

# FILOSOFIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Alvino Moser\*

Pode-se pensar, de modo superficial, que, ao se tratar de educação matemática, trata-se apenas de aspectos referentes ao ensino desta disciplina. Ora, o conceito de educação é mais amplo: indica o processo pelo qual a pessoa, por meio próprio ou alheio, continua sua programação genética ou o reprograma segundo suas circunstâncias.

Há, pois, em relação à matemática, duas questões a tratar: como a matemática está inserida e contribui no processo educativo e como se pode, por conseguinte, ensiná-la de modo adequado. Trata-se da dimensão e o espaço ocupado por esses conhecimentos na formação da própria pessoa. A essa pergunta responde Platão no livro VII da República quando trata da educação dos filósofos ou dos governantes da cidade.

Não é "cultivar a ciência (aritmética) para colocá-la a serviço das compras e vendas, como os negociantes e mercadores, mas para aplicá-la à conversão da alma". "A ciência dos números, quão bela e útil é, ... contanto que a estudem para conhecer e não para traficar". (525. c-a).

"Se a geometria obriga a contemplar a essência, ela nos convém; se ela se detém no dever não nos convém. (527 a). Sócrates tem ciência que esta educação não é ainda bem vista na sociedade, pois seus membros estão interessados nas vantagens próprias, no imediato, nas sombras (lembrando o mito da caverna). Assim, ao falar da estére-geometria, explica porque ainda não foi descoberta:

"É devido a duas causas: primeira, nenhuma cidade honra tais pesquisas e, sendo difíceis, trabalha-se pouco nelas; além disso, os pesquisadores carecem de um diretor, sem o qual os esforços serão baldados. Ora, é difícil achar um e, se o achassem, no atual estado de coisas, os que se devotam a tais pesquisas alimentam demasiada presunção para lhes obedecer". (528 d.)

Na realidade, a educação do homem como deve ser, do homem para a sua realização verdadeira e para sua felicidade imortal e imperecível, encontra como obstáculo o fato de existir "em cada um de nós um órgão da alma estragado e cegado por outras preocupações, órgão cuja conservação é mil vezes mais preciosas que a dos olhos do corpo, porquanto é só por ele que se percebe a verdade" (527).

Para Platão o homem é uma alma de passagem pelo corpo, como é repetido em todos os seus diálogos. A alma preexiste ao corpo e deve se libertar dele para voltar ao Hiperurânio, onde será feliz.

O saber, o conhecimento consiste em ver além das aparências, em ver o ser das coisas: "imprimir à alma um vigoroso impulso em direção à região superior e de obrigá-la a raciocinar" (525 c) sobre as coisas em seu ser e é nisso que consiste a felicidade.

É aqui, pois, a vez de considerar a educação matemática, como educação para a sabedoria, para a contemplação do todo, para a vida beatificada. A visão e a inserção no todo são

\* Prof. Dr. do Depto. de FILOSOFIA da UFPR, Curitiba, PR.

frutos da dialética que é preparada pela matemática, ou por seus diversos ramos.

**A** sabedoria é a visão do todo e da unidade e esta "percepção da unidade é das que conduzem e voltam a alma à contemplação do ser". (525 a).

**Ora**, a busca da unidade em si, o que vale também dizer que é a busca do todo, a alma o faz compelida pelo estudo de **aritmética**, de ciências dos números e do cálculo.

"O seu estudo é necessário ao filósofo para sair da esfera do devir e alcançar a essência, sem o quê ele jamais seria aritmético". (525 b).

"É preciso o estudo do cálculo de modo não apenas superficial, do modo como é ensinado, "mas até que cheguem pela sua inteligência, não superficialmente, a conhecer a natureza dos números", e assim se dará a "conversão da alma, do mundo da geração para a verdade e a essência" (525 c).

"Cumpra, pois, examinar se o forte dessa ciência e suas partes mais avançadas tendem ao nosso objetivo, que é o de mostrar mais facilmente a idéia do bem. Ora, isso será conseguido se a ciência de que tratam obrigar a alma a voltar-se para o lugar onde reside o mais feliz dos seres que ela deve contemplar".

"Por conseguinte, se a geometria obriga a contemplar a essência, ela nos convém; se ela se detém no devir, não nos convém" (528-d,e).

"A geometria é, com efeito, o conhecimento do que existe sempre". "Em conseqüência ela atrai a alma para a verdade e desenvolve nela este espírito filosófico que eleva para as coisas de cima os olhares que inclinamos erradamente para as coisas daqui debaixo". (527 a-b).

**Conseqüentemente**, Platão, ciente da advertência de Heráclito de que a **polimatheia** é ilusória, pleiteava saber o que realmente é necessário conhecer: Tudo é um. Evita ele a ruptura entre a reflexão e a vida, entre nossos conhecimentos e nossa existência, o que é a patologia do saber própria do nosso tempo. Ora, isso não fornece indicação sobre a natureza de matemática na perspectiva platônica.

## CONCEPÇÃO PLATÔNICA DA MATEMÁTICA

**A** matemática é o conhecimento que leva a alma para o puro inteligível que lhe proporcionará a visão do puro pensamento e das essências puras. Assim sendo, a matemática é o meio termo entre o visível e o invisível, como se nota na República (e VI.) que se consiste na hierarquia dos seres:

**a)** A esfera do sensível é apreendida pela imaginação (eikaisa) com simples conjecturas a partir das sombras (mito da caverna).

**b)** Um pouco mais elevado, o homem se deixa levar pela crença (pistes) e pela qual acredita nas coisas materiais e a elas adere com sua fé ingênua.

**c)** Pelo pensamento discursivo, isto é, pelo raciocínio (dianoia) eleva-se à região superior do inteligível. Aqui ainda é um conhecimento mediado.

**d)** Somente no quarto grau, há a visão direta, intuitiva, em plena luz, em que a inteligência é iluminada diretamente pelas idéias em todo o seu esplendor: é onde resplandece a idéia do BEM.

**Portanto**, a matemática situa-se no terceiro grau, no grau do pensamento discurso que consiste em tirar conclusões necessárias das premissas (raciocínio), sendo esta uma das

definições próprias do saber matemático.

Platão propõe a matemática como possível via para recuperação do múltiplo e assim "alcançar a essência profunda da realidade natural" (GEYMONAT, p. 1.p.182). Há, portanto, uma forte propensão ao pitagorismo para o qual a realidade é número, representando isto a harmonia do universo. No TIMEU transparece esse conceito de matemática, pois explica cosmos como o "mais belo ser" criado por meio do demiurgo (NOUS), essa beleza e esplendor é derivada da ordem invisível a ser desvelado pela matemática. O mundo é feito de água, ar, terra, fogo e quintessência que são relacionadas ao cubo (terra), tetraedro (fogo), octaedro (água), dodecaedro (ar) e icosaedro (quintessência). A composição do universo, então, é resultado da composição de triângulos que constituirão todos os corpos.

Contudo, resta ainda uma questão, o que é o saber matemático, qual a sua natureza epistemológica ?

Ora, segundo o ponto de vista platônico, a matemática existe independentemente dos seres humanos, flutuando eternamente no mundo das idéias, leva-nos este a considerar a teoria das idéias e, em conseqüência, à teoria do conhecimento matemático. Os que estão acostumados ao empirismo, apenas atribuem realidade àquilo que se colhe na experiência. Mas, para Platão, as idéias são reais, não no sentido da experiência, mas transcendem-na, pois não existe "o santo" (santidade), "o justo" (a justiça), mas a santidade e a justiça são guia e normal à qual a experiência deve se adequar (LACHES), orientando e regulando o constante devir da realidade da experiência. As idéias fazem parte do mundo dos princípios e como tais são eternas e imutáveis, logo objeto da ciência e não da opinião. Por conseguinte as idéias não são fatos nem se aprendem pela experiência, conforme os diálogos: CRATILO (verbalismo), EUTIDEMO (estético) e GORGIAS (retórica) em que opõem ao relativismo imediatista dos sofistas a verdade perene das idéias.

As idéias (éidos) formam assim um "mundo invisível" aos olhos do corpo. A evidência das idéias não é uma evidência sensível, mas pela mente (pela reminiscência, como se verá adiante). Considera-se o exemplo da igualdade: a experiência não nos oferece nenhum exemplo de igualdade, de coisas perfeitamente iguais, mas a mente pode formar-se na idéia do igual, não de aproximadamente igual, mas do absolutamente igual. Do mesmo modo a idéia de unidade, de beleza, de bondade.

Platão não nega a realidade do sensível, mas o conhecimento dos sentidos é apenas saber das aparências, gerando as opiniões. As idéias são a realidade verdadeira e originária, colhida pela mente. A realidade material é na medida em que é um bem e que dele deriva. A idéia possui um ser pleno, porque é um princípio de bem em si mesmo. Então, as idéias são eternas: elas não se formam; existem por si, a priori.

As idéias matemáticas também, portanto estão num mundo a parte. Como diz o MENON: ou nós conhecemos a coisa que procuramos, ou então não aprenderemos; ou não a conhecemos, e então não sabemos se quer a coisa a procurar. E no exemplo ou no fato referido no MENON, Sócrates mostra que o escravo já sabia aquilo que se queria ensinar-lhe. É o que se denomina da reminiscência ou de **anamnésis**.

Poderia parecer esta uma solução mística ou religiosa. Contudo, a solução de Platão é justificável (e os matemáticos, hoje em dia, em determinadas variantes, são platônicos). A experiência ou os fatos nos apresentam figuras particulares: quadrados, triângulos, superfícies específicas. A idéia de **pleno** perfeito não é encontrada em lugar algum.

"Certamente, poderei eu, por exemplo, exigir que uma superfície se pareça à unha do

meu polegar esquerdo. Neste caso, a prescrição referir-se-ia a um objeto individual, e a geometria dependeria do destino deste objeto único. Contudo, a geometria foi descoberta pelos gregos como uma ciência que independe do conhecimento de determinadas coisas individuais. Os seus objetos devem **poder ser reproduzido** por qualquer pessoa, e suas prescrições não podem distinguir coisas individuais"

(LORENZEN, p. 192).

Por isso, Platão apresenta a solução desse fato, afirmando que, em **certo sentido, já possuímos, desde o início, aqueles princípios sobre os quais se funda qualquer ciência**, e que, por conseguinte, quando aprendemos, apenas nos recordamos. Poder-se-ia objetar que não se pode executar nenhuma figura perfeita, nenhuma homogeneidade perfeita e isso podemos verificar por medições através de instrumentos. Mas, como poderíamos construir os instrumentos que fossem **objetivos**, isto é, cujas medições fossem obrigatórias para todos? Precisaremos de prescrições que possam ser reproduzidas a qualquer momento para todos. Ora, isso vai além da **experiência**, pois é condição dela. E vai **além do convencionalismo**, pois a **convenção** pressupõe esse meio ideal em que todos podem considerar o objetivo, o plano puro, a geometria pura, a matemática pura que, dessa forma, é autonomia. A **matemática** se impõe ao homem, Platão diz que nós já a conhecíamos.

Continua LORENZEN, no mesmo texto:

"A lógica, a matemática, no sentido mais estrito, são ciências formais: ciências que se limitam exclusivamente a operar com símbolos – independem das significações dos símbolos (o grifo é nosso), e portanto da referência a qualquer matéria".

## A SOLUÇÃO ARISTOTÉLICA

Vemos, portanto, que o grande problema da matemática está em determinar qual a sua natureza, como é originado. As soluções que pleiteam que é uma criação humana encontram dificuldades para explicar o fato de que todos os homens chegam à mesma matemática, (mesmo supondo matemáticas diversas) quando se põem em discussões. Se não se aceita a solução de Platão, chega-se a solução de Aristóteles. As ações de uma pessoa, o modo de agir de um ente é consequência de seu ser, de sua essência. A suposição é que todos os homens possuam o mesmo ser.

Os fatos são relativamente fáceis de explicar quando há concordância entre os homens, quando todos chegam aos mesmos fatos objetivos. Há uma dificuldade a partir do momento em que haja discordância.

Em primeiro lugar, combate a teoria das idéias de Platão, afirmando que as idéias são réplicas inúteis do mundo material e que são eternas e imutáveis, como podem explicar o devir. A teoria de conhecimento de Aristóteles parte do fato de que o homem é **tábula rasa** e que adquire o conhecimento por via de abstração.

A teoria de abstração consiste em determinar o que há de universal em cada objeto: por exemplo: a cor, a figura, as determinações da espécie canina. Abstrato quer dizer universal: a cor vermelha não depende do número de objetos em que esteja realizada, é aplicada a todos os objetos. Temos assim a possibilidade de identificar entre si ou de separar objetos diferentes, atribuindo-lhes um termo comum (cor, figura, características), ou atribuindo este termo a um objeto ou negando de outro: o que fizemos, segundo LORENZEN, acima citado (p.187) é algo diferente do que atribuir nomes ao objeto. É determinar-lhes predicativos. Separamos os

"predicativos" dos objetos, isto é, nós os **abstraimos** e formamos o conceito abstrato e universal.

**A** solução de Aristóteles parece tão natural, tão fácil, tão clara que não oferece dúvida, à primeira vista. Mas ainda ficam de pé, as observações de Platão: como é que universalizam a partir de indivíduos particulares? Como é que idealizamos, criando figuras e conceitos ideais? Se Platão se dá as idéias como separadas, como pre-existentes na alma, que são atingidas pela recordação, Aristóteles não se dá o poder de idealização, o poder de universalização, que, afinal de contas, não vem a ser mesmo?

Diz ele na Física, 193 a.

"É preciso ver em que o matemático difere do físico, dado que os corpos naturais possuem superfície e volume, linhas e pontos, coisas estas todas que caem no campo de estudo do matemático". O matemático estuda os objetos próprios da geometria, mas de modo diferente do físico. Este procura a causa, a origem, as formas do movimento (no caso, movimento designa transformações).

**A** física estuda a lua, a terra e os astros em geral, considera a sua figura como acidentes de seu ser. À matemática compete tratar destas coisas, estabelecendo nas coisas, uma separação, pois as coisas que estão sujeitas a movimentos são separáveis por meio do entendimento. "E isto não importa nada, e nem se comete com isso um erro por aqueles que estabelecem a separação" (196 a).

"Estabelecer separação", significa "abstrair" as figuras geométricas das coisas. Há um modo próprio de separação, de abstração que é o modo da matemática. Para isso, Aristóteles lembra a diferença entre a Geometria e Aritmética, ramos da Matemática, e a Astronomia, Ótica e Música: as ciências naturais, essas últimas, estudam as figuras, as linhas, as proporções como naturais, ao passo que a Geometria e a Aritmética estudam formas, figuras, volumes, linhas e números de modo matemático. Ora, esse modo próprio ele o define como um estudo de coisas duradouras, mas não separadas, existentes por si: a natureza é o que existe por si e possui em si mesma o princípio do seu movimento.

**Na** Metafísica, livro XIII, cap. 2 e 3, Aristóteles tem um capítulo intercalado: SOBRE NATUREZA DOS SERES DA MATEMÁTICA, de que trataremos a seguir.

**Há** várias questões que põem ao considerar os seres matemáticos. "Alguns admitem os seres matemáticos como substâncias e, então, os números, as linhas, os volumes teriam existência autônoma, não existindo em outros seres. Outros admitem ao lado dos seres matemáticos as idéias. Há que se perguntar se os seres matemáticos e as idéias são distintas, ou "se são de uma só e mesma natureza". Logo, dever-se-ia perguntar "se são ou não idéias", ou se são ou não princípios e essências dos seres – ou tão somente considerar os seres matemáticos, perguntando-nos se existem ou não e em caso de existirem de que modo existem".

**Como** descartando a possibilidade de os seres matemáticos existirem nas coisas sensíveis, pois é impossível que haja ao mesmo tempo dois seres de três dimensões num mesmo lugar, pois se existissem nas coisas sensíveis, essas não poderiam ser divididas, dado que o ponto é indivisível, e assim as superfícies e as linhas compostas de pontos.

**Mas** se não existirem os seres sensíveis, também não existem **separados**, isto é, como substâncias, de existência autônoma, porque se os seres matemáticos existissem separados teriam também três dimensões; e os seres dessas dimensões teriam outras dimensões, sucessivamente até chegarmos a um conglomerado absurdo de seres: os seres matemáticos dos seres sensíveis, as dimensões dos seres matemáticos ... teriam assim, 3,4,5 espécies de linhas, superfícies ... e assim por diante.

"O mesmo tipo de raciocínio cabe aos números", pois teríamos mônades de números, mônades de Mônades, etc: "Haveria infinitos gêneros de números matemáticos". Do mesmo modo para a Astronomia, Ótica e Geometria, teríamos necessidades de sentidos especiais para cada tipo e para cada objeto distinto construído em cascata. No caso da "cascata matemática" acima construída, quais seriam os objetos próprios da Matemática? Também não se pode construir coisa alguma só feita de pontos, linhas e superfícies.

## OS SERES MATEMÁTICOS COMO SERES DE RAZÃO

Logo, os seres matemáticos são **seres de razão**. Como ser designa **id quad habet esse**: ser é o que tem essência. O ser da razão é aquele que existe no espírito, que existe na mente. Ora, o que significa esta existência?

Há certos objetos de pensamento (objetos dos quais temos consciência) que apenas existem na inteligência. São seres que não possuem existência separada, sujeitos do espaço-tempo, ou tridimensionais. Não devemos confundir os "seres da razão" com as puras fixões ou afeições da mente, que seriam como que pregados ao intelecto. São seres que possuem uma autonomia: as propriedades dos triângulos, das entidades geométricas, aritméticas, topológicas e outras não dependem de nossa mente. Possuem propriedades apenas que nós constatamos e descobrimos; há a uma independência em relação à produção intelectual, o que lhes confere características universais, transcendendo os indivíduos.

Como diz Aristóteles no **De Anima**, nós tratamos os objetos matemáticos como separados, embora não existam de modo material e sensível. Por outro lado, dado o fato de que para Aristóteles a mente humana nasce como **tábula rasa** (como uma folha em branco), os seres matemáticos são formados ou concebidos com elementos construídos do real.

## CONCLUSÃO

Tanto o conceito de Matemática de Platão como Aristóteles levam a teorias didáticas diferentes. A teoria de reminiscência leva ao método de inquirite ou à maieutica. A teoria de Aristóteles, partindo de abstração, enfatizam esse método indutivo – abstrato no ensino da Matemática.

