sugestão dos professores indígenas, a *balança de Arquimedes* e os *sólidos geométricos* foram confecionados em madeira (cedro) por um artesão indígena Pataxó indicado por eles. Para os participantes, "*ao serem feitos de madeira traz a possibilidade de nós mesmos construirmos os materiais,e podemos produzir com nossos alunos indígenas*" (P1); "*a madeira é muito utilizada para confeccionar artefatos indígenas, faz parte da nossa cultura*" (P6); "*os povos indígenas utilizam muito a madeira como meio de sobrevivência, isto é, com moderação para não agredir o meio ambiente*" (P4); e "*as comunidades indígenas têm o costume de utilizar madeira ou argila, palhas, cipós, nos trabalhos artesanais que podem ser transformados em formas geométricas*" (P3). A Figura 3 traz a entrada do espaço destinado ao Comércio Indígena da etnia Pataxó, que fica localizado no distrito de Coroa Vermelha, bem como outras cinco imagens dentre os artefatos em madeira da loja do artesão indígena (gamelas, barcas, petisqueiras, canecas, farinheiras, flautas, apitos, remos, lanças, flechas, arcos, entre outros).

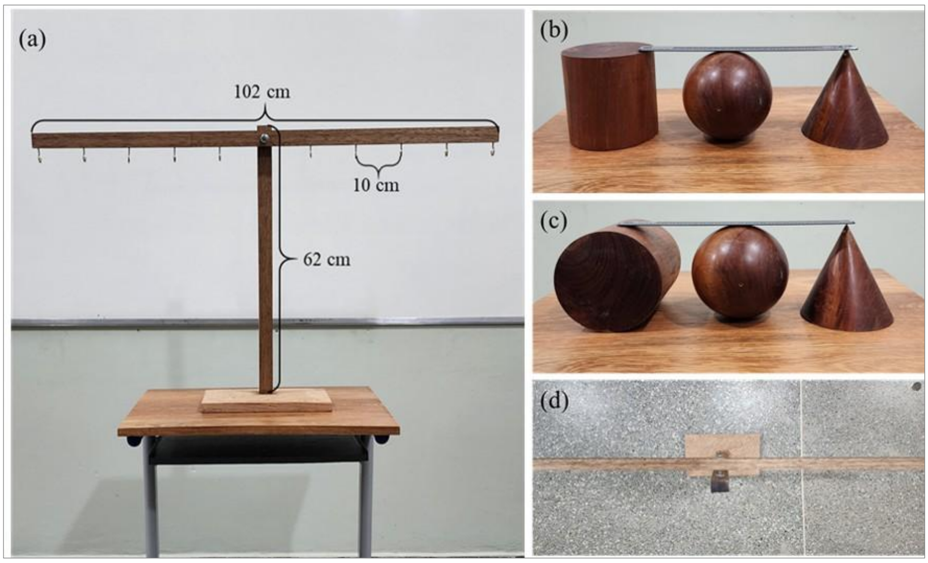
Figura 3: Artefatos em madeira na loja do artesão no Comércio Indígena da etnia Pataxó



Fonte: Arquivo digital dos autores

Para D'Ambrosio (2020, p. 28, grifos do autor) "o ser humano age em função de sua capacidade sensorial, que responde ao material [artefatos], e de sua imaginação, muitas vezes chamada criatividade, que responde ao abstrato [mentefatos]". Segundo os professores indígenas "*a madeira está próxima de nossa realiadade, é um material de fácil acesso, e os estudantes indígenas gostam de trabalhar com conhecimento da comunidade, os artefatos em madeira nos é familiar*" (P7); "*trabalhar com a madeira faz parte da nossa vivência e de nossos alunos indígenas, está relacionado com a natureza e é um material de baixo custo para nós"* (P4); e " *utilizar a madeira para confeccionar os sólidos e a balança nos parece familiar, para nós Pataxó a madeira faz parte da nossa cultura, poderia ser de cerâmica também os sólidos"* (P6). Assim, compreende-se que tanto a *balança* quanto os *sólidos*, ao serem elaborados em um material familiar para os professores indígenas, bem como por um artesão indígena, tranformam-se em artefatos/mentefatos para eles, pois há habilidade e criatividade do artesão nos processos de confecção de cada peça. Três dias depois, os objetos (artefatos/mentefatos) estavam prontos. A Figura 4 apresenta as imagens da *balança* e dos *sólidos* fotografadas na sala de aula durante o início do segundo encontro.

Figura 4: A *balança* em equlíbrio e os *sólidos* em madeira



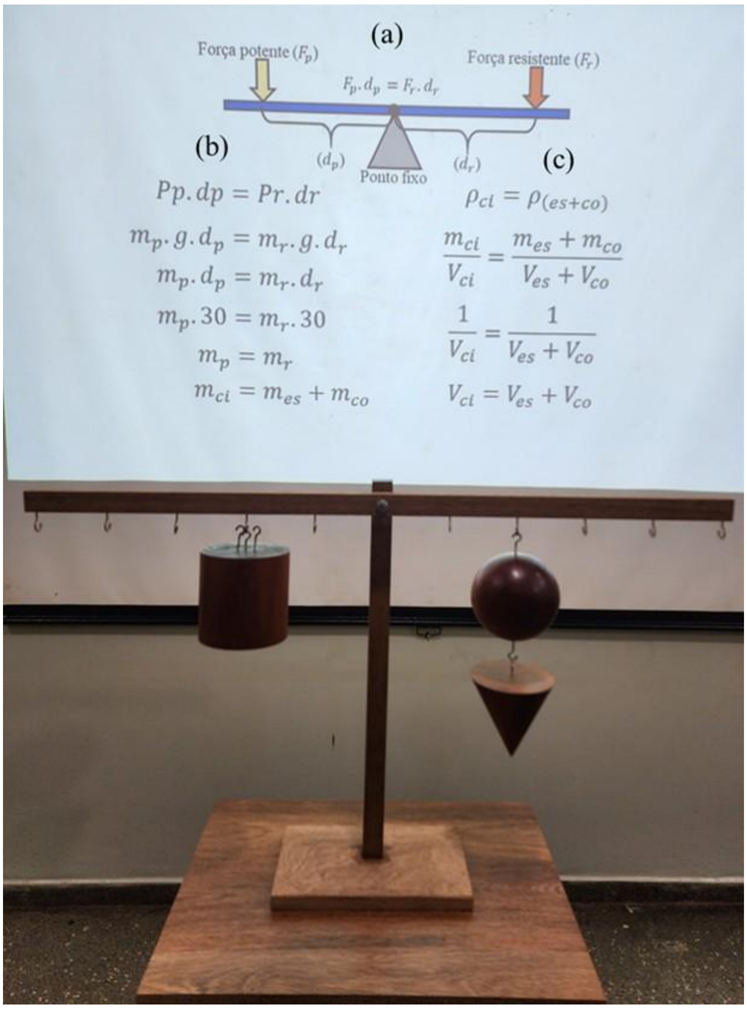
Fonte: Arquivo digital dos autores

As medidas dos raios dos *sólidos* das Figuras 4b e 4c têm 6,5 centímetros, o artesão indígena justificou que, primeiramente, ele confeccionou a esfera, por ser mais difícil de fazer, o raio ficou com essa medida que serviu de parâmetro para os demais raios do cilindro reto e do cone reto. Nas Figuras 4b e 4c colocou-se uma régua que ilustra os *sólidos*, com a mesma altura, que equivale ao dobro do raio de suas bases, ou seja, 13 centímetros. Já para a medida da alavanca da *balança*, conforme Figura 4a, decidiu-se por ser 102 cm, sendo que, a cada 10 cm, foi fixado um gancho metálico, a partir do seu parafuso central, perfazendo cinco ganchos de cada lado. A altura da *balança* tem 62 cm. Salienta-se que o parafuso, conforme Figura 4d, permite o livre movimento da alavanca. Das relações desses artefatos/mentefatos, idealizados a partir de Arquimedes, conforme apontam Ávila (2009) e Roque (2015), emerge cada dinâmica de manipulação algébrica para a construção das expressões matemáticas em estudo, no transcorrer das discussões do segundo encontro.

Para D'Ambrosio (2007, p. 402), "o estudo da história da matemática surpreende muitos alunos ao perceberem como a geometria estabelece o alicerce do que conhecemos como álgebra hoje". As expressões matemáticas da superfície esférica e dos volumes do cone reto e da esfera, emergem dos parâmetros de medidas dos *sólidos geométricos*. O artefato/mentefato *balança de Arquimedes* promove o encontro de aspectos históricos oriundos do desenvolvimento da Geometria, com o conhecimento matemático sendo potencializado por meio do empreendimento da Álgebra, "a álgebra como processo geométrico e a importância da geometria na fundamentação matemática" (D'Ambrosio, 2007, p. 400).

As discussões envolvem a dinâmica da *balança* com os *sólidos,* em posição frontal aos professores indígenas, em consonância com projeções, ao fundo da *balança* com os *sólidos geométricos*, no formato *slide* por *slide*, ou seja, a imagem de cada projeção é constituída passo a passo, sendo que, a cada novo *slide*, há diálogos intercalados com os professores indígenas. Dessa forma, ao final de cada discussão, a projeção traz o resultado do processo algébrico, que foi transposto equação por equação, a partir do que os professores indígenas contemplam, discutem e manuseiam para o equilíbrio dos *sólidos* na *balança*. Foram os participantes que solicitaram as projeções e que o arquivo fosse disponibilizado para eles. Assim, após as discussões iniciais, alocaram os *sólidos* na *balança* como indicado por Ávila (2009). Nesse caso, os professores indígenas escolheram o segundo gancho de cada lado como traz a Figura 5.

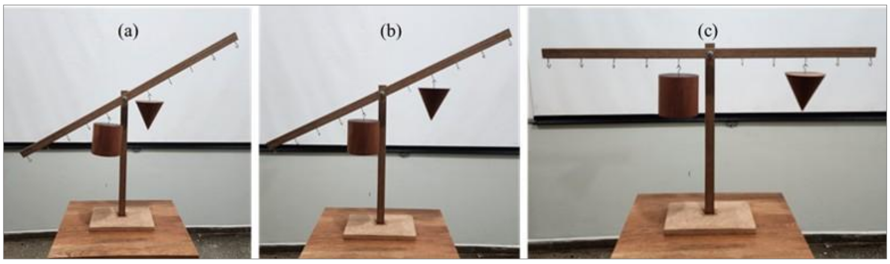
Figura 5: O equlíbrio entre o cilindro e a união do cone com a esfera.



Fonte: Arquivo digital dos autores

Ao colocar o cilindro no segundo gancho do lado esquerdo, ou seja, a 20 centímetros do ponto fixo da alavanca da *balança*, e a esfera com o cone reto, no segundo gancho do lado direito, houve um pequeno desequilíbrio da alavanca, pois o conjunto da esfera com o cone reto tem dois ganchos metálicos a mais em relação ao cilindro reto. Assim, para equilibrar a situação, colocou-se dois ganchos a mais fixados no cilindro, como mostra a imagem da Figura 5. Então, projetou-se passo a passo (slide por slide) em diálogos com os professores indígenas nos intervalos de cada slide: a) o desenho da balança interfixa (debatida no primeiro encontro, conforme a Figura; 2) comparações com a *balança de Arquimedes* atuando em equilíbrio com os *sólidos*; b) a equação de equilíbrio de forças (resistente x potente) em função das distâncias que separam essas forças do ponto fixo da *balança*, intercalando diálogos com os professores indígenas, *slide* por *slide*, isto é, equação por equação, até à conclusão de que a massa do cilindro reto corresponde à massa do conjunto esfera e cone reto ($m_{ci} = m_{es} + m_{co}$); c) tendo como premissa o fato de que a massa específica dos *três sólidos* é a mesma por serem corpos homogêneos e feitos do mesmo material (cedro), na dinâmica, *slide* por *slide*, apresentou-se equação por equação, com discussões entre cada nova projeção. Então, concluiu-se que o volume do cilindro reto é igual à soma do volume da esfera com o volume do cone reto ($V_{ci} = V_{es} + V_{co}$). Na conjuntura, considera-se a união entre a esfera e o cone reto como um corpo só e homogêneo. Em seguida, conforme a Figura 6, promoveu-se em comunhão com os participantes, o equilíbrio entre o cilindro reto e o cone reto.

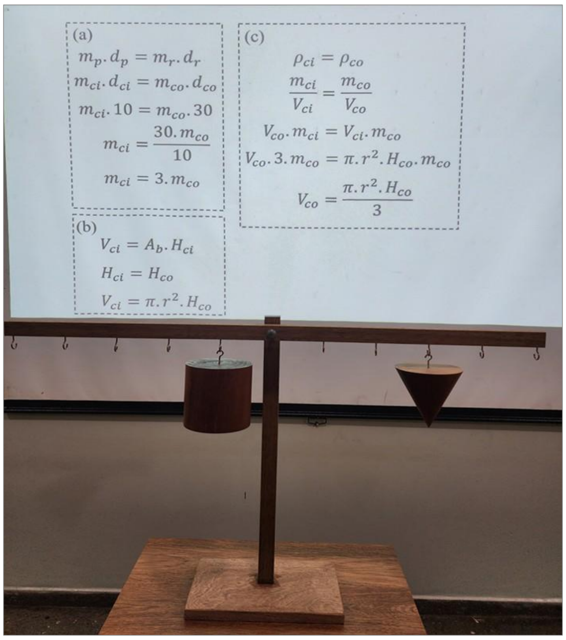
Figura 6: A dinâmica de manipulação entre o cilindro reto e o cone reto na *balança*



Fonte: Arquivo digital dos autores

Na atividade, os professores indígenas foram indicando a posição de cada sólido: "*coloca o cilindro no primeiro gancho e o cone também no primeiro gancho"* (P3), conforme Figura 6a; "*não, dá pra ver que o cone é menor que o cilindro então não vão estar em equilíbrio colocando no mesmo gancho"* (P5); "*isso mesmo nós acabamos de ver que estaria em equilíbrio no mesmo gancho junto com a esfera e agora ele está sozinho*" (P3); "*deixa o cilindro no primeiro gancho e coloca o cone no segundo gancho"* (P2), Figura 6b; "*ainda assim não tem o equilíbrio, vai ter que colocar o cilindro mais longe ainda*" (P2); " *vamos colocar o cone no terceiro gancho*", Figura 6c; "*deu certo, conseguimos equilibrar, foi fácil*" (P1). Assim, o equilíbrio foi alcançado com o cilindro reto alocado no primeiro gancho do lado esquerdo da alavanca da *balança*, ou seja, a 10 centímetros do seu ponto fixo, e o cone reto posicionado a 30 centímetros do ponto fixo, no terceiro gancho do lado direito da alavanca da *balança*. A Figura 7 traz a dinâmica de construção da expressão matemática de cálculo do volume do cone reto, oriunda do equilíbrio com o cilindro reto.

Figura 7: O volume do cone reto a partir do volume do cilindro reto.



Fonte: Arquivo digital dos autores

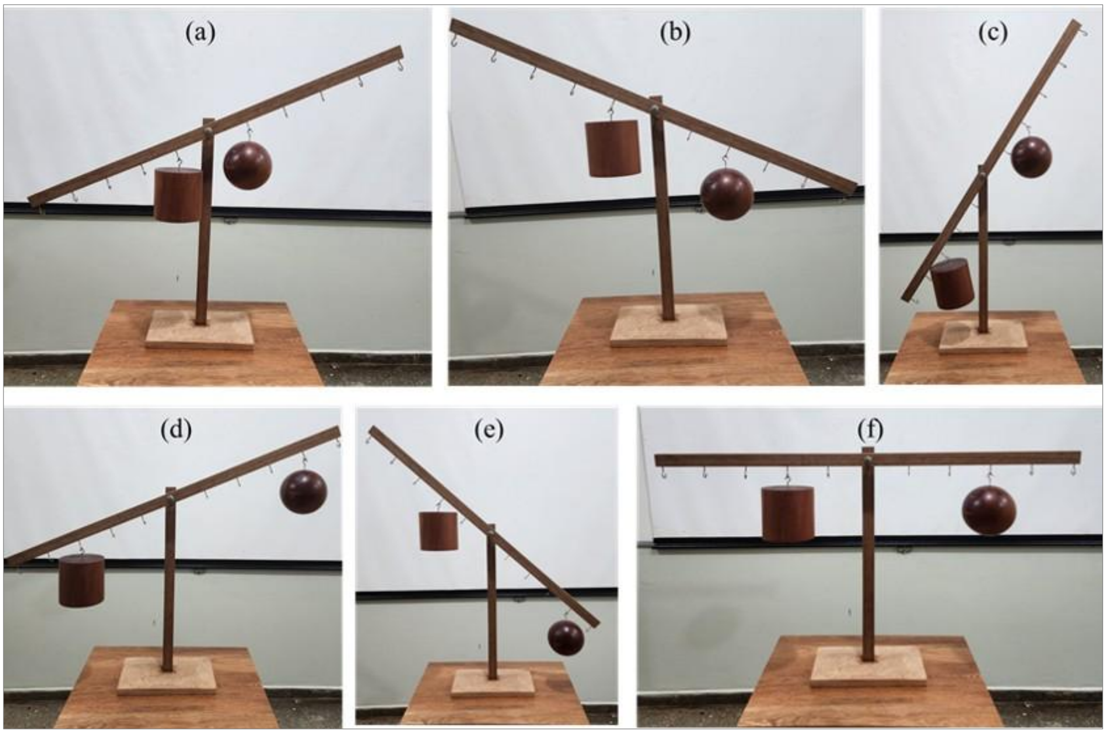
Então, projetou-se *slide* por *slide*, em meio às discussões com os professores indígenas nos intervalos de cada *slide*: a) partiu-se da equação de equilíbrio de forças em função das suas distâncias ao ponto fixo, perpassando pelo conceito de força peso e substituindo as distâncias do cilindro ($d_{ci} = 10\ cm$) e do cone ($d_{co} = 30\ cm$), após efetuar as simplificações, concluiu-se que a massa do cilindro é o triplo da massa do cone, ($m_{ci} = 3.m_{co}$); b) equação a equação (slide por slide), destacou-se a expressão matemática do cálculo do volume de um cilindro reto

(V_{ci}) por meio do produto entre sua área da base (A_b) e sua altura (H_{ci}); c) considerando que a massa específica dos *sólidos* é a mesma, trabalhou-se, *slide* por *slide*, entrelaçando a equação final de (a) com a fórmula de (b), e finalizou-se a manipulação algébrica com a expressão matemática de cálculo do volume de um cone reto.

Percepções dos professores indígenas: "*realmente, eu nunca tinha pensado nisso, mas olhando bem, o cone e o cilindro são bem parecidos, faz sentido o volume do cone vir do cilindro*" (P3); "*dessa forma, eu consegui entender como posso calcular o volume do cone, e posso fazer com meus alunos*" (P7); "*ver na prática da balança com os objetos para o quadro, a matemática parte do concreto para o abstrato, entendi que a fórmula ajuda no cálculo, agora sei de onde veio*" (P5); "*me despertou a possibilidade de trabalhar com materiais de madeira ou outros com meus alunos*" (P2).

No segundo momento, buscou-se, inicialmente, o equilíbrio entre o cilindro reto e a esfera, conforme Figura 8.

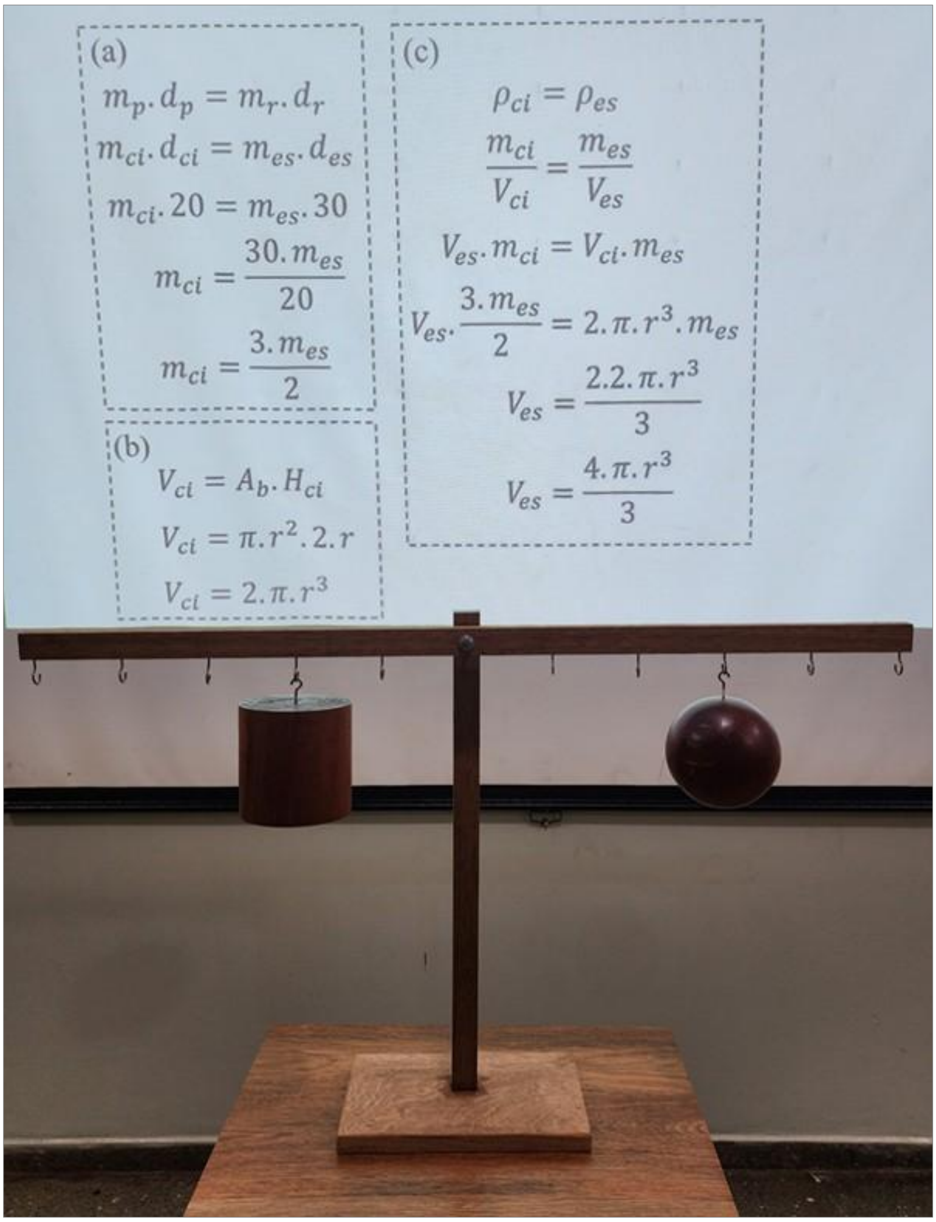
Figura 8: A dinâmica de manipulação entre o cilindro reto e a esfera na *balança*



Fonte: Arquivo digital dos autores

Os participantes foram manipulando a posição de cada sólido "*coloca os dois no primeiro gancho*", conforme Figura 8a, "*realmente né, não deu, a esfera é menor que o cilindro, coloca a esfera no segundo gancho*" (P2), Figura 8b; "*vai ter que mexer com o cilindro, coloca ele no segundo gancho, não coloca no terceiro, se colocar no segundo fica igual que colocar os dois no primeiro*" (P4), Figura 8c; "*agora mexe na esfera, coloca ela no quarto gancho*" (P3), Figura 8d; "*nossa, ainda não equilibrou, tenta voltando o cilindro para o segundo gancho*" (P3), Figura 8e; "*acho que não vai equilibrar, a esfera é redonda e o cilindro parece muito diferente dela*" (P5); "*volta a esfera para o terceiro gancho e deixa o cilindro no segundo*" (P6), Figura 8f; "*finalmente, não é que equilibrou*" (P2); "*eu pensava que não tinha como equilibrar, eles são muito diferentes, o cone é parecido com o cilindro, tem o mesmo círculo, a esfera é mais redonda, é diferente do cilindro*" (P1). Após as discussões, iniciou-se a construção da expressão matemática do volume da esfera, conforme a projeção presente na Figura 9.

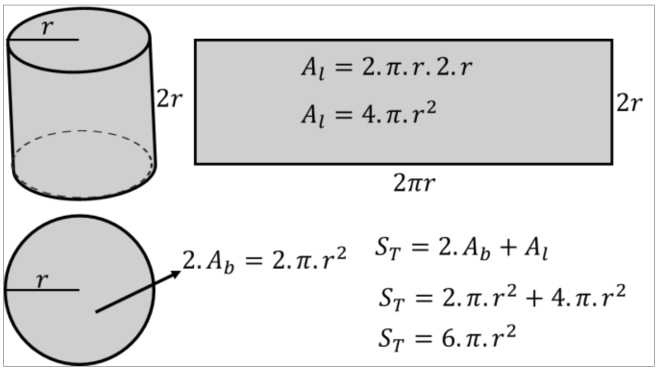
Figura 9: A construção da expressão matemática do volume da esfera a partir do cilindro reto



Fonte: Arquivo digital dos autores

Então, projetou-se *slide* por *slide*, com as discussões intercaladas com os participantes a cada slide: a) a partir da equação de equilíbrio de forças em função das suas distâncias ao ponto fixo, prosseguiu-se pelo conceito de força peso, substituindo as distâncias do cilindro ($d_{ci} = 20\ cm$) e da esfera ($d_{es} = 30\ cm$), após as simplificações, concluiu-se que a massa do cilindro corresponde a $\frac{3}{2}$ da massa da esfera ($m_{ci} = \frac{3.m_{es}}{2}$); b) *slide* por *slide*, destacou-se a expressão matemática do cálculo do volume de um cilindro reto (V_{ci}) , por meio do produto da sua área da base (A_b) por sua altura (H_{ci}), porém, considera-se nesse processo que a altura desse cilindro reto corresponde ao dobro do seu raio da base ($V_{ci} = 2.\pi.r^3$); c) sabendo que a massa específica dos *sólidos* é a mesma, *slide* por *slide*, entrelaçou-se a equação final de (a) com a fórmula de (b), então, finalizou-se a manipulação algébrica que constitui a expressão matemática do volume da esfera $\left(V_{es} = \frac{4.\pi.r^3}{3}\right)$. Logo após, promoveu-se a construção da expressão matemática do cálculo da superfície total desse cilindro reto, conforme a Figura 10.

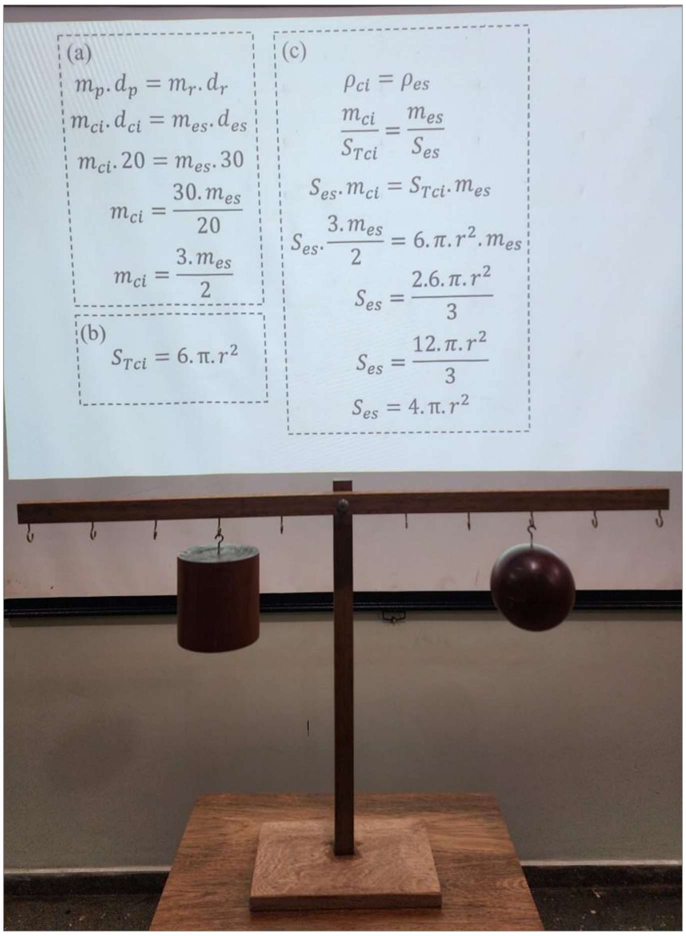
Figura 10: A expressão matemática da superfície total do cilindro equilátero reto



Fonte: Arquivo digital dos autores

Como se verifica, a área total desse cilindro reto corresponde à soma da sua área lateral A_l, composta por um retângulo de comprimento $2\pi r$ e altura $2r$ ($A_l = 4.\pi.r^2$), com a soma das suas duas áreas circulares ($2.\pi.r^2$), o que resulta na expressão matemática que serve para o cálculo da superfície total de um cilindro equilátero reto ($S_T = 6.\pi.r^2$). Então, após essa apresentação, deu-se início à constituição da expressão matemática da superfície esférica, com a projeção, *slide* por *slide*, presente na Figura 11.

Figura 11: A construção da expressão matemática da superfície esférica a partir do cilindro reto



Fonte: Arquivo digital dos autores

Assim, projetou-se *slide* por *slide*, com discussões intercaladas junto aos participantes a cada *slide*: a) a partir da equação de equilíbrio de forças, em função das suas distâncias ao ponto fixo, prosseguiu-se pelo conceito de força peso e foram substituídas as distâncias do cilindro ($d_{ci} = 20\ cm$) e da esfera ($d_{es} = 30\ cm$), após as simplificações, concluiu-se que a massa do cilindro corresponde a $\frac{3}{2}$ da massa da esfera ($m_{ci} = \frac{3.m_{es}}{2}$); b) *slide* por *slide*, destacou-se a expressão matemática da superfície total do cilindro equilátero reto ($S_{Tci} = 6.\pi.r^2$), conforme debatido anteriormente; c) sabendo que a massa específica dos *sólidos* é a mesma, *slide* por *slide*, entrelaçou-se a equação final de (a) com a expressão matemática de (b), finalizou-se a manipulação algébrica que constitui a expressão matemática da superfície esférica ($S_{es} = 4.\pi.r^2$).

Segundo as percepções dos participantes, "*a ideia da balança com os sólidos em madeira tirou do abstrato, esse diferencial fez eu entender o assunto de forma mais simples*" (P5); "*nunca tinha imaginado que essa fórmula tinha alguma origem, eu utilizo na aula de geometria, mas eu pegava do livro e passava para os meus alunos, agora posso explicar melhor pra eles*" (P7); "*gostei bastante, vendo os objetos, pegando, mexendo com eles na balança, tirou do abstrato e depois mostrou de onde veio esse abstrato*, *e o valor de π continua sendo 3,14?"* (P3). Nesse caso, dialogou-se com os professores indígenas que π é um número irracional, e que, no âmbito da Educação Escolar Indígena, ele pode assumir o valor aproximado 3,14.

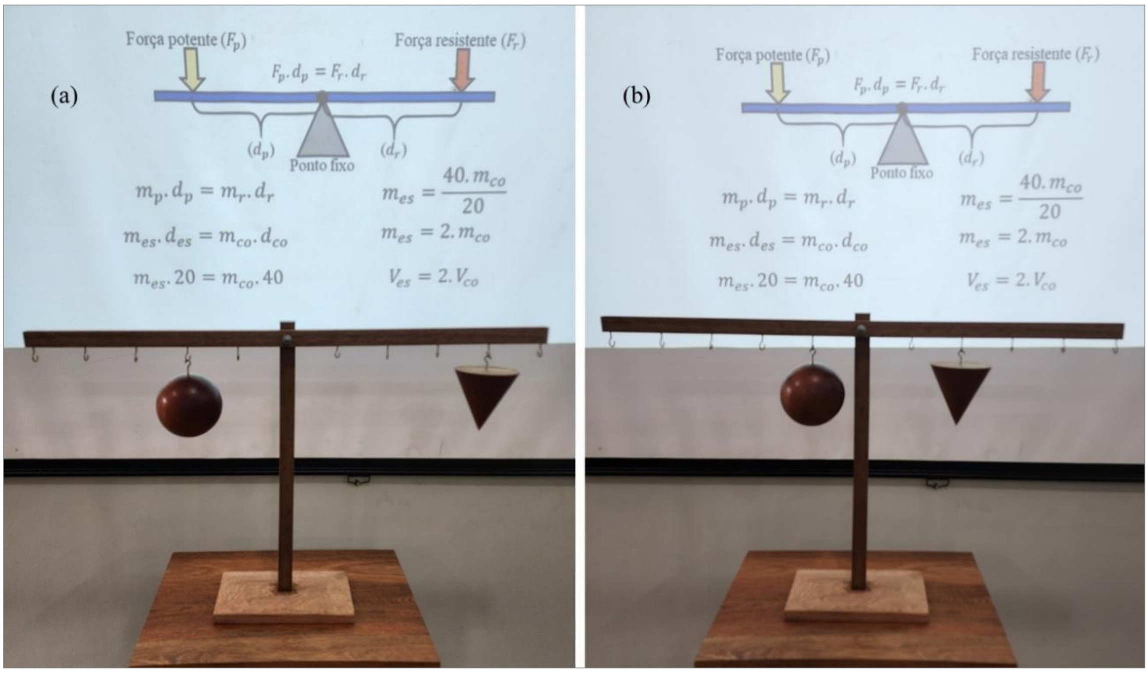
5 Considerações finais

Nesta pesquisa, teve-se o objetivo de analisar as percepções de sete professores indígenas de Matemática da etnia Pataxó que atuam na Educação Escolar Indígena, no âmbito do Ensino Médio, sobre o processo de produção, observação e manipulação do recurso histórico *balança de Arquimedes*, com a finalidade de constituição das expressões matemáticas para o cálculo da superfície esférica e dos volumes de um cone reto e da esfera, a partir do cilindro reto. A princípio, os participantes não estavam motivados, porém, no processo de constituição do cenário de pesquisa e, principalmente, com a ação da construção do recurso histórico *balança de Arquimedes*, em consonância com os três *sólidos geométricos*, os seus olhares mudaram indicando curiosidade e disposição para participarem da sequência didática. Segundo Roque (2015), os conteúdos matemáticos que ensinamos hoje têm um longo desenvolvimento histórico e cultural, envolvem a contribuição de vários povos e civilizações. "Podemos, então, analisar o momento no qual os conceitos foram criados e como os resultados, que hoje consideramos clássicos, foram demonstrados, contrabalançando a concepção tradicional que se tem da matemática como um saber operacional, técnico ou abstrato" (Roque, 2015, p. 33).

A interação dos professores indígenas com os objetos (*balança* e *sólidos*) começou de forma tímida, mas em pouco tempo os docentes estavam dialogando e manipulando outras possibilidades de promoção do equilíbrio. Tanto que, ao final, fizeram de forma espontânea, uma dinâmica não prevista na sequência didática, entre o cone reto e a esfera. "*Será que tem o equilíbrio do cone com a esfera?*" (P2); "*coloca a esfera no segundo gancho e o cone no primeiro do outro lado*" (P4); "*não deu certo, a esfera é mais pesada, coloca o cone no terceiro gancho*" (P1); "*ainda está pendendo pra esfera, mas é menos, coloca o cone no quarto gancho*" (P3); "*deu certo, equilibrou"* (P3), conforme Figura 12a; "*então, se colocar a esfera no primeiro e o cone no segundo também deve equilibrar*" (P7), como se verifica na Figura 12b.

E, assim, alcançou-se o equilíbrio, pois como já visto a massa desse cilindro reto corresponde ao triplo da massa desse cone reto e a $\frac{3}{2}$ da massa da esfera. Então, retomou-se o conceito de alavanca interfixa, manipulou-se algebricamente, conforme projeção da Figura 12, concluiu-se que para esses *sólidos* a massa da esfera equivale ao dobro da massa do cone reto.

Figura 12: O equilíbrio da esfera com o cone reto



Fonte: Arquivo digital dos autores

Quanto a isso, salientou-se aos participantes que a esfera, o cone reto e o cilindro reto obedecem às condições impostas por Arquimedes, ou seja, ambos têm raio da base igual ao raio da esfera e altura igual ao dobro do raio da base. Os professores indígenas relataram a experiência de confecção, observação e manipulação dos *sólidos* em tela, por meio da *balança* de Arquimedes, segundo suas percepções: "*foi uma atividade bem interessante, a balança e os sólidos em madeira me fizeram pensar outras possibilidades de trabalhar com meus alunos, praticidade aliada à matemática do não indígena*" (P4); "*desse jeito foi até divertido estudar Matemática, a aula passou rápido e eu consegui entender*" (P7); "*conseguimos unir teoria com prática, que é uma necessidade de nós professores indígenas, é muito difícil ensinar Matemática, mas assim ficou mais fácil, e um material que consigo na minha comunidade, ficaram bonitos os sólidos em madeira*" (P6); "*eu pretendo construir uma balança de Arquimedes e mais sólidos de madeira para eu utilizar nas minhas aulas de Geometria, acredito que como eu, meus alunos vão gostar*" (P1); "*eu não consigo fazer, mas conheço um artesão indígena que trabalha com madeira, não sei se terá o cedro, mas pode ser de outra madeira, como o professor disse, todos os sólidos tem que ser da mesma madeira, não precisa ser só o cedro*" (P5); "*para essa aula ser melhor precisava ser na prática lá na nossa aldeia, poderíamos fazer mais medições, nas roças, na pescaria, juntando os dois saberes matemáticos, o nosso com o do não indígena*" (P2); "*quando eu era criança, meu pai usava uma balança parecida com a de Arquimedes, ele usava para medir o peso de alimentos que comprava como, peixes, café, açúcar, porém essa aqui tem outra finalidade, mas em termos de comparação, os nossos antepassados já usavam essa ferramenta*" (P3).

Assim, tópicos de História da Matemática mostram-se promissores para o desenvolvimento de processos de ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática, em meio à Educação Escolar Indígena, e para além dela. O recurso histórico *balança de Arquimedes* pode ser utilizado no ensino de Geometria como suporte para as manipulações algébricas, pois o seu uso favorece a interação entre os estudantes e a possível construção de conhecimento matemático, na Educação Escolar Indígena, na Educação Básica não indígena e em processos de formação inicial ou continuada de professores de Matemática, indígenas ou não indígenas.

Referências

Ávila, G. (2009). Arquimedes, a esfera e o cilindro. *Revista do Professor de Matemática, 10*(SN), 1-8.

Bicho, J. S.; Auareke, W. A. & Miola, A. F. S. (2023). Interculturalidade e a formação em Matemática de professores indígenas: investigando elementos essenciais em projetos curriculares. *Revista Eletrônica de Educação Matemática, Dossiê Temático*(SN), 1-23. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2023.e91205

Candau, V. M. F. (2020). Didática, Interculturalidade e Formação de professores: desafios atuais. *Revista Cocar, Dossiê Temático*(8), 28-44.

D'Ambrosio, B. S. (2007). Reflexões sobre a História da Matemática na formação de professores. *Revista Brasileira de História da Matemática, Especial*(1), 399-406. https://doi.org/10.47976/RBHM2007vn32

D'Ambrosio, U. (2016). *Educação para uma sociedade em transição* (3. ed.). São Paulo, SP: LF.

D'Ambrosio, U. (2019). Prefácio. In: M. C. Borba & J. L. Araújo (Eds.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (pp. 11-22). Belo Horizonte, MG: Autêntica.

D'Ambrosio, U. (2020). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.* Belo Horizonte, MG: Autêntica.

Delmondez, P. & Pulino, L. H. C. Z. (2014). Sobre identidade e diferença no contexto da educação escolar indígena. *Psicologia & Sociedade, 26*(3), 632-641. https://doi.org/10.1590/S0102-71822014000300012

Franco, E. Y. M. & Álvarez, H. B. (2023). Herramienta analítica decolonial para el estudio de las políticas de educación indígena y matemática. *Estudios Políticos, 66*, 152-175. https://doi.org/10.17533/udea.espo.n66a07

Gonzáles Rey, F. (2010). *Pesquisa Qualitativa e Subjetividade: os processos de construção da informação.* São Paulo, SP: Cengage.

Halliday, D.; Resnick, R. & Walker, J. (2018). *Fundamentos da Física, volume 1: Mecânica.* Rio de Janeiro, RJ: LTC.

Lima, A. S. & Lima, I. M. S. (2024). Licenciaturas em Educação do Campo, Indígena e Quilombola: políticas públicas afirmativas que formam professoras(es) de Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 14*(4), 1-15. https://doi.org/10.37001/ripem.v14i4.4251

Mattos, S. M. N. & Mattos, J. R. L. (2019). Etnomatemática e prática docente indígena: a cultura como eixo integrador. *Hipátia, 4*(1), 102-115.

Mattos, S. M. N. & Mattos, J. R. L. (2022). A dimensão afetiva e a Etnomatemática: relação de sentido e caminhos possíveis. *Revista Diálogos e Perspectivas em Educação, 4*(2), 84-98.

Mattos, S. M. N. (2025). Que mundo estamos coconstruindo para o futuro? *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 15*(1), 1-13. https://doi.org/10.37001/ripem.v15i1.4451

Moyo, C. J. & Pardo, A. A. A. (2024). La Investigación Vinculada y los propósitos de la educación superior intercultural. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 54*(1), 139-164. https://doi.org/10.48102/rlee.2024.54.1.611

Oliveira, J. S. B. (2018). *Etnomatemática e práticas pedagógicas: saberes matemáticos escolares e tradicionais na educação escolar indígena Karipuna.* 2018. 197f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal do Pará. Belém, PA.

Oliveira, M. A. M. (2020). Knowledge Networks in the Training of Indigenous Mathematics Teacher. In: N. Rosa & C. C. Oliveira (Eds.). *Etnomathematics in Action: Mathematical Practices in Brazilian Indigenous, Urban and Afro Communities* (pp. 91-109). Cham, CH: Springer.

Oliveiras, M. L. & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(3), 339-372.

Polegatti, G. A. (2020). *Jornadas pelos Três Mundos da Matemática sob perspectiva do Programa Etnomatemática na Licenciatura Intercultural Indígena.* 2020. 360f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR.

Polegatti, G. A.; Savioli, A. M. P. D.; Mattos, J. R. L. & Mattos, S. M. N. (2024). A Proposição 1 de Arquimedes na formação de professores indígenas de Matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática, 13*(31), 1-25. https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.31.9259

Rincón, P. P.; Osório, C. T. & Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la Etnomatemática: tensiones y desafío. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(2), 137-150. https://doi.org/10.12802/relime.13.1820

Roque, T. (2015). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro, RJ: Zahar.

Santos, J. D. (2018). Etnomatemática e Povos Indígenas de Rondônia: processos de mecanismo de controle e contraconduta. *Perspectivas da Educação Matemática, 11*(25), 74-92.

Santos, J. B. P. & Lara, I. C. M. (2022). Articulações entre Etnomatemática & História da Matemática: condições de possibilidade a partir de ações pedagógicas. *Educação Matemática Pesquisa, 24*(2), 465-496. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i2p465-496

Silva, F. H. B.; Pereira, A. C. C. & Batista, A. N. S. (2022). Articulando alguns conhecimentos geométricos com os condicionantes manipulativos do báculo de Petrus Ramus em uma vivência universitária. *Revista de Educação Matemática, 19*(1), 1-23. https://doi.org/10.37001/remat25269062v19id746

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar.* Porto Alegre, RS: Artmed.

Zeballosf-Cuathin, A. (2024). Multiculturalidad y derechos indígenas en América Latina. *Revista Direito e Práxis, 15*(3), 1-22. https://doi.org/10.1590/2179-8966/2023/67502e