Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

Software GeoGebra no ensino e aprendizagem de Integrais definidas

Emília Maria José Guiraguira
Academia Militar Marechal Samora Machel
Nampula, Moçambique
arsheless@gmail.com
0009-0001-7404-4220

Cláudio Pinto Nunes
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
São Paulo, SP — Brasil
claudionunesba@hotmail.com
0000-0003-1514-6961

Sarifa Abdul Magide Fagilde
Universidade Pedagógica de Maputo
Maputo, Moçambique
samfagilde@hotmail.com
0000-0002-8886-8490

2238-0345 ISSN

10.37001/ripem.v16i1.4673 doi

Recebido • 19/07/2025
Aprovado • 14/04/2026
Publicado • 30/04/2026

Editoria • Edvonete Souza de Alencar
Veridiana Rezende

Resumo: Este estudo explora como o GeoGebra pode transformar o ensino de integrais definidas proporcionando novas abordagens metodológicas que favoreçam a sua aprendizagem. A pesquisa de natureza qualitativa foi realizada em uma Instituição de Ensino Superior na cidade de Nampula em Moçambique, onde participaram da pesquisa vinte e dois estudantes do 1º ano. Foram usados como instrumentos para a recolha de dados, atividades exploratório-investigativas e observações. Os resultados da pesquisa mostraram que o uso do software GeoGebra na resolução de integrais definidas, propiciou o rompimento da representação algébrica e conectou os estudantes as representações algébricas e gráficas. Com o estudo concluiu-se que o GeoGebra facilita a compreensão do conteúdo a partir da visualização, manipulação, bem como desperta no estudante a capacidade de conjecturar e tirar conclusões a partir daquilo que observa na tela do computador.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Educação Matemática. Integrais Definidas. Software GeoGebra.

GeoGebra software for teaching and learning Definite Integrals

Abstract: This study explores how GeoGebra can transform the teaching of defined integrals' providing new methodological view that facilitates its learning. The qualitative research was carried out at a Higher Education Institution in Nampula city - Mozambique, where twenty-two first-year students participated in the research. They were used as instruments for data collection, exploratory-investigative activities and observations. The research results showed that the use of GeoGebra software to solve defined integrals, led to the disruption of the algebraic representation and connected students to algebraic and graphical representations. The study concluded that GeoGebra facilitates the understanding of content through visualization and manipulation, as well as awakening in students the ability to guess and draw conclusions based on what they observe on the computer screen.

Keywords: Meaningful Learning. Mathematics Education. Definite Integrals. GeoGebra Software.

Software GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de integrales definidas

Resumen: Este estudio explora cómo GeoGebra puede transformar la enseñanza de las integrales definidas al brindar nuevos enfoques metodológicos que favorezcan su aprendizaje. La investigación cualitativa se llevó a cabo en una Institución de Educación Superior de la ciudad de Nampula en Mozambique, donde participaron veintidós estudiantes de 1er año. Se utilizaron atividades exploratorio-investigativas y observaciones como instrumentos para la recolección de datos. Los resultados de la investigación mostraron que el uso del software GeoGebra para resolver integrales definidas condujo a la ruptura de la representación algebraica y conectó a los estudiantes con las representaciones algebraicas y gráficas. El estudio concluyó que GeoGebra facilita la comprensión de contenidos através de la visualización y manipulación, además de despertar en el estudiante la capacidad de conjeturar y sacar conclusiones de lo que observa en la pantalla del ordenador.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo. Educación Matemática. Integrales Definidas. Software GeoGebra.

1 Introdução

A aprendizagem de integrais definidas, representa para os estudantes do primeiro ano da Instituição em que se realizou a pesquisa, o início de uma nova e difícil etapa no seu estudo, uma vez que apresentam dificuldades de compreensão do conceito, o que tem contribuído para o fraco desempenho na disciplina em que se leciona este conteúdo. Tal como referem Oliveira e Reis (2017) as dificuldades de compreensão tornam-se bastante visíveis, por este conteúdo apresentar um alto grau de abstração, originando um ensino menos acessível para muitos estudantes.

As dificuldades que os estudantes apresentam na aprendizagem de integrais definidas estão relacionadas à abordagem tradicional, a qual é centrada na memorização de fórmulas e na resolução mecânica de exercícios. Esta ideia é corroborada por Mateus (2019) ao referir que o ensino da Matemática em Moçambique segue o modelo tradicional em que o professor expõe o conteúdo de ensino, o estudante observa e em seguida, resolve os exercícios propostos pelo professor na tentativa de apreender o conteúdo apresentado. Esta metodologia criticada por sua fragmentação e descontextualização limita a compreensão conceitual dos estudantes que frequentemente não associam as técnicas algébricas às representações geométricas subjacentes.

De acordo com Fontes (2021), as metodologias tradicionais não são eficazes e não estimulam a aprendizagem dos estudantes uma vez que priorizam aulas expositivas seguidas de resolução e repetição de exercícios, com valorização na acumulação de informações e na reprodução de fórmulas e conceitos. Para além das metodologias tradicionais, Silvano, Silva, Procópio e David (2022) destacam que outro fator que tem a ver com as dificuldades de aprendizagem dos conceitos de CDI, é a falta de domínio de conteúdos básicos de Matemática por parte dos estudantes, que precisam ser observadas pelo professor, para que busque novas estratégias para superação e ressignificação dos conceitos.

Essa situação enquadra-se no que Ausubel (2003) denominou por aprendizagem mecânica em que segundo Moreira (2022) o estudante aprende os novos conhecimentos sem nenhum significado, podendo aplica-los para dar respostas corretas a curto prazo e esquecendo-os rapidamente. A busca por alternativas metodológicas que minimizem as dificuldades enfrentadas pelos estudantes e que tornem a aprendizagem de integrais definidas, significativa constituiu grande motivação para a realização do presente estudo. Desta forma, o estudo buscou responder ao seguinte problema de pesquisa: De que maneira a mediação pedagógica com o auxílio do GeoGebra pode favorecer a aprendizagem significativa de integrais definidas?

Este problema nos remete a repensar na prática docente, onde o professor precisa preparar a sua aula de forma diferente, procurando usar recursos tecnológicos, contextualizar os conteúdos bem como, valorizar o conhecimento prévio que o estudante possui, pois tal como refere Silva (2017) o professor de matemática precisa trabalhar a questão da introdução do ensino conceitual do CDI para que haja um entendimento correto do que é feito e porque é feito, sem se confundir com o ensino mecânico das demonstrações que comumente acontecem.

É nessa perspectiva que o estudo tem como finalidade analisar como a mediação pedagógica com o auxílio do GeoGebra pode favorecer a aprendizagem significativa de integrais definidas.

2 TICs no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo Integral

A integração das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no panorama educativo remonta desde os meados do século XX. Esse processo intensificou-se nas décadas de 1960 e 1970, período marcado por projetos experimentais pioneiros na introdução do uso do computador nas escolas e universidades (Cutrim *et al*., 2025).

Dentro desse contexto de integração tecnológica, a década de 1980 foi marcada por uma crescente preocupação entre muitos matemáticos com a qualidade de aprendizagem dos estudantes no Cálculo. De acordo com Richit (2010, p.28), esta preocupação conduziu ao "movimento da Reforma do Cálculo nos Estados Unidos, propondo a integração das TICs como uma maneira de tornar os conceitos mais significativos para um maior número de estudantes".

Após a proposta da Reforma do ensino de Cálculo, foram desenvolvidas pesquisas com vista a analisar o emprego do computador no ensino e aprendizagem dessa disciplina, sobre as quais nos debruçamos a seguir.

De acordo com Escarlate (2008), TALL realizou, em 1986 uma pesquisa sobre o conceito de integral na qual propôs o uso do computador para uma mais profunda compreensão do teorema fundamental do cálculo, utilizando, representações gráficas que são potencializadas pelo uso da máquina, tendo concluído que através da exploração do *software Graphic Calculus*, os estudantes tiveram oportunidade de desenvolver uma percepção significativa sobre algumas propriedades da integral definida, como é o caso do sinal negativo no resultado da integral quando a função está abaixo do eixo das abcissas.

Barufi (1999) destaca em sua pesquisa que a utilização do computador em sala de aula pode propiciar um ambiente de aprendizagem dinâmico uma vez que possibilita criar discussões e reflexões em torno do conhecimento matemático. Esta ideia é apoiada por Marin (2009), ao afirmar que as TICs têm constituído um recurso didático muito importante no ensino do Cálculo e sua utilização tem sido muito recomendada por pesquisadores da Educação matemática, pelo facto de permitir ao professor explorar diversos conceitos matemáticos e representações algébricas e geométricas de forma rápida e eficaz.

Contudo, importa referir que a inserção das TICs no ensino do Cálculo Integral não deve ser reduzida a um uso meramente instrumental, mas compreendida como uma reconfiguração da prática docente que redefine a mediação pedagógica. Essa reconfiguração implica mudança na postura do professor, em que não apenas ensina com base na tecnologia, mas também desenvolve situações-problema que desafiam o estudante a pensar de forma crítica e a interpretar os resultados gerados pela tecnologia.

Essa perspectiva converge com o pensamento de Villarreal (1999), para quem o computador é considerado como 'suplemento' quando é utilizado simplesmente para fazer contas, e como um 'reorganizador' quando é assumido como uma ferramenta 'para pensar com', isto é, quando produz modificações na organização de conteúdos e nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

Concordamos com o autor ao notar a necessidade de utilizar o computador como um reorganizador na sala de aula, de modo a evitar que o estudante seja um observador passivo, que se preocupa apenas com a beleza gráfica que o computador oferece, cabendo ao professor atuar como mediador de conhecimento, por meio de questionamentos contínuos a fim de propiciar protagonismo na aprendizagem dos conteúdos.

Quanto à dinâmica pedagógica, Cutrim *et al*. (2025) referem que a integração das TICs no ensino superior revela-se uma estratégia fundamental para o ensino de Cálculo, ao mitigar dificuldades de compreensão conceitual e ampliar o engajamento dos estudantes por meio da manipulação direta de objetos matemáticos. Desta forma, as tecnologias transcendem a condição de meros suportes e passam a atuar como mediadoras na construção do conhecimento de forma significativa.

Nesse sentido, Ballesteros, Lozano e Rodriguez (2020), olham para as ferramentas tecnológicas como novas maneiras de visualizar conceitos, permitindo a resolução de problemas de forma dinâmica. Mathias (2023) complementa essa visão ao destacar que, quando os ambientes de aprendizagem são enriquecidos com tecnologia podem estimular os estudantes, a aumentarem sua capacidade de explorar, reconstruir (ou reinventar) e explicar conceitos matemáticos.

Em contrapartida às potencialidades tecnológicas, as construções gráficas, feitas usando caneta e papel ou mesmo no quadro são estáticas e em alguns casos, limitam a compreensão de determinados conceitos.

De acordo com Escher e Miskulin (2019), o avanço tecnológico que se vive na sociedade atual, leva às novas possibilidades de aplicações das TICs em sala de aulas, por meio de *softwares* que permitem a visualização e manipulação de objetos, sendo um ganho para o ensino e aprendizagem da matemática, em particular para de conceitos de Cálculo. É nesta ordem de ideias, que se incentiva o uso de *softwares* educacionais para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, não só como instrumentos de cálculo, mas também como ferramentas que viabilizam a simulação e modelização de situações do quotidiano.

Tal como referem Borba e Penteado (2001), a utilização do *software* possibilita a experimentação com conceitos matemáticos, além de estimular a percepção visual do estudante. Este pensamento é corroborado por Menoncini (2018) ao afirmar que o uso do computador com *softwares* matemáticos, tem ampliado as possibilidades de transformação visual de figuras, permitindo explorar propriedades e relações matemáticas.

Nesta perspectiva, Mourarias (2024) destaca a relevância das TICs no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, ressaltando que estas ferramentas potencializam a aprendizagem ao viabilizar abordagens interativas. Ademais, as TICs facilitam a visualização de conceitos abstratos, tornando o processo educativo mais dinâmico.

Deste modo, a incorporação de softwares matemáticos nas aulas de Cálculo Integral pode minimizar a questão da manipulação algébrica, possibilitando a transição entre a interação do estudante com as TICs e a representação matemática de um conceito. Contudo, para que sua implementação seja bem-sucedida é fundamental a “capacitação dos professores, o acesso adequado a recursos e a integração inteligente dessas ferramentas no currículo” (Silva & Mota, 2024), sem descurar a infraestrutura física e tecnológica das instituições de ensino.

Tendo em conta a exposição dos autores acima sobre a importância do uso do computador no ensino e aprendizagem do Cálculo, com destaque aos *softwares* educacionais matemáticos, escolheu-se para essa pesquisa o uso do GeoGebra pelo facto de se tratar de um software de acesso livre, gratuito e com uma interface amigável, que possibilita trabalhar de forma conjunta as representações algébrica e gráfica.

3 Uso do GeoGebra no Cálculo de Integrais definidas

O software GeoGebra oferece vantagens significativas no ensino e aprendizagem de Integrais definidas, pois permite a visualização de gráficos complexos, a resolução de exercícios desafiadores e verificação da precisão dos cálculos (Coelho & Biass, 2024). Suas ferramentas interativas possibilitam uma exploração dinâmica de conceitos de Cálculo Integral (Oliveira e Reis, 2017; Lacerda, Carvalho, Esquincalha e Luz, 2020; Fontes, 2021; Navarrete-Villavicencio, Merino-Córdova, Estupiñán-Cox, Caicedo-Márquez, 2022; Silvano *et al*., 2022), servindo de âncora para construção novos conhecimentos por meio da visualização e experimentação.

Nesse contexto, o *software* proporciona uma percepção dinâmica da integral definida, por meio de ajuste de parâmetros como coeficientes e limites de integração, o que leva o estudante a compreender como tais variações impactam as áreas calculadas. Além de facilitar a construção de gráficos e a visualização de regiões de integração, o software auxilia na compreensão de cálculos de áreas complexas, superando as limitações das representações estáticas de livros ou do quadro branco. A manipulação via controles deslizantes, atua como um organizador prévio, possibilitando que o estudante conecte os conceitos abstratos de cálculo aos conhecimentos prévios que possui na sua estrutura cognitiva sobre áreas, funções, limites e outros.

Essa ancoragem, proporcionada pela manipulação de objetos matemáticos no GeoGebra, facilita a aprendizagem significativa que, segundo Ausubel (2003), só ocorre quando o novo conceito se relaciona de forma não arbitrária e substantiva (não literal), a outros conceitos que o estudante possui na sua estrutura cognitiva. Assim, ao estabelecer uma ponte entre os conhecimentos prévios do estudante e o novo conceito de integral definida, o software permite que a estrutura cognitiva seja modificada, dando significado ao novo conhecimento.

Estudos reiteram que o GeoGebra é um recurso didático fundamental para a realização de atividades investigativas e resolução de situações problemas (Lacerda *et al*., 2020; Fontes, 2021). Ademais, Oliveira e Reis (2017) destacam que a dinâmica da utilização de um *software* pode motivar o estudante a pesquisar, experimentar e procurar novas soluções relacionadas a um problema. Nessa linha de pensamento Navarrete-Villavicencio *et al*. (2022) sugerem o uso do *software* GeoGebra na aprendizagem do Cálculo, para viabilizar o desenvolvimento de competências e a construção de novos conhecimentos de forma interativa, contribuindo para o fortalecimento da aprendizagem significativa nos estudantes.

Ballesteros *et al*. (2020), acrescentam que o uso do GeoGebra, na aprendizagem da matemática traz possibilidades de aprofundar a compreensão de conceitos da integral definida. Na mesma perspectiva, Mateus (2019) considera o GeoGebra como uma ferramenta adequada para o ensino na aprendizagem da Matemática, pois apresenta potencialidades gráficas e algébricas que auxiliam no desenvolvimento do conteúdo de ensino e possibilitam realçar o significado do conteúdo da aprendizagem.

Em relação ao ensino e aprendizagem do conceito de Integral definida com auxílio do GeoGebra, o estudante pode construir gráficos, partições, realizar cálculo de somas inferiores e superiores, bem como identificar os limites e a região de integração. Neste contexto, Silvano *et al*. (2022) ao analisar construções feitas com auxílio do GeoGebra que envolvem o Cálculo Integral, verificaram que foi possível explorar a compreensão de conceitos e significados relevantes, possibilitando novos horizontes teóricos, metodológicos e práticos relativos ao estudo do Cálculo Integral, superando os desafios do ensino tradicional.

O *software* facilita a diferenciação progressiva ao permitir que o estudante, partindo da ideia geral de aproximação da área por retângulos, comece a discriminar as especificidades das somas de Riemann (como o comportamento do limite quando a base do retângulo tende a zero) para, então, consolidar o conceito de integral de Riemann. Esse dinamismo também promove a reconciliação integrativa, ao permitir que o estudante perceba a relação intrínseca entre a representação algébrica da função e a sua interpretação geométrica, conferindo um caráter não-arbitrário e substantivo à aprendizagem do conceito.

Nossa percepção, fundamentada nas abordagens dos autores, indica que os recursos de visualização gráfica e animação do GeoGebra possuem potencial para contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de integrais definidas, ao possibilitarem a ressignificação de conceitos e equilíbrio entre o processo gráfico e algébrico. O *software*, conecta representações algébricas (formulas), numéricas (valores calculados) e geométricas (gráficos), promovendo uma compreensão holística.

Ademais, a ferramenta, oferece feedback instantâneo, permitindo que os estudantes testem hipóteses, identifiquem erros e reformulem estratégias. Estes aspectos estimulam a autonomia e a investigação matemática, elementos essenciais para a aprendizagem significativa, que conforme Moreira (2022), caracteriza-se pela capacidade de compreender, explicar, descrever, aplicar e transferir conhecimentos a situações novas.

Neste sentido, o uso do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem de integrais definidas, torna-se um fator preponderante para a compreensão dos conceitos, pois atua como mediador pedagógico que respeita a estrutura hierárquica do conhecimento. À medida que transforma o estudo da integral em um processo investigativo, o software permite que o estudante visualize e explore conceitos matemáticos, garantindo que a aquisição de novos conhecimentos ocorra de forma significativa.

Assim, se o conceito integral de Riemann for aprendido de forma significativa, será armazenado na estrutura cognitiva de maneira estável e duradoura, permitindo que o estudante o utilize como ancoradouro na aprendizagem de outros conceitos tais como integrais múltiplas e equações diferenciais.

4 Metodologia

Nas diversas áreas do conhecimento, as pesquisas são realizadas tendo em conta posicionamentos metodológicos tanto em função de premissas ontológicas da realidade quanto de considerações epistemológicas, entre outras variáveis, numa tipologia dividida entre os paradigmas quantitativos e qualitativos (Sacool, 2009).

Tendo em vista o contacto directo com o objecto de estudo e a descrição das ideias ou opiniões dos participantes do estudo, optou-se por uma pesquisa qualitativa, do tipo exploratória que segundo Gil (2019), visa proporcionar ao investigador uma maior familiaridade com o problema assim como compreender os fenómenos vivenciados, em termos de significados que os sujeitos da pesquisa, a eles atribuem.

De referir que, tratando-se de uma pesquisa em Educação Matemática, o método quantitativo poderia dificultar o estudo no sentido de aprofundar discussões a respeito, do uso do GeoGebra na realização das atividades bem como observar as manifestações dos estudantes neste processo. Tal como refere Bicudo (2012) pesquisas de Educação Matemática que buscam compreensões de como os estudantes constroem aprendizagens de conceitos em determinados contextos, devem ser de âmbito qualitativo.

A pesquisa foi desenvolvida a partir de um estudo bibliográfico, onde foram acessados e mapeados trabalhos científicos em bases como, Portal de Periódicos da CAPES, SciELO e Google Académico. Foram selecionados artigos publicados no período de 2017 a 2025, que abordassem sobre o uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de CDI, com maior destaque para o uso do GeoGebra no ensino do Cálculo Integral, foco deste estudo. Para a busca dos artigos foram utilizados como descritores as seguintes palavras: Calculo Diferencial e Integral, Calculo Integral, Integrais definidas e s*oftware* GeoGebra.

Além da pesquisa bibliográfica, foram realizadas duas atividades de ensino compostas por três questões cada. Na primeira atividade os participantes da pesquisa resolveram tarefas sobre cálculo integral, usando caneta e papel, com a finalidade de verificar se haviam aprendido de forma significativa os conceitos relacionados com integrais definidas bem como a sua aplicação no cálculo de áreas. Na segunda atividade os participantes resolveram as tarefas da primeira atividade com auxílio do *software* GeoGebra, com vista a lhes proporcionar uma aprendizagem mais interativa, permitindo a visualização dos conceitos sobre integrais definidas, por meio de construções e manipulações dinâmicas.

As atividades realizadas com o Geogebra eram de natureza exploratório-investigativas na visão de Miskulin, Escher e Silva (2007) e envolviam questionamentos e reflexões dos conteúdos e das representações gráficas, com vista a permitir que os estudantes expressassem o que visualizavam na tela do computador por meio de palavras, uma vez que de acordo com Barufi (1999), a construção de significados é viabilizada através da linguagem.

Também foi usada a observação com vista a proporcionar maior aproximação entre os pesquisadores e o fenómeno pesquisado, assim como descrever aspectos cognitivos observados no ambiente de aprendizagem (Marconi & Lakatos, 2017) o que ajudou a compreender as manifestações dos estudantes na realização das actividades sobre integrais definidos com auxílio do GeoGebra.

Para compreensão do objeto de estudo, tomou-se uma perspectiva interpretativa, com a finalidade de conhecer a realidade tal como ela é vista pelos atores que nela intervêm directamente, (Ponte, 2006), interpretando as opiniões dos estudantes obtidas através da interação durante a resolução das atividades exploratorio-investigativas.

Participaram da pesquisa vinte e dois estudantes do 1º Ano, de uma Instituição de Ensino Superior, localizada em Nampula, na região norte de Moçambique. Os participantes foram orientados a gravar as produções feitas no GeoGebra, com o código atribuído a cada um, para a sua identificação.

Os dados recolhidos foram analisados à luz dos pressupostos de Bardin (2016), compreendendo as etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, com a finalidade de identificar unidades de registo que evidenciassem a relação entre o uso do GeoGebra na realização de atividades exploratório-investigativas e a aprendizagem de integrais definidas.

A pré-análise consistiu na realização da leitura flutuante das produções dos participantes e na seleção do material, seguida da transcrição dos trechos considerados pertinentes. Na fase de exploração do material, os dados foram submetidos a um processo de codificação, transformando-os em unidades de registo que, posteriormente, foram agrupadas em categorias de análise. Por fim, na fase de tratamento dos resultados, discutiu-se a influência do GeoGebra na atribuição de significados ao processo de ensino e aprendizagem de integrais definidas.

5 Discussão e análise dos resultados

Neste estudo, apresentamos os resultados de duas atividades em que os participantes, primeiro resolveram utilizando somente caneta e papel e em seguida resolveram com auxílio do *software* GeoGebra. Os dados coletados foram organizados em duas categorias analíticas: (i) Mobilização de conhecimentos prévios e limitações da representação estática; e (ii) Visualização dinâmica e ressignificação do conceito de integral definida.

5.1 Mobilização de conhecimentos prévios e limitações da representação estática

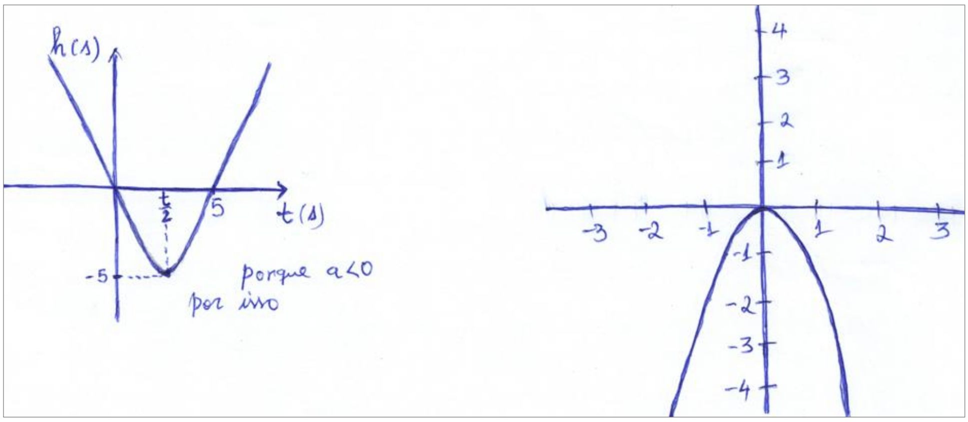
Esta categoria diagnostica as dificuldades dos estudantes em esboçar gráficos e aplicar algoritmos para o cálculo de integrais definidas. Investiga, também, como as barreiras cognitivas impostas pelas construções estáticas podem induzir a erros na interpretação de intervalos e limites de integração, mantendo o conceito de integral confinado a um formalismo abstrato e desprovido de conexão visual.

A análise compreende três tarefas da primeira atividade, cujo objectivo consistiu em verificar se os estudantes ainda se recordavam dos procedimentos e regras para o cálculo de integrais definidas previamente estudadas e sua relação com o cálculo de áreas. Para tal, esperávamos que representassem graficamente as regiões de integração que delimitam a área pretendida, para posterior cálculo da integral.

Na primeira tarefa, os participantes deviam representar graficamente a região limitada pela função $f(x) = x - 1$, pelo eixo dos x, e pelas retas $x = 2$ e $x = 5$, para depois determinar por meio da integral definida a área desta região. Na resolução desta tarefa, 11 (onze) estudantes esboçaram o gráfico da função $f(x) = x - 1$ e identificaram a região de integração, assim como aplicaram corretamente os procedimentos de resolução da integral até chegar a solução correta; 4 (quatro) participantes tiveram dificuldades em construir o gráfico da função $f(x) = x - 1$ e consequentemente não conseguiram identificar a região de integração; 7 (sete) estudantes resolveram a tarefa sem esboçar o gráfico, sendo que destes 3 (três) tiveram dificuldades de encontrar a solução correta.

Na segunda tarefa, os participantes deviam esboçar a curva que representa o movimento de um projétil descrito pela função $h(t) = -t^2 + 5t$, para depois determinar a área da região limitada pela curva e pelo eixo das abcissas usando a integral definida. Nesta tarefa, apenas 10 (dez) estudantes esboçaram corretamente a curva que descreve o movimento do lançamento de um projétil e os restantes 12 (doze) tiveram dificuldades de esboçar a curva como se pode ver na figura 1:

Figura 1: Curvas sobre movimento de um projétil descrito pela função $h(t) = -t^2 + 5t$



Fonte: Material produzido na pesquisa

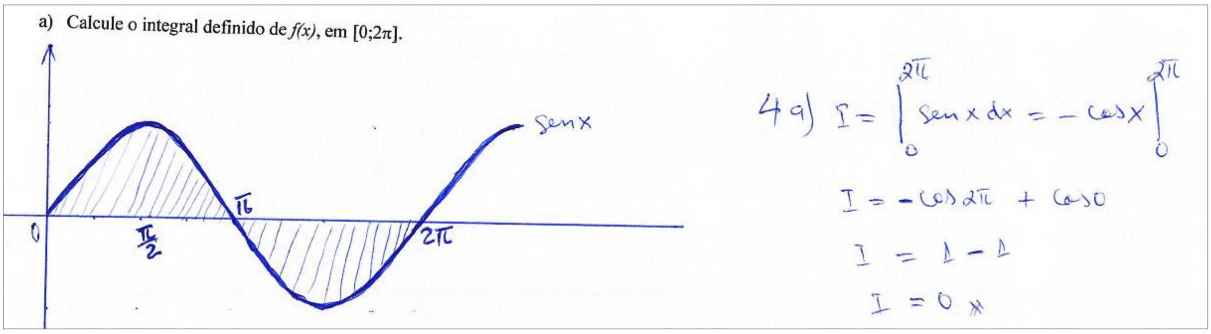
É notório na figura 1 que os estudantes não tiveram em conta os aspectos necessários para esboçar um gráfico de uma função quadrática, como por exemplo, a concavidade e os zeros da função, o denota a falta de conhecimentos prévios sobre a função quadrática. Quanto ao cálculo da área aplicando a integral definida, 4 (quatro) participantes referiram que não era possível determinar a área, pois o gráfico apresenta zonas negativas e nestes casos a área não é definida e 18 (dezoito) estudantes referiram que era possível determinar a área, dos quais 7 (sete) conseguiram chegar a solução final, 5 (cinco) não determinaram e 6 (seis) determinaram erradamente, o que mostrou dificuldade de trabalhar integrais definidas de funções quadráticas.

Na resolução desta tarefa a maioria dos estudantes apresentou dificuldades na construção do gráfico de função quadrática, o que pode estar relacionado com o tipo de aprendizagem que tiveram ao aprender este conteúdo. Tal como refere Ausubel (2003), quando o estudante não aprende significativamente, dificilmente retém o conhecimento na sua estrutura cognitiva e consequentemente não consegue recordar-se do que aprendeu.

Com a terceira tarefa, pretendíamos que os participantes calculassem a integral da função $f(x) = senx$, no intervalo $[0, 2\pi]$. Para tal esperávamos que representassem graficamente a função $f(x)$ no intervalo dado e estabelecessem uma associação entre a área da região limitada pela curva da função$f(x)$ e o eixo dos x, com a integral de $f(x)$ em mesmo intervalo.

Na resolução desta tarefa apenas 3 (três) dos participantes esboçaram corretamente o gráfico, resolveram a integral e calcularam a área particionando o intervalo $[0,2\pi]$ em $[0, \pi]$ e $[\pi, 2\pi]$, tendo concluído que o valor da integral é igual ao valor da área da região compreendida entre a função e o eixo dos *x,* no intervalo dado; 11 (onze) estudantes esboçaram corretamente, mas não chegaram a solução desejável, pois alguns destes não particionaram o intervalo e os que particionaram somaram os resultados sem ter em conta o sinal da função no segundo intervalo, tal como mostra a figura 2. Os 8 (oito) restantes não esboçaram o gráfico tendo referido que tinham imensas dificuldades em construir gráficos de funções trigonométricas.

Figura 2: Cálculo da integral da função sen (x) no intervalo de $[0,2\pi]$



Fonte: Material produzido na pesquisa

Nesta tarefa tivemos indícios de que a aprendizagem de funções trigonométricas e outros conteúdos relacionados com a integral definida não foi significativa, razão pela qual os estudantes têm dificuldades, de aplicá-las em outros contextos. Tal como refere Moreira (2022) quando o estudante aprende os conceitos mecanicamente, sem significado, o conhecimento é esquecido, como se fosse "apagado" da mente. Tendo em conta que as funções trigonométricas são introduzidas no ensino Secundário, as dificuldades apresentadas pelos participantes tornam-se mais preocupantes por se tratar de um conhecimento prévio fundamental para a compreensão da integral definida deste tipo de funções e outros conteúdos subsequentes.

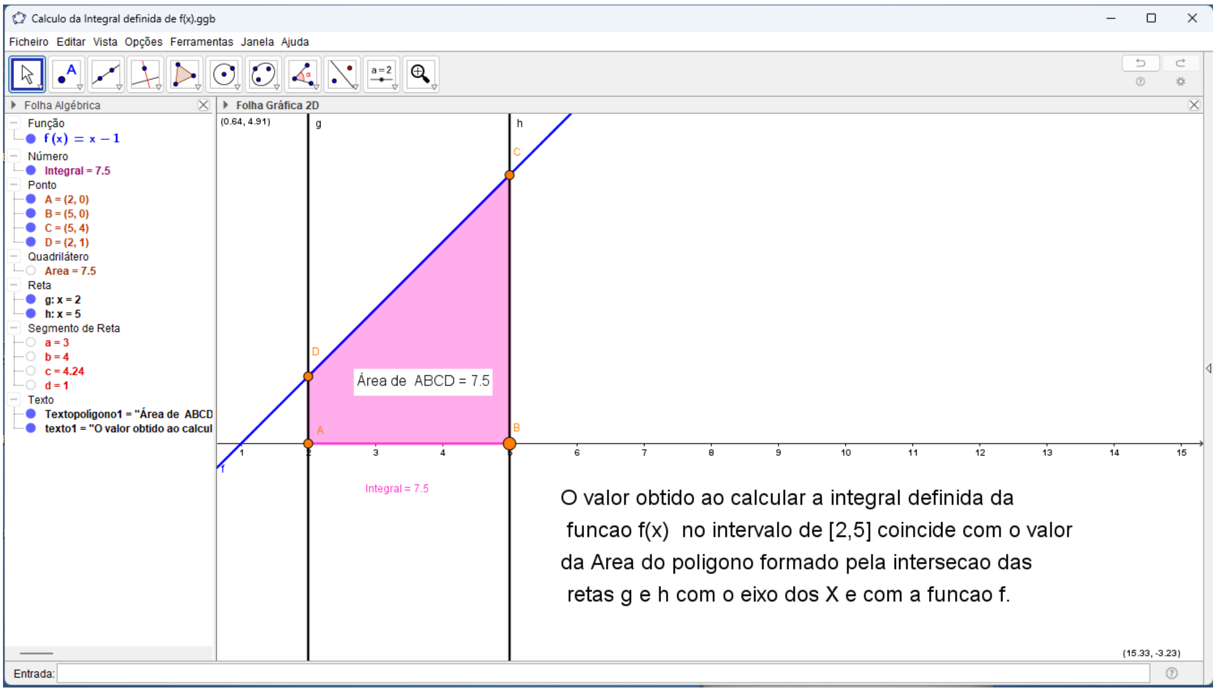
Nessa tarefa também percebemos que, são poucos os estudantes que têm noção da necessidade de esboçar o gráfico da função para o cálculo da integral com vista a visualizar a região de integração, pressupondo-se que a maioria não percebeu que calcular a área da região limitada pela curva de uma função e pelo eixo dos x num dado intervalo é o mesmo que calcular a integral de uma função no intervalo que limita essa região.

5.2 Visualização Dinâmica e Ressignificação do conceito Integral Definida

Esta categoria analisa a transição da resolução de tarefas em papel e caneta para o ambiente de geometria dinâmica. O foco reside na mediação exercida pelo GeoGebra no processo de aprendizagem, possibilitando que os estudantes atribuíssem novos significados às integrais definidas. A análise inclui três tarefas da segunda atividade, cujo proposito foi proporcionar aos estudantes o cálculo de integrais definidas com auxílio do GeoGebra, consolidando a correlação entre o conceito de integral definida e a área da região limitada pela curva de uma função e o eixo das abcissas num dado intervalo. Nessa etapa, o ambiente dinâmico viabilizou a revisão e correção dos erros cometidos anteriormente nas construções manuais.

Na primeira tarefa, todos estudantes construíram corretamente o gráfico da função $f(x) = x - 1$, limitado pelo eixo dos x e pelas retas $x = 2$ e $x = 5$ e calcularam o valor da área e da integral com sucesso, como mostra a figura 3.

Figura 3: Construção do gráfico da função $f(x) = x - 1$ e cálculo da área sob a curva



Fonte: Material produzido na pesquisa

Ao comparar os resultados obtidos ao calcular a área do polígono formado pelo gráfico da função $f(x) = x - 1$, pelo eixo dos x e pelas retas $x = 2$ e $x = 5$ e a integral da função $f(x) = x - 1$, no intervalo [2,5], os participantes foram unânimes em afirmar que:

- *"Apesar de ter usado procedimentos diferentes para a resolução, os resultados obtidos são iguais no valor de 7,5 u.a";*

- *"Comparando os resultados com o cálculo da integral, o valor da integral definida não difere do valor da área, visto que é a mesma a função e o mesmo intervalo".*

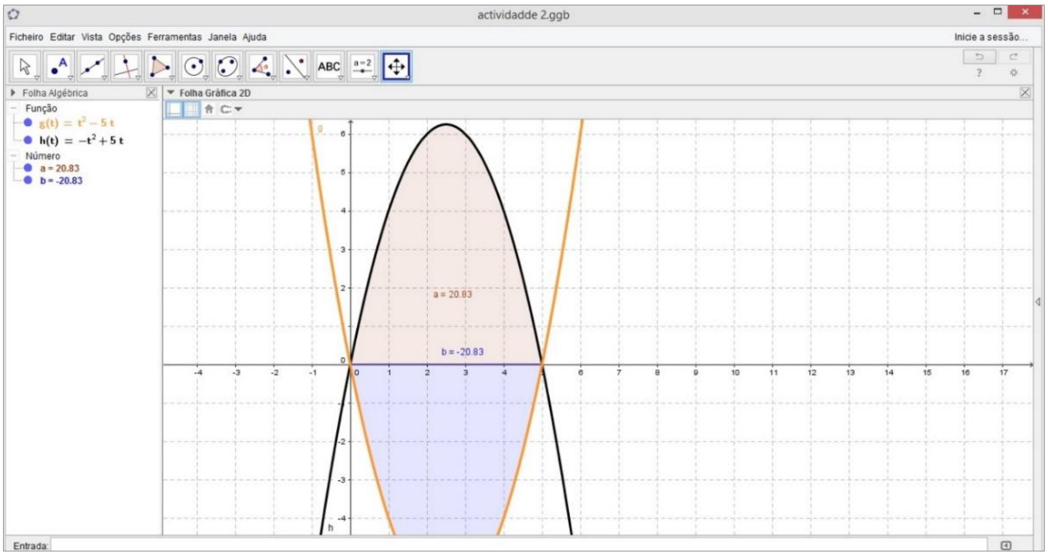
Com estes comentários e a partir da construção feita no GeoGebra, notamos que os estudantes perceberam que calcular a integral definida é encontrar o valor da área da região compreendida entre a função e o eixo dos *x,* num dado intervalo. Na resolução desta tarefa, os estudantes observaram ainda que o GeoGebra facilita a construção de gráficos e a compreensão dos conceitos, tal como atestam os comentários abaixo:

- *"A resolução de exercícios com GeoGebra é relativamente mais fácil, a construção de gráficos de funções em relação a resolução normal escrita. É um procedimento que inspira simplicidade bem como segurança nas actividades";*
- *"O uso do GeoGebra oferece um dinamismo no que concerne a produção de figuras.*
- *"A resolução das actividades no GeoGebra é muito fácil, isto é, permite não só a resolução mas mostra com detalhes casos que podemos ter e relacionar com outros";*

Confrontando as respostas aqui apresentadas com as da atividade anterior onde apenas onze estudantes esboçaram o gráfico e chegaram a solução correta, com auxílio do GeoGebra, todos os estudantes chegaram a solução pretendida. Esta situação mostra quão o *software* Geogebra pode contribuir para a aprendizagem de integrais definidas e sua relação com a área sob a curva, usando a visualização gráfica que possibilita a ressignificação dos conceitos e proporciona o equilíbrio entre o processo gráfico e algébrico.

Quanto a segunda tarefa os estudantes construíram correctamente o gráfico da função $h(t) = -t^2 + 5t$ no GeoGebra e foram unânimes em afirmar que o movimento não podia ser representado por $h(t) = t^2 - 5t$, tal como mostra a figura 4.

Figura 4: Construção sobre o movimento do projétil descrito pela função $h(t) = -t^2 + 5t$



Fonte: Material produzido na pesquisa

Diferentemente do que aconteceu na resolução desta tarefa com caneta e papel onde alguns estudantes tiveram dificuldades de esboçar o gráfico assim como de verificar que o gráfico $h(t) = t^2 - 5t$ era oposto a $h(t) = -t^2 + 5t$, com ajuda do software os estudantes foram capazes de visualizar os gráficos e tirar as seguintes conclusões:

- *"Este movimento não pode ser representado pela função $h(t) = t^2 - 5t$, porque as funções são simétricas";*
- *"Não é possível porque as funções representam movimentos opostos".*

Como se pode notar nos comentários dos participantes, o *software* ajudou-os na construção de gráficos e a partir da visualização na tela eles perceberam que as duas funções não representavam o mesmo movimento. Para Villarreal (1999) o processo de visualização tem um papel fundamental na aprendizagem, visto que os aspectos visuais, algébricos e verbais são complementares no processo de aprendizagem da matemática. Corroborando com este pensamento, Mathias (2023) acrescenta que a partir da visualização o estudante estabelece conexões entre representações gráficas e definições formais, o que poderá permitir uma melhor compreensão de conceitos matemáticos.

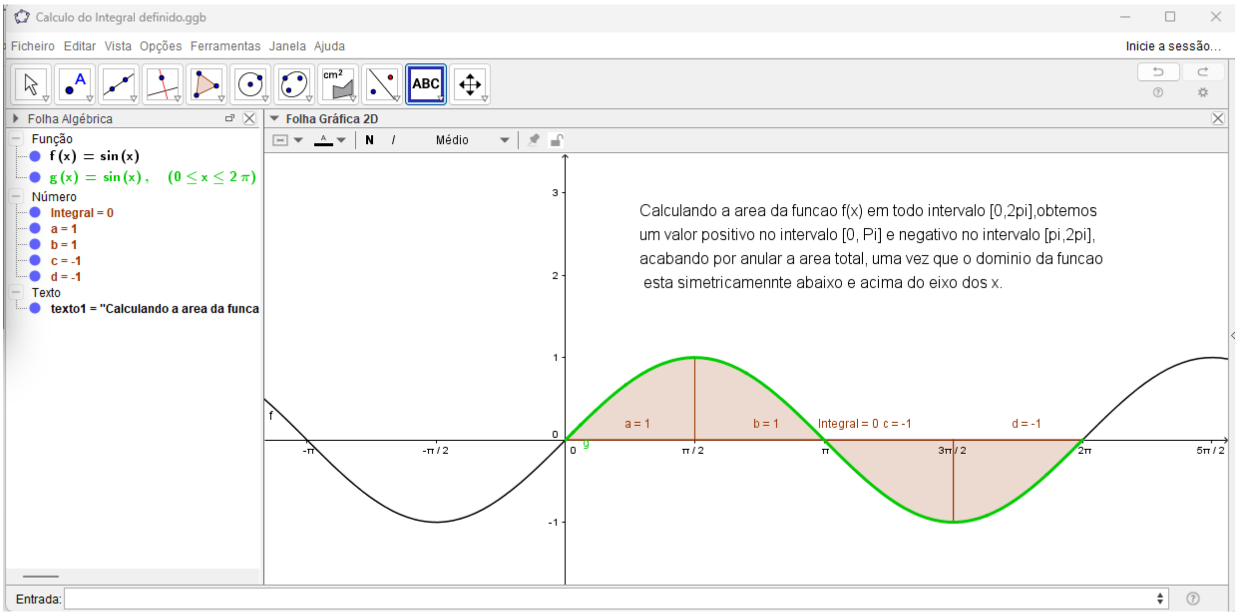
Quanto a este aspecto a literatura mostra que a visualização através da tela do computador dá possibilidade de elaborar um conjunto de argumentos (conjecturas) e ainda utiliza-los para resolver problemas, permitindo aos estudantes construir e relacionar as várias representações da informação e construir os conceitos matemáticos (Mathias, 2023).

Na resolução da terceira tarefa, os estudantes deviam construir o gráfico da função seno com auxílio de GeoGebra, para posteriormente determinar a integral, assim como a área no intervalo $[0,2\pi]$ de modo a verificar e comparar as soluções encontradas sem uso do software.

Todos os estudantes conseguiram construir o gráfico da função $sen\ (x)$, tendo facilitado a visualização da região em que se pretendia calcular a área, o que é fundamental para a aprendizagem de integrais definidas, pois na visão de Oliveira e Reis (2017), o uso de *softwares* nas aulas de CDI pode significar um rompimento com o ensino de alguns conceitos trabalhados quase que exclusivamente por noções algébricas e simbólicas, dificultando assim, a visualização e a experimentação das atividades.

Uma vez que o *software* não calcula em módulo a área, quando a região de integração está abaixo do eixo dos *x*, alguns estudantes consideraram como solução da integral zero e a área também zero, tal como mostra a figura 5:

Figura 5: Cálculo da área da função sen (x) no intervalo de $[0,2\pi]$, no GeoGebra



Fonte: Material produzido na pesquisa

Thomas (2009) chama atenção a este resultado apresentado pelo *software*, assim como por alguns estudantes que não calcularam o módulo ao referir que:

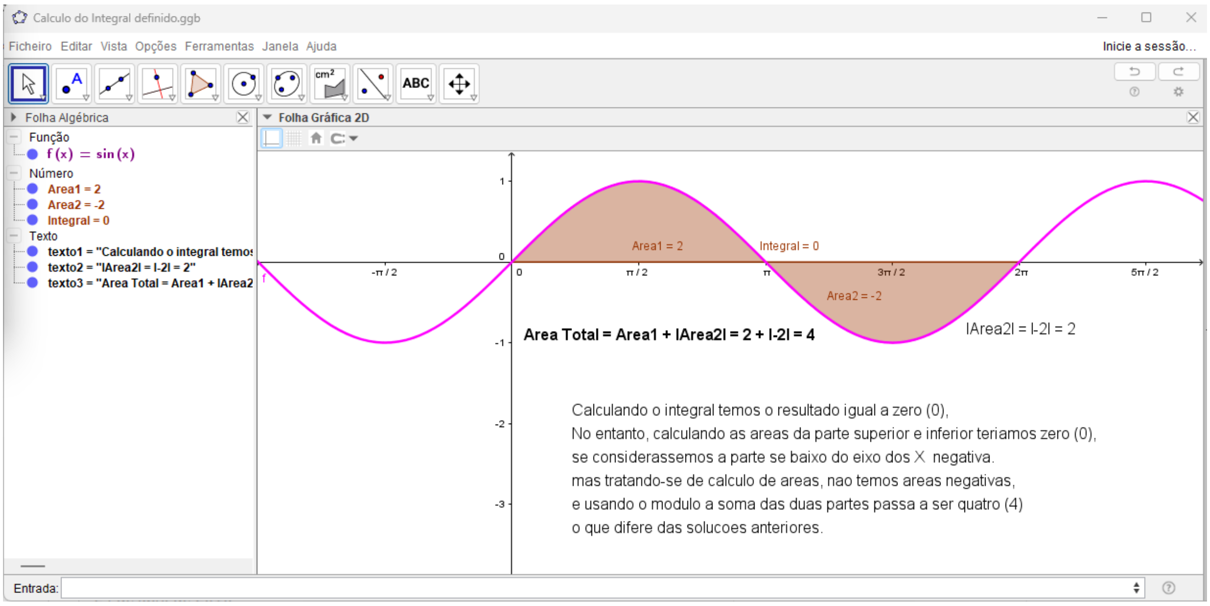
> Ao calcular a área da região delimitada pela curva de uma função e o eixo x num intervalo $[a, b]$, é preciso cautela especial se a função assume valores positivos e negativos. Precisamos tomar o cuidado de dividir o intervalo $[a, b]$em sub-intervalos nos quais a função não mude de sinal. Do contrário podemos estar cancelando áreas positivas e negativas entre si o que levara a um total incorreto (Thomas, 2009, p. 394).

Esta advertência de Thomas (2009), é pertinente para o cálculo de integrais definidas com ou sem o *software* uma vez que o GeoGebra não calcula área em módulo, cabendo ao professor esclarecer aos estudantes o que tem de ser feito em situações em que a função assume valores negativos.

De referir que na resolução da terceira questão, tanto com *software* como sem software, alguns estudantes cometeram o mesmo tipo de erro, ao não considerar o sinal do gráfico da função abaixo do eixo x, dai que Thomas (2009, p.395), adverte que "para determinar a área entre o gráfico de $y = f(x)$, no intervalo $[a, b]$, deve-se subdividir $[a, b]$ em raízes de f, integrar f em cada sub-intervalo e somar os valores absolutos dos integrais".

Estas ideias de Thomas (2009) foram ilustradas por alguns estudantes, que perceberam a necessidade de calcular o módulo da área abaixo do eixo x, como mostra a figura 6:

Figura 6: Cálculo da área da função sen (x) no intervalo de $[0,2\pi]$, no GeoGebra.



Fonte: Material produzido na pesquisa

Apesar do *software* apresentar limitações ao exibir valores negativos da área, a atitude destes estudantes é apreciável, pelo facto de terem percebido que havia necessidade de avaliar o comportamento da função no intervalo dado. Isso os levou a calcular o módulo onde a função assume valores negativos de modo a encontrar a solução correta. Essa postura nos leva a concordar com Mateus (2019), ao referir que GeoGebra estimula a curiosidade dos estudantes nas atividades de exploração matemática. Neste contexto, fica evidente que a integração das TICs na Educação Matemática não é apenas uma tendência, mas uma necessidade para formar sujeitos críticos e criativos.

6 Considerações finais

Ao se pensar no uso do s*oftware* GeoGebra para o ensino e aprendizagem da Integral definida pretende-se de certo modo minimizar as dificuldades dos estudantes na aprendizagem deste conteúdo, assim como instigá-los a serem capazes de construir conceitos, investigar e significar soluções numéricas, a partir do seu campo visual, fazendo com que não continuem passivos no processo de construção do conhecimentos e que se distanciem da aprendizagem mecânica.

Ao analisar o desempenho dos estudantes ao resolverem as tarefas propostas verificou-se que as dificuldades observadas inicialmente diminuíram significativamente. A maioria dos participantes apresentou respostas mais detalhadas com auxílio do GeoGebra em relação quando resolveram usando caneta e papel. Tais resultados corroboram as conclusões de Barufi (1999), que destaca o computador como instrumento facilitador da aprendizagem e que abre espaço para a negociação de significados, permitindo que os estudantes validem suas próprias conjecturas.

A utilização *software*, viabilizou a construção de gráficos, a visualização do comportamento geométrico da curva e a exploração de conceitos matemáticos conectando às representações algébricas e gráficas, o que é fundamental para a construção de significados. Ademais, os dados da pesquisa indicam que o *software* GeoGebra é um recurso didático que facilita a compreensão do conteúdo por meio da manipulação de objetos matemáticos, despertando no estudante a capacidade de conjeturar e tirar conclusões a partir daquilo que observa na tela do computador.

A visualização gráfica das áreas sob curvas e a comparação entre métodos numéricos e analíticos favoreceram uma compreensão profunda de integrais definidas, tornando a aprendizagem mais dinâmica e acessível. Contudo, a adoção desta ferramenta para as aulas de matemática exige investimento em formação docente, revisão de práticas pedagógicas e compromisso com a inclusão tecnológica para que possa promover a autonomia do estudante.

Embora os resultados sugiram que a construção de significados desenvolvida durante as atividades com o GeoGebra pode refletir positivamente na aprendizagem de conteúdos subsequentes, importa referir que o facto de a pesquisa ter sido realizada numa única instituição, com apenas 22 participantes, e ter focado exclusivamente em integrais definidas, limita a possibilidade de generalização para outros contextos. Com isso, recomenda-se que estudos futuros explorem outros conceitos de Cálculo e se amplie o número de participantes e de instituições de ensino.

Referências

Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.* Lisboa: Plátano.

Ballesteros, B. V. A.; Lozano, S. F. & Rodriguez, O. I. C. (2020). Noção de aproximação da área sob a curva usando o aplicativo Calculadora Gráfica de GeoGebra. *Prax. Saber*, 11(26), 1-16. https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9989

Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo.* (3. ed.). São Paulo, SP: Edições 70.

Barufi, M. C. B. (1999). *A construção / negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral.* 195f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo. São Paulo, SP.

Bicudo, M. A. V. (2012). A pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da pesquisa qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, .5(2), p. 15-26. DOI: 10.3895/S1982-873X2012000200002

Borba, M. C. & Penteado, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática.* Belo Horizonte, MG: Autêntica.

Coelho, T. G. & Blass, L. (2024). O Impacto das tecnologias no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: panorama de pesquisas educacionais no Brasil. *Revista Docência do Ensino Superior*, v. 14, e048471, p. 1-22. https://doi.org/10.35699/2237-5864.2024.48471.

Cutrim, G. E. B.; Ribeiro, F. A. A.; Silva, M. C. A. S.; Barreto, N. S.; Farias, A. S.; Sousa, N. C.; Silva, W. J. B. & Brandão, R. J. B. (2025). GeoGebra no ensino de cálculo avançado com o uso da Inteligência Artificial. *Caderno Pedagógico*, 22(8). https://doi.org/10.54033/cadpedv22n8-205

Escarlate, A. C. (2008). *Uma investigação sobre a aprendizagem de integral.* 154f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ.

Escher, M. A. & Miskulin, R. G. S. (2019). Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem. *Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*, 3(1), 22–48.

Fontes, L. S. (2021). *As metodologias activas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral.* 173f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade de Brasília. Brasília, GO.

Gil, A. C. (2019). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. (7. ed.). São Paulo, SP: Atlas.

Lacerda, G. K. S.; Carvalho, T. R. S.; Esquincalha, A. C. & Luz, V. C. (2020). A compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo em uma atividade exploratória com o uso do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 9(2), 35–51. https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i2p035-051

Marconi, M. A. & Lakatos, E. M. (2017). *Fundamentos de metodologia científica.* (8. ed.). São Paulo, SP: Atlas.

Marin, D. (2009). *Professores de matemática que usam tecnologia de informação e comunicação no ensino superior.* 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, SP.

Mateus, P. (2019). Ensino e aprendizagem da matemática: o mérito da integração da tecnologia do GeoGebra nas práticas usuais. *II Fórum Nacional de Educação*. Maputo.

Mathias, C. V. (2023). O potencial do GeoGebra como ferramenta de auxílio as habilidades de visualização. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 12(2). https://doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i2p044-066

Menoncini, L. (2018). *O jogo das operações semióticas na aprendizagem da Integral Definida no cálculo de área*. 274f. Tese (Doutoramento em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.

Miskulin, R. G. S.; Escher, M. A. & Silva, C. R. M. (2007). A prática docente do professor de matemática no contexto das TICs: uma experiência com a utilização do MAPLE em cálculo diferencial. *Revista de Educação Matemática*, 10(11), p. 29-37.

Moreira, M. A. **(2022).** Aprendizagem ativa com significado. *Espaço Pedagógico, Passo Fundo*, 29(2), p. 405-416.. https://doi.org/10.5335/rep.v29i2.13887

Mourarias, R. M. S. (2024). *A Integração de Tecnologias Digitais no ensino de Cálculo Integral: Potencialidades, Desafios e Perspectivas – uma Revisão da Literatura*. 92f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros, MG.

Navarrete-Villavicencio, M. V.; Merino-Córdova, P. A.; Estupiñán-Cox, B. F. & Caicedo-Márquez, J. A. (2022). GeoGebra como ferramenta tecnológico-didática no aprendizado do cálculo integral. *Sapienza: Revista Internacional de Estudos Interdisciplinares*, 3(1), 902-910. https://doi.org/10.51798/sijis.v3i1.271

Oliveira, J. L. & Reis, F. S. (2017). Utilizando o GeoGebra para a construção do Conceito de Integral de Riemann no ensino de análise real. *Vidya*, 37(2), 417- 434.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 17(25), 105-132.

Richit, A. (2010). *Aspectos conceituais e instrumentais do conhecimento da prática do professor de cálculo diferencial e integral no contexto das tecnologias digitais*. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, SP.

Sacool, A. Z. (2009). Um retorno ao básico: compreendendo os paradigmas de pesquisa e sua aplicação na pesquisa em Administração. *Revista de Administração da UFSM*, 2(2), 250–269. https://doi.org/10.5902/198346591555

Silva, A. P. (2017*). A modalidade EAD Semipresencial e a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.* 227f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência). Universidade Estadual Paulista. Bauru, SP.

Silva, P. A. C. & Mota, J. F. (2024). Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Mudanças de Coordenadas: uma análise no contexto do Cálculo Integral. *Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*, 14(4), 1-16. https://doi.org/10.37001/ripem.v14i4.4367

Silvano, A. M. C.; Silva, J. G.; Procópio, J. W. B. & David, F. F. G. (2022). Uso do software geogebra no desenvolvimento do ensino e aprendizagem de cálculo de integrais. *REAMEC - Rede Amazônica De Educação Em Ciências E Matemática*, 10(3). https://doi.org/10.26571/reamec.v10i3.14273

Thomas, G. B. (2009). *Cálculo I.* (11. ed.). São Paulo, SP: Addison Wesley.

Villarreal, M. E. (1999). *O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas.* 402f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, SP.