POR QUE MUDAR O ENSINO DE MATEMÁTICA?

Nilza Eigenheer Bertoni*

Para grande parte dos adultos, o que sobrou de longos anos de aprendizagem da matemática foi um pequeno punhado de técnicas a que vez por outra eles recorrem, de modo desconfiado e inseguro. Nesse acervo guardado a duras custas, de uma disciplina que consideravam chata e agora consideram misteriosa, difícil e importante, podemos encontrar, variando de pessoa para pessoa, coisas como: as quatro operações com números naturais, com frações e decimais, certa idéia de porcentagem (oriunda mais da vida que dos bancos escolares), a resolução de uma equação simples, quem sabe até a resolução de uma equação 2º grau, algumas figuras e formas geométricas, uma vaga noção das áreas das primeiras e uma nebulosa noção dos volumes das segundas, o teorema de Pitágoras... não muito além disso.

Convenhamos: para tão grande dor foi muito curta a colheita. Tenho pensado quanto tempo levaria para que um adulto alfabetizado, de cultura normal, mas nulo matematicamente, que nunca tivesse aprendido nada dessa ciência a não ser o que a vida ensina a respeito de números e quantidades, pudesse inteirar-se das informações contidas naquele referido acervo. Uma semana? Um mês? Um ano? Minha conjectura é de que nada além desse prazo.

Essa é a realidade do nosso ensino. Os professores, seguindo os livros didáticos e a sua própria formação, esfalfam-se em apresentar aos alunos carradas de regras e processos. A alguns é atribuído algum significado - como no caso das quatro operações - e outros são ensinados como meras técnicas abstratas, como a maioria dos tópicos algébricos. Todos eles, entretanto, são ensinados sem lógica, como mera receita, uma sucessão de apertar botões.

> *Pensemos, por exemplo, na divisão de frações. O professor ensina que, para dividi-las, devemos fazer uma multiplicação. Também diz que a primeira fração será mantida, mas que a segunda deverá ser invertida. Assim falado, assim feito. Se o professor disser para inverterem as duas e as somarem, todos os alunos agirão assim. Não fazem qualquer interpretação do resultado obtido. Ao dividirem 1/2 por 1/4, por exemplo, obterão 2 pelo primeiro processo (correto) e 6 pelo segundo (errado). Para eles tanto faz. Não conseguem explicar nem um nem outro resultado. Trata-se apenas de uma brincadeira – ou de uma chatice – mecânica. Coisas sem nexo. Coisas da matemática.*

E são ensinados, a grande maioria, sem aplicações. É como se o professor, a partir de certo ponto, nada devesse em explicações ao aluno ou a si próprio. E lhe bastasse soltar aos

* Departamento de Matemática - UnB

ventos (na sala de aula) as suas intermináveis fórmulas e processos - e que alguém, algum dia, bom proveito fizesse delas.

Algumas conseqüências desse ensino - além da pouca duração e do esquecimento - são facilmente perceptíveis e têm sido muito propaladas: alunos sem raciocínio, sem critérios, sem autonomia. Alunos que serão meros repetidores, com uma visão errônea da matemática, a maioria criando aversão pela mesma - fatores que, por si só, justificariam uma tomada de posição imediata por mudanças nesse ensino.

O que faz, então, que esse ensino - salvo raras exceções - permaneça o mesmo? Acredito haver uma série de fatores envolvidos. Pensar sobre eles poderá ajudar-nos a responder a pergunta-título desse texto.

A causa que tem sido mais imediatamente apontada é a da formação inadequada do professor. Assim, o professor não mudaria o ensino porque não foi preparado para isso, porque não sabe como mudá-lo. Entretanto, mesmo professores que aprendem e vivenciam novas concepções e metodologias em sua formação, em cursos de capacitação ou em congressos, quase não introduzem mudanças em sua prática na sala de aula. Fala-se, então, na resistência do professor a mudanças, em sua inércia e falta de motivação para um esforço maior, dado que a profissão é, em geral, mal remunerada.

Por outro lado, porém, pode parecer ao professor que esse ensino, mesmo como descrito, produz algum resultado, pelo menos aparentemente. Sabemos que há alunos e professores que desenvolvem um certo gosto pelo manusear mecânico característico dessa abordagem, que acaba tendo certo aspecto de joguinhos mecânicos, certa lógica repetitiva. E que dá ao aluno, afinal, algumas ferramentas para serem usadas em situações bem específicas. Também é verdade que uma minoria dos alunos, que se dedicará à matemática profissionalmente, ou que a usará de modo constante em suas profissões, acabará percebendo melhor as relações e a consistência dessa ciência, e fará um uso razoavelmente adequado da mesma.

Existe, ainda, um hábito que acaba gerando a dúvida - se não fosse assim, como seria? Pois esse modo de ensinar matemática está tão seguramente instalado, tão fortemente arraigado entre os professores - reprodução, como já dissemos, de sua própria formação e da maioria dos livros didáticos adotados - e até apoiado inteiramente pelos pais dos alunos, que parecem ver naquelas listas inextrincáveis de exercícios abstratos o próprio caminho para o sucesso dos filhos. Embora os resultados oficiais apontem assustadoramente para a existência de algo gravemente errado na formação matemática das crianças e jovens, isso é atribuído apenas a fatores da " vida moderna " - muita liberdade, televisão, jogos eletrônicos, etc; que acabariam afastando os alunos da obrigação dos estudos.

Persiste, pois, a dúvida. Mudar ou não mudar? Mudar como?

Há que se analisar onde iremos, afinal, usar o aprendido em matemática - sem falar das provas escolares. E nos ocorrem situações do cotidiano, concursos, vestibular, profissões...

Algumas vezes compramos algo que deve ser pesado. Há balanças que dão, além do peso, o preço por quilo e o preço resultante. Outras vezes, o vendedor faz o cálculo. Se temos uma calculadora, podemos conferir. Caso contrário, resta-nos a alternativa de uma estimativa, um cálculo mental aproximado, que nos permita verificar se não houve erro grande. E, para isso, não vamos tentar reproduzir mentalmente um algoritmo, ou uma conta, que na maioria das vezes envolve decimais. Em vez disso, vamos fazer relações, usar nossa compreensão da situação e nosso senso de matemática.

> *Imaginemos a situação de comprar 2,600 kg de um produto que custa R$ 4,80 o quilo. Podemos pensar que 2 quilos custariam 9,60 reais, mais meio quilo seriam mais 2,40 o que dá 12,00, e ainda faltam calcular mais 100 gramas, que nos dá um total de 12,48.*

Há adultos capazes desse raciocínio, outros não. Dependeriam de pegar lápis, papel, e tentar fazer a conta 2,600x4,80, que exige uma perfeita habilidade com a tabuada, com os zeros e com as vírgulas. Tenho trabalhado com crianças desenvolvendo o processo natural descrito acima, que envolve uma compreensão da multiplicação, em particular a de decimais. Fazemos esse tipo de cálculos antes que elas aprendam os algoritmos formais. Note-se que eles desenvolvem a capacidade de estimar o resultado final e de ter um controle sobre esse resultado. Essas crianças sabem o que estão fazendo, compreendem o significado daquilo que fazem. Registram o que fazem de modo mais flexível. Do meu ponto de vista, no que se refere a multiplicações e divisões, as crianças poderiam permanecer operando desse modo até a 4ª série. Ao aprenderem, depois, o algoritmo formal, poderiam entendê-lo mais e perceber que ele é apenas um modo mais abreviado de operar. Considero que há ganhos significativos na capacidade dos alunos de entenderem a matemática e de fazerem relações quando procedemos assim. Entretanto, na concepção vigente de ensino, de formar um aluno-calculadora, dominando - se conseguir - técnicas que não entende nem sabe para que servem, haveria uma perda. Os professores, em geral, ficam muito ansiosos enquanto não " dão " o algoritmo formal.

Outra ocasião de se usar o que se aprende em matemática é nos concursos e vestibulares. Na verdade, eles podem avaliar tanto a extensão quanto a profundidade do conhecimento, tanto a capacidade de memória como a de raciocínio e criatividade. Procuro ler, resolver e conversar com candidatos sobre as questões dessas provas.

> *Uma das questões é sobre um cubo com volume igual a 1,061208 decímetros cúbicos. Dentro dele há uma pirâmide cuja base é uma das faces do cubo. O vértice da pirâmide coincide com o centro do cubo, ou seja, com o encontro das suas diagonais. Pergunta: qual é o volume da pirâmide?*

Muitos alunos disseram que não haviam tentado resolver a questão, pois consideravam difíceis as fórmulas de volume e não se lembravam delas.

Muitos outros pensaram que para ter o volume da pirâmide seria necessário ter o valor do lado do quadrado da base e o de sua altura. Ora, o lado "a" da base era o próprio lado (aresta) "a" do cubo, cujo valor em decímetros, elevado ao cubo, é igual ao volume do cubo. Por fatoração chegaram a $1.061.208 = 2^3.3^3.17^3 = 102^3$ e daí a $1,061208 = 1,02^3$. Obtiveram, portanto, o valor de "a", como 1,02. O valor da altura da pirâmide é igual à metade desse valor: $h = 0,51$. Como o volume de uma pirâmide vale um terço do produto da área da base pela altura, faltava calcular esse valor: $1/3(a.a.h) = 1/3(a.a.a/2) = 1/3(1,02.1,02.0,51)$.

Por outro lado, houve alunos que pensaram em relacionar o volume da pirâmide descrita

(Vp) com o volume do cubo (Vc). Considerando a fórmula de cada volume e fazendo o quociente entre os dois obtiveram $Vp:Vc = 1/3(a.a.a/2):a^3 = 1/3 \;.\; 1/2 = 1/6$.

Encontrei, contudo, uma aluna que me disse ter pensado do seguinte modo: assim como aquela pirâmide estava "encaixada" entre uma face e o centro do cubo, outras 5 poderiam ser encaixadas do mesmo modo, já que são 6 as faces do cubo. Pensou também que, desse modo, as pirâmides "enchiam" o cubo. Logo, o volume de cada uma tinha que ser 1/6 do volume do cubo. Dividiu o número dado por 6 e a questão estava terminada.

Esses modos de resolver ilustram bem como o recurso às fórmulas não se constitui no único, melhor ou mais rápido modo de solucionar um problema. Visualização, compreensão e bom senso podem ajudar muito.

Compreender e relacionar são essenciais numa aprendizagem profícua da matemática. O aprendizado pontual, tópico a tópico, é restrito e pobre. Os conceitos matemáticos se interligam, crescem, tornam-se mais gerais. Assim, um aluno pode aprender porcentagem separadamente de frações e decimais, mas quando entender as relações entre elas terá outro nível de compreensão e outro poder de resolução.

Pensemos, por exemplo, num capital X que rendeu 25% em certo período. Aplicou-se novamente 20% do rendimento. Que porcentagem do capital inicial foi reaplicada?

É mais fácil raciocinar em termos de frações. O rendimento foi de 25% sobre X, que é igual a 25/100 ou 1/4 de X. Desse valor foi investido 20%, que corresponde a 20/100 ou 1/5 do mesmo. Mas 1/5 de 1/4 de X vale 1/20 de X, ou 5/100 de X. Logo, 5% do valor inicial foi reinvestido.

Há casos, em que saber raciocinar pode ajudar a resolver, de modo elementar, problemas que envolveriam fórmulas mais complexas, até de outras disciplinas.

Pedro e João andam em velocidades iguais e correm em velocidades iguais. Eles apostaram corrida numa certa distância. Pedro correu a metade da distância e andou na outra. João correu a metade do tempo total que gastou na corrida e andou na outra metade. Quem ganhou a corrida? (1)

Para resolver esse problema, você pode pensar, compreender a situação e raciocinar ou usar fórmulas da física envolvendo velocidade, tempo e distância. Pode escolher!

O conhecimento vai se adensando e desvelando surpresas mesmo nos níveis elementares. Questões de infinito, inclusive. Quem já não viu que 1/9 = 0,111... com a explicação de que este é o resultado da divisão de 1 por 9? Mas como atribuir um sentido a isso, eliminando a estranheza que nos causa?

Pensemos numa fábrica de chocolate que faz certa promoção: cada chocolate vem acompanhado de um cupom. 10 cupons dão direito a 1 novo chocolate, o qual, por sua vez, também contém 1 cupom. Temos, então:

10 cupons = 1 chocolate + 1 cupom

Dividindo sucessivamente por 10:

1 cupom = 1/10 de chocolate + 1/10 de cupom

1/10 de cupom = 1/100 de chocolate + 1/100 de cupom

1/100 de cupom = 1/1000 de chocolate + 1/1000 de cupom

Agora, pensando que em cada compra unitária, recebo 1 chocolate + 1 cupom, e usando sucessivamente as diversas igualdades acima, teremos:

1 chocolate + 1 cupom

= 1 chocolate + 1/10 de chocolate + 1/10 de cupom

= 1 chocolate+1/10 de chocolate+1/100 de chocolate+1/100 de cupom

= 1 chocolate + 1/10 de chocolate + 1/100 de chocolate + 1/1000 de choc. + 1/1000 de cupom

e, como esse processo pode sempre ser continuado, podemos escrever:

** 1 cupom = 1/10 + 1/100 + 1/1000 + 1/10.000 +....de chocolate*

Por outro lado, da igualdade inicial 10 cupons = 1 chocolate + 1 cupom obtemos também:

9 cupons = 1 chocolate

e portanto

** 1 cupom = 1/9 de chocolate*

Comparando as duas igualdades assinaladas concluímos que 1/9 = 1/10 + 1/100 + 1/1000 + 1/10.000 + ... ou 1/9 = 0,111111....

Esse engenhoso exemplo nos é dado por uma matemática húngara, Rózsa Péter (2).

Assim,quanto mais avançamos, mais coisas haveria a esclarecer, pelo menos enquanto o iniciante na matemática superior não se tornar um especialista de grande conhecimento nessa ciência, capaz, ele próprio, de fazer todas as relações que seu aprendizado não lhe proporcionou. Relações que ficam desconhecidas para o aluno egresso do curso fundamental, médio ou de curso superior ou para o profissional que se forma em curso superior e não estuda mais matemática. Por exemplo: por que logaritmo, de expoente relacionado a uma base, passa a ser a área sob uma curva? Por que eleger um número *e* – tão incomum para não matemáticos – como a base **natural** de logaritmos? E como explicar que relacionando números reais incomuns como e, π, e o número complexo *i* existe uma relação com resultado tão simples como

$$e^{\pi i} = -1\ ?$$

Isso equivale a dizer que, multiplicando-se π pelo número complexo i e elevando-se o número irracional *e* a esse produto, obteremos simplesmente – 1. Ou, substituindo-se π e *e* por seus valores aproximados, obteremos:

$$(2{,}718281828459045...)^{3{,}14159...i} = -1$$

É verdade que as respostas a essas perguntas estão nos livros de curso superior, escondidas nas entrelinhas de um perfeito mas hermético raciocínio dedutivo. Mas quantos verdadeiramente as internalizam e se lembram delas ?

Entretanto, essas coisas já seriam assunto para outra conversa...

Esses exemplos sustentam – e espero que sejam claros para professores, pais e leigos – o meu ponto de vista de que as técnicas veiculadas pelo ensino atual constituem um aspecto pobre, restrito e pouco revelador da matemática. De leve, também sustentam o ponto de vista de que mesmo o rígido discurso cartesiano lógico-dedutivo, sem preâmbulos nem comentários, sem explicar origens nem finalidades, que não for posteriormente longamente digerido e repensado, é igualmente pouco revelador da matemática.

Sustentam, conseqüentemente, a necessidade de mudanças e apontam para a direção das mesmas: um ensino que envolva compreensão clara dos fatos e conceitos – para o que seguramente pode contribuir uma contextualização adequada dos mesmos, que explicite as origens e finalidades desses conceitos e que envolva um relacionamento progressivo entre os mesmos. Um ensino rico em saber o que se faz, em raciocínio, em busca lógica de soluções, ao invés do mero recurso de tentar tirar uma fórmula certa da prateleira. Conhecimentos específicos da área da psicologia e de outras podem ajudar-nos na construção desse novo ensino. Em particular, a teoria dos campos conceituais, que " permite localizar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual". (3). E também a concepção psico-sociogenética do conhecimento humano, que, levando em conta a articulação entre o aspecto cognitivo e o aspecto social do desenvolvimento humano, centra-se num processo interacional de aprendizagem -aquele que considera, na aprendizagem, não só os processos mentais de um indivíduo, tomado isoladamente, mas também o seu contexto sócio-histórico-cultural. (4).

Crianças que relacionam seus conhecimentos e os compartilham podem nos surpreender com suas respostas.

Dada a questão: três alunos foram comer uma pizza. O garçom dividiu-a em 4 partes e deu uma a cada um. Após comerem esse pedaço, o garçom dividiu a parte restante em três pedaços iguais, distribuindo-os aos três. Cada um comeu também esse pedaço. Que parte da pizza cada um comeu?

Uma das crianças respondeu, após um segundo: "1 terço". E explicou: "todo mundo comeu igual primeiro e depois de novo comeu igual, e a pizza acabou, então cada um comeu 1/3". Essa mesma questão, numa classe de ensino comum, sem compreensão clara da matemática envolvida, gera inúmeras dificuldades.

Voltando ao ponto inicial, diríamos que o ensino não muda porque as pessoas – professores e autores de livro, entre outros – têm uma concepção distorcida da matemática, não chegam a compreender sua essência nem a amplidão e flexibilidade do seu uso no contexto de nossa sócio-cultura. Isto é, a representação que fazem da matemática, ou sua concepção da mesma, se aproxima da de um conjunto de regras fixas e imutáveis, a maioria sem explicação.

O ensino prossegue objetivando, portanto, o mesmo produto tradicional – o domínio das regras operatórias, seja na aritmética ou na álgebra.

Creio ser necessária a divulgação de uma visão lógica e social da matemática, com uma compreensão de sua natureza lógica mais profunda do que o mero encadeamento formal, que inclua o significado da construção histórica dessa ciência pelos homens, e as interconexões entre seus variados conceitos.

E seria muito importante que, além de divulgada em revistas, encontros, publicações, essa maneira de ver, sentir e trabalhar a matemática atingisse também as disciplinas dos cursos de formação de professores – tanto os de metodologia como os de conteúdo matemático.

COMENTÁRIOS DE QUESTÕES:

Sobre a divisão de frações: a divisão de 1/2 por 1/4 tem que dar 2, pois 1/4 está contido duas vezes em 1/2. Ou, contextualizando: meia pizza, dividida em porções de 1/4, produz duas porções.

Sobre a corrida de Pedro e João: como ambos correm e andam à mesma velocidade, ganha aquele que correr um maior trecho do percurso. Pedro corre metade do percurso. João corre a metade do tempo que gastou, na outra metade, anda. Ora, andando, vai percorrer, nessa metade de tempo, um trecho menor do que percorreu correndo – donde se concluiu que ele correu mais da metade do percurso. Logo, João ganha a corrida.

REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA

(1) Thompson, Alba.(1992). Cambios Curriculares para el Siglo 21. Education Matemática en las Americas VIII, 109-111. Unesco.

(2) Péter, Rózsa.(1964). Playing with Infinity Editora Atheneum, New York.

(3) Vergnaud, G.(1991). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(23): 133-169.

(4) Fávero, M.Helena.(1993). Psicologia do Conhecimento. Curso de Especialização à Distância. Universidade de Brasília.

- Bertoni, Nilza Eigenheer (1994). O Ensino de Matemática – Principais Problemas e Desafios. Reunião Técnica Nacional sobre Novas Perspectivas para a Formação do Professor na Área de Matemática. Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Fundamental.Brasília.

* N.E.Bertoni – Docente aposentada do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília.