A PERSPECTIVA E O RETORNO DA GEOMETRIA DESCRITIVA NO SÉCULO XVIII

Edson Andreta*

A Geometria Projetiva não foi conhecida nem conjecturada pelos antigos geômetras; sua origem se remonta a apenas cinco séculos e meio e seu nome há pouco mais de um século.

A origem da geometria Projetiva resulta de uma necessidade na arte, sentida pelos pintores pela falta de regras para expressar com exatidão, em seus quadros, o que viam na natureza, ou imaginavam ver.

Tal necessidade foi sentida desde os tempos mais antigos, mesmo antes de Euclides. Mas somente em fins do século XV, os pintores compreenderam que estavam fora do caminho e começaram a criar regras chamadas de "regras das perspectivas".

São pintores ou arquitetos famosos que se ocuparam de seus escritos com tais regras : Leon Batista Alberti (1404-1472), Leonardo Da Vinci (1452-1519) e Raffaello Sanzion de Urbino (1483-1520).

O primeiro tratado de Perspectiva foi a do pintor Piero Della Francesca de Borgo San Sepolcro (1416-1492) escrito em 1470. Ele levou a Perspectiva aérea à suas últimas consequências. Escreveu dois tratados de perspectiva, sendo representante da corrente intelectual italiana talvez o mais genial.

Depois de Piero, o pintor alemão Albrecht Dürer (1471-1528) chega à Itália para aprender Perspectiva com os mestres italianos entre 1505 e 1507, e publica a obra Institutiones Geométricas seguindo as pegadas de Piero e se valendo de suas regras, preocupando-se em melhorar e aperfeiçoar o uso das projeções vertical e horizontal das figuras por ele aplicadas na construção das diversas seções planas do cone reto e para representar as seções da cabeça e corpo humano.

Ignorando quanto havia criado Gerard Desargues (1593-1662), alguns matemáticos, mais tarde, e mais exatamente em princípios do século XVIII, ainda buscavam tornar mais simples regras da Perspectiva, utilizando simplificações sugeridas pela Geometria.

O holandês Wil. Jacob Van's Gravessande (1688-1742) demonstra, com o livro Essai de perspective, em 1711, que quando o plano horizontal de uma figura relaciona-se ao redor de sua intersecção com o plano do quadro, basta rebater sobre ele, as retas que unem os pontos correspondentes continuarão passando por um ponto, que ele precisa nas duas formas em que se pode ocorrer a sobreposição, de modo que a figura do quadro se pode tirar original (do plano horizontal) com uma regra muito fácil, completando assim a teoria da homologia plana (iniciada por Del Monte e por Desargues).

O inglês Brook Taylor (1685-1731), um nome que agrada por seus descobrimentos em o Cálculo infinitesimal em um tratado publicado em Londres, em 1715, e uma 2ª edição em 1719, traduzido várias vezes, com o título Linear Perspective, concebe uma generalização completamente teórica da perspectiva, no sentido de que o quadro e o plano horizontal da figura original podiam considerar-se dois planos quaisquer, arbritariamente situados, e procura a figura do quadro independentemente da ortogonalidade do plano original respectivo ao quadro, e, assim,

^{*} Prof. Dr. do Depto. de MATEMÁTICA da UFPR, Curitiba, PR.

inicia e funda a teoria da projetação central, que logo volta a seguir por B.E. Cousinery (1790-1851), e que agora constitui uma grande parte da Geometria Descritiva, alcançando sua máxima aplicação com a obra de O.W.Fildler(1832-1912).

O alemão J. H Lambert (1728-1777) com a obra Freye perspective, publicada em Zurich em 1729, algumas novas construções propostas e debatidas na polêmica com Desargues, não chegou a nada de novo nem importante. Um ganho e um mérito maior de mudança pelo desenvolvimento que deu a geometria da régua, que foi contraposição a geometria do compasso, iniciada por Tartaglia dois séculos antes, em 1516. Este desenvolvimento é considerado, no entanto, pelas construções das cônicas executadas unicamente com régua, que foi resolvida por Cavalieri mais de um século antes, pelas resoluções propostas de numerosos problemas mediante régua e um circunferência com centro dado no plano.

Amadée François Frézir (1682-1773) aplica o problema de corte de pedras nas regras da Perspectiva de Desargues, nas idéias de Dürer, para encontrar a dupla projeção ortogonal, nas seções plana do cone, ou seja, aplica as regras da Geometria que agora se chama Descritiva e mostra a simplificação que a dupla projeção ortogonal leva ao corte de pedras. Também imita Dürer nas seções do cone, cilindro e esfera e a corpos irregulares, aplica o mesmo método para encontar as interseções de duas superfícieis cilíndricas, cônicas e esfericas; na técnica manual de imitação do método descrito por Dürer e aplicado por este nas seções da cabeça e do corpo humano.

Com a mudança dos anos surge Gaspard Monge, (1746-1818) principal intérprete do pensamento de Dürer. Monge admira o trabalho, penetra em pensamento de Dürer e o imita na sua obra geométrica. Embora sem citar seu nome, mas tão pouco o ocultando, se maravilha de que ele houvesse passado em silêncio. Fundamentado diretamente em Dürer, escreve os três primeiros livros e parte do quarto de sua obra, para tratar da projeção ortogonal das figuras e suas aplicações, sua outra obra Perspectiva tem apenas 14 páginas, e Monge o amplia em seu livro de Geometria Descritiva para 150 páginas. Como Dürer, obtém a perpectiva de uma figura e suas projeções, seguindo o segundo método usado por Piero Della Francesa.

Mas este não é o mérito principal de Monge. Na época havia três grandes instrumentos de investigação: a Algebra, o Cálculo infinitesimal e a Geometria Descritiva; e suas investigações apoiam-se em Clairaut (1715-1765), sobre as curvas de duplas curvaturas, e nas de Euler (1707-1783), acerca da teoria geral das superfícies, da classificação das quadricas e da curvatura das superfícies em um ponto. A geometria Descritiva com sua finalidade maior em ajudar a Geometria prática e as artes, permite reduzir as formas geométricas do espaço ao estudo de formas planas.

Foi assim reconhecida por todos que a Geometria Descritiva era um meio de investigação e demontração das prioridades da Geometria (que era chamada então de racional) e por seus procedimentos, que são, na prática, as quatro operações da aritmética, não tarda em ser vista com um meio de encontrar a priori as soluções desses problemas, que, em sua forma algébrica, estavam impedidos pelas dificuldades das eliminações.

Monge pode fazer assim Análise com a Geometria, iniciar com evidência a teoria dos polos e polares, curvas de segunda ordem, também as superfícies de segunda ordem, e abrir o caminho da correlação e da dualidade.

Divulga seus estudos com as publicações de :

Applications de l'Analyse à la Geométrie em 1804.

Outras obras publicadas foram : Geometria Descritiva; projeção central; A Nova Geome-

Temas & Debates - № 5

tria Sintética Descritiva; Projeção central; A Nova Geometria Sintética Moderna; As transformações das figuras; A Geometria Diferencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, Luis de. <u>Elementos de Geometria Projetiva e Geometria Descritiva</u>. Livraria Almedina. Coimbra, 1969 pág. 244.

AMODEO, F. Origem y Desarrollo de La Geometria Proyectiva, Trad. de Nicolas y José Babini. Buenos Aires, 1939. Pag. 217.

LORIA, Gino. Metodi di Geometria Descritiva - Milano

PIERRE, OLMER. Perspective Artistique. Librairie plon. Paris, 1949. p. 423 e 295.

RODRIGUES, Alvaro J. <u>Geometria Descritiva-projetividades, curvas e superfícies</u> – Ao livro Técnico. Rio de Janeiro, 1960. pag. 421.

