

BENJAMIN CONSTANT BOTELHO DE MAGALHÃES (1836-1891) **MILITAR OU PEDAGOGO ?**

Circe Mary Silva da Silva*

Em 1889, perante uma audiência de jovens militares, o tenente-general Constant expunha, na Escola Superior de Guerra, seu sonho:

"Seu grande sonho era a confraternização da América e a disposição das armas nos museus, para que as gerações vindouras pudessem admirar com horror o longo período de barbárie que vem, desde as origens da humanidade, transformando os elementos de progresso em instrumentos de destruição, e os fins da ciência, que é destinada ao aperfeiçoamento e bem estar da humanidade, em fornecedora dos elementos de carnificina e destruição". (in Teixeira Mendes, 1913,348)

Benjamin Constant Botelho de Magalhães nasceu em Niterói, em 1837. A escolarização de Constant começou com seu pai que era mestre-escola. Sem condições financeiras para custear seus estudos e, também, com o intuito de auxiliar a família, ingressou na profissão militar em 1852. Os primeiros contatos com as idéias de Comte, ele tomou em 1857, quando comprou o primeiro volume da Filosofia Positiva de Comte. Dois anos depois, torna-se examinador de matemática dos candidatos à matrícula nos cursos superiores do império. Este emprego ele manterá até 1876. Em 1860, recebeu o título de tenente do exército, bem como o de bacharel em ciências físicas e matemáticas. Os sucessivos insucessos e injustiças em concursos levou-o a uma certa "neurose por concursos". Prestou concurso para o Colégio Pedro II, e embora obtivesse a primeira colocação, foi nomeado, para o lugar, o segundo colocado. Nesta escola, Benjamin Constant atuou como professor substituto de 1861 a 1863, sem nunca ter sido nomeado. Desistiu também da carreira acadêmica nesta escola, que foi, durante o império, o colégio secundário modelo. Em 1863 foi nomeado professor de matemática do Instituto dos Cegos, seis anos após, ocuparia o lugar de diretor deste instituto.

Participou durante um ano de Guerra no Paraguai e, um ano após o seu retorno, em 1868, escreveu o opúsculo intitulado "Teoria da Quantidades Negativas". No ano de 1873, Benjamin Constant prestou concurso para repetidor de matemática da Escola Militar e foi classificado em primeiro lugar. Neste concurso afirmou a sua adesão ao positivismo e comunicou, além disso, que iria orientar seu ensino segundo a filosofia positivista. O lugar de repetidor era mal remunerado e somente vitalício após 15 anos, daí a congregação ter proposto várias vezes a nomeação de Constant para catedrático, mas esta nunca foi atendida. Sem esperanças de progredir na carreira acadêmica da Escola Militar, aceitou o convite para ministrar uma disciplina do curso de ciências físicas e matemáticas na Escola Politécnica, em 1874, recentemente fundada em substituição à Escola Central. Os conteúdos dessa disciplina eram: séries, funções elípticas, continuação do cálculo diferencial e integral, cálculo das variações, cálculo das diferenças finitas e cálculo das probabilidades. A vida acadêmica de Constant, na Escola Politécnica, foi breve. No ano seguinte foram nomeados como lentes catedráticos, os antigos repetidores da Escola

(1) O presente artigo ainda não foi publicado. É ainda uma versão preliminar do texto que será publicado pelo grupo de pesquisas em História da Matemática da Universidade Federal do Paraná.

* Profª Doutora do Departamento de MATEMÁTICA da UCS, Caxias do Sul, RS.

Central e Constant perdeu o seu lugar para Gomes Maia, ex-repetidor de desenho da Escola Central. A única forma de Constant manter seu lugar na Escola Politécnica, seria prestando novo concurso, e disso o imperador não abria mão. Todavia, Constant recusava-se a prestar novo concurso e assim as portas da Escola Politécnica se fecharam para ele.

As idéias de Comte continuavam a propagar-se no meio intelectual brasileiro, principalmente, nas escolas militares, politécnica e marinha. Em 1876, um grupo fundava o Apostolado Positivista do Brasil. Entre eles estavam, além de Benjamin Constant, Miguel Lemos e Teixeira Mendes. Embora seja crença, de alguns; de que este apostolado sempre teve cunho religioso, na realidade, o objetivo da associação, inicialmente, fora fundar uma biblioteca, seguindo a orientação da biblioteca positivista de Comte. Esta biblioteca ainda existe, e creio que deva ser uma das mais completas sobre o positivismo no Brasil. Ela faz parte do acervo do Arquivo da Igreja Positivista no Rio de Janeiro. Mais tarde essa associação, já com o nome de Apostolado Positivista do Brasil, tomou um rumo religioso e Benjamin Constant, por motivos de atritos com Miguel Lemos, afastou-se do apostolado. Na verdade, Constant nunca partilhou das idéias religiosas de Comte, mas sim divulgou sempre a filosofia positiva do mestre francês. Principalmente devido a influência de Constant, as idéias de Comte espalharam-se entre os jovens oficiais, no período de 1881 a 1889.

Segundo Helio Silva, não se tem dado importância a um fato marcante em nossa história, que é a identificação do exército com a classe média. Foi a partir da guerra do Paraguai que o exército ganhou, no meio da sociedade, estabilidade e coesão interna. Na classe média nascente é que o exército vai escolher seus oficiais, alguns deles vindos dos soldados (quartéis), outros da Escola Militar. É portanto natural que o exército venha desembocar no movimento republicano. Pode-se dizer que o estado monárquico representava os interesses dos grandes proprietários de terra, dos grupos exportadores e importadores.

Com o desenvolvimento da agricultura do café, surge a mão-de-obra assalariada e São Paulo se torna o polo dinâmico da economia brasileira. A fim de se fortalecer, este bloco passou a buscar o apoio de outras classes que não participavam do poder, entre elas, procuraram o apoio dos militares da "Propaganda Republicana", dos círculos positivistas civis e militares e das camadas médias da população - funcionários públicos e profissionais liberais.

Os militares e as camadas médias reivindicavam uma maior participação política, por estarem desligados de compromissos econômicos, tinham uma posição mais radical frente a derrubada do regime monárquico.

Em 1872 fundou-se o partido republicano (PR), que se funda mais solidamente em São Paulo. No programa do partido estava a liberdade de culto e a separação entre estado e igreja. A maçonaria havia crescido muito, e entre os intelectuais mais influentes estavam o grupo maçônico e os católicos. Além de São Paulo, o Rio de Janeiro era outro catalizador das crises. Os republicanos se aproximaram dos militares. Rui Barbosa elaborou um documento, em nome dos oficiais, solicitando a revogação das ordens que proibiam os militares de se manifestarem politicamente. Em 1871 foi fundado, por Floriano Peixoto, o Instituto Militar, para defender os interesses da corporação militar. Seis anos depois, é fundado o Clube Militar, que teria o papel aglutinador da corporação, e seria um órgão de muita força política.

A relação entre os militares e o governo estava a cada dia mais tensa. As reuniões do clube militar levavam a conspirações contra a monarquia. Constant, como líder que era, queria impedir que se desenvolvesse uma rebelião, onde houvesse derramamento de sangue. A posição era a de "com o imperador, se possível, e sem o imperador, se necessário", nas palavras de Rui Barbosa, expressivo líder da burguesia industrial.

B. Constant tomaria parte ativa no processo de proclamação da república, liderando os

jovens oficiais e assumiria após o 15 de novembro a pasta do Ministério da Guerra. Todavia, ele não parecia o homem certo para o cargo, e Deodoro do Fonseca, assim que teve chance, criou um novo ministério e o entregou a Constant. O ministério era um híbrido de ministério da educação com comunicações e chamava-se Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos. Tomou posse do novo ministério em junho de 1890. Este ministério teve vida curta. Enquanto ministro, Constant realizou algumas reformas, inspirado na filosofia positivista. Criou também alguns institutos, todos também com curta existência. Com a morte de Constant em 1891, encerra-se o primeiro ministério da educação brasileiro.

TEORIA DAS QUANTIDADES NEGATIVAS

" A distinção das quantidades em positivas e negativas não é só uma circunstância acidental, que se pode dar a determinação dos valores numéricos das expressões algébricas, por onde se é levado a considerar quantidades isoladas afectas dos sinais + e -; esta distinção corresponde maravilhosamente na passagem do concreto para o abstrato; a oposição de sentido dentre muitas grandezas são susceptíveis, tendo assim uma significação clara ao espírito, e apresentando-se como um carácter importante da linguagem algébrica, que ocorre para torná-la a mais perfeita linguagem do raciocínio".

Com estas palavras começa o texto de Benjamin Constant sobre as quantidades negativas. Neste opúsculo de 82 páginas intitulado "Theoria das Quantidades Negativas" ele classifica a teoria das quantidades negativas como uma "simples teoria da Algebra Elementar". Todavia não consegue se afastar da concepção aritmética de quantidade e da operação de subtração aritmética, o que o impede de ver a quantidade negativa como um elemento de uma estrutura algébrica, no sentido em que hoje entendemos este conceito. Pode-se dizer que Benjamin Constant pertence a uma "orientação empirista", onde o conceito de quantidade joga um papel fundamental. Para Benjamin Constant o símbolo "-" é considerado como o símbolo de uma operação, qual seja, a subtração na Aritmética. Se considerarmos a Matemática como uma Aritmética, os sinais + e - ficam reservados apenas às operações numéricas, e este parece ser o caso de Constant.

Quando ele usa o sinal - na frente de um algarismo, ou seja, o símbolo isolado "-a", ele significa apenas uma oposição de sentido, que muitas grandezas são susceptíveis. Conforme suas próprias palavras: "quando duas grandezas da mesma espécie têm situações diretamente opostas, exprimi-se estas circunstância afetando uma delas do sinal + e a outra do sinal -, e afetam-se ambas do sinal + ou do sinal menos, quando tem a mesma situação" (Constant, 1868, S.6.) Ele dá vários exemplos de grandezas com oposição de sentidos: "se sobre uma linha reta um ponto estiver 30 metros à direita de outro, e um segundo ponto estiver 30 metros à esquerda; se um acontecimento tiver lugar 10 anos antes da era cristã e outro tiver lugar 10 anos depois, etc" (Constant, 1868, S.5.). Para ele a oposição dos sinais + e - que afetam as quantidades, não pode ter nenhuma outra interpretação concreta a não ser a oposição dos sentidos das grandezas correspondentes. Portanto, as quantidades negativas têm uma resistência tão real quanto as quantidades positivas. Se Benjamin Constant conseguisse se desligar do conceito de "quantidade", ele teria provavelmente dado uma contribuição à teoria das quantidades negativas, mostrando que o objeto da Matemática não é apenas a quantidade, mas isso ele não conseguiu realizar.

Ele realiza dois tipos de abordagem: primeiro ele apresenta vários tipos de concepções sobre os números negativos e faz uma crítica dos erros que este tipo de tratamento acarreta e, em segundo lugar, apresenta a sua teoria e "demonstra" a validade e superioridade dela em relação às anteriormente criticadas concepções. Entre os autores criticados estão: Cirode,

Paquette, Fourcy², Mayer, Bertrand³ e Bourdon. A crítica de Benjamin Constant liga-se ao fato de que esses autores aceitam os dois princípios do interior, abaixo formulados, os quais são, para Benjamin Constant dois absurdos :

1) Qualquer quantidade negativa é menor do que zero;

2) Uma quantidade negativa é tanto menor quanto maior é seu valor absoluto.

Constant argumenta assim : " concebe-se facilmente que de uma grandeza qualquer é possível subtrair ou suprimir sucessivamente cada uma de suas partes até que a grandeza desapareça; [...] mas que de uma grandeza se possa subtrair outra maior, ou que ela continue a descrever depois de aniquilar-se é realmente inconcebível. Este absurdo, que se dá na ordem concreta, tem lugar do mesmo modo na ordem abstrata".

Para exemplificar, citarei a crítica que Constant faz a demonstração de Bourdon para ambos os princípios acima formulados.

Bourdon faz duas hipóteses e analisa as conseqüências se admitirmos verdadeira uma ou outra.

Suponhamos como verdadeiras as desigualdades : $0 - a$ e $-a - (a + m)$, onde a e m são números absolutos. Se adicionarmos às expressões $a + m$, teremos : $a + m$, e m , 0 , o que é exato.

Suponhamos como verdadeiras as desigualdades : $0 - a$ e $-a - (a + m)$.

Se adicionamos às expressões acima $a + m$, teremos : $a + m$, e m , 0 , o que seria um absurdo.

" *Cela posé, en admettant les inégalités $0 - a$ et $-a - (a + m)$, a et m sont ici des nombres absolus, si l' on ajout aux deux membres de chacune d'elles $a + m$, on trouve $a + m$ et m , 0 , ce qui est exact. Au contraire, si l'on posait 0 a et $-a - (a + m)$, il résulterait $a + m$ et m , 0 , ce qui serait absurde*".

A seguir apresenta a crítica de Constant, onde ele pretende provar que a hipótese de Bourdon, bem como a demonstração são falsas.

" Seja A uma quantidade indeterminada que suporemos maior que $a + m$; admita-se que sejam verdadeiras as desigualdades $-(a + m)$, $-a$, e $-a$ 0 conforme Bourdon juntando A a ambos os membros, temos ainda (X) $A - (a + m)$ $A - a$ ou supondo $A = a + m$ temos 0 m e $a + m$

É fácil mostrar que estas hipóteses são falsas.

Com efeito cada membro da desigualdade (X) representa uma soma algébrica de duas quantidades de sinais contrários e é, portanto, uma diferença aritmética na qual A representa o minuendo e a outra o subtraendo; e, se admitir que a quantidade $-(a + m)$ seja menor que a quantidade $-a$, então se deverá ter evidentemente: $A - (a + m)$ $A - a$, ou supondo $A = a + m$ 0 . M e $a + m$ o que é absurdo (absurdo que provém de supor $-(a + m) - a$. Ora a desigualdade $A - (a + m)$ $A - a$ sendo evidentemente verdadeira, segue-se que a outra $-(a + m) - a$ não o é" (Benjamin Constant, 1868,17,18,44,45).

Uma das primeiras dificuldades, que se evidencia através da análise do raciocínio de Constant, parece residir na confusão entre as concepções de soma algébrica e diferença aritmética, acima citadas. Na desigualdade (X) ele identifica ambos os membros como uma soma algébrica, mas a seguir ele passa a ver essa soma como uma diferença aritmética, onde o

(2) Fourcy foi um autor de muitos livros didáticos de muito sucesso na França, no século XIX.

(3) Bertrand foi matemático francês (1822,1900). Trabalhou em teoria dos números, formulou o teorema de que entre dois números n e $2n - 2$ com $n \geq 3$ há sempre pelo menos um número primo.

primeiro termo é um minuendo, e portanto deve ser maior que o subtraendo. Pelas regras da Aritmética, se $c > d$, $E < c$ e $E < d$ então $E - d > E - c$. Constant utiliza, aqui, essa regra, quando ele diz $-(a + m)$, $-a$ então $A - (a + m) > A - a$. O erro de Constant reside em que ele não realiza uma subtração, e sim uma adição, uma vez que ele transporta para a desigualdade não os valores $a + m$ e a , e sim estes acrescidos do sinal. Se ele realmente utilizasse a operação de subtração ele teria $A - (-(a + m)) > A - (-a)$, e substituindo A por $a + m$, como ele faz, teria $a + m + a + m > a + m + a$ ou seja $2a + 2m > 2a + m$, que não o levaria a nenhum absurdo.

O ponto central da concepção de Constant é que ele entende o conceito de quantidade de modo absoluto, e isto o impede de alcançar uma concepção generalizadora para as operações algébricas.

Curiosamente, diz Constant, que os sinais $+$ e $-$ nada influem sobre os valores das quantidades a que são afetos. Quando se comparam essas quantidades, deve-se considerar unicamente os seus valores absolutos. Isto o leva a concluir que $a = -a$, porque $|a| = |-a|$. Essas conclusões levam-no a formular dois princípios, que ele mesmo denomina axiomas, que devem substituir os anteriores criticados.

AXIOMAS DE BENJAMIN CONSTANT

1. Duas quantidades são iguais quando o forem os seus valores absolutos, quer sejam afetos do mesmo sinal, quer de sinais contrários, e reciprocamente. (A)
2. De duas quantidades é maior aquela cujo valor absoluto é maior, quer estes valores sejam afetos do mesmo sinal, quer sejam de sinais contrários, e reciprocamente. (B)

Desses axiomas se conclui que qualquer quantidade negativa é maior que zero e tanto maior quanto maior é o seu valor absoluto.

Para Constant, portanto, o número negativo é simplesmente uma quantidade. E nesse sentido, ele não pode ser menor que zero, uma vez que zero é "a ausência de valor" (Constant, S.24.). Só resta a alternativa de ele ser maior que zero. Através de uma exemplificação geométrica, pode se entender melhor, como Constant não conseguia se desvincular da idéia de quantidade. O significado dos sinais $+$ e $-$, geometricamente, nada mais é do que a oposição de sentido: "Quando sobre uma reta indefinida se consideram como positivas as distâncias contadas em um certo sentido a partir de um ponto da reta tomado como origem, as distâncias contadas em sentido oposto serão negativas.[...] Assim se referimos a uma origem O a posição

de um ponto móvel sobre a reta ZY , $Z \xrightarrow{A} \underset{O}{} \xrightarrow{A} Y$ representando por X sua distância à origem que suporemos positiva quando for contada para a direita de O , e portanto negativa quando o for em sentido oposto. É evidente que quanto mais afastado ou mais próximo da origem O estiver o ponto A , tanto maior ou menor será o valor absoluto de X : os sinais $+$ e $-$ nada mais indicam senão a sua situação a respeito do ponto O . Estes sinais não têm pois, neste caso, outra significação" (Constant, 1868, 25 f).

Aqui, Constant observa que se deve levar em conta o "fato geométrico". Assim -10 e $+10$, por estarem igualmente afastados da origem O , tem o mesmo valor, porque representam a mesma quantidade, isto é, -10 não pode ser menor que 10 , e sim igual. Neste caso, vê-se claramente que Constant não identifica -10 e $+10$ como números algébricos, e portanto que -10 e $+10$, e sim como quantidades que representam na reta a mesma distância a origem e, portanto, devem ser iguais. Constant repete inúmeras vezes esse pensamento: "Suponhamos que por a designamos uma distância. É evidente que essa distância será tanto mais ou tanto menor, quanto

maior ou quanto menor for o valor numérico de a , quer ele seja afeto do sinal $+$, quer seja do sinal $-$, isto é, quer a distância seja contada em um certo sentido, quer em sentido oposto " (Constant, 1868,54).

Constant não atribui importância fundamental a relação de igualdade, um vez que ele está preso ao conceito de quantidade. Isto faz com que ele chegue a vários absurdos, que para ele são simplesmente verdadeiros em consequência de axioma A. Por exemplo, ele sabe que a igualdade acima pode ser facilmente efetuada, pois acrescentando a ambos os membros da igualdade $a = -a$, tem-se: $a + a = -a + a$ ou $2a = 0$.

Para destruir essa objeção, diz Constant: " quando se escreveu a com o sinal $+$ no primeiro membro da igualdade acima, aumentou-se, com efeito, o primeiro membro dessa quantidade; porém, quando se escreveu a com o sinal $+$ no segundo membro, fez-se a soma algébrica de duas quantidades de sinais contrários, que corresponde a subtrair desse membro a quantidade a . Ora, se duas quantidades são iguais, ajuntando a uma delas qualquer quantidade e subtraindo-se da outra essa mesma quantidade, os resultados são, evidentemente, desiguais, sendo o primeiro maior do que o segundo; portanto, teremos:

$2a = 0$ e não $2a = 0$ "(Constant,58).

Benjamin Constant não pensa de forma relacional, a "álgebra continua a tratar com quantidades: " a soma algébrica de duas quantidades só corresponde a uma verdadeira soma aritmética, quando essas quantidades são do mesmo sinal " (Constant,60). Assim, partindo da igualdade $a = -a$, para que esta se mantenha, é preciso que se acrescente, em cada membro, a mesma quantidade, ou seja que se realize em ambos os membros a mesma operação: " assim, por exemplo, pondo a igualdade $a = -a$ sob a forma $+(a) = -(a)$ e ajuntando "a" a ambos os membros, vem: $+(a + a) = -(a + a)$ ou $+2a = -2a$ o que é exata " (Constant,60,61).

Todavia, há uma expressão para o uso do axioma A, ele não pode ser usado nas equações ou expressões algébricas: "não deve porém concluir do que fica exposto sobre a comparação das quantidades que, sendo iguais os valores de duas quantidades, uma positiva, outra negativa elas se possam reciprocamente substituir nas equações, ou nas expressões algébricas "(Constant, 64).

O procedimento que Constant emprega quando trata das igualdades é bastante curioso. Para se comparar quantidades, se abstrai os sinais, isto é compara-se as quantidades em valor absoluto. Daí $-2 - 1$ porque $|-2| - 1|$; $-1 - 2$ porque $|-1| - 2|$; $-6 + 5$, e assim por diante. Quando se acrescenta uma quantidade x a ambos os membros da desigualdade, o sinal da desigualdade poderá se alterar, dependendo do valor de x . Por exemplo, seja $-2 - 5$, se acrescentarmos $+1$ a ambos os membros, a desigualdade não se altera, porque se realizou a mesma operação em ambos os membros, isto é, subtraímos a mesma quantidade, e a quantidade $+1$ é menor que ambos os membros; todavia se acrescentarmos $+6$ a ambos os membros, teremos que inverter o sinal da desigualdade $-2 + 6 = 4 - 5 + 6 = 1$, isto porque se realizou uma outra operação e a quantidade $+6$ é maior que cada um das quantidades de cada membro. Desta maneira, Constant cria novas regras para as desigualdades, a fim de dar consistência a sua teoria.

Benjamin Constant conclui dizendo que a teoria das quantidades negativas não apresenta nenhuma dificuldade séria, quer se considere sua parte abstrata, quer se considere sua parte concreta. De forma esquemática, pode-se escrever:

TEORIA DAS QUANTIDADES NEGATIVAS

Parte Abstrata

Significado, Uso Princípios	{	igualdade
Comparação		desigualdade
Operações		

Parte Concreta

Teorema de Descartes os sinais + e - exprimem a oposição de sentido das grandezas

CONCLUSÃO :

Curiosamente a interpretação que Constant dá às quantidades negativas e aos axiomas que ele anuncia, não podem ser empregados em expressões algébricas, nem em equações. Ele mesmo faz esta observação:

" Quando se anunciar o resultado da comparação de duas grandezas quaisquer, convirá juntar os sinais de que essas grandezas são afetadas, dizendo-se: iguais e positivas e negativas, ou iguais e de sinais contrários; este acréscimo de palavras é necessário para deixar uma idéia completa das grandezas consideradas. [...] Os sinais + e - que afetam os valores das grandezas, indicando a oposição de sentidos em que elas podem existir, correspondem também a duas distintas e inversas uma da outra; portanto a substituição de uma quantidade por outra igual, mas de sinal contrário, numa equação algébrica, altera necessariamente a equação ou a expressão em que se faz a substituição, pois, a inversão do sinal da quantidade correspondente a inverter a operação pela qual esta quantidade se achava ligada às outras na composição da equação, ou da expressão considerada. Assim, se na expressão $A + a$, em lugar de "+a" substituirmos por "-a" o que dá $A - a$, temos evidentemente um resultado diferente do primeiro, pois são diferentes as operações pelas quais as quantidades A e "a" se acham ligadas, a primeira sendo soma e a segunda a diferença dessas quantidades" (Constant,65).

Temos duas alternativas de interpretação, se levarmos em consideração esta última afirmação de Constant: o que ele afirma inicialmente é contraditório com esta afirmação, ou então a interpretação que ele procura dar às quantidades negativas é válida somente dentro do domínio da aritmética, não valendo para álgebra. A segunda interpretação me parece mais atrativa.

BIBLIOGRAFIA:

- Boyer, C.: *History of Analytic Geometry*. New York Scripta Mathematica, 1956.
- Comte, A.: *Rede über den Geist des Positivismus*. Hamburg. Felix Verlag, 1956.
- Comte, A.: *Philosophie première*. Paris. Hermann Editeurs et des Artes, 1975.
- Comte, A.: *Cours de Philosophie Positive*. Paris. Bachelier Libraire pour les Mathématiques, 1969.
- Descartes, R.: *La Géométrie*, In: *La Géométrie Analytique d'Auguste Comte*, 1894.
- Fraser, C.: *Lagrange's Analytical Mathematics, its Cartesian Origins, and Reception in Comte's Positive Philosophy*. In: *Studies in History and Philosophy of Science* Toronto, 1990.
- Goergen, P.: *Der Positivismus Auguste Comtes und seine Auswirkungen in Brasilien*. Dissertation. München, 1975.
- Levy-Bruhl, L.: *The Philosophy of Auguste Comte*. London. Swan Sonnenschein, 1903.
- Magalhães, B. C.: *Teoria das Quantidades Negativas*. Tip. Mercantil de Sudré, Petrópolis 1868.
- Mill, J.: *Auguste Comte und der Positivismus*. Aalen. Scientia Verlag, 1968.
- Silva da Silva, C.: *Positivismus und Mathematikunterricht: Portugiesische und französische Einflüsse in Brasilien im 19. Jahrhundert*, Diss. IDM, Bielefeld, 1991.
- Wubing, H.: *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*. Berlin Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1989.