**Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do Raciocínio Matemático dos estudantes: compreensão apresentada por professoras dos anos iniciais**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Leandro Quirino dos Anjos**  Universidade Tecnológica Federal do Paraná  Marialva, PR — Brasil | | | **[Desenho de um círculo  Descrição gerada automaticamente com confiança média](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.pt_BR)**  [2238-0345](https://portal.issn.org/resource/ISSN/2238-0345) Brazil / Brésil | ISSN  [10.37001/ripem.v14i4.3890](https://doi.org/10.37001/ripem.v14i4.3890) Logotipo, Ícone  Descrição gerada automaticamente  Received • 18/03/2024  Approved • 13/05/2024  Published • 15/10/2024  Editor • Gilberto Januario [Ícone  Descrição gerada automaticamente](https://orcid.org/0000-0003-0024-2096) |  |
| 🖂 | [leandroquirino2011@gmail.com](mailto:leandroquirino2011@gmail.com) | |
| Ícone  Descrição gerada automaticamente | [0000-0003-0599-3972](https://orcid.org/0000-0003-0599-3972) | |
|  | | |
| **Eliane Maria de Oliveira Araman**  Universidade Tecnológica Federal do Paraná  Londrina, PR — Brasil | | |
| 🖂 | [elianearaman@utfpr.edu.br](mailto:elianearaman@utfpr.edu.br) | |
| Ícone  Descrição gerada automaticamente | [0000-0002-1808-2599](https://orcid.org/0000-0002-1808-2599) | |
|  | | |
| **André Luis Trevisan**  Universidade Tecnológica Federal do Paraná  Londrina, PR — Brasil | | |
| 🖂 | [[andrelt@utfpr.edu.br](mailto:andrelt@utfpr.edu.br)](mailto:geovane.barbosa@ifes.edu.br) | |
| Ícone  Descrição gerada automaticamente | [0000-0001-8732-1912](https://orcid.org/0000-0001-8732-1912) | |
|  | |  |  |  |

***Resumo:*** É fundamental promover ações de formação inicial e continuada de professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade sobre Raciocínio Matemático (RM), bem como identificar aspectos desses processos formativos que possibilitem inferir as compreensões dos professores participantes sobre este tema. Diante disso, esta pesquisa qualitativa tem, como objetivo, compreender como o desenvolvimento de um processo formativo pode contribuir para a compreensão dos professores sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes no contexto dos anos iniciais do ensino fundamental. Os dados foram coletados durante um processo de formação apoiado no modelo de formação continuada, denominado como PLOT. A metodologia utilizada durante esta investigação consiste na análise dos diálogos promovidos pelas professoras durante a realização de uma Tarefa de Aprendizagem Profissional. Como resultado desta pesquisa, concluímos que este processo permitiu às professoras melhorar o seu conhecimento sobre alguns dos processos de RM. Reconhecemos, também, a dificuldade das professoras em relação à compreensão dos processos de generalização e investigação do porquê.

***Palavras-chave:*** Ensino de Matemática. Raciocínio Matemático. Processos de Raciocínio Matemático. Formação de Professores.

**Essential Understandings for the development of students’ Mathematical Reasoning: comprehension presented by early years teachers**

***Abstract:*** It is essential to promote initial and continuing training actions for teachers working at different levels of schooling about Mathematical Reasoning (MR), as well as to identify aspects of these training processes that make it possible to infer the participating teachers' understandings this topic. In view of this, this qualitative research aims to understand how the development of a training process can contribute for teachers' understandings about the Essential Understandings for the development of students’ MR, in the context of early years of primary schools. The data were collected during a training process supported by the continuing training model, know as PLOT. The methodology used during this investigation consists of analyzing the dialogues promoted by teachers during the performance of a Professional Learning Task. As a result of this research, we concluded that this process enabled the participating teachers to improve their knowledge of some of the MR processes. We also recognize the teachers' difficulty in understanding the processes of generalization and investigation of why.

***Keywords:*** Mathematics Teaching. Mathematical Reasoning. Mathematical Reasoning Processes. Teachers’ Training.

**Comprensiones Esenciales para el desarrollo del Razonamiento Matemático de los estudiantes: comprensión presentada por docentes de los primeros años**

***Resumen:*** Es fundamental promover acciones de formación inicial y continua de docentes que trabajan en los diferentes niveles de educación en Razonamiento Matemático (RM), así como identificar aspectos de estos procesos de formación que permitan inferir las comprensiones de los docentes participantes sobre este tema. Por lo tanto, esta investigación cualitativa tiene como objetivo comprender cómo el desarrollo de un proceso formativo puede contribuir a la comprensión por parte de los docentes de las Comprensiones Esenciales para el desarrollo de la RM de los estudiantes, en el contexto de los primeros años de la escuela primaria. Los datos fueron recolectados durante un proceso de capacitación apoyado en el modelo de formación continua, conocido como PLOT. La metodología utilizada durante esta investigación consiste en analizar los diálogos promovidos por los docentes durante La realización de una Tarea de Aprendizaje Profesional. Como resultado de esta investigación, concluimos que este proceso permitió a los docentes mejorar sus conocimientos sobre algunos de los procesos de RM. También reconocemos la dificultad de los docentes para comprender los procesos de generalización e investigación el porqué.

***Palabras clave:*** Enseñar Matemáticas. Razonamiento Matemático. Procesos de Razonamiento Matemático. Formación de Profesores.

1. **Introdução**

O desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) dos estudantes é um dos principais objetivos do ensino da Matemática (Mata-Pereira & Ponte, 2018), e, segundo Jeannotte e Kieran (2017), os documentos curriculares de todo o mundo deveriam preconizar esse desenvolvimento desde os primeiros anos de escolaridade. No entanto, segundo esses autores, a forma como o RM é descrito nesses documentos orientadores "tende a ser vaga, não sistemática e até contraditória de um documento para o outro" (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 2). No Brasil, por exemplo, as orientações para o ensino de matemática no Ensino Fundamental, presentes na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), não trazem uma definição objetiva do que é RM.

O conhecimento do professor sobre esse tema influencia diretamente as ações desenvolvidas em sala de aula (Araman, Serrazina & Ponte, 2019; Loong, Herbert, Bragg & Widjaja, 2017). Nesse sentido, Ponte, Mata-Pereira e Henriques(2012, p. 375) afirmam que é "necessário que os professores conheçam os processos de raciocínio dos seus estudantes e reflitam sobre eles", nomeadamente, através da análise de situações vivenciadas em contexto de sala de aula (Oliveira & Serrazina, 2002).

Para além disso, Vieira, Rodrigues e Serrazina (2020, p. 14) apontam que "para que os professores promovam o desenvolvimento do raciocínio nos seus estudantes, é necessário que, durante a sua formação, sejam confrontados com situações concretas que envolvam explicitamente o raciocínio matemático, experimentem diferentes estratégias e analisem diferentes situações, preferencialmente trabalhos realizados por alunos". Assim, é fundamental promover ações de formação inicial e continuada de professores que atuam em diferentes níveis de escolaridade sobre o RM e o modo como ele é desenvolvido pelos estudantes na resolução de tarefas (Rodrigues, Brunheira & Serrazina, 2021), bem como identificar aspectos desses processos formativos que permitam inferir o conhecimento dos professores participantes sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes (Lannin, Ellis & Elliot, 2011).

No contexto da formação continuada, apoiamo-nos no Modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teachers*), proposto por Ribeiro e Ponte (2020) como construto teórico para apoiar o design do processo de formação, bem como para orientar a entendimento das oportunidades de aprendizagem profissional para os professores envolvidos (neste caso, aprender sobre os entendimentos essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes). Este modelo propõe o trabalho articulado em três domínios. Eles são: o papel e as ações do formador, as interações discursivas entre os participantes e a utilização das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP).

Com base nesses pressupostos, o objetivo deste trabalho é compreender como o desenvolvimento de um processo de formação pode contribuir para o conhecimento das professoras sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para responder a esse objetivo, foi organizado um processo de formação para professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, com foco em ações para o desenvolvimento do RM dos estudantes, apoiado em pressupostos do Modelo PLOT. A partir desse contexto, foram coletados dados que subsidiarão as análises e discussões apresentadas na continuidade deste artigo.

1. **Quadro teórico**

De acordo com Oliveira (2008, p. 3), "a expressão raciocínio matemático designa um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)". De igual modo, Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 781) propõem que "raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas, ou seja, utilizar a informação matemática já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões". Neste mesmo sentido, Jeannotte e Kieran (2017, p. 7) definem RM como um "processo de comunicação com os outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos". Por sua vez, Lannin *et al.* (2011, p. 10) tratam o RM como "um processo evolutivo de conjecturar, generalizar, investigar o porquê, e desenvolver e avaliar argumentos", o que nos leva à necessidade de compreender melhor cada um desses aspectos e entendimentos.

De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), os aspectos centrais do RM envolvem os processos de generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar, classificar, justificar, provar e provar formalmente, sendo que alguns deles estão relacionados à busca por semelhanças e diferenças e outros à validação, conforme mostra o Quadro 1.

Como os autores enfatizam no modelo proposto, os processos de raciocínio matemático estão intrinsecamente ligados às inferências que emergem das narrativas produzidas na busca do desenvolvimento do conhecimento matemático, o que exige, dos estudantes, diferentes habilidades cognitivas, pressupondo que evoluam na investigação envolvendo o raciocínio indutivo e dedutivo.

**Quadro 1:** Processos de RM e respectivas definições, com base no modelo proposto por Jeannotte e Kieran (2017).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Processo** | | **Definição** |
| **Processos relacionados com a procura de semelhanças e diferenças Definição do processo** | Generalizar | Ao procurar semelhanças e diferenças, inferem-se narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos no conjunto de um subconjunto desse conjunto. |
| Conjectura | Ao procurar semelhanças e diferenças, infere-se uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico provável ou verdadeiro e que tem o potencial de teorização matemática. |
| Identificar um padrão | Ao procurar semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas. |
| Comparar | Infere, através da procura de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas. |
| Classificar | Infere, através da procura de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades e definições matemáticas. |
| **Processos relacionados com a validação** | Validar | Tem por objetivo alterar o valor epistêmico (ou seja, a probabilidade ou a verdade) de uma narrativa matemática. |
| Justificar | Ao procurar dados, garantias e apoio, permite modificar o valor epistêmico de uma narrativa provável para muito provável. |
|  | Provar | Ao procurar dados, garantias e apoio, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeira. |
|  | Provar  formalmente | Ao procurar dados, garantias e apoio, modifica o valor epistêmico de  uma narrativa de provável para verdadeiro, com maior rigor e grau de formalismo do que na prova. |

**Fonte:** Elaboração dos autores (2024)

Ao desenvolver o RM, é possível que os estudantes explorem diferentes situações matemáticas, que, a depender da escolha da tarefa e da forma como ela é conduzida pelo professor (Ponte, 2005), podem ter o potencial de envolvê-los na utilização de diferentes processos de RM. Outro aspecto importante, citado por Lannin *et al.* (2011), é o fato de que os processos de RM estão inter-relacionados, e são representados pelos autores conforme ilustrado na Figura 1.

De acordo com Lannin *et al.* (2011), os processos de RM são dinâmicos e permitem que os estudantes os utilizem em diferentes momentos de uma resolução matemática. Para um melhor entendimento dos vários aspectos do RM, os autores propuseram dividi-los em nove Entendimentos Essenciais, que estão inter-relacionados e integram a "grande ideia" do RM.

O modelo proposto por Lannin *et al.* (2011) parte de um conceito geral do desenvolvimento do RM, que é definido pelos autores como uma grande ideia que envolve os processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê, e desenvolver e avaliar argumentos. Além de definir os processos que compõem o desenvolvimento do RM, os autores apontam que existem nove Entendimentos Essenciais que subsidiam o desenvolvimento do RM dos estudantes, detalhados no Quadro 2.

**Figura 1** - Modelo de processo de raciocínio matemático

**Conjecturar e generalizar**

**Justificar ou Refutar**

**Investigar o porquê**

**Fonte:** Lannin *et al.* (2011)

**Quadro 2:** Entendimentos Essenciais, baseados em Lannin *et al.* (2011)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CONJECTURAR E GENERALIZAR** | Entendimento Essencial 1 | A partir dos conceitos e habilidades matemáticas que detém, os estudantes podem apresentar afirmações sobre um fato matemático, sendo que estas afirmações podem ser verdadeiras ou falsas. Após uma investigação posterior, podem produzir uma justificativa que deve ser aceita ou refutada, assumindo, assim, a veracidade da conjectura formulada. |
| Entendimento Essencial 2 | Uma generalização pode ou não envolver a formulação de uma regra ou expressão algébrica. Isso ocorre porque, na verdade, a generalização está relacionada à identificação da semelhança entre os casos observados em uma determinada situação. |
| Entendimento Essencial 3 | “Generalizar envolve dois tipos de atividades - pensar sobre um relacionamento, ideia, representação, regra, padrão ou outra propriedade matemática para identificar semelhanças e estender o raciocínio além do domínio em que se originou” (Lannin *et al.*, 2011, p. 23). Logo, é importante que os estudantes desenvolvam a habilidade de identificar o domínio e os limites relevantes para formular uma generalização, pois cada generalização se aplica a um domínio particular. |
| Entendimento Essencial 4 | A linguagem matemática envolve o uso de símbolos, termos e diferentes representações, ao desenvolver as ações de conjecturar e generalizar, é necessário que o professor tenha um certo cuidado sobre as afirmações apresentadas para os estudantes, pois, de acordo Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 26), “esclarecer a linguagem matemática, os símbolos e as representações é uma parte essencial do raciocínio do estudante”. |
| **INVESTIGAR O PORQUÊ** | Entendimento Essencial 5 | Investigar porque uma afirmação é verdadeira ou falsa é uma parte essencial no desenvolvimento do RM, visto que este processo tende a contribuir com a validade de uma justificativa ou a refutação de conjecturas e generalizações. O processo de investigar o porquê pode ocorrer através da investigação sobre os fatores que explicam por que uma determinada afirmação matemática é válida, dando “atenção a características particulares que fornecem insights sobre relacionamentos que podem explicar se uma generalização é verdadeira ou falsa” (Lannin *et al.*, 2011, p. 30), assim como através das explicações do porquê, uma afirmação geral é válida ou inválida. O processo de Investigar o porquê está relacionado à ideia de que, quando um estudante investiga o porquê de uma conjectura ou generalização ser válida ou não, ele pode utilizar várias explicações para formular a sua justificativa. |
| **JUSTIFICAR E REFUTAR** | Entendimento Essencial 6 | Partindo do conhecimento prévio e das declarações gerais que os estudantes utilizam para fazer as suas generalizações, eles podem construir justificativas válidas ou não. Isso depende do modo como eles lidam com a argumentação para formular a sua conclusão. A produção de uma justificativa é mais ampla do que verificar a validade de uma afirmação, sendo necessário investigar se uma conjectura ou generalização é verdadeira além do domínio que está sendo explorado. A justificativa “precisa ser estendida para que aborde todos os aspectos, ou explique todos os elementos do domínio” (Lannin *et al.*, 2011, p. 35), sendo importante que se utilize uma linguagem geral, demonstrando que a justificativa é válida e se aplica para mais de um exemplo particular. |
| Entendimento Essencial 7 | Refutar e validar são etapas que envolvem os argumentos matemáticos utilizados durante a formulação de uma justificativa e que chegar a uma conclusão, ou seja, se a conjectura é verdadeira ou falsa, é importante que os estudantes compreendam a importância da utilização dos contraexemplos e o seu papel para apoiar a argumentação de que uma declaração particular é falsa. Neste sentido, Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 43) afirmam que “um único contraexemplo pode invalidar a conjectura”, assim como uma generalização. |
| Entendimento Essencial 8 | Criar e avaliar argumentos, explicar porque as conjecturas são verdadeiras, refinar as conjecturas com base nos argumentos que sustentam a sua formulação, compreender a aplicação de definições e contraexemplos e mostrar que as conjecturas são falsas, são fatores importantes na justificação matemática. Isso inclui a identificação e revisão de erros ou equívocos apresentados em uma justificativa, seja a partir de uma conclusão ou apenas parte da declaração geral. A avaliação de uma justificativa pode envolver a utilização de diferentes formas de representação matemática para mostrar que a conjectura é falsa, a reformulação de uma conjectura de modo que a torne mais apropriada ou até mesmo verdadeira, a revisão de uma conjectura na perspectiva de dar sentido à afirmação formulada, assim como uma análise mais detalhada dos argumentos que sustentam a validade das conclusões válidas. |
| Entendimento Essencial 9 | Considerando que muitas das justificações produzidas pelos estudantes são elaboradas a partir de ideias matemáticas utilizadas ou apresentadas anteriormente pelo professor, durante a utilização de exemplos para verificar a validade de conjecturas, é essencial que os estudantes tenham a entendimento de que a validade de uma generalização não deve ser baseada apenas em ideias matemáticas, teste de exemplos e opiniões sobre a veracidade de uma informação. Neste sentido, no desenvolvimento das justificações em que os estudantes exploram as relações matemáticas que apoiam e garantem a validade da generalização, o estudante deve apresentar argumentos que mostrem que uma relação matemática é válida para todos os casos possíveis. |

**Fonte:** Elaboração dos autores (2024)

Considerando as características apresentadas em cada Entendimento Essencial (Lannin et al., 2011), destaca-se que a compreensão delas tem um papel muito importante no desenvolvimento desta pesquisa. É esse aspecto que se buscou investigar, a fim de compreender como o desenvolvimento de um processo de formação pode contribuir para o conhecimento das professoras sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1. **Procedimentos metodológicos**
   1. **Caracterização e contexto da investigação**

A investigação da qual resulta este artigo é de caráter qualitativo e interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). Segundo os autores, uma investigação qualitativa envolve as experiências vividas por determinados sujeitos e a forma como eles as interpretam num contexto.

Considerou-se o contexto que envolve a preparação e o desenvolvimento de um processo de formação de professores. Partiu-se do pressuposto de que a análise de tarefas matemáticas resolvidas pelos estudantes permite que os participantes ampliem o seu conhecimento sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes. Apoiado no Modelo PLOT (Ribeiro & Ponte, 2020, p. 4), este processo de formação procurou proporcionar Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) aos professores através de ações interligadas e interativas, que envolvem os três domínios que constituem o Modelo PLOT (Figura 2): PAF (Papel e ações do formador), TAP (Tarefas de aprendizagem profissional) e IDP (Interações discursivas entre os participantes).

**Figure 2:** Modelo PLOT (Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores)



**Fonte:** Ribeiro e Ponte (2020, p. 4)

As ações de formação tiveram, por base, a utilização de TAP (Smith, 2001). De acordo com Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), as TAP são tarefas destinadas a proporcionar a aprendizagem aos professores em situações específicas e caracterizam-se, entre outros aspectos, pela utilização de registros de prática, como resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares e planos de ensino. Para Barboza, Pazuch e Ribeiro (2021, p. 7), tais registros possibilitam "a formulação de conjecturas matemáticas, sua validação, reformulação e a mobilização de conhecimentos necessários à prática letiva". No caso desta pesquisa, consideram-se os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes.

A pesquisa foi realizada presencialmente, em 5 encontros de 3 horas cada, no 1º semestre de 2022, em uma escola municipal de Marialva, Paraná, Brasil, onde o primeiro autor deste artigo atuou como professor e, durante o processo de formação, atuou como professor-formador. Participaram dez professoras (nomes fictícios) dos anos iniciais do Ensino Fundamental, todos da mesma escola onde foi realizada a formação e onde o formador também atuava como professor. Não tinham conhecimento prévio do quadro de Entendimentos Essenciais.

Durante o processo de formação, o professor-formador desenvolveu três TAP (designadas TAP 1, TAP 2 e TAP 3). As duas primeiras tarefas contribuem para ampliar o conhecimento conceitual das professoras sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes. Neste artigo, são apresentados os resultados da TAP 3, momento em que as professoras analisaram algumas resoluções de uma tarefa exploratória matemática (Ponte, 2005) (Figura 3) aplicada numa turma do 5º ano de escolaridade.

**Figure 3**: Tarefa exploratória envolvendo a ideia de sequência numérica

|  |
| --- |
| Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.    Fonte: Mosquito (2008, p. 157).  a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 5.** Explique como você obteve cada resultado.  i. Número de azulejos brancos: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  ii. Número de azulejos cinzentos: \_\_\_\_\_\_\_\_  iii. Número total de azulejos:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022)

Em primeiro lugar, as professoras resolveram a tarefa exploratória individualmente e, depois, discutiram-na coletivamente. Em seguida, em pares ou em trios, analisaram as resoluções que alguns dos estudantes do 5º ano apresentaram para a tarefa, de modo a identificar e justificar os processos de RM que consideravam terem sido mobilizados por eles.

Por fim, apresentaram as considerações de suas análises em forma de plenária e, a partir delas, o formador mediou uma discussão coletiva, na perspectiva de proporcionar uma análise mais ampla e abrangente dos processos de RM. Todos os participantes puderam contribuir para a discussão, apresentando argumentos que talvez não tivessem sido identificados pela dupla ou trio anteriormente. Durante a discussão, as professoras identificaram quais processos de RM cada estudante possivelmente utilizou ao resolver a tarefa e, para cada processo citado, os alunos apresentaram suas respectivas justificativas.

* 1. **Métodos de recolha e análise de dados**

Os dados produzidos para a pesquisa foram coletados por meio de gravações em áudio, posteriormente transcritas na íntegra. Após este momento, foram selecionados alguns trechos que atendem ao objetivo da pesquisa, ou seja, momentos em que, a partir das falas dos participantes, foi possível inferir como as professoras ampliaram seus conhecimentos sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes.

Para a análise dos dados, foram utilizadas as discussões promovidas em dois momentos da TAP 3. O primeiro deles é quando um trio de professoras discute a resolução da tarefa apresentada por um dos estudantes (Figura 4). O segundo momento ocorre na plenária, quando os participantes do processo de formação apresentam suas considerações para os demais, com o objetivo de compartilhar reflexões ocorridas nos outros grupos.

**Figura 4**: Resolução do estudante

|  |
| --- |
|  |
| "Vi que a figura 1 estava com 2 azulejos brancos e 3 cinzentos na figura 3, na figura 2 estava a mesma coisa mas tinha mais 3 cinzentos a mais, então eu percebi que a regra é 3 em 3 no cinzentos e não sobe e nem diminui o branco.” |

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022)

1. **Análise dos dados**

Esta seção apresenta as análises separadas nos dois momentos acima mencionados. O primeiro destaca os processos de RM que as professoras reconheceram por meio da resolução do estudante e o segundo destaca os que foram reconhecidos por meio da discussão coletiva.

* 1. **Discussão em grupo de Paula, Carolina e Eloysa**

A partir da resolução e da justificativa do estudante (Figura 4), Eloysa, Paula e Carolina realizam a seguinte discussão:

**Paula:** Número de azulejos brancos 2, cinzentos 15. É para a Figura 5 também, né? Total 17.

**Carolina:** Eu fiz essa regra de 3 em 3.

**Paula:** [Lendo a resposta do estudante] Eu vi que a Figura 1 estava com 2 azulejos brancos e 3 cinzentos; na Figura 2 estava a mesma coisa, mas tinha 3 cinzentos a mais. Então eu percebi que a regra é 3 em 3 nos cinzentos e não sobe e nem diminui o branco.

**Carolina:** Eu acho que... Eu não sei... Pode ser uma justificação?

**Eloysa:** Eu acho que é uma conjectura, não é?

**Paula:** Aqui ele fez a relação matemática.

**Eloysa:** Aham.

**Paula:** Permanece os brancos e sobem [os cinzentos].

**Eloysa:** Vai aumentando.

**Paula:** De 3 em 3. Então, aqui é uma conjectura.

Ao analisar a resolução, Carolina reconhece que o estudante utilizou a mesma conjectura que ela havia formulado anteriormente (quando resolveu individualmente a tarefa), no caso, a de que o número de tijolos cinzentos aumenta de 3 em 3. Paula e Eloysa compreendem que o estudante identificou uma relação matemática e, a partir disso, elaborou a conjectura de que o número de azulejos brancos permanece o mesmo e a quantidade de azulejos cinzentos aumenta em 3 a cada nova figura representada.

**Formador:** Isso é argumento matemático? [referindo-se à explicação escrita do estudante]

**Eloysa:** É, não é?

**Formador:** Ou é uma relação matemática?

**Carolina e Eloysa:** É uma relação.

**Formador:** Então, na verdade qual é esse [processo]? Porque você falou assim, porque percebeu que aumenta de 3 em 3, não é isso?

**Paula:** Os cinzas e permanece o branco.

**Formador:** E como que a gente fala isso? Ele está começando a construir o quê? Qual processo que ele está começando a sistematizar?

**Paula:** Não está construindo uma conjectura?

**Formador:** Conjectura! Ele está começando; esse aí é um processo importante, ele está iniciando, ele observou o que a gente fala padrões e regularidades. Para chegar a uma generalização, por exemplo, ele vai precisar desses padrões; ele tem que olhar diferentes casos e vê que a mesma relação que ele viu na Figura 2, vale para a Figura 1, vale para a Figura 3.

Paula, Eloysa e Carolina mostram compreender que o estudante identificou uma relação matemática com base em uma argumentação apoiada pela conjectura inicial: “a quantidade de azulejos brancos permanece a mesma quantidade e os cinzentos aumenta de 3 em 3”. O formador, ao interagir com as professoras, explica que, nesta fase da argumentação matemática, o estudante, provavelmente, começou a elaborar a sua conjectura e, embora reconheça que existe uma regularidade entre os casos, ele não utilizou uma generalização, porque o estudante apenas identificou a semelhança entre os casos. Para ser uma generalização, há a necessidade de identificar uma relação matemática a ser analisada em mais de um caso.

**Eloysa:** Não. Óh, na generalização o aluno a partir de um conjunto. Será?

**Paula:** Eu acho que sim. Eu acho que a conjectura é o último.

**Eloysa:** Será? Porque aqui fala que ele vai verificar que a conjectura é válida e admite que existe uma relação matemática válida para qualquer situação. Eu acho que a generalização está além dessa conjectura.

[...]

**Paula:** Então a gente está tentando achar na tarefa. O aluno, a partir de um conjunto de relações matemáticas, verifica que uma conclusão é válida e admite que existe uma relação matemática válida para qualquer situação [lendo o texto de apoio].

**Eloysa:** Mas eu acredito que tem também.

**Paula:** Qualquer situação? Mas essa daqui não é qualquer situação.

**Eloysa:** Então, vamos deixar assim.

**Paula:** Porque a gente pode fazer um conjunto de figuras diferentes, agora já é diferente de uma regra matemática, em qualquer situação vai ser aquela mesma regra, né?

Eloysa mostra compreender que a generalização é um processo que será produzido a partir de um conjunto de relações matemáticas e que o estudante a utilizou durante a sua resolução. No entanto, ela não descreve qual foi a generalização utilizada. Ela mostra compreender que uma generalização é muito mais do que uma afirmação, quando diz “eu acho que a generalização está além dessa conjectura”. Porém, ao citar a expressão “relação matemática”, Paula e Eloysa mostram não compreender que uma generalização envolve a identificação de uma relação matemática que é válida em um conjunto de diferentes casos, sendo que estes casos devem admitir a existência de um fator semelhante em cada um deles.

* 1. **Discussão Coletiva**

Durante a plenária, Paula, Eloysa e Carolina apresentam aos demais participantes do processo formativo, os processos de RM que conseguiram identificar por meio da resolução do estudante apresentada na Figura 4.

**Formador:** Quais processos vocês conseguiram identificar?

**Paula:** Conjectura.

**Formador:** Qual conjectura?

**Rosana:** Ele acertou!

**Paula:** Falando sobre o processo de conjectura, a partir do momento em que ele escreveu que o azulejo branco permanece o mesmo e os cinzentos aumenta de 3 em 3 em cada figura.

**Formador:** Isso, legal. Mais alguém?

**Rosana:** Ele fez certinho o pensamento dele.

**Formador:** Foi isso a conjectura dele?

**Rosana:** Ele fez uma conjectura, generalizou, justificou.

**Formador:** Espera lá! [risos].

Paula cita que identificaram a ocorrência da formulação de uma conjectura, pois o estudante escreveu “que o azulejo branco permanece o mesmo e os cinzentos aumenta de 3 em 3 em cada figura”, mas não justificaram o porquê de esta ser uma conjectura. Desta forma, compreende-se que elas deveriam ter explicado que é uma conjectura, porque o estudante escreveu uma afirmação com base na observação de figuras. Outro momento que chama a atenção durante a discussão, é quando Rosana aponta que o estudante “fez uma conjectura, generalizou, justificou”, visto que o estudante acertou a resolução da tarefa e seu raciocínio está correto. Desta forma, é importante destacar que o fato do raciocínio e resolução estarem corretos não significa que ele utilizou todos os processos de RM citados por Rosana.

**Rosana:** Tem a investigação.

**Eloysa:** Aí ele fez a investigação neste caso.

**Formador:** Por quê?

**Cristina:** Ele percebe a regularidade.

**Rosana:** Ele percebe a regularidade.

**Formador:** E qual é a regularidade?

**Rosana:** Que são 3 sempre nos cinza e não sobe e nem diminui o branco. Ele percebeu a regularidade.

**Formador:** Isso. Ele já percebeu uma regularidade que é bem mais válida do que a primeira, né?

**Eloysa:** Sim, com certeza.

**Formador:** Aumenta de 3 em 3.

**Aline:** Não sobe, nem diminui.

**Paula:** Permanece o branco.

**Cristina:** O branco permanece.

Neste trecho, as participantes mostram compreender que um dos fatores que possibilita identificar que houve o processo de investigar o porquê, é o fato do estudante ter identificado a regularidade existente entre os casos. No entanto, este fato é apenas uma das características, pois, além disso, é necessário que o estudante apresente uma relação matemática que tenha o potencial de justificar o porquê de uma generalização ser verdadeira ou não.

**Formador:** E o investigar o porquê no caso ali, eles fazem o investigar o porquê?

**Cristina:** Aí ele chega que a regra é de 3 em 3 no cinzento.

**Rosana:** E que nem sobe e nem diminui o branco.

**Formador:** E o total de azulejos?

**Rosana:** Tá correto.

**Paula:** É a soma.

**Formador:** Eles investigam a relação matemática?

**Cristina:** Ao total não!

**Rosana:** Ao total, não! Porque aqui não deu o total.

**Formador:** Por que o 15? Eles falam 15 nos cinzentos.

**Rosana:** É. Porque ele percebeu a regularidade, sempre a regra é 3 em 3 nos cinzentos.

**Paula:** Mas não justifica o total.

**Rosana:** Não, ele não justifica.

**Paula:** Só justifica as figuras. Não justifica o total.

Cristina e Rosana mostram compreender que o processo de investigar o porquê se justifica pelo fato de o estudante ter identificado e utilizado uma propriedade matemática que é observada por meio da sequência de figuras. No entanto, entende-se que esta propriedade seja apenas uma parte da argumentação matemática que auxilia na formulação e validação da conjectura inicial. Contudo, o formador busca auxiliar a compreensão ao questionar se o estudante utilizou uma relação matemática. Desta forma, Rosana dá a entender que uma possível investigação do porquê ocorreria se o estudante tivesse justificado o valor total de azulejos contidos na Figura 5 da tarefa.

**Formador:** Na figura ele justificou, né? Certo. Então, espera lá. Conjectura que vai aumentar de 3 em 3 a quantidade de cinzentos. A justificativa, vocês falaram que tem, por que há justificativa?

**Rosana:** Porque tem uma...

**Eloysa:** Aqui está validando a conjectura dele.

**Formador:** Está validando a conjectura; que de certa forma, a figura dele está coerente com o que ele diz. Ele só não deixou explícito o porquê do 15.

**Rosana:** É.

**Formador:** Que ali seria um detalhe para aparecer o investigar o porquê. Porque a relação ele entendeu, que é de 3 em 3.

**Paula:** Mas deixou.

**Formador:** Mas investigar o porquê 15? Ele deixou por que 15?

**Rosana:** Ele entendeu a regra, mas ele não explicou o porquê deu 15.

**Cristina:** O resultado. Como ele chegou na Figura 5.

**Rosana:** Ele teria que falar que 12 mais 3 é 15. Porque a regra é sempre.

**Formador:** Paula você ia falar mais alguma coisa?

**Paula:** É isso daí que está escrito ali, que a regra é.

**Aline:** De 3 em 3.

**Rosana:** Só que ele não justificou o total.

Eloysa reconhece que, por meio da resolução do estudante, é possível identificar que ele validou a conjectura de que a pilha de azulejos cinzentos aumenta de 3 em 3. Logo, os questionamentos do formador auxiliam as participantes a perceberem que, para se mobilizar o processo de investigação do porquê, há a necessidade de descrever uma relação matemática que tenha o potencial de explicar porque, na Figura 5 da resolução, há 15 azulejos cinzentos. Com isso, Rosana afirma que o estudante “teria que falar que 12 mais 3 é 15”. No entanto, isso não é verdade. Se o estudante fizesse essa afirmação, ele não estaria utilizando uma relação matemática, mas uma propriedade da conjectura.

**Formador:** É a conjectura que auxilia na justificativa, mas investigar o porquê, seria analisar caso a caso e identificar uma relação. Ele identificou que aumenta de 3 em 3 de um para o outro, mas isso aí pode-se dizer que é uma relação matemática?

**Rosana:** É.

**Formador:** Que aumenta de 3 em 3 de um para o outro! E se eu perguntasse a Figura 100?

**Rosana:** Se ele faria?

**Formador:** É.

**Paula:** A tabuada do 3.

Ao perceber que as participantes ainda não identificaram a relação matemática que poderia ser utilizada para expressar a quantidade de azulejos cinzentos em uma figura qualquer, o formador apresenta uma questão: “e se eu perguntasse a [quantidade de azulejos na] Figura 100?”. Paula mostra compreender que, para determinar a quantidade de azulejos cinzentos na Figura 100, ela poderia utilizar a tabuada do três, ou seja, ela compreende que a relação matemática envolve determinar uma quantidade de azulejos que seja múltipla de três.

**Formador:** Vocês acham que ele teria coragem de ir até a Figura 100? [referindo-se à representação utilizando o desenho das figuras]

**Eloysa:** Não.

**Formador:** Então para chegar a uma investigação do porquê, ele não precisaria dessa relação matemática? Ele trouxe essa relação matemática ali?

**Paula:** Não.

**Formador:** Vocês entenderam? Ele percebeu que aumenta de 3 em 3, mas se eu pergunto a Figura 100, talvez ele já não vai querer fazer, porque fazer desenho vai dar trabalho, então ele precisa do que você falou, Paula, até se você conseguir completar um pouquinho, mas ela [a fala] pode completar.

**Paula:** Completar a resposta aqui?

**Formador:** É. Que é o 10 x 3, que aí se fosse a Figura 100 ele ia ter que pensar em algum número vezes 3 dava a 100 [azulejos cinzas], mais o 2 ainda.

**Paula:** Ou seja, trabalhando a tabuada do 3.

**Formador:** Isso. Ele teria que envolver a tabuada do 3 de certa forma, para chegar na 100, e não esquecer do 2. Que aí é onde ele começa a investigar o porquê e provavelmente acaba formalizando uma generalização.

**Paula:** E também precisa utilizar uma sentença matemática para o total de azulejos.

**Formador:** Poderia. Aqui não precisaria ele chegar no ponto de utilizar a letra n, a estrutura algébrica, mas este pensamento ele já teria que utilizar neste momento. Por exemplo, ao observar a Figura 4, a Figura 4 tem 12, 4 x 3, a Figura 3, 9, 3 x 3, ou seja, ele está começando a observar a regularidade da figura. Eu não posso pegar e pensar de um caso para o outro; eu tenho que pensar no primeiro caso, encontra uma regularidade, olha no segundo caso, encontra outra regularidade, e a regularidade que eu utilizei para o primeiro e válida para o segundo; aí sim isso envolve investigar o porquê. Porque eu descobri uma regularidade; a regularidade vale no primeiro, segundo, terceiro, quarto e quinto, quer dizer, essa regularidade tem potencial de se tornar uma generalização.

Neste trecho, o formador auxilia as participantes a perceberem a importância da relação matemática entre o número da figura e a quantidade total de azulejos, bem como a forma de defini-la a partir da observação das figuras. Quando o formador menciona a questão de determinar a quantidade de azulejos na Figura 100, ele reconhece que as participantes já compreenderam que existe uma conjectura, ou seja, que a quantidade total de azulejos envolve uma quantidade múltipla de três, mas elas não identificaram que, para obter essa quantidade, deve-se multiplicar o número da figura por três e acrescentar os 2 azulejos brancos.

Desta forma, o diálogo do formador permite compreender que, para mobilizar o processo do investigar o porquê, é importante formular, antes, uma relação matemática a ser identificada e investigada, com o objetivo de verificar se ela é válida em cada um dos casos analisados.

Foram sintetizados, no Quadro 3, a seguir, os Entendimentos Essenciais mobilizados durante as discussões da resolução da tarefa.

**Quadro 3:** Síntese dos Entendimentos Essenciais mobilizados durante as discussões sobre a resolução da tarefa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Trechos** | **Entendimentos Essenciais** | **Justificativa do porquê consideramos um entendimento** |
| **Paula:** Aqui ele fez a relação matemática.  ...  **Paula:** De 3 em 3. Então, aqui é uma conjectura. | Entendimento Essencial 1 | Paula mostra compreender que uma conjectura é formulada a partir de um raciocínio utilizado para elaborar uma afirmação com base na relação matemática identificada. |
| **Formador:** [...] O que é a justificativa?  **Carolina:** Apresenta argumentos matemáticos. | Entendimento Essencial 6 | Carolina mostra compreender que o processo de justificar envolve a utilização de argumentos matemáticos para comprovar as ideias que foram compreendidas. |
| **Formador:** [...] Para chegar a uma generalização, por exemplo, ele vai precisar desses padrões; ele tem que olhar diferentes casos e vê que a mesma relação que ele viu na Figura 2, vale para a Figura 1, vale para a Figura 3. | Entendimento Essencial 2 | O formador cita a ideia de semelhanças entre os casos para auxiliar na formulação da generalização, o que, de certa forma, envolve a utilização de uma conjectura. |
| **Paula:** [...] O aluno iniciou com o processo de construção de conjecturas a partir do momento que ele percebe que os azulejos brancos permanecem o mesmo e os cinzentos aumenta de 3 em 3 em cada figura, né? | Entendimento Essencial 1 | Paula compreende que uma conjectura consiste em produzir uma afirmação com base em ideias já assumidas como verdadeiras. |
| **Paula:** Porque a gente pode fazer um conjunto de figuras diferentes, agora já é diferente de uma regra matemática; em qualquer situação vai ser aquela mesma regra, né? | Entendimento Essencial 3 | Paula compreende que a aplicação de uma regra matemática deve ser testada em casos além do domínio. |
| **Rosana:** Que são 3 sempre nos cinza e não sobe e nem diminui o branco. Ele percebeu a regularidade. | Entendimento Essencial 6 | Rosana apresenta uma justificativa com base em ideias já compreendidas e assumidas como verdadeiras. |
| **Rosana:** Ele entendeu a regra, mas ele não explicou o porquê deu 15. | Entendimento Essencial 6 | Rosana compreende que não houve a justificação matemática com base em ideias já compreendidas. |
| **Formador:** Então para chegar a uma investigação do porquê, ele não precisaria dessa relação matemática? Ele trouxe essa relação matemática ali? | Entendimento Essencial 5 | O formador enfatiza que a investigação do porquê consiste em investigar fatores que auxiliam a explicação do porquê uma generalização é válida. |

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2024)

1. **Discussão e conclusão**

Ao analisar as discussões promovidas pelos participantes do processo formativo durante a análise da resolução da tarefa, reconhece-se que as professoras tiveram a oportunidade de discutir e refletir (Rodrigues *et al.*, 2021) sobre aspectos importantes que ajudaram a ampliar o seu conhecimento sobre Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes (Jeannotte & Kieran, 2017).

Ressalta-se que as discussões proporcionaram, principalmente, a identificação e a compreensão dos processos que envolvem a elaboração de conjecturas, a justificação e a refutação (Lannin *et al.*, 2011). Entende-se que houve menor aprofundamento das reflexões que envolvem os processos de generalização e investigação do porquê, uma vez que a resolução analisada apresentou poucos elementos para subsidiar as discussões a respeito desses dois processos.

A análise de situações concretas que envolviam explicitamente o raciocínio matemático possibilitou que as professoras discutissem questões que envolvem o ensino da Matemática, bem como o processo de aprendizagem dos estudantes (Vieira *et al.*, 2020). Os diálogos proporcionaram a oportunidade de refletir sobre a forma como alguns conhecimentos matemáticos (no caso, os conhecimentos matemáticos que envolvem a ideia de sequência numérica) são compreendidos pelos estudantes, o que promoveu discussões a partir de situações vivenciadas em contexto de sala de aula (Oliveira & Serrazina, 2002; Ponte *et al.*, 2012).

Através dos momentos de reflexão, nota-se que uma das principais dificuldades das professoras está relacionada ao processo de generalização e investigação do porquê (Lannin *et al.*, 2011). Isso se deve ao fato de as professoras utilizarem percepções equivocadas sobre o processo de generalização. Em alguns trechos das discussões, pode-se observar que as professoras demonstraram entender que uma generalização está relacionada ao momento em que o estudante utiliza o conhecimento matemático para explicar como obteve a resposta da tarefa. Assim, durante as discussões, eles, de certa forma, utilizaram poucos argumentos que pudessem contribuir para o entendimento do processo de generalização. Isso fica evidente, porque, na maioria das vezes em que esse processo é discutido, ele parte de uma abordagem promovida pelo formador.

Ao considerar a dificuldade das professoras em identificar aspectos que pudessem contribuir com a compreensão dos processos de generalização e investigação do porquê, nota-se que o processo de formação continuada propiciou, durante o desenvolvimento da TAP (Ribeiro & Ponte, 2020), discussões e reflexões com o potencial de auxiliar a compreensão desses processos. No entanto, como as professoras apresentaram poucos argumentos que envolvessem a identificação desses dois processos, eles foram tratados de modo mais sucinto e superficial.

Com base nas sínteses dos conhecimentos sobre Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes mobilizados durante as discussões a respeito da resolução do estudante, constatou-se que, durante o desenvolvimento da TAP 3, investigada nesta pesquisa, ocorreram diferentes discussões e reflexões que contribuíram para a perspectiva de identificação e compreensão desses Entendimentos Essenciais. Dessa forma, o Quadro 4 apresenta um panorama dos momentos em que as professoras tiveram a oportunidade de discutir e refletir sobre os aspectos que contribuem para a compreensão dos Entendimentos Essenciais, levando em consideração as resoluções de alguns estudantes.

**Quadro 4**: Síntese geral das resoluções que possibilitaram a mobilização dos entendimentos sobre os Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM dos estudantes

|  |  |
| --- | --- |
| **Entendimentos Essenciais** | **Ocorrência** |
| Entendimento Essencial 1 | X |
| Entendimento Essencial 2 | X |
| Entendimento Essencial 3 | X |
| Entendimento Essencial 4 |  |
| Entendimento Essencial 5 | X |
| Entendimento Essencial 6 | X |
| Entendimento Essencial 7 |  |
| Entendimento Essencial 8 |  |
| Entendimento Essencial 9 |  |

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2024)

Com base nos dados apresentados no Quadro 4, conclui-se que a resolução do estudante apresentou aspectos que contribuíram para a realização de reflexões e discussões que envolviam a compreensão do Entendimento Essencial 1 (reconhecimento de que o processo de elaboração de conjecturas consiste na formulação de um enunciado matemático produzido pelo estudante). A partir da resolução dos estudantes, as professoras puderam identificar aspectos que contribuíram para a compreensão do Entendimento Essencial 2 (que envolve o reconhecimento de que o processo de generalização consiste em identificar semelhança entre casos) e do Entendimento Essencial 6 (que a justificativa matemática deve ser produzida a partir de argumentos lógicos e com base em ideias já compreendidas).

A resolução do estudante permitiu, também, identificar argumentos que ajudaram a compreender o Entendimento Essencial 5 (investigar fatores que têm o potencial de explicar o porquê de uma generalização ser verdadeira ou falsa). Possibilitou, além disso, a discussão de aspectos que envolvem a compreensão do Entendimento Essencial 3 (o reconhecimento de que o processo de generalização envolve a identificação da aplicabilidade de uma relação matemática, estendendo-a a casos além do domínio relevante).

Como resultado, constatou-se que a análise das tarefas matemáticas resolvidas por um estudante permitiu que as professoras participantes de um processo de formação ampliassem seu conhecimento acerca dos Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM. Durante o desenvolvimento desta investigação, verificou-se que a análise da resolução permitiu identificar fatores que ajudaram a compreender como os processos de RM são mobilizados através das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes. Dessa forma, verificou-se que as professoras demonstraram reconhecer os processos de RM a partir da argumentação matemática utilizada na resolução, uma vez que os argumentos utilizados pelo estudante possibilitaram que elas identificassem se determinado processo de RM foi ou não mobilizado.

Com os resultados desta pesquisa, conclui-se que o desenvolvimento do processo de formação continuada possibilitou que as professoras participantes aprimorassem seus conhecimentos sobre os processos de RM e, assim, apresentassem argumentos que contribuíram para a identificação dos Entendimentos Essenciais, promovendo discussões e reflexões que impactam diretamente no processo de ensino da Matemática, além de algumas contribuições para o desenvolvimento profissional.

Em relação à conjectura inicialmente elaborada, verifica-se que ela é válida. Portanto, os participantes do processo de formação continuada, ao realizarem TAP que envolviam a identificação dos processos de RM e a utilização de alguns registros da prática, tiveram a oportunidade de reconhecer e discutir aspectos que auxiliam a compreensão de Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento do RM.

Por fim, apontamos que, na perspectiva de promover o aprofundamento da investigação que envolve os processos de RM e seus Entendimentos Essenciais, um novo ciclo de processo formativo foi desenvolvido e novas pesquisas (incluindo dissertações e teses ainda em construção) estão sendo realizadas.

**Referências**

Araman, E. M. O., Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, *21*(2), 466–490.

Barboza, L. C. S., Pazuch, V. & Ribeiro, A. J. (2021). Tarefas para aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. *Zetetiké*, *29*, 1–25.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto: Porto Editora.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* *96*(1), 1–16.

Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Loong, E. Y. K., Vale, C., Herbert, S., Bragg, L. A. & Widjaja, W. (2017). Tracking change in primary teachers’ understanding of mathematical reasoning through demonstration lessons. *Mathematics Teacher Education and Development,* *19*(1), 5–29.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, *32*(62), 781–801.

Mosquito, E. M. L. (2008). *Práticas Lectivas dos Professores de Matemática do 3º Ciclo do ensino básico.* Dissertação (Mestrado em Educação Especialidade de Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática, 100,* 3–9.

Oliveira, I, & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In: GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J.P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa, 7*(2), 355–377.

Ribeiro, A. J., Aguiar, M. & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante, 29*, 52–73.

Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. M. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetiké,* *28*, 1–20.

Rodrigues, M., Brunheira, L. & Serrazina, L. (2021). A framework for prospective primary teachers’ knowledge of mathematical reasoning processes. *International Journal of Educational Research,* *107*, 1–11.

Smith, M. S. (2001). *Practice-Basead Professional Development for Teachers of Mathematics.* Reston, Virgínia: National Council of Teachers of Mathematics.

Vieira, W., Rodrigues, M. & Serrazina, L. (2020). O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e depois de uma experiência de formação. *Quadrante,* *29*(1), 8–35.