

Construindo razões: problemas, significados e usos da Trigonometria no triângulo retângulo

Arlandson Matheus Silva Oliveira

Universidade Estadual da Paraíba

Campina Grande, PB — Brasil

✉ arlandsonm@servidor.uepb.edu.br

ORCID [0000-0002-5383-6624](https://orcid.org/0000-0002-5383-6624)

Luan Paulino da Costa

Universidade Estadual da Paraíba

São Mamede, PB — Brasil

✉ luanpdcosta@gmail.com

ORCID [0000-0002-3209-7850](https://orcid.org/0000-0002-3209-7850)



2238-0345 

10.37001/ripen.v16i1.4739 

Recebido • 13/10/2025

Aprovado • 14/12/2025

Publicado • 20/02/2026

Editoria • Edvone Souza de Alencar 

Veridiana Rezende 

Resumo: O ensino da Matemática enfrenta desafios, especialmente no aprendizado da Trigonometria, área em que os alunos apresentam dificuldades e resistência, mas que é essencial, pois aprofunda conceitos geométricos e amplia as aplicações em problemas do cotidiano e em outras áreas do conhecimento. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através de Matemática da Resolução de Problemas (MEAARP) destaca-se no enfrentamento e na superação desses desafios. A literatura especializada indica que essa abordagem favorece a construção do conhecimento de forma significativa e dinamiza as aulas. Nesse contexto, propomos uma atividade para a construção das razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, com base nas reflexões e nos resultados de uma proposta anterior. Acreditamos que essa nova proposta e a discussão que dela fazemos oferecem perspectivas para novas pesquisas e práticas, ampliam as contribuições da MEAARP para o ensino de Trigonometria e podem auxiliar o docente na construção desses conceitos matemáticos considerados mais complexos.

Palavras-chave: Razões Trigonométricas. Triângulo Retângulo. Resolução de Problemas.

Building ratios: problems, meanings and uses of the Right Triangle Trigonometry

Abstract: The teaching of Mathematics faces challenges, especially in the learning of Trigonometry, an area in which students show difficulties and resistance, but which is essential because it deepens geometric concepts and expands applications in everyday problems and in other fields of knowledge. The Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving Mathematics (MEAARP) stands out in addressing and overcoming these challenges. Specialized literature indicates that this approach supports the meaningful construction of knowledge and makes classes more dynamic. In this context, we propose an activity for the construction of the sine, cosine, and tangent ratios in the right triangle, based on reflections and results from a previous proposal. We believe that this new proposal and the discussion arising from it offer perspectives for further research and practice, broaden the contributions of MEAARP to the teaching of Trigonometry, and can assist teachers in developing these mathematical concepts, which are often considered more complex.

Keywords: Trigonometric Ratios. Right Triangle. Problem Solving.

Construyendo razones: problemas, significados y usos de la Trigonometría en el triángulo rectángulo

Resumen: La enseñanza de las Matemáticas enfrenta desafíos, especialmente en el aprendizaje de la Trigonometría, área en la que los estudiantes presentan dificultades y resistencia, pero que es esencial, ya que profundiza conceptos geométricos y amplía las aplicaciones en problemas cotidianos y en otras áreas del conocimiento. La Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación a través de la Matemática Resolución de Problemas (MEAARP) se destaca en el enfrentamiento y la superación de estos desafíos. La literatura especializada indica que este enfoque favorece la construcción significativa del conocimiento y dinamiza las clases. En este contexto, proponemos una actividad para la construcción de las razones seno, coseno y tangente en el triángulo rectángulo, basada en reflexiones y resultados de una propuesta anterior. Creemos que esta nueva propuesta y la discusión que surge de ella ofrecen perspectivas para nuevas investigaciones y prácticas, amplían las contribuciones de la MEAARP a la enseñanza de la Trigonometría y pueden ayudar al docente en la construcción de estos conceptos matemáticos considerados más complejos.

Palabras clave: Razones Trigonométricas. Triángulo Rectángulo. Resolución de Problemas.

1 Introdução

Não é novidade que os professores podem se deparar com diversos problemas nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação de conceitos matemáticos. Contudo, de acordo com Vazquez (2010), os professores de Matemática, no exercício da docência, percebem que os discentes apresentam maior dificuldade na compreensão de alguns conteúdos específicos.

Entre esses conteúdos, encontram-se os conceitos da Trigonometria, tendo em vista que os estudantes tendem a apresentar dificuldades na compreensão dos conceitos trigonométricos básicos e a não obter resultados satisfatórios na aprendizagem desses conteúdos, o que resulta em certa aversão a esses conceitos (Silva, 2019). De acordo com Oliveira (2006), esse assunto é relevante, pois contribui não apenas para que os discentes aprofundem conceitos de Geometria e de funções, relacionados à Matemática, mas também para a aquisição de conhecimentos de outras disciplinas, como é o caso do estudo dos vetores e da decomposição de forças aplicadas em um corpo na Física, nos quais se utilizam conceitos de seno e cosseno. Por esse motivo, o docente deve buscar aparatos pedagógicos que favoreçam uma aprendizagem significativa dos conceitos trigonométricos, dadas as dificuldades em seu ensino e sua importância para além da Matemática.

Na busca por estratégias metodológicas que possam auxiliar o professor nos processos de ensinar, aprender e avaliar os conceitos matemáticos, destaca-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAARP). Essa metodologia propõe que esses três processos ocorram simultaneamente, por meio da resolução de situações-problema pelos estudantes juntamente com o professor, que deve atuar como mediador e orientador nas aulas de Matemática (Allevato e Onuchic, 2014).

Tal metodologia constitui uma escolha pertinente, considerando os benefícios evidenciados por trabalhos como Costa e Silva (2022). Entre esses benefícios, destacam-se o incentivo à autonomia e à autoconfiança dos discentes, a cooperação entre eles e a importância do momento da plenária, em que os alunos apresentam suas soluções para o problema, configurando-se como etapa essencial na condução das atividades. Além disso, os autores apontam que essa metodologia se mostra um instrumento eficiente de avaliação a ser utilizado pelo docente, visto que, nessa abordagem, a avaliação ocorre de forma contínua durante todo o

processo de construção dos conceitos matemáticos.

Considerando o exposto, este estudo tem como objetivo propor uma atividade mais aprofundada para a construção das razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, embasada nos resultados e nas reflexões de uma proposta anterior apresentada em Costa (2022). Buscamos responder à seguinte questão: como podemos elaborar uma atividade mais aprofundada para a construção das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

O estudo citado no parágrafo anterior é um trabalho de conclusão de curso desenvolvido pelo segundo autor, sob orientação do primeiro. A pesquisa apresenta a análise de uma intervenção realizada com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com o objetivo de investigar as contribuições do ensino por meio da Resolução de Problemas na construção das razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.

Dentre os resultados obtidos a partir da intervenção, destacam-se a postura ativa dos alunos, o trabalho em grupo, a dinamicidade das aulas e a possibilidade de realizar a avaliação integrada aos processos de ensino e aprendizagem, por meio da resolução das situações propostas pelo pesquisador. A partir de tais resultados, buscamos aprimorar e aprofundar a atividade a ser desenvolvida com os estudantes, ampliando as possibilidades de trabalhar as referidas razões nas aulas de Matemática.

Este artigo está estruturado em seis seções. Após esta seção, apresentam-se as considerações dos documentos normativos da Educação Básica em relação ao ensino de Trigonometria e ao ensino por meio da Resolução de Problemas. Em seguida, conceituamos a estratégia metodológica que norteia a atividade. Posteriormente, a proposta de atividade é apresentada, trazendo o problema gerador e algumas considerações sobre ele, com o objetivo de auxiliar os docentes em sua aplicação. Por fim, tecem-se algumas considerações finais e apresentam-se as referências utilizadas no trabalho.

2 As considerações dos documentos normativos da Educação Básica

Nesta seção, abordamos, inicialmente, as recomendações trazidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) e pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino da Trigonometria no Ensino Médio e, em seguida, tratamos das recomendações desses documentos acerca da Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino da Matemática.

Os PCN's do Ensino Médio (Brasil, 2000) apresentam o estudo da Trigonometria na Parte III: 1º, 2º e 3º anos. A parte inicial dos conceitos trigonométricos está inserida nos estudos da Geometria, relacionada às aplicações, no triângulo retângulo, das razões seno, cosseno e tangente. De acordo com esse documento, a aprendizagem da Trigonometria deve ser relacionada às suas aplicações, evitando-se o uso excessivo do cálculo algébrico e enfatizando sua utilidade na realidade fora do livro didático. Nesse contexto, vale destacar o uso da Trigonometria na resolução de problemas relacionados a medições, geralmente envolvendo o cálculo de distâncias inacessíveis.

Na mesma linha, trazendo a Trigonometria na Unidade Temática Geometria, a BNCC (Brasil, 2018) recomenda que o ensino dos conceitos dessa unidade esteja ligado à realidade e às diferentes áreas do conhecimento, isto é, é crucial que se enfatize a aplicação dos conceitos matemáticos na realidade que nos cerca.

Em relação à Resolução de Problemas enquanto metodologia para o ensino de

Matemática, os PCN's destacam que, por divergir da simples reprodução de procedimentos e do acúmulo de informações, essa abordagem é apontada como ponto de partida da atividade matemática. Nessa metodologia, o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos resolvem situações desafiadoras e trabalham para construir resoluções para elas (Brasil, 1998).

Ademais, os PCN's apresentam a Resolução de Problemas como eixo organizador dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, estabelecendo alguns princípios que devemos considerar, sobretudo no que diz respeito à natureza das situações que são consideradas problemas nessa abordagem. Desse modo, o documento define problema como “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado, ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” e, ainda, destaca que “os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução” (Brasil, 1998, p. 41).

A BNCC apresenta a Resolução de Problemas como uma forma rica e privilegiada de se trabalhar a Matemática escolar e como uma estratégia potencial para o desenvolvimento do raciocínio, da representação, da comunicação e da argumentação do discente (Brasil, 2018).

Fica, então, para o professor a tarefa de elaborar situações desafiadoras, para que seja possível o desenvolvimento das habilidades mencionadas. As situações propostas não podem ser simples exercícios, isto é, é importante que sejam apresentadas situações cuja resolução não disponha de um procedimento imediato por parte dos estudantes. Por exemplo, como será discutido nas partes seguintes deste texto, poderíamos apenas informar aos estudantes que a razão seno de um dado ângulo em determinado triângulo retângulo é o quociente entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa, e pedir-lhes que realizem essa divisão, com os dois valores já presentes em uma figura. No entanto, nosso interesse está em mostrar aos estudantes por que a razão pode ser obtida a partir de tal quociente.

Desse modo, cabe considerarmos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino dos conceitos matemáticos, sobretudo da Trigonometria, tendo em vista as dificuldades apresentadas na compreensão dos conceitos trigonométricos básicos, conforme trazido por Silva (2019). A seguir, apresentamos uma estratégia metodológica baseada no ensino através da Resolução de Problemas.

3 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Nesta seção, apresentamos os elementos fundamentais da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAARP), indicando também como tal metodologia pode conduzir os processos de ensino, aprendizagem e avaliação nas aulas de Matemática.

Diante do fracasso do Movimento da Matemática Moderna, tornou-se necessário buscar novos métodos de ensino da Matemática que fossem mais significativos para os alunos. Nesse cenário, a Resolução de Problemas começa a ganhar espaço nos currículos escolares dos Estados Unidos e, conseqüentemente, mais tarde, em diversos outros países (Morais e Onuchic, 2014).

Schroeder e Lester (1989) consideram três maneiras pelas quais a Resolução de Problemas pode ser utilizada para ensinar Matemática em sala de aula: (1) o ensino sobre Resolução de Problemas; (2) o ensino para a Resolução de Problemas; (3) o ensino através da

Resolução de Problemas.

O National Council of Teachers of Mathematics publicou, no ano de 2000, os Principles and Standards for School Mathematics, mais conhecidos como Standards 2000. A obra trata do trabalho desenvolvido pelo NCTM durante as décadas de 1980 e 1990 e da importante fundamentação teórica construída desde 1970. Onuchic e Allevato (2011) afirmam que os Standards 2000 foram o ponto de partida para que os educadores matemáticos começassem a considerar conduzir os processos de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas. Além disso, as autoras apresentam a MEAARP como uma ampliação das três abordagens apontadas por Schroeder e Lester (1989).

Comumente, os processos de ensino, aprendizagem e avaliação são desenvolvidos em momentos distintos, mas a MEAARP propõe que esses três processos ocorram simultaneamente, no decorrer da resolução de situações-problema pelos estudantes, cabendo ao professor mediar e orientar seus discentes durante esse processo conjunto (Allevato e Onuchic, 2014).

A proposta da MEAARP se mostra eficaz no ensino de Matemática, tendo em vista que pesquisas como Costa e Silva (2022), bem como diversas outras desenvolvidas pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), apresentam resultados satisfatórios obtidos com o uso dessa metodologia nos ensinos Fundamental, Médio e Superior.

Allevato e Onuchic (2014) propõem dez etapas para a condução das atividades em sala de aula utilizando a MEAARP, a saber: (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observação e incentivo; (6) registro das soluções na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo; (10) proposição e resolução de novos problemas. Um detalhamento de cada uma dessas etapas pode ser encontrado na seção 2 do trabalho de Costa (2022).

Vale ressaltar que essas dez etapas constituem uma sugestão de como a MEAARP pode ser utilizada nas aulas de Matemática, sendo tarefa do docente adequá-las às especificidades de seus discentes, se necessário, atentando-se para que a Metodologia não perca sua essência (por exemplo, no trabalho com ela, não é adequado formalizar o conteúdo em um primeiro momento).

Podemos considerar duas maneiras de avaliar a aprendizagem, sendo adequado que ambas sejam utilizadas. A primeira trata da avaliação realizada durante todo o processo de desenvolvimento da atividade proposta pelo professor (resolução do problema gerador) para a construção do novo conceito matemático. A segunda refere-se à proposição de novos problemas semelhantes ao problema já resolvido.

Em suma, a proposta da MEAARP é que os processos de ensino, aprendizagem e avaliação ocorram concomitantemente e de maneira integrada. Deve-se dar importância a cada um desses três processos, pois eles devem ocorrer mediante o protagonismo do estudante, cabendo ao professor atuar como mediador e orientador.

A escolha dessa metodologia para conduzir as atividades matemáticas propostas neste artigo se deu porque ela preconiza iniciar as atividades por meio da resolução de situações-problema, o que permite que a construção das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo seja realizada de forma investigativa pelos estudantes, com a mediação do professor.

Vale ressaltar também que, ao utilizar a referida Metodologia na pesquisa que serviu de base para a construção desta nova proposta, verificou-se que a escolha dessa estratégia

metodológica é interessante, pois os conceitos relacionados às razões trigonométricas têm forte ligação com a realidade e, portanto, faz-se necessário que sejam construídos com referência no mundo real sempre que possível

4 Construindo as razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo

Poderíamos apenas expor aos estudantes que os valores do seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo em um triângulo retângulo são obtidos facilmente pelo cálculo dos quocientes entre as medidas dos lados desse triângulo (Dante, 2013) e mostrar que essas razões são as mesmas em todos os triângulos retângulos semelhantes, ou seja, qualquer triângulo retângulo que tenha esse ângulo agudo como um de seus ângulos internos, aplicando apenas definições, teoremas e realizando operações repetitivas. No entanto, não estamos interessados nessa forma de construir mecanicamente esses importantes conceitos.

A construção das razões trigonométricas no triângulo retângulo, conforme mencionado, limita os estudantes, pois os prepara praticamente apenas para resolver questões restritas à memorização e reprodução de algoritmos, prejudicando sua aprendizagem. Silva (2019) menciona que, embora nos livros didáticos não apareçam muitas questões que instiguem os alunos a problematizar a construção dos conceitos trigonométricos, existem outros recursos, como materiais manipuláveis, que podem subsidiar essa atividade e que devem ser buscados pelo professor.

Nessa mesma perspectiva, Brito e Morey (2004) apontam que as dificuldades enfrentadas pelos professores no ensino da Trigonometria decorrem do excesso de formalismo utilizado nas aulas e da consequente construção precoce dos conceitos trigonométricos, o que impede os estudantes de compreender significativamente tais conceitos e/ou utilizá-los em outros contextos.

Além disso, os PCN's (Brasil, 1998) apresentam a Trigonometria como um tema potencial para o desenvolvimento de habilidades e competências, desde que seu estudo esteja articulado às suas aplicações, procurando evitar que seja conduzido apenas com foco excessivo em cálculos algébricos de identidades e equações.

Neste estudo, apresentamos uma proposta de atividade pautada no pressuposto de que cabe ao estudante construir seu próprio conhecimento matemático, atribuindo sentido e compreendendo suas ações ao longo desse processo. A seguir, trazemos nossa proposta, que, como já mencionado, constitui um aprofundamento de uma atividade anterior desenvolvida pelo segundo autor deste artigo como trabalho de conclusão de curso (Costa, 2022).

Antes de apresentarmos nossa proposta, cabe fazer algumas ressalvas. Primeiramente, o professor deve considerar que o ensino por meio da Resolução de Problemas difere da abordagem tradicional do ensino de Matemática, na qual os estudantes são “treinados” apenas para resolver questões do tipo: “Encontre o valor de x ...”, “Resolva a seguinte expressão...”, “Calcule a diferença entre...”, entre outros enunciados que envolvem apenas a execução repetitiva de procedimentos (Skovsmose, 2014).

Oliveira (2006) lembra que é comum que nossos alunos passem anos repetindo tarefas e procedimentos executados pelo professor; portanto, é necessário refletir sobre como reagirão quando lhes for proposta uma atividade cuja solução terão de elaborar. Nesse sentido, o docente deve estar preparado para enfrentar algumas dificuldades ou até mesmo resistência por parte dos estudantes em razão da adoção dessa nova metodologia.

4.1 Problema Gerador

Problema Gerador

1. Notícia

Aposentado reclama de rampa de acessibilidade construída pela prefeitura

ESTRUTURA, RETIRADA PELO MUNICÍPIO NO INÍCIO DO ANO, FOI REFEITA, MAS, DE ACORDO COM USUÁRIO, NÃO É FUNCIONAL

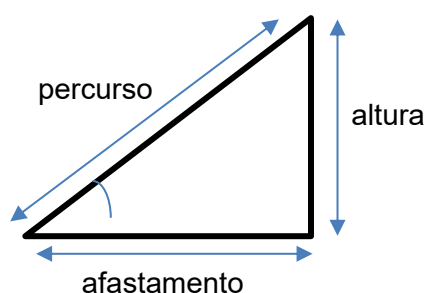


Disponível em: <https://diariogaucha.clicrbs.com.br/dia-a-dia/noticia/2023/12/aposentado-reclama-de-rampa-de-acessibilidade-construida-pela-prefeitura-41439553.html>

“Fizeram, mas eles não conhecem a legislação? Se não conhecessem, poderiam ter falado comigo. Eu passei no dia em que estavam fazendo, viram que eu seria um usuário e não me consultaram para nada. Angulação, altura do declive, qualquer dúvida que tivessem, poderiam ter esclarecido antes de construir aquilo. Lamentável o resultado. Nem eu, acostumado com terrenos acidentados no dia a dia, vou enfrentar”, lamenta o idoso.

2. Índice de subida e inclinação de uma rampa

Ao subirmos uma rampa, podemos considerar três variáveis percorridas, ilustradas na figura a seguir.



O índice de subida de uma rampa pode ser calculado a partir do seguinte quociente:

$$\text{índice de subida} = \frac{\text{altura}}{\text{afastamento}}.$$

A inclinação de uma rampa pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$\text{inclinação (\%)} = \frac{\text{altura}}{\text{afastamento}} \cdot 100.$$

3. Problema

1. Utilizando a Matemática, vamos buscar soluções para a problemática trazida pela notícia. Podemos começar respondendo as questões abaixo com o objetivo de determinar o ângulo da rampa (ângulo formado entre a rampa e o plano horizontal)

a) Olhando para a rampa como uma figura tridimensional, quais figuras planas podemos identificar nela?
b) Considerando a face lateral da rampa, que é um triângulo retângulo, como podemos desenhar outros triângulos retângulos diferentes fixando o ângulo agudo formado pela rampa e o plano horizontal? Aplique suas ideias de construção e produza alguns desses triângulos.
c) Agora, com uma régua, meça o tamanho dos lados de cada um dos triângulos construídos no item anterior, anote-os e, em seguida, construa uma tabela.
d) Com a tabela construída no item 'c', estude as relações entre os valores das medidas dos catetos adjacentes e opostos (com relação ao nosso ângulo de interesse) e das hipotenusas dos triângulos escolhendo dois triângulos por vez, a fim de encontrar padrões (igualdades).
e) Com as construções realizadas e informações obtidas até agora, já podemos determinar os ângulos dos triângulos retângulos tratados?
f) Resolva o problema abaixo, com o auxílio do professor e de seus colegas:
PROBLEMA AUXILIAR
Construção I
1. Construa um triângulo equilátero utilizando régua e compasso.
2. Quanto mede cada um de seus ângulos? Explique seu raciocínio.
3. Trace a bissetriz de um de seus ângulos.
4. Nosso triângulo inicial foi dividido em novos triângulos. De que tipo são e quais são os valores das medidas dos seus ângulos?
5. Meça o tamanho de cada um dos lados de um desses triângulos e, considerando o menor de seus ângulos, observe qual é a razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa do triângulo e também qual é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida hipotenusa.
6. Agora, considere o ângulo intermediário (isto é, aquele cuja medida está entre o ângulo de maior medida e o de menor medida) e observe as razões entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa e entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa.
7. Construa outros triângulos com os mesmos ângulos utilizados nos itens 5 e 6, mas com as medidas dos lados diferentes (maiores ou menores) e verifique o que acontece com as relações mencionadas nos itens anteriores.
Construção II
1. Construa um quadrado utilizando régua e compasso.
2. Trace uma diagonal desse quadrado (dica: é a bissetriz de um ângulo).
3. Quais são as figuras resultantes, de que tipos são e quanto medem seus ângulos? É possível estabelecer relações entre essas figuras?
4. Determine as relações (razões) entre as medidas dos catetos opostos e adjacentes (com relação a cada um dos ângulos agudos) e a medida da hipotenusa em cada um dos triângulos retângulos do item anterior.
5. Construa outros triângulos com os mesmos ângulos observados no item 4, mas com as medidas dos lados diferentes (maiores ou menores) e verifique se as relações observadas nos referidos itens também se aplicam neles.

Continuação do item I do problema...

g) Agora que já temos uma ideia de como algumas relações podem ser estabelecidas entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo, vamos voltar à questão “como podemos determinar os ângulos de um triângulo retângulo conhecendo as medidas de seus lados?”

h) Em posse das informações obtidas no item anterior e considerando os textos trazidos pelo enunciado desse problema gerador, verifique se a rampa estudada é acessível e explique seu raciocínio.

De acordo com a NBR 9050 (2015), para ser acessível:

- a) As rampas devem ter inclinação máxima de 8,33%. Em reformas, quando não existe a possibilidade de atender a essa inclinação máxima, é permitida a utilização de inclinações de até 12,5%;
- b) Os patamares no início e no término das rampas devem ter dimensão longitudinal mínima de 1,20 m. Entre os segmentos de rampa devem ser previstos patamares intermediários com dimensão longitudinal mínima de 1,20 m. Os patamares situados em mudanças de direção devem ter dimensões iguais à largura da rampa;
- c) Para rampas com inclinação entre 6,25% e 8,33%, é recomendado criar áreas de descanso nos patamares, a cada 50 m de percurso.

A partir da leitura da notícia trazida no enunciado do problema gerador, algumas perguntas podem ser feitas aos estudantes, tais como: “Qual é a problemática trazida pela notícia?”, “O que pode ser feito para solucionar o problema?”, “A Matemática está relacionada de alguma forma com o assunto tratado?” ou “Angulação, altura do declive, o que significam esses termos?”.

Ao trazer essas questões, o professor pode usá-las como base para fomentar a discussão do enunciado do problema gerador, visto que elas abordam a problemática apresentada (a rampa irregular), como o problema pode ser solucionado e como a Matemática pode contribuir para isso. Skovsmose (2014) chama nossa atenção para a concepção crítica da Matemática, isto é, para o emprego dos conceitos matemáticos na sociedade moderna nas esferas econômica, tecnológica e administrativa e em todos os tipos de atividade relacionadas ao nosso mundo-vida.

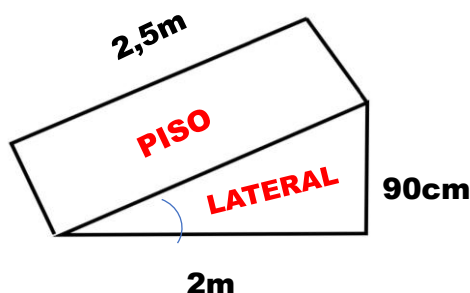
Após a discussão sobre a notícia, o professor pode levar os estudantes até uma rampa (ou rampas) presente(s) na escola e instigar os discentes a pensarem se aquela rampa é acessível ou não para pessoas cadeirantes, com perguntas do tipo “Essa rampa se parece com a que vimos na notícia?”, “Como vocês a descreveriam?”, “Vocês acham que uma pessoa cadeirante conseguiria utilizá-la com facilidade ou teria dificuldade?”.

O item ‘a’ do problema gerador foi concebido para garantir que os estudantes entendam a relação entre uma rampa e o triângulo retângulo correspondente a ela, ou seja, que a rampa é uma figura tridimensional e o triângulo que corresponde a ela é uma secção de uma de suas partes laterais. Neste momento, o professor pode resgatar conceitos geométricos relacionados a figuras planas e sólidos, como as definições de aresta, vértice e face.

Caso a escola não tenha nenhuma rampa, o professor pode construir uma genérica utilizando papelão. O vídeo do link a seguir contém a ideia principal da construção da rampa: <https://youtube.com/shorts/aS5RLdjvSg0>. As seguintes medidas podem ser utilizadas:

Medidas laterais (2 peças): 2m de largura X 90cm de altura; **Medidas do piso da rampa:** 2,5m de comprimento X 1,5m de largura.

Figura 1: Representação das partes da rampa



Fonte: Elaborada pelos autores (2025)

É evidente que, ao optar por trazer uma proposta de atividade diferenciada visando uma aprendizagem mais significativa da Matemática, o professor precisará de mais tempo, pois será necessário simular situações e considerar as especificidades de seus alunos, da escola e do contexto social no qual estão inseridos, a fim de adaptar tal atividade à realidade de sua sala de aula. Em vista disso, Oliveira (2006) aponta que alguns fatores, como a falta de recursos didáticos e a alta carga horária dos professores que, na maioria das vezes, trabalham em mais de uma escola dificultam a adoção de uma proposta de atividade mais elaborada, restando a muitos docentes a opção pelo método tradicional expositivo, por demandar menos tempo de planejamento. Cabe ressaltar, contudo, que o uso desse método tem se mostrado pouco eficaz na construção dos conceitos relacionados à Trigonometria, visto que Brito e Morey (2004), Oliveira (2006) e Silva (2019) apontam uma gama de dificuldades decorrentes do ensino exclusivamente expositivo, mesmo em relação aos conceitos trigonométricos mais básicos, como as razões seno, cosseno e tangente. Assim, cabe ao professor se esforçar por adotar um ensino de Trigonometria baseado em tarefas investigativas, as quais exigem autonomia dos estudantes e favorecem uma aprendizagem significativa.

No item “b”, várias ferramentas podem ser utilizadas para a construção solicitada, como régua, transferidor e compasso. Sugerimos que o docente não revele isso aos discentes de imediato e lhes pergunte: “Quais ferramentas podemos utilizar para fazer o desenho solicitado?”, prosseguindo de acordo com as respostas. Caso os estudantes apresentem dificuldades, o professor deve orientá-los a identificar o triângulo retângulo que deve ser considerado, bem como o ângulo formado pela rampa com o plano horizontal.

É interessante também que o professor questione o que os estudantes entendem por “fixar um ângulo” e passe a tratar de situações de semelhança, conceitos essenciais para o item seguinte. Julgamos imprescindível abordar tais conceitos, pois, na pesquisa de Brito e Morey (2004), os investigados apresentaram dificuldades relativas ao conceito de semelhança, afirmando que dois triângulos retângulos quaisquer sempre seriam semelhantes entre si apenas pelo fato de ambos possuírem um ângulo reto.

Segundo a BNCC, os conceitos relacionados à semelhança de triângulos devem ser trabalhados desde o 9º ano do Ensino Fundamental, por meio da seguinte habilidade: (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes (Brasil, 2018). Logo, espera-se que os discentes cheguem ao Ensino Médio com tais conceitos compreendidos. No entanto, como mostram Brito e Morey (2004), isso nem

sempre ocorre.

Nesse sentido, o docente deve analisar, durante a resolução do item “b”, se seus estudantes compreendem o motivo pelo qual os triângulos a serem construídos são semelhantes, ou seja, o caso ângulo-ângulo, pois, ao fixarmos o ângulo agudo (α), referente à base da rampa, e preservarmos o ângulo reto (90°), o terceiro ângulo será sempre igual a $180^\circ - \alpha - 90^\circ = 90^\circ - \alpha$ em qualquer triângulo construído.

O item “c” trata das medições e da construção de uma tabela com os valores obtidos, procedimento mediante o qual os estudantes determinarão os valores dos catetos oposto e adjacente e da hipotenusa dos triângulos construídos. Nessa etapa, deve-se dar atenção à medição dos segmentos, pois, como observou Costa (2022), os estudantes podem apresentar baixo domínio no uso de instrumentos como régua e compasso.

Nessa mesma perspectiva, Oliveira (2006) relata que os estudantes podem apresentar dificuldades mesmo no uso da régua, visto que alguns iniciam a medição a partir da marca 1 (um) do instrumento, em vez de começarem pela marca 0 (zero). Além disso, o autor pontua que outros alunos utilizaram apenas valores inteiros como medida dos segmentos, desconsiderando valores como 3,2 ou 4,5, comprometendo a precisão dos cálculos posteriores. Tendo isso em vista, é importante que o professor sinalize aos estudantes o grau de precisão esperado ao realizar as medições solicitadas no item “c”, a fim de não comprometer os resultados dos cálculos a serem realizados no item seguinte.

Trouxemos a realização de construções com régua e compasso, entre outros instrumentos, porque, de acordo com Costa (2022, p. 31), “não é comum a utilização de régua e compasso para a construção de figuras em sala de aula; geralmente, as figuras são desenhadas sem qualquer medição ou exatidão”. Ainda segundo o autor, a construção de figuras geométricas utilizando esses instrumentos já se configura, por si só, como uma atividade interessante do ponto de vista matemático.

O item “d” do problema gerador será o mais desafiador para os estudantes, visto que, nessa etapa, eles investigarão as relações entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos que construíram. Na proposta anterior (Costa, 2022), foi utilizada uma abordagem mais simples em etapa semelhante deste problema, pois o ângulo fixado era um ângulo genérico de 30° e os valores de seno, cosseno e tangente eram fornecidos aos estudantes. No entanto, ainda assim, alguns apresentaram dificuldades em compreender o que lhes era solicitado, como evidencia a fala de um deles: “Mas como eu vou somar? Multiplicar? Tenho que fazer o quê?” (Costa, 2022, p. 32). Tal colocação nos alerta para os obstáculos que o professor precisará ajudar os alunos a superar nesta proposta mais sofisticada.

Na resolução desse item, o docente deve auxiliar os discentes, lembrando sempre de não fornecer respostas prontas, permitindo que eles percorram o caminho da resolução de forma autônoma (Allevato; Onuchic, 2014; Pironel; Vallilo, 2017). Considerando isso, o professor pode fazer perguntas como: “O que vocês entendem por encontrar padrões ou igualdades?”, “Se eu somar as medidas dos catetos de um triângulo e fizer o mesmo com outro, haverá algum padrão?”, “E se eu realizar o mesmo procedimento utilizando outra operação em vez da adição?”.

A importância de perguntas desse tipo é evidenciada em Costa (2022, p. 32), quando um estudante questiona: “Mas como eu vou somar? Multiplicar? Tenho que fazer o quê?”, e o docente responde: “Isso quem vai me dizer são vocês. Somem, subtraíam, multipliquem e dividam esses valores e vejam o que acontece.” Ao agir dessa forma, o docente estimula a autonomia e o caráter investigativo do estudante na construção do conhecimento.

Quanto à questão trazida no item “e”, o professor deve dar tempo aos estudantes para refletirem sobre uma resposta. Caso algum estudante apresente uma resolução, o docente deve investigá-la e ouvi-lo “de forma hermenêutica”, ou seja, como propõe D’Ambrosio (2004), analisar a produção escrita ou verbal do discente, a fim de compreender a Matemática por ele produzida e incorporar novos conceitos à sua própria prática. Vale ressaltar que, se a resolução apresentada estiver incorreta do ponto de vista do rigor matemático, o docente deve explicar por que aquela solução não resolve o problema.

Consideramos improvável que algum estudante, sem conhecer Trigonometria, funções ou razões trigonométricas, estabeleça relações biunívocas entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo e seus ângulos. Por isso, apresentaremos outro problema, denominado problema auxiliar, para ajudar os estudantes na construção desses conceitos.

A construção I do problema auxiliar trata do estabelecimento dos valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos de 30° e 60° , e a construção II, dos valores correspondentes ao ângulo de 45° . O Grupo PET Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) produziu um material abrangendo o passo a passo de várias construções geométricas, inclusive as solicitadas pelo problema auxiliar desta proposta.

Durante a execução das construções I e II, o professor deve continuar agindo como mediador e orientador, intervindo apenas quando necessário, sem fornecer respostas prontas e incentivando a autonomia e a investigação por parte dos estudantes. Vale destacar que alguns podem apresentar dificuldades nas construções com régua e compasso, como as mencionadas por Oliveira (2006) e Costa (2022), cabendo ao docente auxiliá-los adequadamente.

Note-se que o objetivo do problema auxiliar é construir a tabela trigonométrica dos chamados ângulos notáveis (30° , 45° e 60°) e verificar que as razões seno, cosseno e tangente desses ângulos se repetem em qualquer triângulo retângulo que contenha tais ângulos. É importante que o professor sintetize esses conceitos por meio de uma conversa com os estudantes.

Com ambas as construções realizadas, partimos para o item “g”, que retoma a pergunta do item “e”: “Como podemos determinar os ângulos de um triângulo retângulo conhecendo as medidas de seus lados?” Com os conceitos construídos no problema auxiliar, os estudantes devem ser capazes de perceber que, conhecendo as medidas dos lados de um triângulo retângulo, é possível identificar as medidas de seus ângulos. Para isso, quando não se tratar de ângulos notáveis, pode-se utilizar uma tabela (ou tábua) trigonométrica, como a seguinte:

Figura 1: Tabela Trigonométrica.

Ângulo	Sen	Cos	Tg	Ângulo	Sen	Cos	Tg
1°	0,0175	0,9998	0,0175	46°	0,7193	0,6947	1,0355
2°	0,0349	0,9994	0,0349	47°	0,7314	0,682	1,0724
3°	0,0523	0,9986	0,0524	48°	0,7431	0,6691	1,1106
4°	0,0698	0,9976	0,0699	49°	0,7547	0,6561	1,1504
5°	0,0872	0,9962	0,0875	50°	0,766	0,6428	1,1918
6°	0,1045	0,9945	0,1051	51°	0,7771	0,6293	1,2349
7°	0,1219	0,9925	0,1228	52°	0,788	0,6157	1,2799
8°	0,1392	0,9903	0,1405	53°	0,7986	0,6018	1,327
9°	0,1564	0,9877	0,1584	54°	0,809	0,5878	1,3764
10°	0,1736	0,9848	0,1763	55°	0,8192	0,5736	1,4281
11°	0,1908	0,9816	0,1944	56°	0,829	0,5592	1,4826
12°	0,2079	0,9781	0,2126	57°	0,8387	0,5446	1,5399
13°	0,225	0,9744	0,2309	58°	0,848	0,5299	1,6003
14°	0,2419	0,9703	0,2493	59°	0,8572	0,515	1,6643
15°	0,2588	0,9659	0,2679	60°	0,866	0,5	1,7321
16°	0,2756	0,9613	0,2867	61°	0,8746	0,4848	1,804
17°	0,2924	0,9563	0,3057	62°	0,8829	0,4695	1,8807
18°	0,309	0,9511	0,3249	63°	0,891	0,454	1,9626
19°	0,3256	0,9455	0,3443	64°	0,8988	0,4384	2,0503
20°	0,342	0,9397	0,364	65°	0,9063	0,4226	2,1445
21°	0,3584	0,9336	0,3839	66°	0,9135	0,4067	2,246
22°	0,3746	0,9272	0,404	67°	0,9205	0,3907	2,3559
23°	0,3907	0,9205	0,4245	68°	0,9272	0,3746	2,4751
24°	0,4067	0,9135	0,4452	69°	0,9336	0,3584	2,6051
25°	0,4226	0,9063	0,4663	70°	0,9397	0,342	2,7475
26°	0,4384	0,8988	0,4877	71°	0,9455	0,3256	2,9042
27°	0,454	0,891	0,5095	72°	0,9511	0,309	3,0777
28°	0,4695	0,8829	0,5317	73°	0,9563	0,2924	3,2709
29°	0,4848	0,8746	0,5543	74°	0,9613	0,2756	3,4874
30°	0,5	0,866	0,5774	75°	0,9659	0,2588	3,7321
31°	0,515	0,8572	0,6009	76°	0,9703	0,2419	4,0108
32°	0,5299	0,848	0,6249	77°	0,9744	0,225	4,3315
33°	0,5446	0,8387	0,6494	78°	0,9781	0,2079	4,7046
34°	0,5592	0,829	0,6745	79°	0,9816	0,1908	5,1446
35°	0,5736	0,8192	0,7002	80°	0,9848	0,1736	5,6713
36°	0,5878	0,809	0,7265	81°	0,9877	0,1564	6,3138
37°	0,6018	0,7986	0,7536	82°	0,9903	0,1392	7,1154
38°	0,6157	0,788	0,7813	83°	0,9925	0,1219	8,1443
39°	0,6293	0,7771	0,8098	84°	0,9945	0,1045	9,5144
40°	0,6428	0,766	0,8391	85°	0,9962	0,0872	11,4301
41°	0,6561	0,7547	0,8693	86°	0,9976	0,0698	14,3007
42°	0,6691	0,7431	0,9004	87°	0,9986	0,0523	19,0811
43°	0,682	0,7314	0,9325	88°	0,9994	0,0349	28,6363
44°	0,6947	0,7193	0,9657	89°	0,9998	0,0175	57,29
45°	0,7071	0,7071	1	90°	1	0	-

Fonte: Página Geometria e Trigonometria na Resolução de Problemas¹

Como os estudantes já conhecem as medidas dos lados do triângulo retângulo referente à rampa, seja ela presente na escola, seja construída pelo professor, têm posse da tabela dos

¹ Disponível em: < https://www.ufg.br/espamat/disciplinas/geotri/modulo3/tabela_trigonometria.html >. Acesso em: 3 dez. 2025.

valores de seno, cosseno e tangente de todos os ângulos agudos ($< 90^\circ$), o professor agora pode solicitar que eles encontrem os ângulos referentes a esse triângulo.

A resolução do último item do problema gerador consiste na aplicação de todos os conceitos construídos até então. É aqui que os estudantes devem atribuir significado à sua aprendizagem e à aplicação da Matemática em seu contexto social, tratando de um tema pertinente: a acessibilidade.

Na parte 4 do problema gerador, trazemos alguns trechos da NBR 9050 relacionados a rampas acessíveis. O professor deve analisar com seus alunos essa norma à luz do conhecimento matemático recém-construído. Os links a seguir também podem auxiliar nessa compreensão mais aprofundada da norma: <https://www.projetou.com.br/posts/calculo-de-rampa-passo-a-passo-completo/> e <https://www.archdaily.com.br/br/894740/como-projetar-e-calcular-uma-rampa>.

Acreditamos ser pertinente que, para além dos trechos destacados, o docente se inteire da parte da NBR 9050 (2015) que trata das rampas em sua integralidade e suscite discussões orientadas pelas seguintes perguntas, entre outras que ele pode formular: “O que significa dizer que a rampa tem uma inclinação muito alta ou muito baixa?”, “Considerando uma rampa, caso sua altura seja aumentada, mantendo-se fixo seu comprimento, o que ocorre com a sua inclinação?”, “Como podemos modificar uma rampa caso sua inclinação esteja superior à aceitável?” e “O que acontece com a inclinação da rampa se o ângulo referente a ela aumentar?”. Nesse momento, é fundamental que os alunos também sejam motivados a elaborar e propor problemas, que serão dirigidos a seus pares e resolvidos coletivamente.

Um ponto importante a ser explicado pelo docente aos estudantes é que eles encontrarão o valor da tangente do ângulo θ que estamos investigando no triângulo retângulo na lateral da nossa rampa e, multiplicando esse valor por 100, obterão a inclinação I da rampa (em porcentagem). Chamando de i o índice de subida, temos: $I = 100 \times i = 100 \times \text{tg}(\theta)$, $i = \frac{I}{100} = \text{tg}(\theta)$ e $\theta = \arctg(i)$. No futuro, o professor pode aproveitar este contexto para propor novos problemas: por exemplo, ele pode indagar se i e θ (ou I e θ) são grandezas proporcionais. Pode-se abordar primeiro um problema talvez mais simples, a saber: se o valor de θ dobrar, o mesmo acontecerá com o valor de i ? Esta pode ser uma boa oportunidade para trabalhar as famosas fórmulas de adição (Carmo, Morgado e Wagner, 1992), das quais decorre que $\text{tg}(2\theta) = \frac{2\text{tg}(\theta)}{1-\text{tg}^2(\theta)}$. Assim, chamando de j o índice de subida correspondente a 2θ , temos $j = \frac{2i}{1-i^2}$. Os alunos podem primeiro explorar relações entre i e θ decorrentes da igualdade $i = \text{tg}(\theta)$ e, posteriormente, passar a explorar também a fórmula da tangente do arco duplo. O que acontece no caso de o ângulo triplicar, quadruplicar etc? Não se pode, contudo, perder de vista a conexão de tudo isso com triângulos e rampas, à qual se deverá retornar sempre.

Para finalizar a atividade, o professor pode formalizar o conteúdo matemático, conectando todo o percurso de resolução do problema gerador (Allevato; Onuchic, 2014). Além disso, novos problemas relacionados ao conteúdo estudado podem ser propostos ou pesquisados e apresentados pelos estudantes, isto é, problemas reais com aplicações práticas como as trazidas por esta proposta de atividade. Esses problemas devem ser resolvidos e apresentados em sala de aula, servindo também como instrumento de avaliação (Allevato; Onuchic, 2014; Pironel; Vallilo, 2017).

5 Considerações finais

Relembrando que o objetivo deste estudo foi propor uma atividade mais aprofundada

para a construção das razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, embasada nos resultados e reflexões de uma proposta anterior apresentada em Costa (2022), acreditamos tê-lo atingido.

Na proposta trazida por Costa (2022), a atividade já se mostrava interessante, mas algumas respostas e dados foram fornecidos facilmente aos estudantes, além de certos conceitos não terem sido aprofundados, como o de semelhança de triângulos. Nesta nova proposta de atividade mais aprofundada, iniciamos com uma problemática baseada na realidade, permitindo que os estudantes construam seu conhecimento desde o início, atribuindo significado ao que fazem. No item “a”, os estudantes são exortados a utilizar sua percepção espacial para “decompor” a rampa em figuras planas, momento no qual podem ser trabalhados importantes conceitos relacionados à Geometria Espacial, à visualização de objetos em três dimensões (3D) e à planificação ou estudo de secções desses objetos.

A partir do item “b”, os estudantes já devem estar instigados a utilizar instrumentos como régua e compasso, considerando a importância dessas ferramentas para os estudos relacionados à Geometria e, conseqüentemente, à Trigonometria, além das dificuldades apontadas por Oliveira (2006) e Costa (2022) quanto ao baixo domínio de alguns estudantes no uso desses instrumentos.

A semelhança de triângulos é trabalhada nos itens “b”, “c” e “d”, por acreditarmos que se trata de um conceito que precisa ser abordado ou revisado previamente com os estudantes, antes de se esperar que eles façam uso adequado dele. Segundo Brito e Morey (2004), até mesmo professores formados apresentaram dificuldades em relação a tais conceitos. Caso algum estudante apresente uma resolução para o item “e”, o professor deve ouvi-lo atentamente, de forma hermenêutica, e investigar sua solução (D'Ambrosio, 2004). O problema auxiliar pode ser visto como “a virada de chave” para que os estudantes compreendam as relações entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos e as medidas de seus ângulos internos, expressas nas razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. É interessante que o professor sintetize esses conceitos em diálogo com os discentes.

Na resolução do item “g”, os estudantes já devem ser capazes de perceber as relações almejadas e, em posse da tabela trigonométrica, identificar os ângulos do triângulo referente à rampa. Por fim, no item “h”, devem analisar se a rampa da escola ou a rampa genérica é acessível para cadeirantes.

Entendemos que, ao adotar uma proposta de atividade como esta, o professor terá mais trabalho em seu planejamento e execução; contudo, cabe salientar que Brito e Morey (2004), Oliveira (2006) e Silva (2019) apresentam uma gama de dificuldades advindas do método tradicional de ensino exclusivamente expositivo, mesmo em relação aos conceitos trigonométricos mais básicos. Acreditamos que esta proposta de atividade pode auxiliar o docente na construção desses conceitos matemáticos, geralmente considerados mais complexos.

Esperamos que professores e pesquisadores desenvolvam esta proposta de atividade com estudantes em sala de aula e investiguem seu impacto na construção dos conceitos das razões seno, cosseno e tangente.

Referências

- Allevato, N. S. G. & Onuchic, L. R. (2014). Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: L. R. Onuchic, N. S. G. Allevato, F. C. H. Noguti & A. M. Justulin (Orgs.). *Resolução de problemas: teoria e prática* (pp. 35-52).

- Jundiaí, SP: Paco Editorial.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. (2015). *NBR 9050: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos*. Rio de Janeiro, RJ.
- Brasil. Ministério da Educação. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental*. Brasília, DF.
- Brasil. Ministério da Educação. (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília, DF.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.
- Brito, A. J. & Morey, B. B. (2004). Geometria e trigonometria: as dificuldades de professores de matemática do ensino fundamental. In: J. A. Fossa (Org.). *Presenças matemáticas* (pp. 9-36). Natal, RN: EDUFRN.
- Carmo, M. P.; Morgado, A. C. & Wagner, E. (1992). *Trigonometria e números complexos*. Rio de Janeiro, RJ: SBM.
- Costa, L. P. (2022). *Construindo razões trigonométricas através da resolução de problemas*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, PB.
- Costa, L. P. & Silva, L. R. C. (2022). Uma revisão sistemática da literatura acerca dos impactos da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas. *Olhares & Trilhas*, 24(1). <https://doi.org/10.14393/OT2022v24.n.1.64495>
- D'Ambrosio, U. (2004). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus.
- Dante, L. R. (2013). *Projeto Voaz – Matemática*. São Paulo, SP: Ática.
- Dejtari, F. (2019). Como projetar e calcular uma rampa? *ArchDaily*. <https://www.archdaily.com.br/br/894740/como-projetar-e-calcular-uma-rampa>
- Grupo PET Matemática UFSM. (2020). *Apostila de desenho geométrico*. Santa Maria, RS: Universidade Federal de Santa Maria.
- Manual do Fingerboard. (2023). Como fazer uma rampa caseira para fingerboard [Vídeo]. *YouTube*. <https://www.youtube.com/shorts/aS5RLdjvSg0>
- Morais, R. S. & Onuchic, L. R. (2014). Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: L. R. Onuchic, N. S. G. Allevato, F. C. H. Noguti & A. M. Justulin (Orgs.). *Resolução de problemas: teoria e prática* (pp. 17-34). Jundiaí, SP: Paco Editorial.
- Oliveira, F. (2006). *Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, RN.
- Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 25(41).
- Pironel, M. & Vallilo, S. A. M. (2017). O papel da avaliação na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas. In: L. R. Onuchic, L. C. Leal Junior & M. Pironel (Orgs.). *Perspectivas para resolução de problemas* (pp. 189-219). São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Schroeder, T. L. & Lester Jr., F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In: P. R. Trafton & A. P. Shulte (Eds.). *New directions for elementary*

- school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Silva, S. H. C. (2019). *Dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma análise das revistas de ensino*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática – Licenciatura). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE.
- Skovsmose, O. (2014). *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas, SP: Papirus.
- Vazquez, C. M. R. (2010). Trigonometria no Ensino Médio: construção de alguns conceitos. In: *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática*. Salvador, BA.
- Zerbinatti, A. (s.d.). Como fazer o cálculo de rampa: passo a passo completo. *Projetou Blog*. <https://www.projetou.com.br/posts/calculo-de-rampa-passo-a-passo-completo/>