MATEMÁTICA HOJE

João Pitombeira de Carvalho*

Na década de 60, Freudenthal, ao abrir um Congresso Internacional sobre Ensino de Matemática, podia afirmar que não havia necessidade de discutir por quê se ensina matemática. Para ele, o único ponto a discutir era como ensiná-la. Desde então, todavia, esta pergunta tem sido feita constantemente.

Isso por um lado reflete o amadurecimento da consciência crítica das pessoas que se dedicam à Educação Matemática como campo de estudo autônomo, e por outro lado as perplexidades de uma sociedade que verifica não ser o processo educativo a panacéia para todos os males, como alguns mais otimistas julgavam há poucas décadas.

Que a ciência e a tecnologia desempenham o papel cada vez mais importante em nossa sociedade global é indubitável. Estamos hoje percorrendo velozmente um caminho que começou a ser trilhado na Grécia antiga, com os pitagóricos, no Século VI a.C., que diziam ser o universo constituído pelos números. Mais tarde, por intermédio dos néopitagóricos, esta crença muito influenciou a filosofia de Platão e, por intermédio dela, quando foi redescoberta no Renascimento, ajudou a colocar a matemática em posição preeminente entre as várias áreas do saber.

Na Idade Média, a matemática constituia o " quadrivium ", o ciclo de estudos que se seguia ao "trivium". Este último era composto pela gramática, retórica e dialética. Já por sua vez, o "quadrivium" era formado pela aritmética (os números em repouso), a música (os números em movimento), a geometria (os corpos em repouso), e a astronomia (os corpos em movimento). O trivium e o quadrivium formavam as sete artes liberais, que sobrevivem ainda hoje no conceito de " Educação liberal", aquela que todo homem culto deveria possuir, independentemente da especialização que possa escolher, entre os inúmeros ramos do saber.

São bem conhecidas as palavras de Galileu: " O livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos". A partir dele, a matemática passou a ser considerada ferramenta essencial para a compreensão do universo. Esta ferramenta revelou-se imprescidível para a construção de uma visão racional-científica do cosmos. Graças à síntese de Newton, explorada pelos Bernoullis, Laplace e outros, foi possível compreender e prever muitos fenômenos importantes do mundo físico.

A partir do século XVII a matemática começa a mudar de caráter. Até então, podemos dizer que o matemático trabalhava com abstrações diretas da realida-

Departamento de Matemática,PUC/RJ

de. A geometria euclidiana é uma abstração direta das propriedades das formas espaciais. O cálculo infinitesimal, como concebido por Newton e pior Leibniz, é a formulação matemática das idéias intuitivas de velocidade, tangente e área. No entanto, a partir do Século XVII, a matemática começa a trabalhar com abstrações de abstrações. É como se estivéssemos trabalhando em andares sucessivamente mais altos, cada um deles mais afastado da realidade primitiva e dependendo, para sua sustentação, dos andaimes inferiores.

Paradoxalmente, o caráter cada vez mais abstrato e axiomatizado da matemática, que culminou em nosso século em suas grandes teorias estruturais, é que tem ampliado as possibilidades de aplicação da matemática. Isso é uma conseqüência natural da aplicação do método axiomático-dedutivo: como estudamos as propriedades das grandes estruturas, sem nos prendermos a exemplos específicos e " concretos ", podemos aplicar os resultados de nosso estudo a situações à primeira vista muito distintas. Decorre daí um grande desafio ao ensino da matemática em todos os níveis: como conciliar a necessidade da compreensão intuitiva e da exemplificação frutífera com a axiomatização que é a característica e a força da matemática contemporânea.

A aplicabilidade da matemática a problemas do mundo físico sempre foi motivo de interrogação para matemáticos e filósofos. Como é que uma ciência, cujos praticantes insistem em afirmar ser uma criação livre e independente do espírito humano, é a chave para a compreensão do mundo físico?

Frequentemente ferrametas matemáticas são posteriormente aplicadas a problemas que não tinham sido cogitados no momento de sua criação. O exemplo clássico são as seções cônicas. Os gregos as estudavam sem interesse em suas aplicações (os matemáticos gregos, com exceção de Arquimedes, consideravam a matemática como uma atividade sem aplicações). As propriedades destas curvas foram brilhantemente estudadas por Apolonio, no século III a.C. 1800 anos mais tarde, no século XVI, Kepler, ao estudar os movimentos dos planetas em torno do sol, percebeu que suas órbitas são elipses. Logo depois, Newton demonstrou as leis de Kepler, a partir de sua lei da gravitação universal, concluindo que a órbita de qualquer corpo em um campo gravitacional é sempre uma cônica (elipse, hipérbole ou parábola). Além disso, as cônicas se revelaram importantes em ótica, no estudo dos espelhos parabólicos, usados para a construção de telescópios refletores, entre outras aplicações.

Os exemplos desta aplicabilidade inesperada dos conceitos e idéias matemáticos se multiplicam a partir de então. Frequentemente, pesquisas altamente abstratas, que pareciam interessar somente a matemáticos puros, revelaram-se posteriormente essenciais em algumas aplicações. No século passado, as investigações de Boole, de Morgan e de outros, que pareciam sem interesse prático, não obstante a idéia de Leibniz da criação de sua " Algebra Universalis ", passaram a ser aplicadas no desenho de circuitos digitais. O estudo dos fundamentos da matemática, que se desenvolveu muito a partir dos problemas criados pela teoria dos conjuntos e suas antinomias, começou recentemente a ter aplicação no projeto teórico de computadores, na procura de computadores capazes de "pensar", o campo da chamada inteligência artificial.

Outro exemplo nos é fornecido pelo cálculo tensorial dos geômetras italianos, que não despertara muito interesse quando criado, e que se revelou, nas mãos de Einstein, a ferramenta natural para escrever as leis de sua física relativistica.

A teoria das matrizes, criada como parte da álgebra, teve aplicação posteriormente em 1926, no estudo da teoria atômica e na mecânica quântica.

Outro exemplo é dado pelo desenvolvimento por auto-funções dos operadores diferenciais e integrais e sua aplicação na mecânica ondulatória, em 1927.

Mais um exemplo: o método dos elementos finitos é muito importante em mecânica; ele consiste em discretizar problemas de mecânica decompondo os corpos rígidos em pequenos elementos, que são estudados isoladamente e em suas interações. Inicialmente, as razões para explicar o funcionamento do método eram puramente heurísticas. Mais tarde, verificou-se que Courant, desde 1943, tinha desenvolvido as ferramentas matemáticas necessárias para explicar e justificar o método. Estes estudos envolvem análise funcional, cálculo das variações e outras ferramentas poderosas da análise matemática.

Muitos campos de estudo que pareciam refratários à utilização da matemática, ciência "exata" e "quantitativa", empregam hoje os métodos qualitativos, originados em trabalhos sobre equações diferenciais, e que frutificaram na teoria das bifurcações, das catástrofes, das singularidades, que tem permitido atacar matematicamente fenômenos até então intratáveis, por serem demasiadamente desorganizados, caóticos. Existe hoje a teoria matemática do caos, que consegue explicar matematicamente fenômenos aparentemente totalmente desorganizados.

Além destas contribuições por vezes essenciais da matemática para o progresso de outras ciências, é importante não esquecer que a matemática não é só uma ferramenta. Encará-la de um ponto de vista puramente utilitário invalida por vezes as idéias de pessoas competentes em outras áreas, e que se desbruçam sobre a matemática sem uma percepção nítida de sua estrutura e dinâmica interna. Ela cresce e se organiza respondendo a desafios internos e externos. Em nosso século esta crescente estruturação da matemática, com feições crescentemente axiomáticas, se constitui em uma das grandes aventuras do espírito humano, devendo ser colocada em pé da igualdade, do ponto de vista cultural, com a filosofia, a música, a poesia, a pintura e a literatura modernas. Neste sentido, convém lembrar que a criação das geometrias não-euclidianas alterou radicalmente nossa maneira de encarar o conceito de espaço, que até Kant era considerado euclidiano. Já neste século, a lógica matemática, atingiu sua maturidade e os resultados de Godel sobre a não-consistência de sistemas axiomáticos levantam sérias perguntas sobre a natureza da verdade matemática. Considerados como pertencentes a um ramo subsidiário do tronco principal da matemática, estes resultados, e os relativos ao axioma da escolha, à hipótese do contínuo e outros, mostram a importância de uma reflexão sobre a própria matemática, com profundas implicações filosóficas.

O lado cultural da matemática não tem sido muito enfatizado. Em geral, cita-se somente a aplicabilidade realmente espantosa desta criação da mente humana. No entanto, se percorrermos a história observamos momentos de influência da matemática na maneira de ver o mundo. Isso teve início com a crença pitagórica de que os números formam o universo, passa pela fé de Galileu de que é possível explicar o universo usando a matemática, e atinge seu apogeu com a síntese newtoniana. O sucesso da matemática em explicar o funcionamento do mundo físico fez com que se tentasse, com maior ou menor sucesso, introduzir o pensamento " geométrico" em várias áreas do conhecimento, como por exemplo até em filosofia, com Spinoza em seu " Ethica, Ordine Geometrica Demontra" (1660-1675).

A matemática permeia hoje toda nossa civilização técnico-científica. Pode-se até duvidar da conveniência ou validade de um tal modelo de sociedade. É uma posição que não discutiremos aqui. No entanto, o caminho que nossa civilização percorre, a partir do século XVII, com Galileu, Newton e tantos outros, é definitivamente racionalista e científico. Dizer isso não é adotar uma posição positivista simplista ou uma concepção evolucionista linear da história. Há áreas essenciais da vida que a matemática ou a ciência não podem explicar, nem mesmo penetrar.

Este movimento de matematização da sociedade é crescente. As técnicas matemáticas invadem todas as profissões. O crescimento extraordinário dos modelos qualitativos (teoria dos sistemas dinâmicos, teoria das catástrofes) fez com que campos até então impenetráveis às técnicas quantitativas se rendessem aos novos métodos. A teoria dos fractais é quase imediatamente aplicada a problemas variados, como o de simular paisagens em telas de computador, tentar prever o aspecto de outros planetas, etc. O desenvolvimento de programas para exibir graficamente em computadores situações complexas (em metereologia, biologia, etc.) exige a construção de modelos matemáticos bem sofisticados e a capacidade para tratá-los numericamente, o que ocasionou um desenvolvimento explosivo das técnicas de cálculo científico.

Não se pode dizer que tudo isso são aplicações extremamente sofisticadas, e que é necessário somente um pequeno número de pessoas para lidar com elas. Em primeiro lugar, embora seja verdade que o trabalho direto com estas ferramentas não seja generalizado, o número de pessoas que lidam com elas não é tão pequeno assim, e tende a crescer. Engenheiros, médicos, biólogos, economistas, ecologistas, etc, usam, cada vez mais, métodos matemáticos em suas atividades.

Além disso, os conhecimentos necessários para dominar estas técnicas e métodos não podem pertencer a uma elite cuidadosamente educada. Já foi defendido convincentemente que o crescimento da matemática a partir dos fins da Idade Média teve como causa a percepção de que saber é poder, de que a matemática é realmente uma ferramenta cujo domínio aumenta o poder de seu detentor sobre os outros homens e sobre a natureza. Assim, é perigoso existirem duas espécies de matemática, uma para uso rasteiro, limitado às necessidades mais triviais do dia-a-dia, e outra para uso dos que ocuparão posições de liderança. Seria um modelo bem perverso de sociedade aquele que tentasse institucionalizar divisões como esta. Todos devem ser treinados e adquirir a base suficiente para poderem, caso necessitem, estudar e aplicar os poderosos métodos matemáticos em suas profissões.

Certamente nem todos utilizarão matemática de alto nível em sua vida. Mas um bom ensino de matemática, acessível a todos, independentemente de status econômico ou social, permitirá aos que têm talento e vocação para carreiras que utilizam a matemática encontrar seu caminho profissional. A alternativa é vermos pessoas descobrirem que não poderão realizar-se plenamente devido a deficiências básicas em sua formação matemática.

Por outro lado, não devemos pensar que o talento matemático é repartido, igualmente entre todos. Isso não acontece, por exemplo, com o talento musical, ou a habilidade mecânica, ou a coordenação motora que faz grandes atletas. Todos podem, com algum esforço, aprender a tocar razoavelmente um instrumento musical. Poucos são capazes de extrair deste instrumento sentimento e individualidade que comovam. O mesmo acontece com o emprego da língua. Deve-se exigir que cada um tenha condições de comunicar-se inteligivelmente e de estruturar de maneira clara seu discurso. Poucos serão escritores. Muitos menos ainda serão grandes escritores, capazes de mudar as próprias regras do escrever, de criar e modificar a língua.

Devido a razões históricas e filosóficas, a capacidade de aprender matemática foi sempre considerada como medida da inteligência de uma pessoa. Ninguém é considerado mais ou menos inteligente se é bom ou fraco em música. Por outro lado, ser fraco em matemática é um estigma que pode marcar a pessoa por toda a vida.

O prestígio da matemática na explicação do universo a partir do Século XVII, muito contribuiu para esta valorização. Talvez ela esteja também associada a resquícios místicos, inconscientes, da magia numérico-mística dos pitagóricos, que explicavam o universo pelos números, e que perdura popularmente na numerologia.

A matemática é única. Certamente deve ser ensinada de maneiras diferentes, dependendo dos alunos. Isso já tinha sido reconhecido por Tomás de Aquino, que chamava a atenção para o fato de que o professor deve valorizar a espontaneidade dos alunos e falar sua língua. Assim, a matemática é uma só, para filhos de favelados ou para filhos de diplomatas. Obviamente, a maneira de ensinar aos favelados deverá ser diferente da de ensinar aos filhos de diplomatas. Como diz Rouanet, em " O Novo Irracionalismo Brasileiro", diferencia o tipo de matemática que é ensinado aos dois grupos de alunos é querer perpetuar uma divisão social injusta e perversa.

O ensino tradicional voltava-se para a formação de uma pequena elite dirigente. Nele, a matemática tinha mais um papel de disciplinadora, de formadora do caráter. Assim, por exemplo, na Inglaterra até bem pouco os jovens futuros administradores do Império eram educados em um regime de latim e de Euclides. Na França, os estudantes da École Polytechnique, que durante muito tempo forneceu quase todos os quadros técnicos-administrativos de alto nível, tinham na matemática um dos mais fortes componentes de seus estudos. A filosofia positivista do século XIX, repetindo em um certo sentido as concepções pitagóricos-platônicas sobre a matemática deu-lhe grande ênfase, que se refletiu, por exemplo, no Brasil, no currículo das escolas militares. Este estudo tradicional, que em verdade não dava ênfase à originalidade e criatividade matemática, sempre dispôs de mecanismos de cooptação que permitiam a assimilação dos jovens muito bem dotados para a matemática. Como exemplo, temos a utilização por Napoleão de excelentes matemáticos em seus quadros administrativos ou militares.

A escola aberta a todas as classes econômico-sociais (pelo menos em teoria) forçou uma alteração profunda neste quadro. Já não se trata mais de formar uma elite pensante, mas sim de formar cidadãos capazes de participarem ativa e inteligentemente de um mundo realmente" permeado pela ciência e pela tecnologia". Deparamo-nos assim, como educadores matemáticos, com um grande desafio: como fazer para que, em uma sociedade que cada dia mais repousa sobre a matemática, mas que tem profundas e injustas divisões sociais, todos, quer sejam bem dotados ou não para a matemática, tenham um bom ensino desta ciência,para serem capazes de atuar como cidadãos críticos e conscientes em uma sociedade complexa.

Este desafio vem sendo enfrentado. Entre outras atividades, pesquisa-se e experimenta-se como adaptar o ensino da matemática a estudantes de culturas diferentes (etno-matemática), procuram-se formas de ensinar mais adaptadas ao dia-a-dia das crianças; investigam-se os fundamentos psicológicos do desenvolvimento cognitivo, como pré-condição para uma compreensão mais clara da aprendizagem; tenta-se compreender como a mente ataca e resolve um problema matemático; procuram-se formas de como resolver o grande problema, comum a países desenvolvidos e em desenvolvimento, de melhorar a formação de seus professores de matemática; investigan-se novos currículos para todos os graus de instrução procura-se formar uma comunidade de pesquisadores; dá-se ênfase ao papel do professor em tentar recontextualizar, para o aluno, a matemática descontextualizada dos livros-textos; tentam-se formular teorias, imprecisas ainda , de como o estudante aprende certos campos específicos da matemática, como por exemplo a geometria. Tudo isso caracteriza o aparecimento e a consolidação de uma área do saber bem definida. Interdisciplinar mas com problemas bem específicos e objetivos que a identificam realmente como um campo válido de investigação e de trabalho: A Educação Matemática.